

# Моделирование сейшевых колебаний

Выполнил: Швец П.А.

Научный руководитель: Павлова А.В.

# Цель работы

Цель работы – исследование свободных линейных колебаний однородной невязкой жидкости в частично замкнутом бассейне, имеющем одну открытую границу.

# Система уравнений длинных волн

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial(hu)}{\partial x} - \frac{\partial(hv)}{\partial y} \end{array} \right.$$

# Решение краевой задачи в виде периодических по времени функций

$$u(x, y, t) = u_1(x, y) e^{i\omega t}$$

$$v(x, y, t) = v_1(x, y) e^{i\omega t}$$

$$w(x, y, t) = w_1(x, y) e^{i\omega t}$$

# Задача

$$\begin{cases} X'' + \mu X = 0 \\ X'(0) = 0 \\ X(a) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} Y'' + \nu Y = 0 \\ Y'(0) = 0 \\ Y'(b) = 0 \end{cases}$$

# Собственные значения

$$\mu_n = \frac{(\pi + 2\pi n)^2}{4a^2}, n = 1, 2, 3 \dots$$

$$\nu_n = \frac{\pi^2 n^2}{b^2}, n \in \mathbb{N}$$

# Собственные функции

$$X_n = C_n \cos\left(\frac{\pi + 2\pi n}{2a} x\right), n = 1, 2, 3, \dots$$

$$Y_n = \cos\frac{\pi n}{b} y, n \in \mathbb{N}$$

# Частное решение

$$w_{nk}(x, y) = C_{nk} \cos \frac{(1+2n)\pi x}{2a} \cos \frac{k\pi y}{b}$$



# Формула для вычисления собственных чисел

$$\lambda_{km} = \left( \frac{(1 + 2k)\pi}{2a} \right)^2 + \left( \frac{m\pi}{b} \right)^2$$

$\lambda = \omega^2 / gh$  квадрат волнового числа

# Итог

В работе поставлена задача о линейных колебаниях однородной невязкой жидкости в частично замкнутом бассейне, имеющем одну открытую границу.

Уравнения эллиптического типа второго порядка с постоянными коэффициентами с однородными граничными условиями решены, методом разделения переменных (метод Фурье).

Построено аналитическое решение для бассейна прямоугольной формы, имеющего постоянную глубину.

**Спасибо за внимание**