

Цифровое кодирование

Сжатие RLE (Run Length Encoding)

Флаг (1 бит)	Информация о байтах данных (7 бит)
-----------------	---------------------------------------

Формат служебного байта

00 00 00 00 **CC VF BB**₁₆

Сжимается в...

84 00 **03** **CC VF BB**₁₆

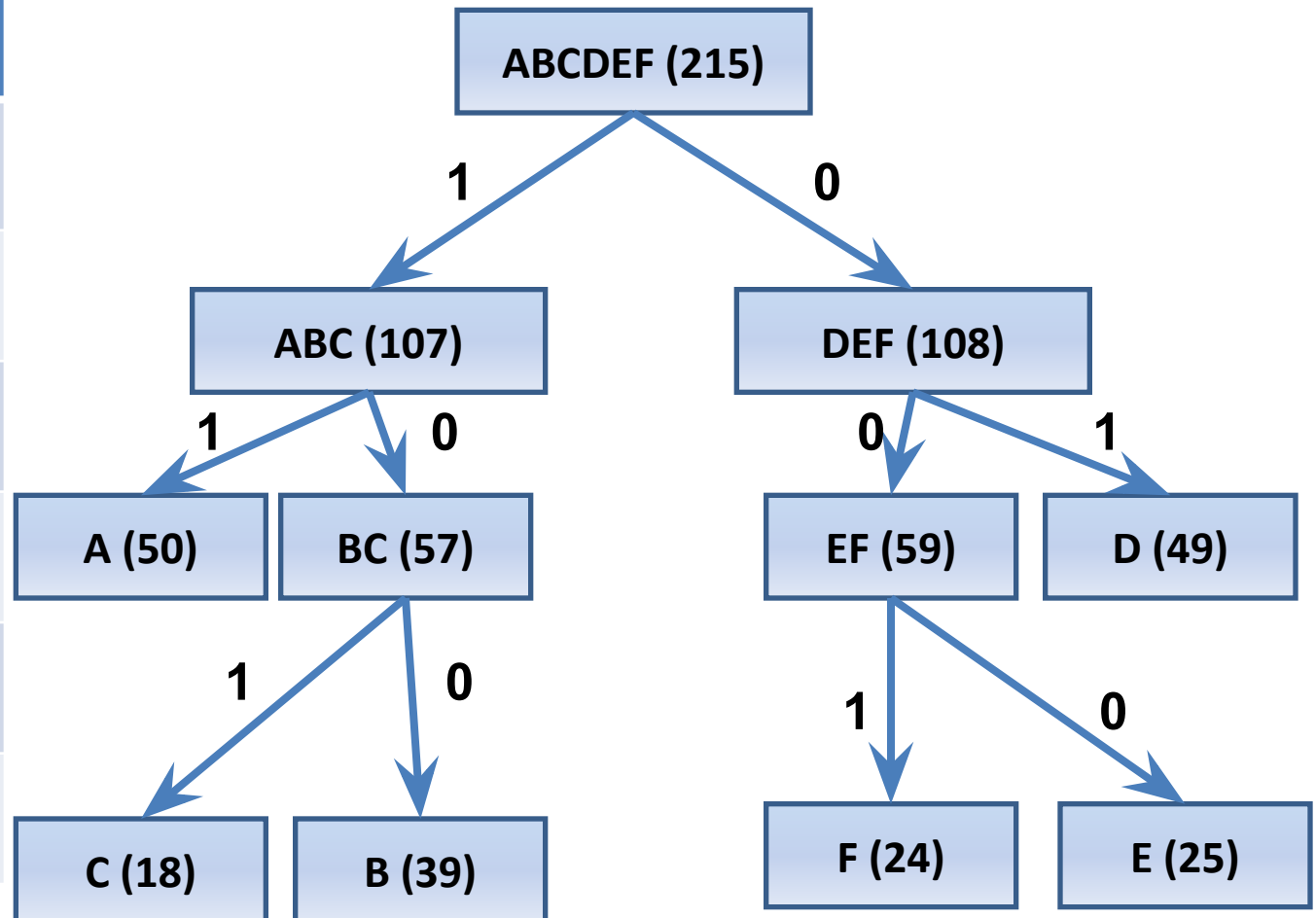
00 00 00₁₆

40 Нулевых байт сжимаются в...

A8 00₁₆

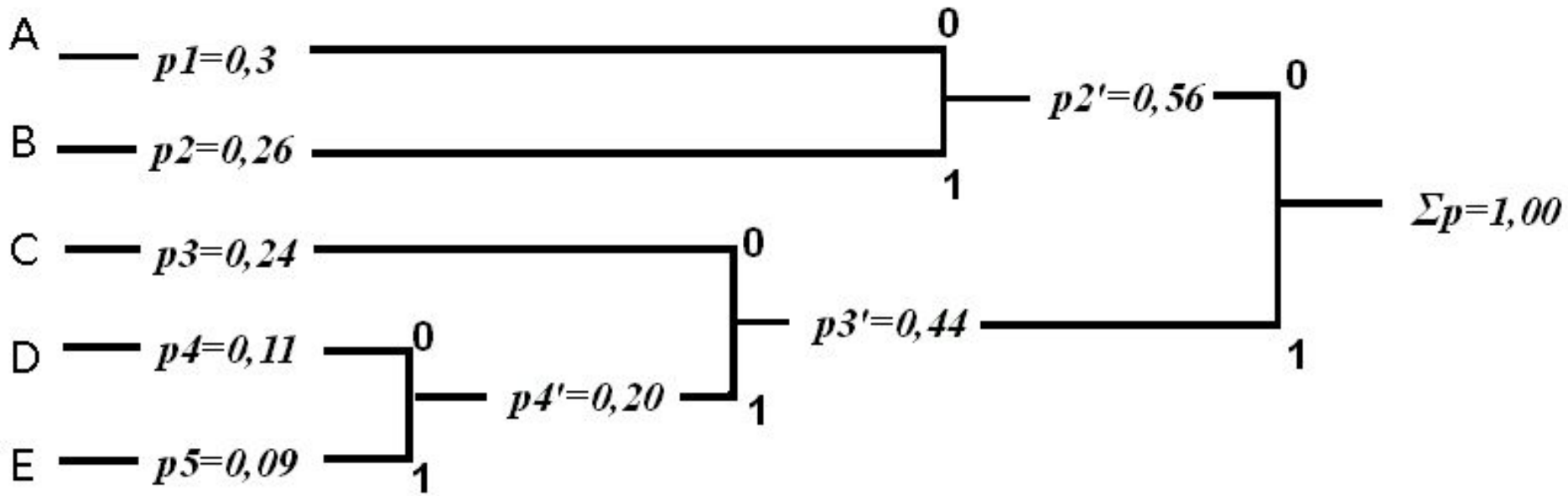
Дерево Шеннона-Фано

Символ	Частота
A	50
B	39
C	18
D	49
E	35
F	24



Дерево Хаффмана

Символ	A	B	C	D	E
P_i	0.3	0.26	0.24	0.11	0.09



Структура систематических кодов

$$n = k + r$$

n -общее число разрядов

k -информационные разряды

r -контрольные разряды

Таким образом имеем:

$M = q^k$ – Количество возможных информационных сообщений

$C = q^r$ – Количество возможных контрольных комбинаций

q – основание СС, используемой для кодирования

Основное ограничение систематических кодов

$$q^n / (n+1) \geq M$$

$$q^r \geq n+1$$

Порождающая и проверочная матрицы

$$\text{MESSAGES} := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$G := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} +$$

$$H := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Предупреждение

Излагаемый далее алгоритм
составления порождающих и
проверочных матриц

Не являются единственным.

Возможно также их построение на основе
единичных квадратных матриц $k \times k$

Применение порождающей

матрицы

$$\text{MESSAGES}_H = \text{MESSAGES} * G$$

$$\text{MESSAGES}_H := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \text{MESSAGES}_H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

Применение проверочной матрицы

Имеются ошибки

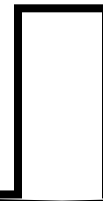
$$S := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \boxed{1} & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \boxed{0} & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \boxed{1} & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} 0 & \boxed{1} & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Расширенные матрицы

$$G := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$GE := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$HE := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Расширенный код Хемминга

$$\text{MESSAGES_HE} = \text{MESSAGES} * \text{GE}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{MESSAGES_HE} := \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 1 \\
 1 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 0 & 0 \\
 1 & 1 & 0 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 0 \\
 1 & 1 & 1 & 1
 \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{cccccccc}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1
 \end{array} \right) \\
 \\
 \text{MESSAGES_HE} = \\
 \left(\begin{array}{cccccccc}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

