ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛОВОЙ ФУНКЦИИ И СПОСОБЫ ЕЕ ЗАДАНИЯ. СВОЙСТВА ФУНКЦИИ.

Определение

*Если даны числовое множество X и правило f, позволяющее поставить в соответствие каждому элементу x из множества X определенное число y, то говорят, что **задана функция y=f(x) с областью определения X.***

Пишут: y=f(x), x ∈ X. (Область определения обозначают D(y))

*Переменную x называют **независимой переменной** или **аргументом**, а переменную y – **зависимой переменной**.*

*Множество значений функции y=f(x), x ∈ X называют **областью значений функции** и обозначают E(y)*

Задание

Найдите область определения функции

$$y = \frac{2}{x-2}$$

$$y = 4x + 7$$

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{4}$$

Задание

Найдите область значения функции

$$y = 4x + 2$$

$$y = \sqrt{x+4}$$

$$y = 3x^2 + 6x - 2$$

Определение

Если дана функция $y=f(x),\ x \in X$ *и на координатной плоскости xOy отмечены все точки вида* $(x;y)$, *где* $x \in X$, *а* $y=f(x)$, *то множество этих точек называют графиком функции* $y=f(x),\ x \in X$.

Если известен график функции $y=f(x),\ x \in X$, *то область (множество) значений функции можно найти, спроецировав график на ось ординат.*

Задание

Найдите D(y), E(y)

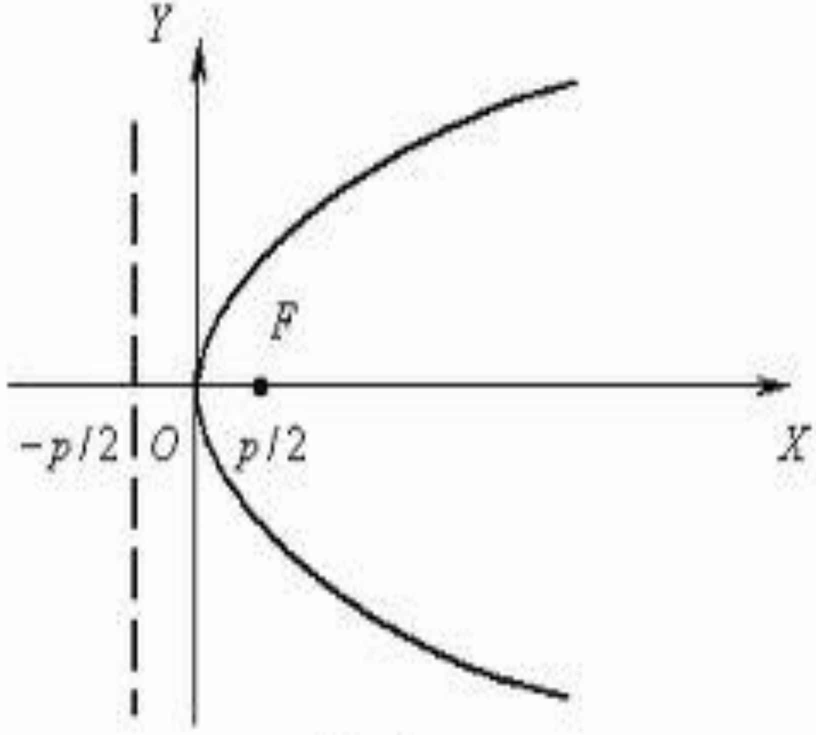
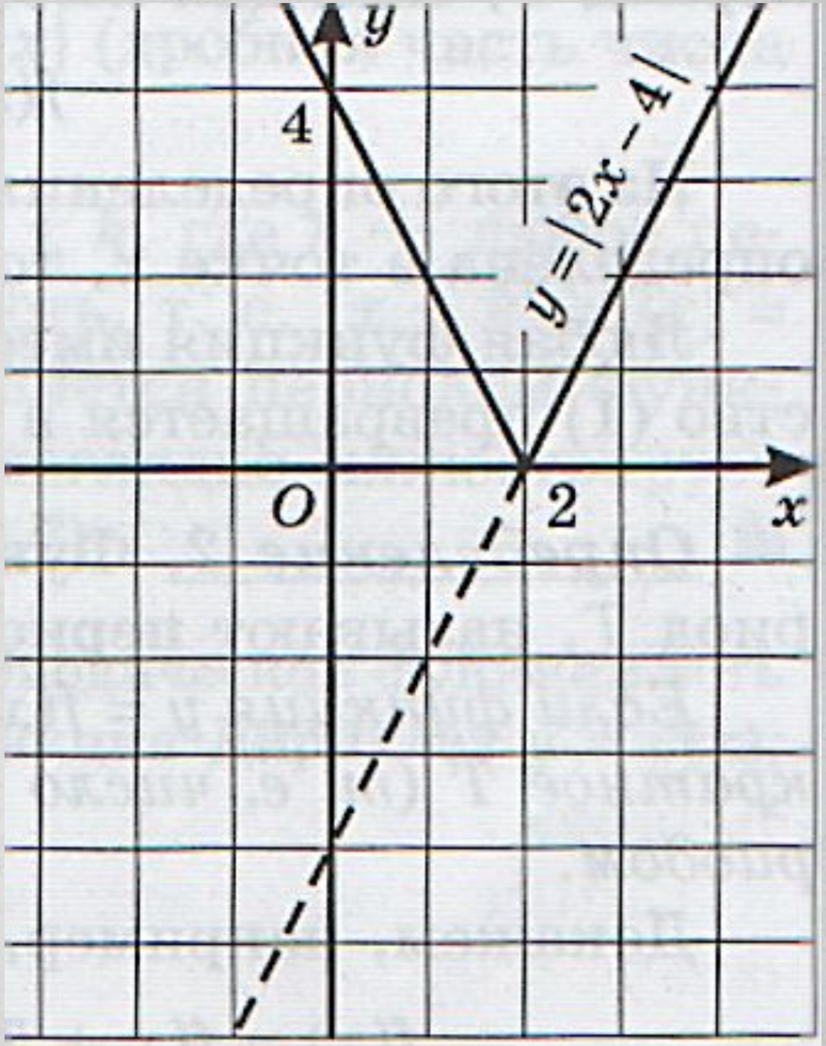


Рис.1



Определение

Функцию $y=f(x)$ называют ***возрастающей на множестве*** $\mathbf{X \subset D(f)}$, если для любых точек x_1 и x_2 множества X, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$

Определение

Функцию $y=f(x)$ называют ***убывающей на множестве*** $\mathbf{X \subset D(f)}$, если для любых точек x_1 и x_2 множества X, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$

Термины «возрастающая функция», «убывающая функция» объединяют общим названием ***монотонная функция,*** а исследование функции на возрастание или убывание называют ***исследованием функции на монотонность***

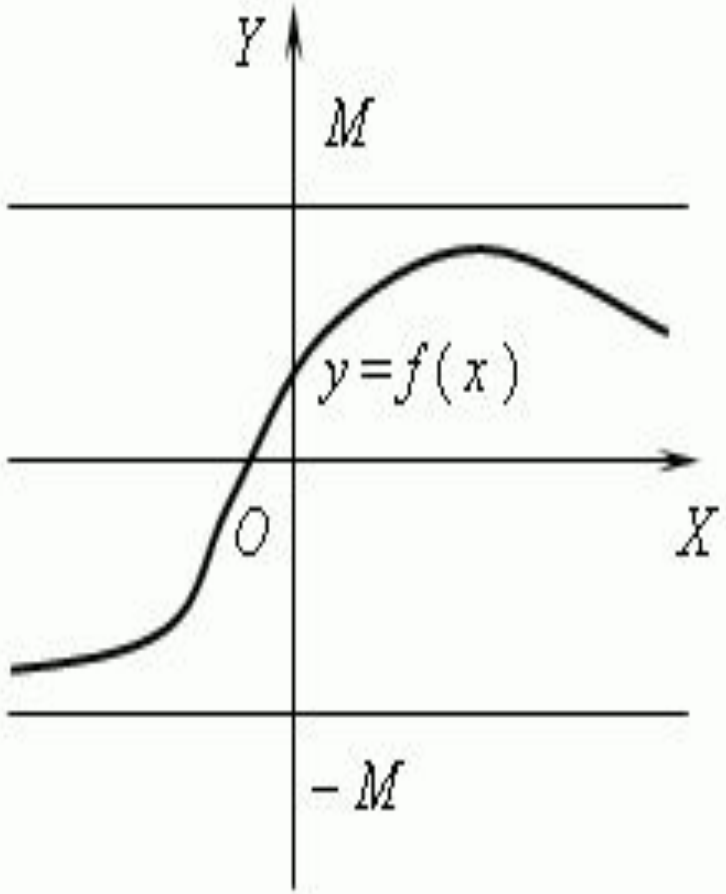


Рис. 3

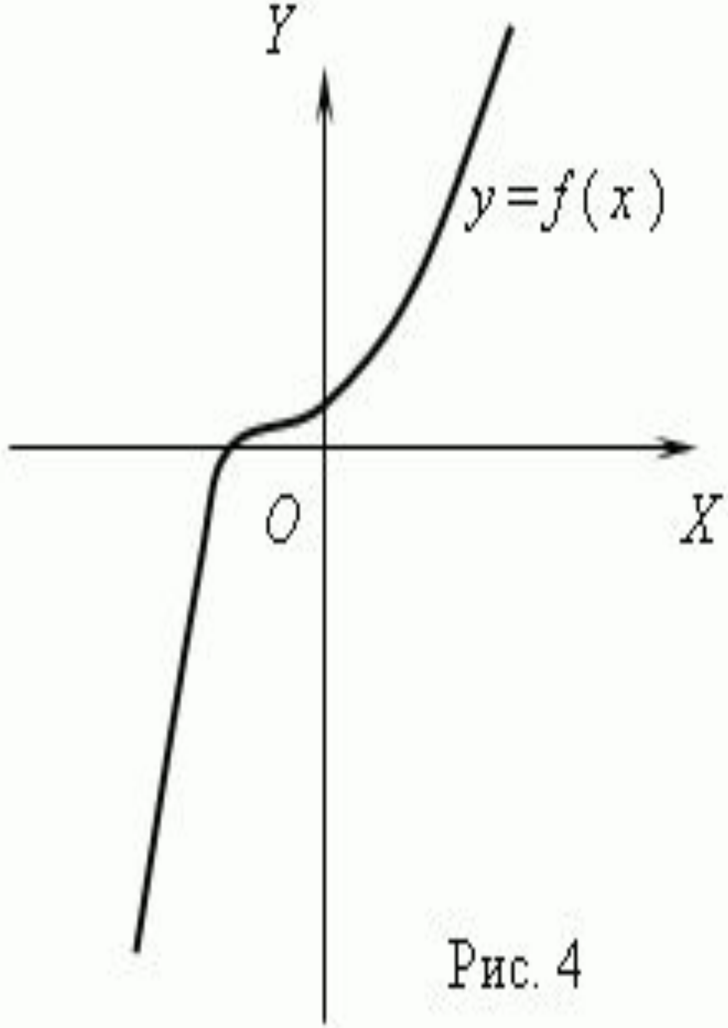


Рис. 4

Определение

Функцию $y=f(x)$ называют ***ограниченной снизу на множестве*** $X \subset D(f)$, если все значения этой функции на множестве X больше некоторого числа.

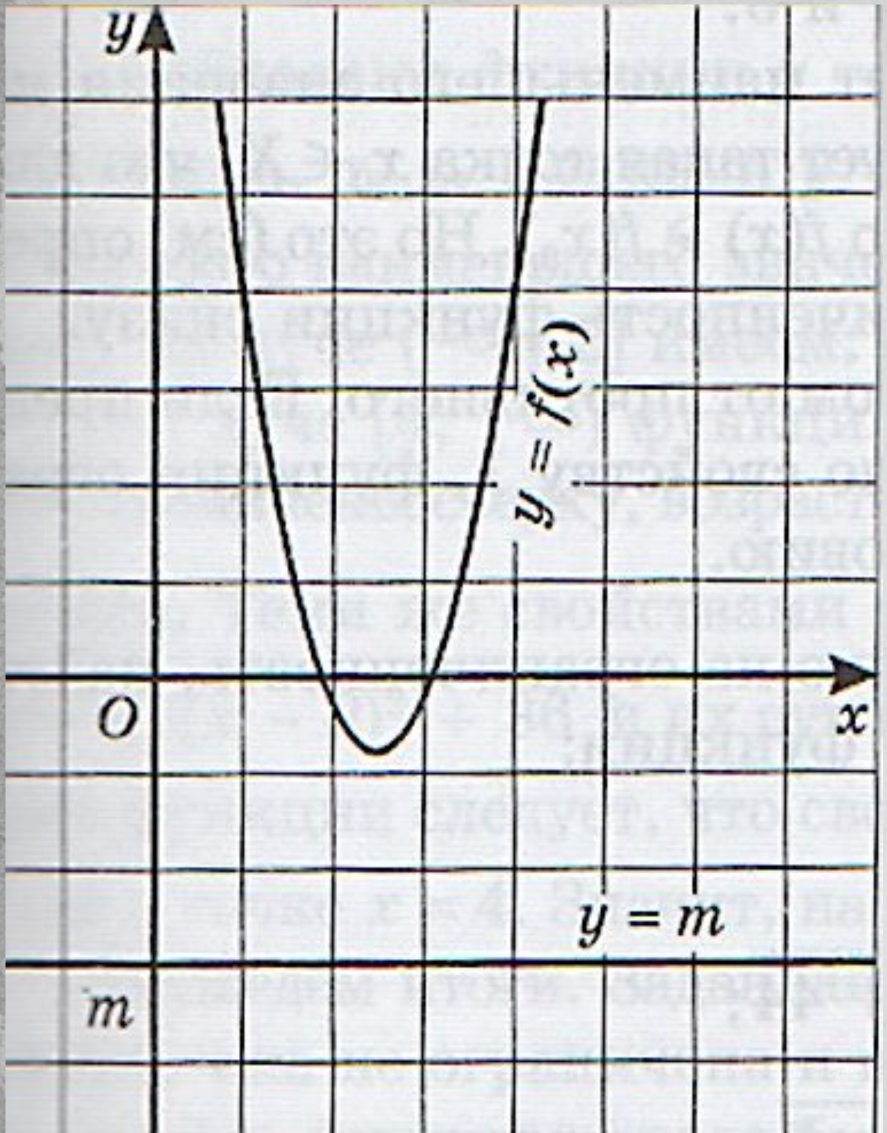
(Если существует такое число m, что для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x)>m$)

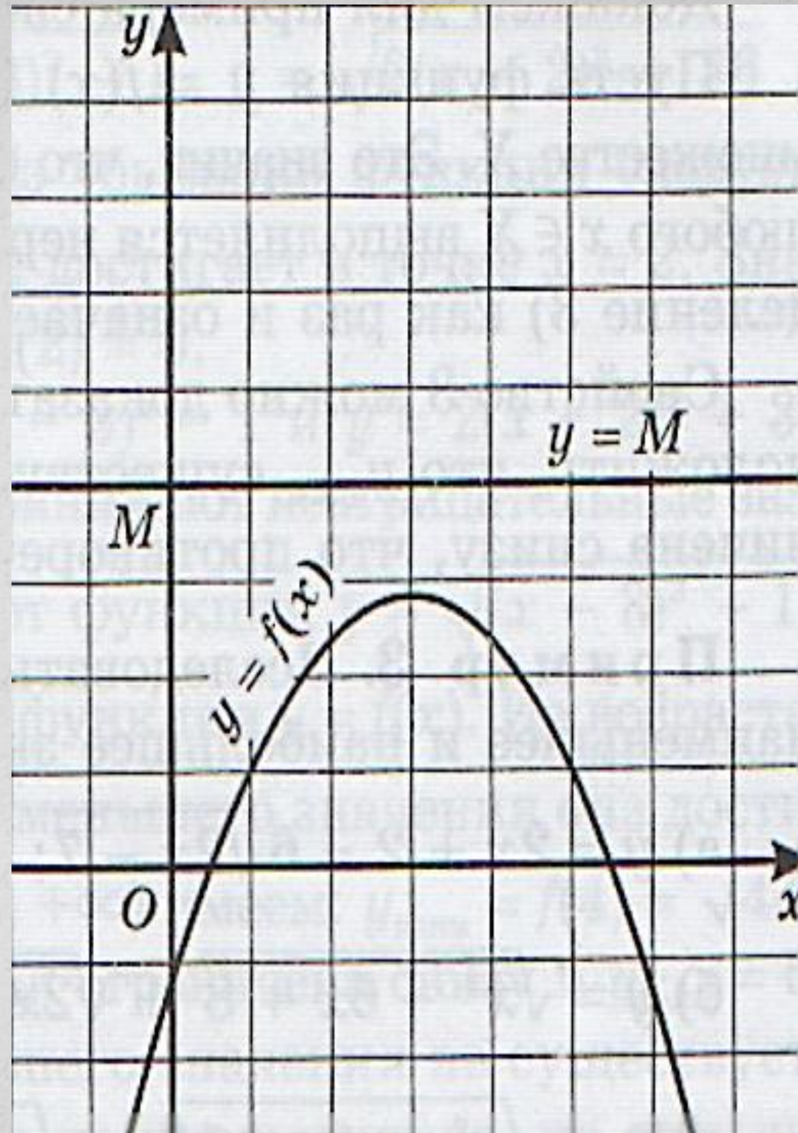
Определение

Функцию $y=f(x)$ называют ***ограниченной сверху на множестве*** $X \subset D(f)$, если все значения этой функции на множестве X меньше некоторого числа.

(Если существует такое число m, что для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x)<m$)

Если функция ограничена и снизу и сверху на всей области определения, то ее называют ограниченной


y
x
O
y = f(x)
y = m
m


y
x
O
y = M
M
y = f(x)

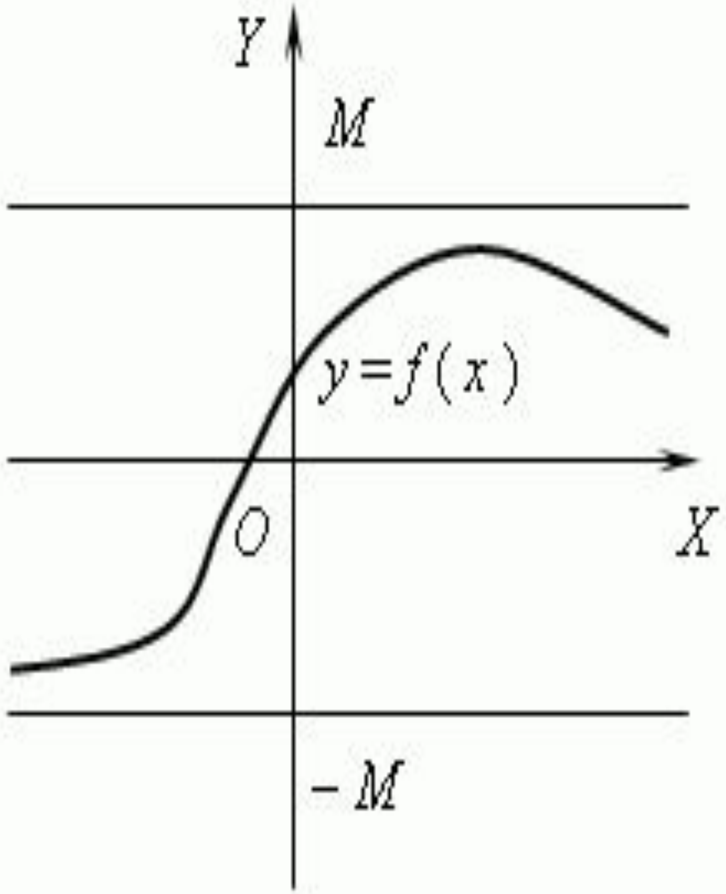


Рис. 3

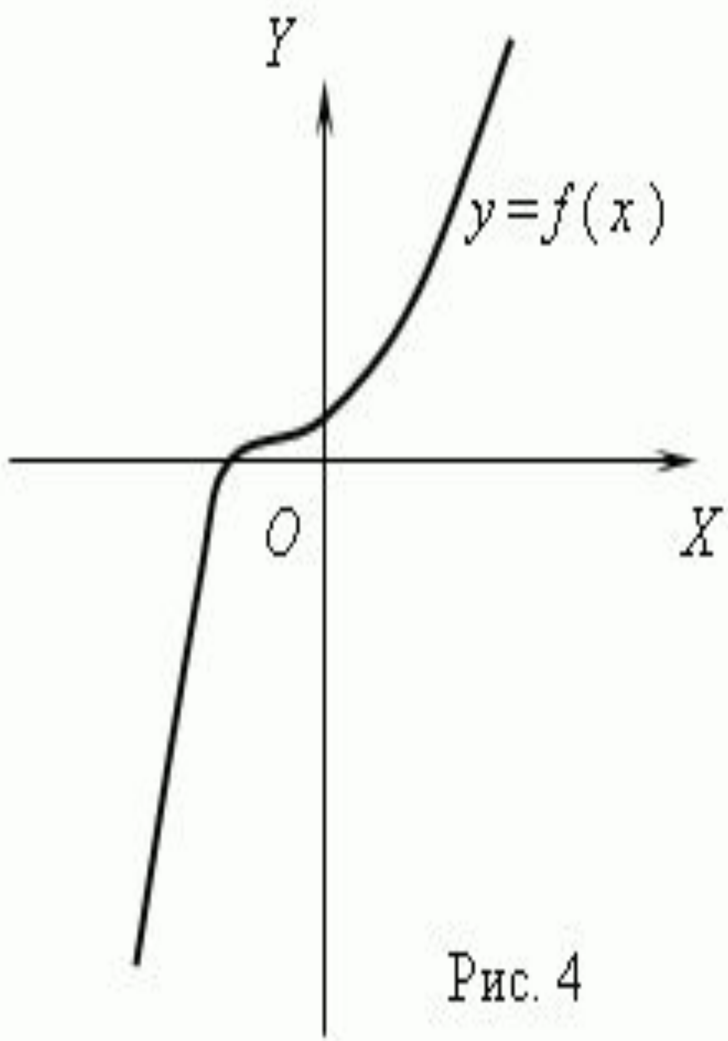


Рис. 4

Определение

Число m называют ***наименьшим значением функции y=f(x) на множестве X⊂D(f),*** *если:*

1) во множестве X существует такая точка x_0 *, что* $f(x_0)=m$*;*

2) для любого значения x из множества X выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$

Определение

Число m называют ***наибольшим значением функции y=f(x) на множестве X⊂D(f),*** *если:*

1) во множестве X существует такая точка x_0 *, что* $f(x_0)=M$*;*

2) для любого значения x из множества X выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$

Точку x_0 *называют* ***точкой максимума функции y=f(x),*** *если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки* x_0*) выполняется неравенство* $f(x) < f(x_0)$

Точку x_0 *называют* ***точкой минимума функции y=f(x),*** *если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки* x_0*) выполняется неравенство* $f(x) > f(x_0)$