Симметрические многочлены

Выполнил ученик 10 «А» класса
Волченко Андрей

Определение

- ***Симметрический многочлен*** — многочлен от n переменных $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, не изменяющийся при всех перестановках входящих в него переменных.
- ***Основная теорема теории симметрических многочленов*** гласит, что любой симметрический многочлен может быть представлен единственным образом в виде многочлена от основных симметрических многочленов.

Примеры

- 1) $(x^2{}_1+x^2{}_2)^2-3x^3{}_1x_2$;
- 2) $(x+y)(y+z)(z+x)$

Разложение на множители многочлена $P_n(x)$, имеющего *n* действительных корней $x_1, x_2, \ldots, x_n$:

- $P_n(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_{n-1}x+a_n=$
- $=a_0(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\ldots(x-x_n).$

Метод неопределенных коэффициентов

- Если раскрыть скобки в правой части равенства на предыдущем слайде и приравнять коэффициенты при одинаковых степенях *x* многочленов левой и правой его частей, то получим:
  *Равенства (1)
- $x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n=-a_1/a_0$,
- $x_1x_2+x_1x_3+\ldots+x_{n-1}x_n=a_2/a_0$,
- $x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+\ldots+x_{n-2}x_{n-1}x_n=-a_3/a_0$,
- . . . .
- $x_1x_2x_3\ldots x_n=(-1)^n*a_n/a_0$.

Заключение

- Равенства (1) называют формулами Виета (Ф. Виет вывел эти формулы для $n \leq 5$). При $n=2$ имеем знакомые $x_1+x_2=-a_1/a_0$, $x_1x_2=a_2/a_0$.
- Можно заметить, что многочлены левой части равенств (1) и есть элементарные симметрические многочлены.