

курс «Начертательная геометрия»

Консультация перед экзаменом

Автор:
канд.техн.наук, доцент
Горетый
Владимир Васильевич
Gorety@mail.ru

Старый Оскол, 2017

Тема: Определение натуральной величины отрезка прямой и углов его наклона к плоскостям проекций

(второй вопрос каждого экзаменационного билета)

Для определения длины прямой применяют следующие методы:

- **метод прямоугольного треугольника;**
- **вращение;**
- **плоскопараллельное перемещение;**
- **замена плоскостей проекций**

Для определения углов наклона прямой α и β необходимо применить каждый способ дважды

1 СПОСОБ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

На рис. 1 задан отрезок прямой АВ: $A(50,40,10)$, $B(20,10,30)$. Найдем его длину и углы наклона к плоскостям проекций.

Решение:

На горизонтальной проекции A_1B_1 отрезка, как на катете, строим прямоугольный треугольник.

Второй катет этого треугольника равен разности удалений концов отрезка от горизонтальной плоскости проекций. На чертеже эта разность определяется величиной $\Delta Z = Z_B - Z_A$.

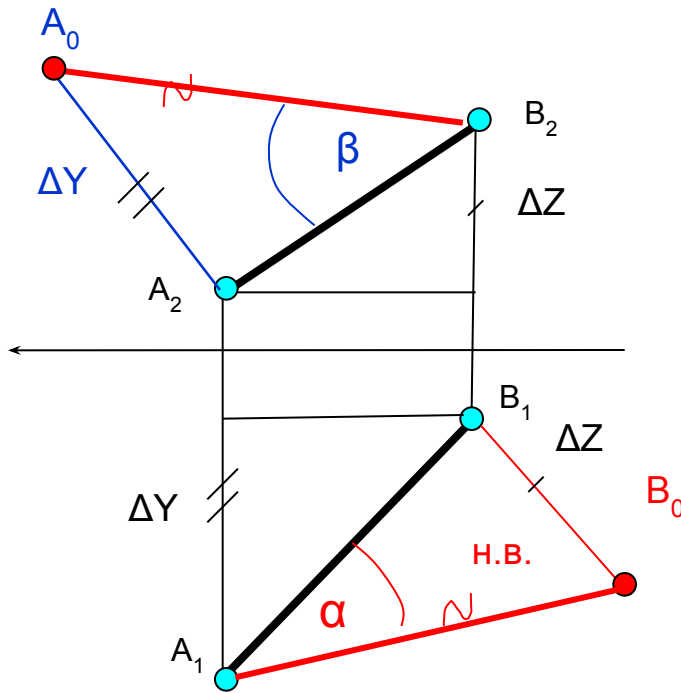


Рис. 1

В результате получим прямоугольный треугольник $A_1B_1B_0$. Гипотенуза A_1B_0 этого треугольника равна длине отрезка АВ.

Истинная величина отрезка прямой есть гипотенуза прямоугольного треугольника, один катет которого - проекция отрезка, а второй катет - разность удалений концов отрезка от этой плоскости проекций.

Углом наклона прямой к плоскости проекций считают угол между натуральной величиной отрезка (гипотенузой прямоугольного треугольника) и проекцией отрезка на эту плоскость.

Так, $\alpha = \angle B_1A_1B_0$ – угол наклона отрезка АВ к горизонтальной плоскости проекций.

Угол наклона отрезка к фронтальной плоскости проекций будем обозначать – β .

Для определения угла β на фронтальной плоскости проекций необходимо выполнить аналогичные построения. Удаление концов отрезка АВ от плоскости Π_2 обозначим ΔY .

Отрезок A_0B_2 также равен истинной длине отрезка АВ.

Измерим полученные отрезки A_0B_2 и A_1B_0 , и убедимся, что они равны.

Угол $\beta = \angle A_0B_2A_2$ – угол наклона прямой АВ к фронтальной плоскости проекций.

2 СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА

Способы преобразования чертежа предназначены для того, чтобы дать наиболее выгодное изображение предметов (геометрических образов) для решения позиционных и метрических задач.

Решение многих задач существенно упрощается, если изображение предмета на плоскости вырождается или его проекции занимают частное положение относительно плоскостей проекций.

Существуют способы, позволяющие так преобразовать чертеж, чтобы изображение предмета заняло частное положение относительно плоскостей проекций. Такие способы получили название - способы преобразования чертежа.

Принципиально различают два основных способа.

Первый способ – изменяют положение исходных объектов в пространстве так, чтобы они приняли частное положение относительно заданных плоскостей проекций.

Второй способ – заданную систему плоскостей проекций заменяют на новую так, чтобы пространственные объекты оказались в новой системе плоскостей в частном положении.

Первый способ получил название - способ **вращения**, второй – способ **перемены плоскостей проекций**.

Рассмотрим указанные способы.

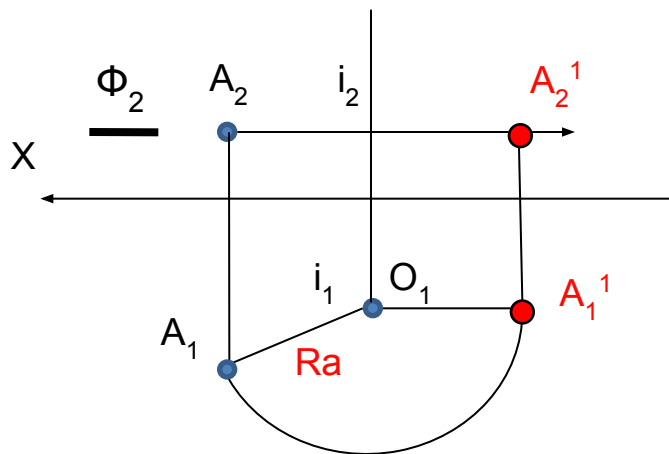
2.1 Способ вращения

Сущность способа вращения состоит в изменении положения объекта, заданного на эпюре, так, чтобы его элементы заняли частное положение относительно плоскостей проекций и проецировались без искажения на какую-либо из этих плоскостей.

Для преобразования чертежа способом вращения необходимо задать: центр, ось и радиус вращения.

Вращение вокруг проецирующей прямой

Пусть точка A вращается вокруг горизонтально проецирующей прямой i . Траектория движения точки A - окружность с центром O на оси вращения.



Радиус AO вращения точки A проецируется в натуральную величину на горизонтальную плоскость проекций Π_1 .

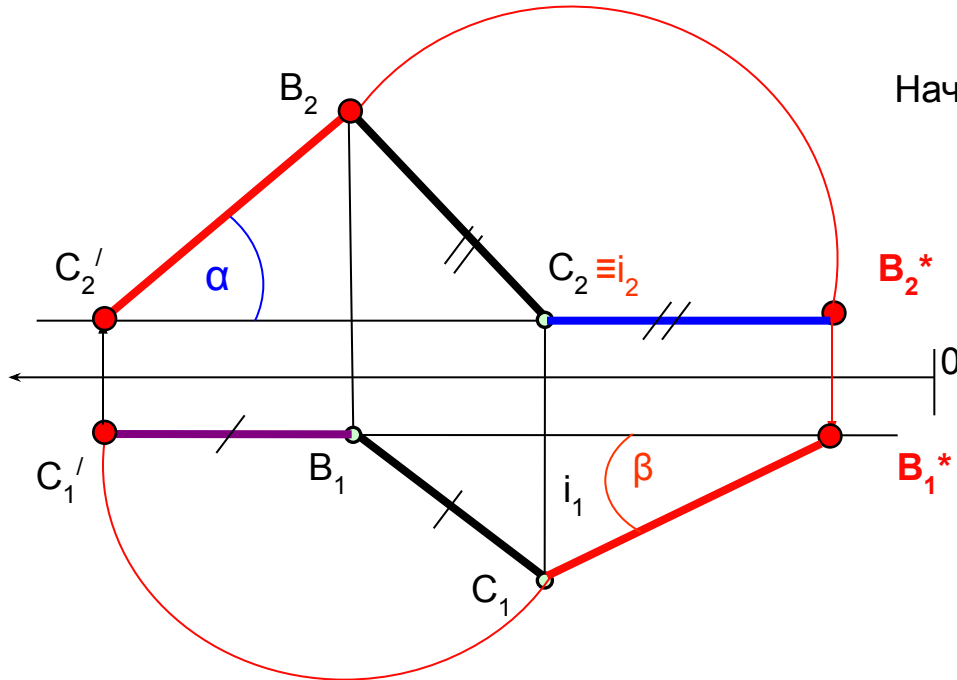
$$A_1O_1 = Ra.$$

A_1O_1 - натуральная величина. Горизонтальная проекция точки A_1 перемещается по дуге окружности, а фронтальная проекция A_2 перемещается по горизонтальной прямой - следу Φ_2 .

A^1 - новое положение точки A .

Способ вращения

Пример 1: Определить натуральную величину отрезка прямой ВС и углы наклона α и β .



Отметим, что $B_1^*C_1 = B_2C_2' = BC$

Пусть задана прямая ВС:
 $B(90, 10, 50)$, $C(60, 35, 10)$.

Начало координат взято на 1 см от правого края

Решение:

1) Чтобы прямая проецировалась без искажения, она должна быть параллельна какой-либо плоскости проекций, т.е. одна из ее проекций должна быть параллельна оси ОХ.

2) Вращением вокруг оси $i_1 \perp \Pi_2$ фронтальную проекцию прямой B_2C_2 повернем в положение, параллельное оси ОХ.

$$C_2 \equiv i_2, \quad B_2^*C_2' \parallel OX,$$

3) Определив новое положение точки В, $B_1B_1^* \parallel OX$, отметим, что

$B_1^*C_1$ - натуральная величина.

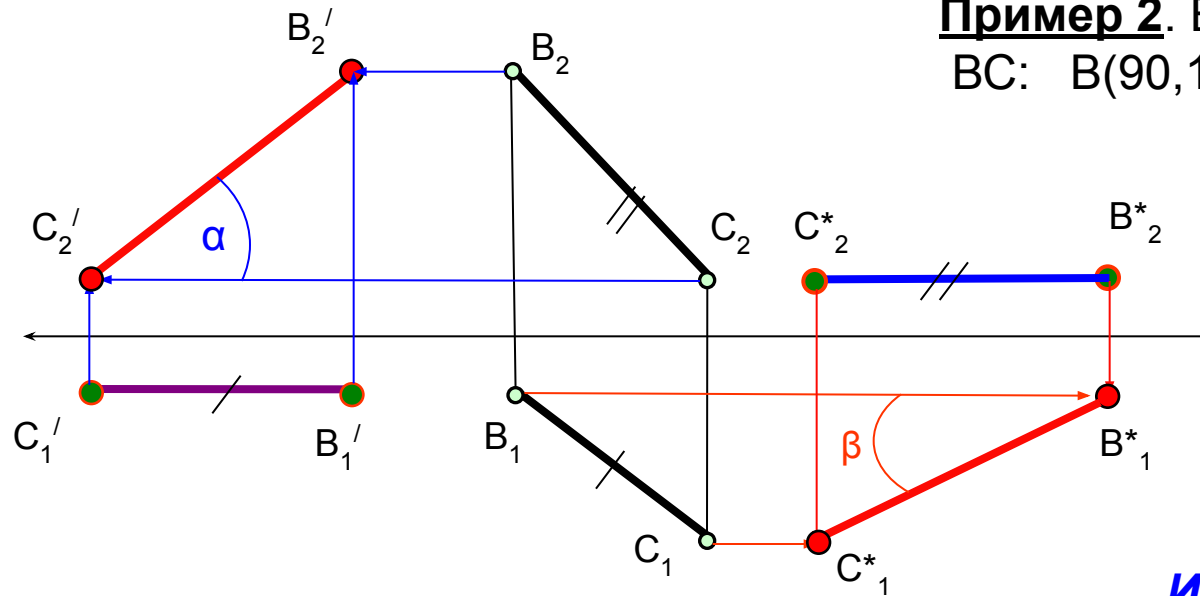
$$\angle B_1B_1^*C_1 = \beta.$$

4) Аналогично найдем угол α .

2.2 Плоскопараллельное перемещение

(вращение без указания оси)

При вращении геометрического образа без указания оси его проекция на плоскости, перпендикулярной оси вращения, сохраняет свою величину и форму. Вторая проекция точек геометрического образа перемещается по прямым, перпендикулярным проекции оси вращения (т.е. параллельно оси OX). Это позволяет плоско параллельно перемещать данный объект на свободное поле чертежа.



Пример 2. Возьмем ту же прямую BC : $B(90,10,50)$, $C(60,35,10)$

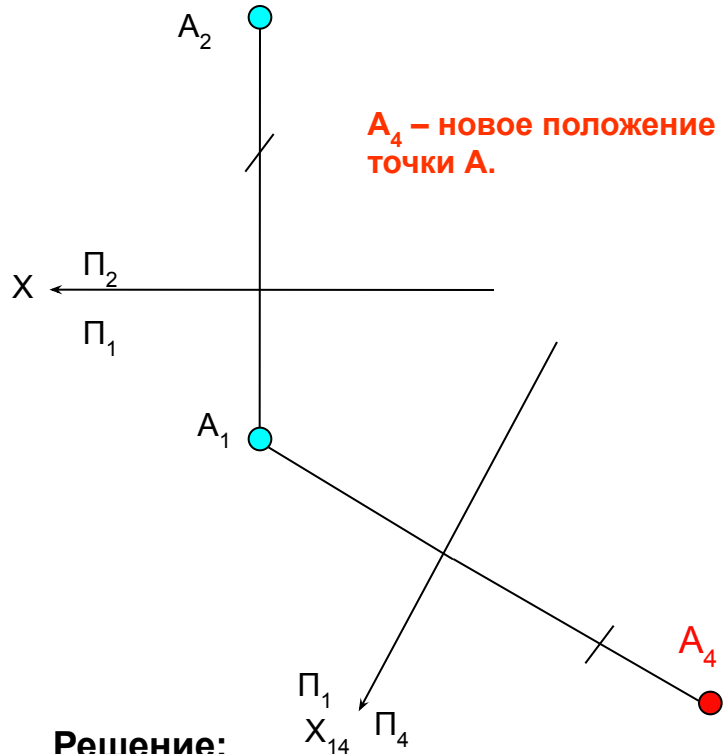
*Измерим $C_1^*B_1^*$ и убедимся, что отрезок равен отрезку $B_2^*C_2^*$ и равен длине отрезка BC .*

3. Замена плоскостей проекций

Положение новых осей проекций выбирается исходя из условия задачи. Разберем пример.

Пример 3: Определить длину прямой AB , если $A(60,30,15)$, $B(20,10,35)$.

A_4 – новое положение точки A .

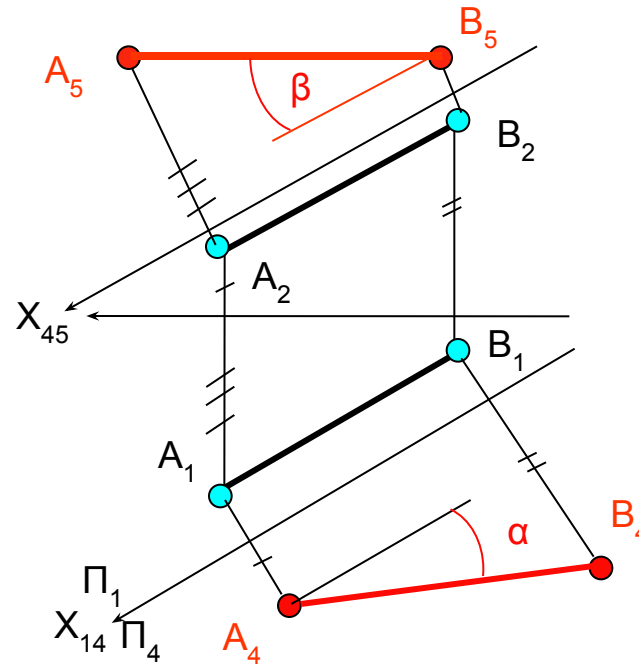


Решение:

1) Проведем дополнительную ось проекций OX_{14} , которая определяет на чертеже новую систему плоскостей проекций Π_1/Π_4 .

2) Проекция A_4 точки A на новую плоскость Π_4 находится по линии связи, перпендикулярной новой оси OX_{14} на расстоянии Z_a от нее.

3) Величина Z_a определяется из основной системы плоскостей проекций.



Отметим, что в новой системе плоскостей проекций Π_1/Π_4 прямая AB – фронталь.

Решение:

1) Исходя из условия задачи, новую плоскость Π_4 , а значит новую ось X_{14} выбираем параллельно одной из проекций прямой. $X_{14} \parallel A_1B_1$.

2) По линии проекционной связи откладываем от оси X_{14} расстояние Z_a и Z_b и находим проекции точек A_4 и B_4 .

3) Проекция A_4B_4 – натуральная величина отрезка AB .

Угол α наклона прямой AB к горизонтальной плоскости проекций Π_1 определяется также на новой плоскости проекций Π_4 .

4) Для нахождения угла β новую ось нужно провести параллельно A_2B_2 .