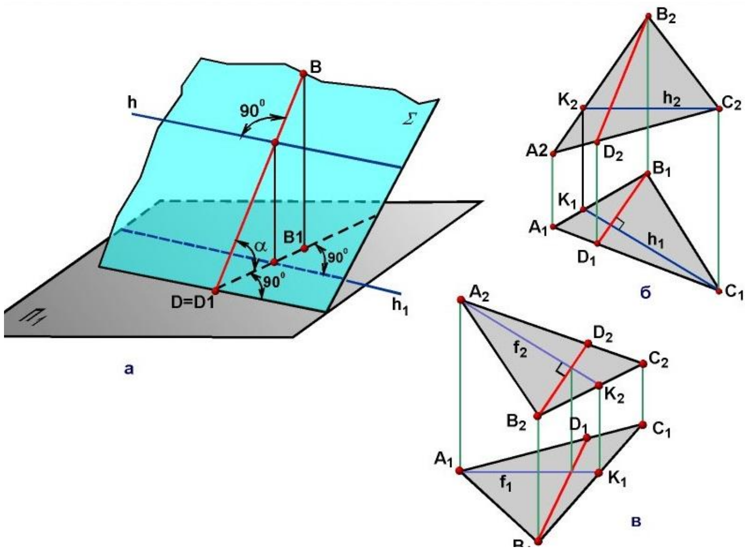
Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н.Ельцина

Институт фундаментального образования

Кафедра “Инженерная графика”

Раздел: Начертательная геометрия



Тема 3.
Ортогональные проекции плоскости.
Относительное положение плоскостей

Лектор: Стриганова Лариса Юрьевна
доцент кафедры ИГ

Цель и задачи занятия

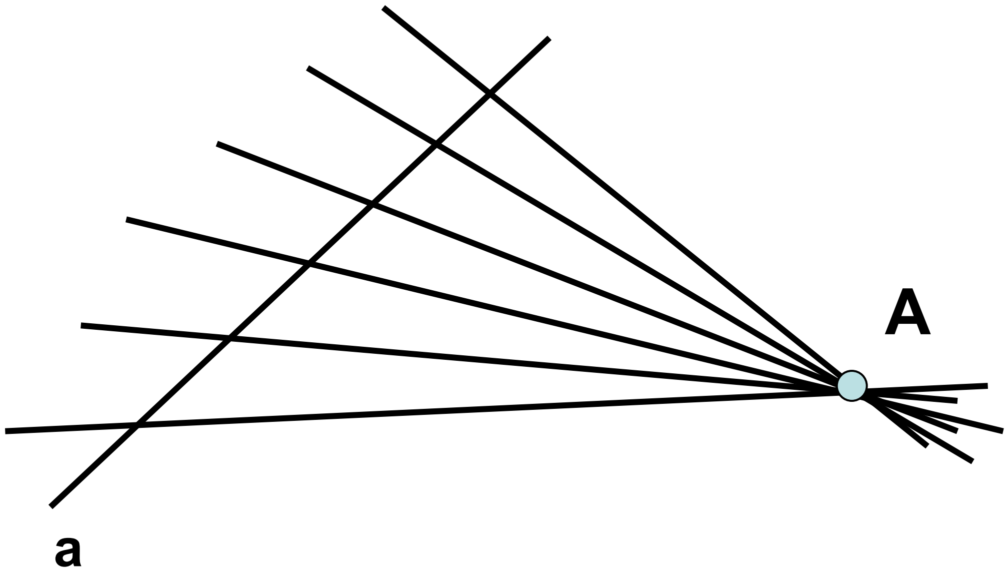
- Определить графические способы задания плоскости на эпюре
- Рассмотреть особенности плоскостей общего и частного положений в пространстве и на ортогональном чертеже

В результате изучения темы Вы будете знать:

- Способы задания плоскости
- Понятие «Следы плоскости»
- Классификацию плоскостей общего и частного положений
- Особые линии плоскости
- Относительное положение прямой и плоскости
- Относительное положение плоскостей

Ортогональные проекции плоскости

ПЛОСКОСТЬ – множество положений прямой линии, проходящей через одну точку пространства и пересекающих вне ее прямую линию



СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПЛОСКОСТИ

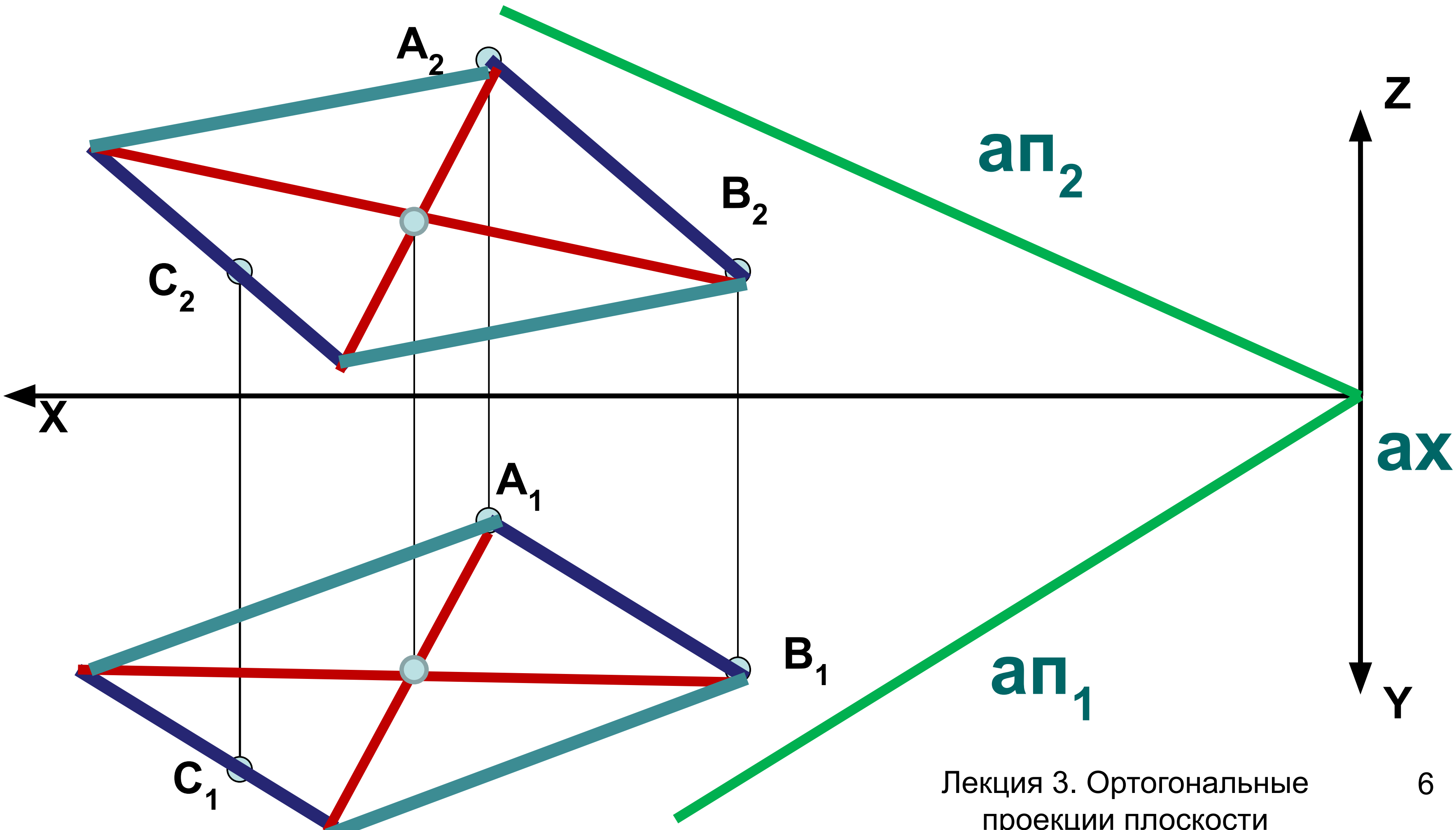
1. Аналитический способ

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

2. Графические способы

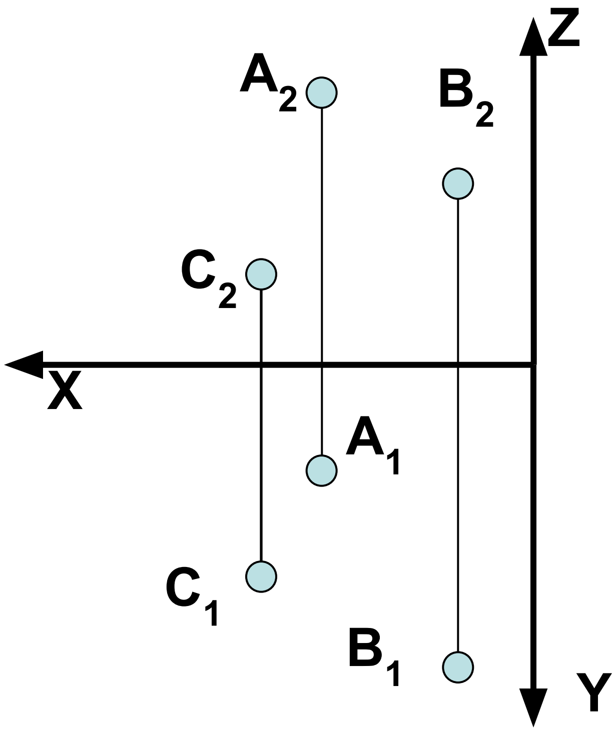
Графические способы задания плоскости

Существуют 6 способов задания плоскости на эпюре, каждый из которых последовательно переходит один в другой

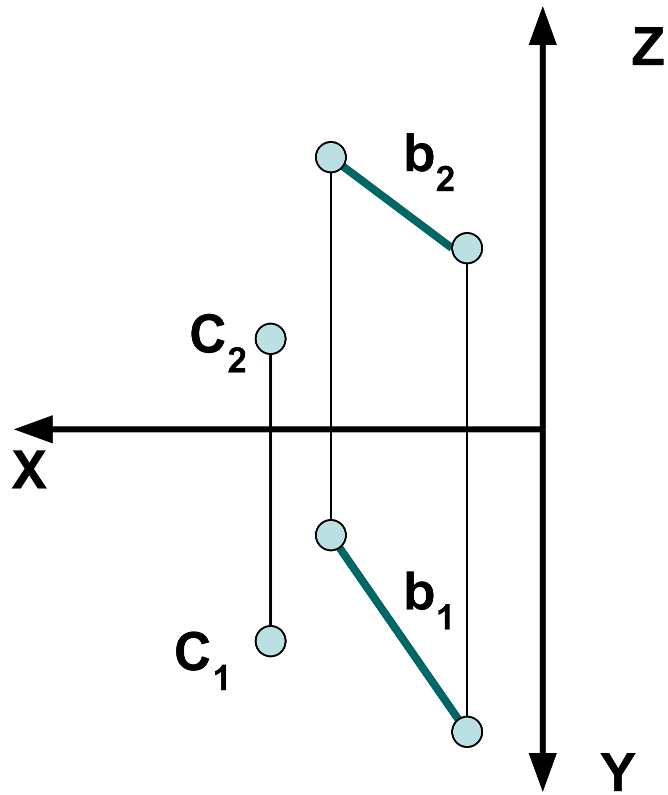


Графические способы задания плоскости

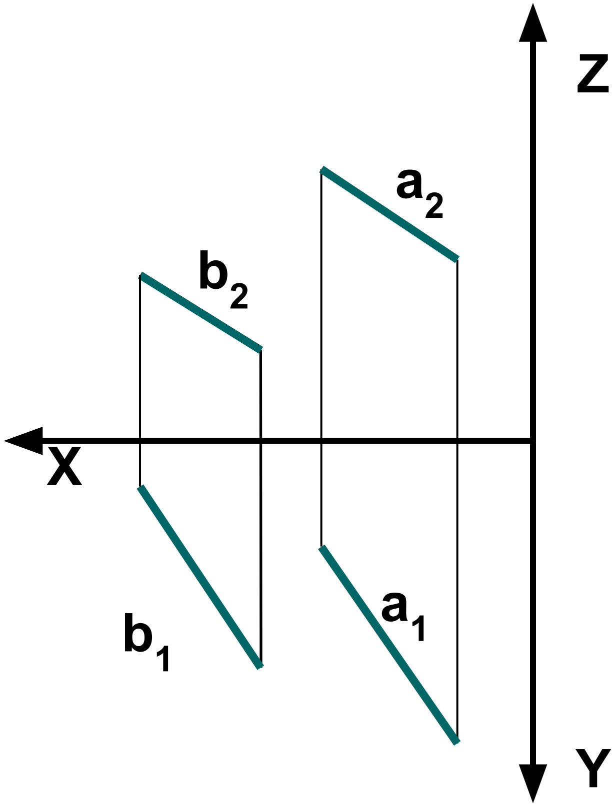
1.Три точки не принадлежащие одной прямой



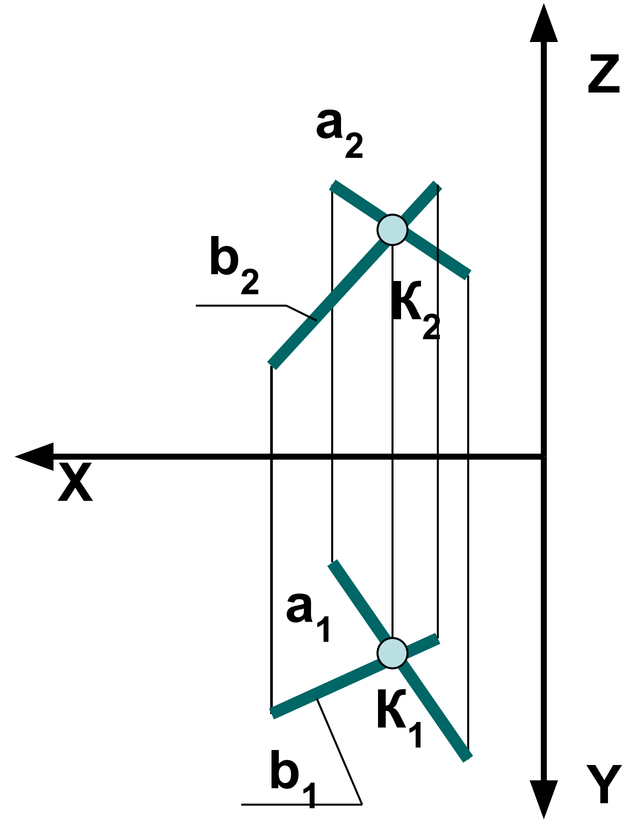
2. Прямая и точка вне этой прямой



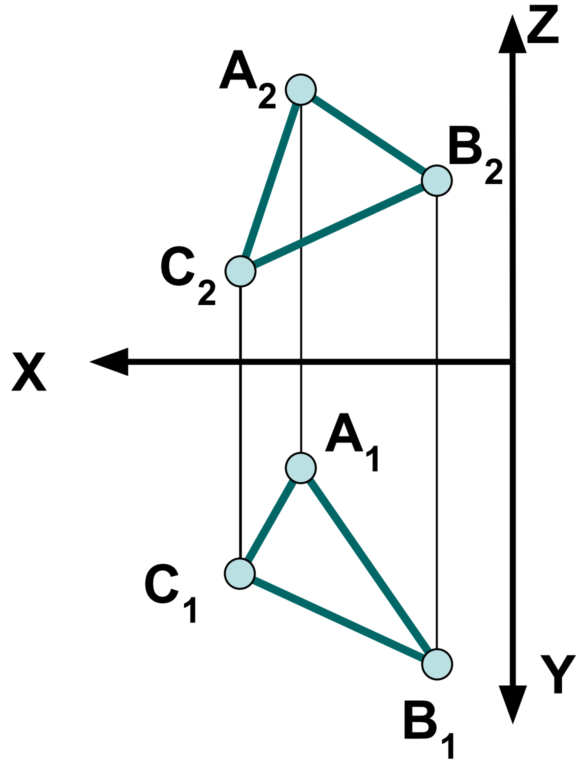
3. Параллельные прямые



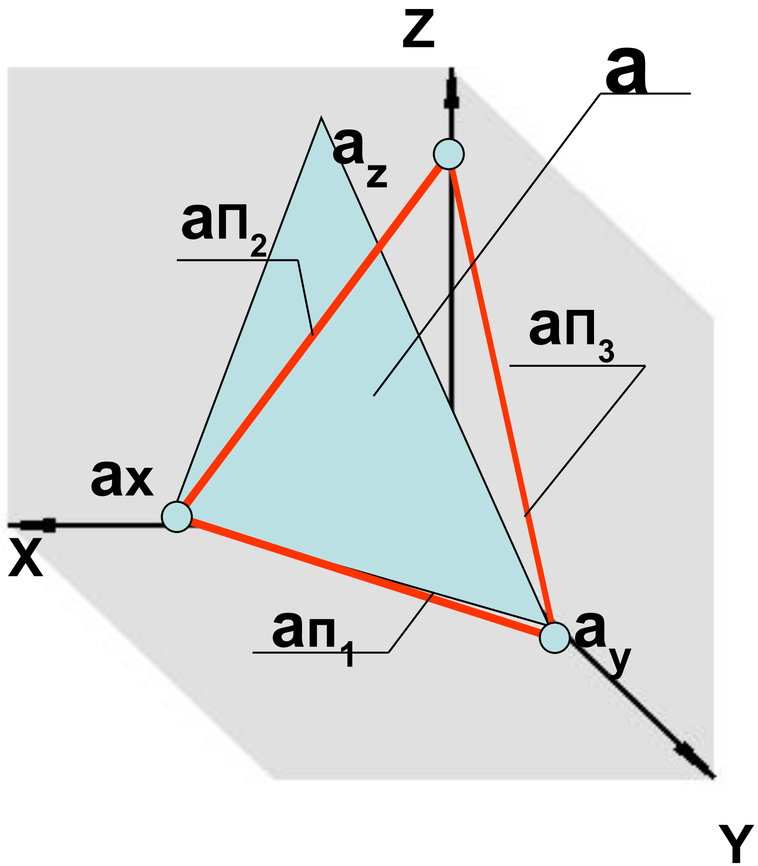
4. Пересекающиеся прямые



5. Плоская фигура



6. Следы плоскости – линии пересечения данной плоскости с плоскостями проекций



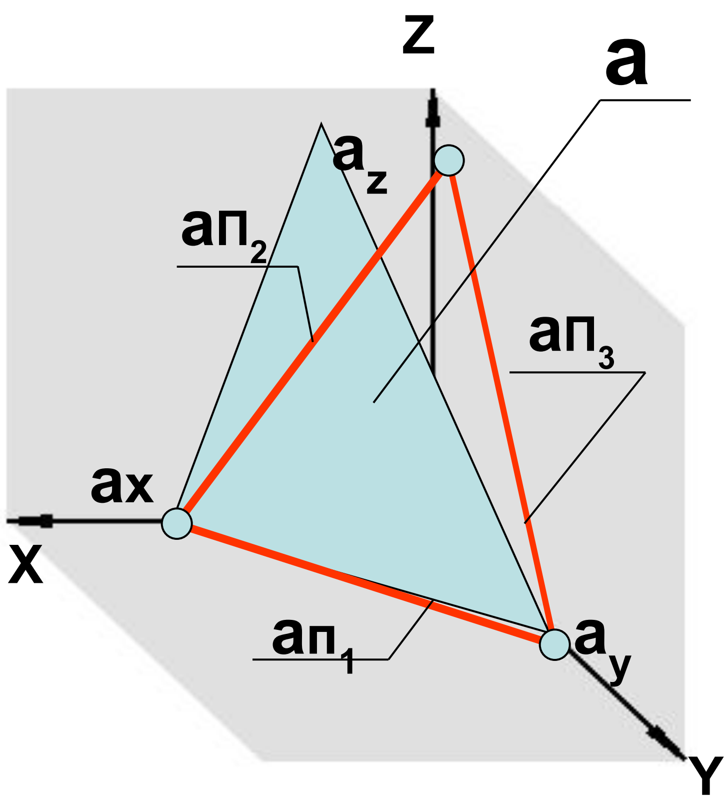
a-плоскость;

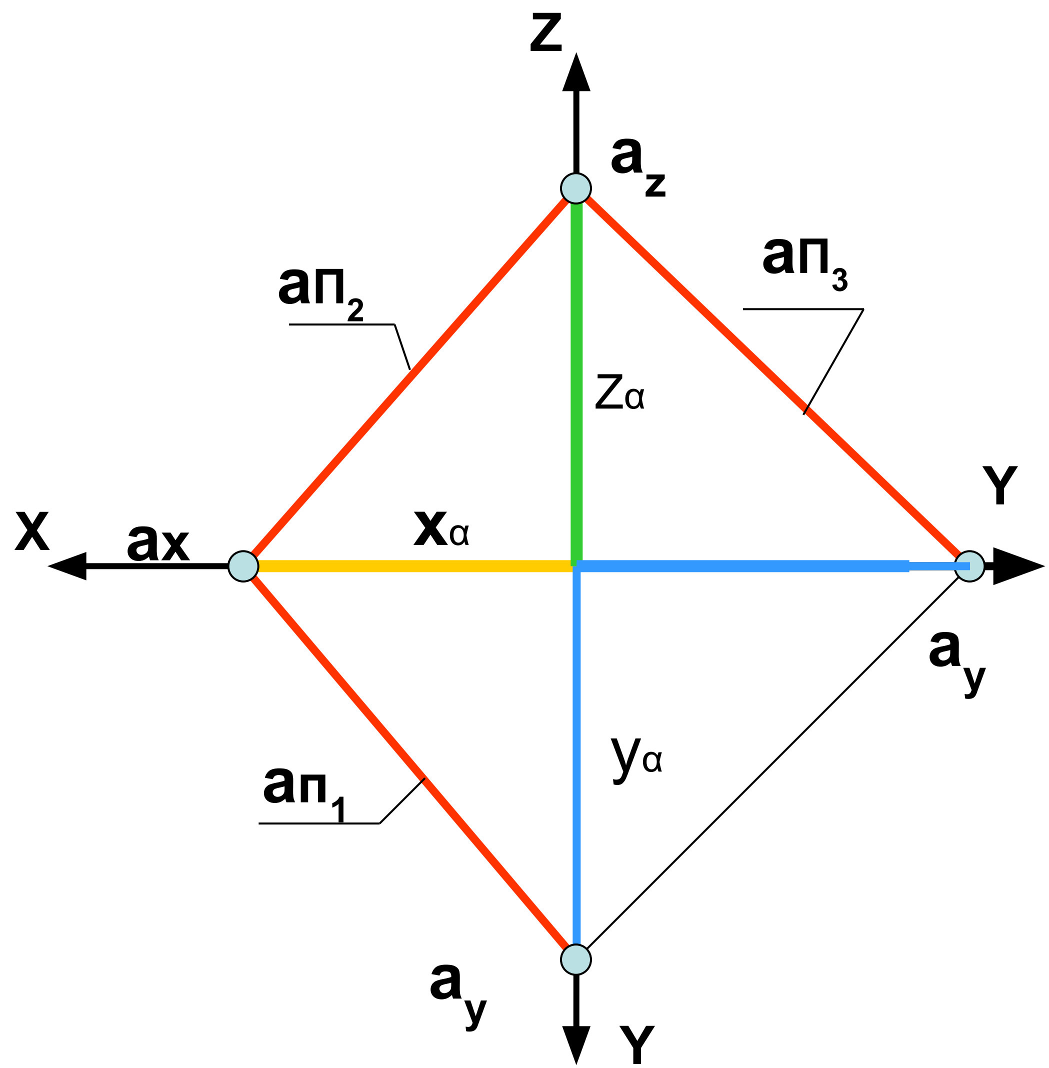
$a\text{п}_1$ - горизонтальный след плоскости **a**;

$a\text{п}_2$ - фронтальный след плоскости **a**;

$a\text{п}_3$ - профильный след плоскости **a**;

ax, ay, az - точки схода следов


z
a
a_z
$aп_2$
$aп_3$
ax
X
$aп_1$
a_y
Y


Z
a_z
$aп_2$
$aп_3$
Zα
Y
X
ax
xα
a_y
$aп_1$
yα
a_y
Y

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ

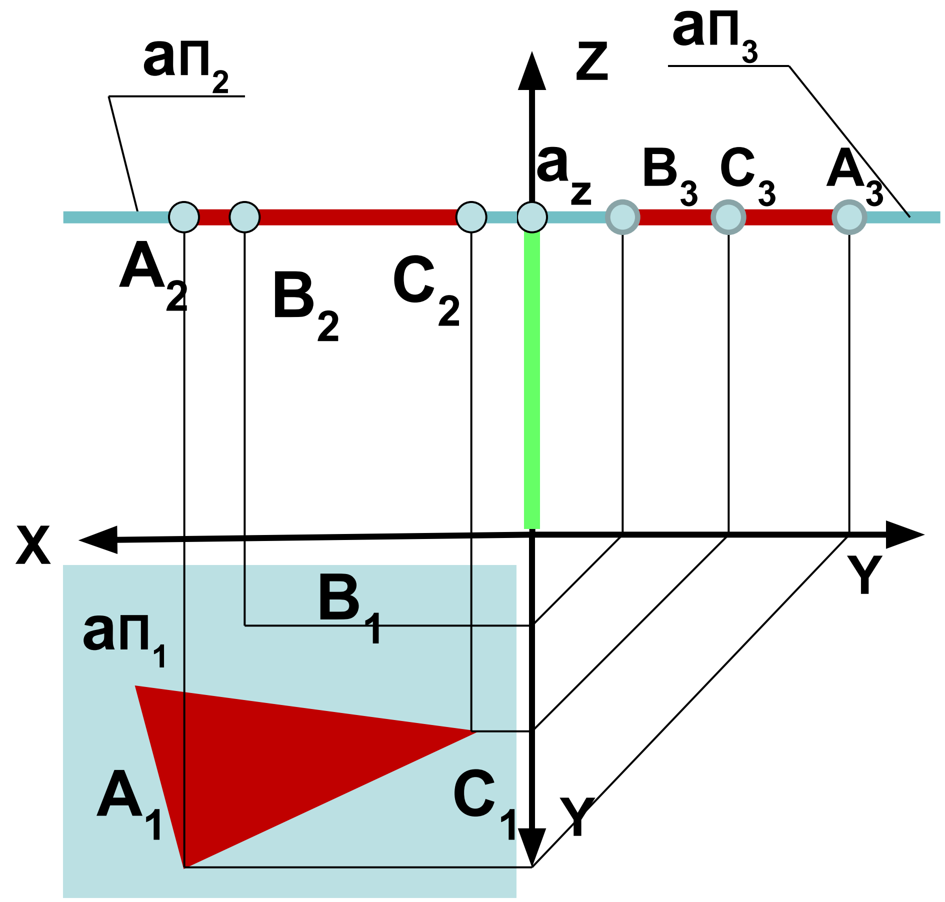
1. Относительно плоскостей проекций плоскости в пространстве занимают:
   - общее положение
   - частное положение

2. Плоскости частного положения подразделяют на
   - плоскости параллельные плоскостям проекций – **плоскости уровня**
   - плоскости перпендикулярные плоскостям проекций – **плоскости проецирующие**

ПЛОСКОСТИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

1. Плоскости уровня – параллельные плоскостям проекций

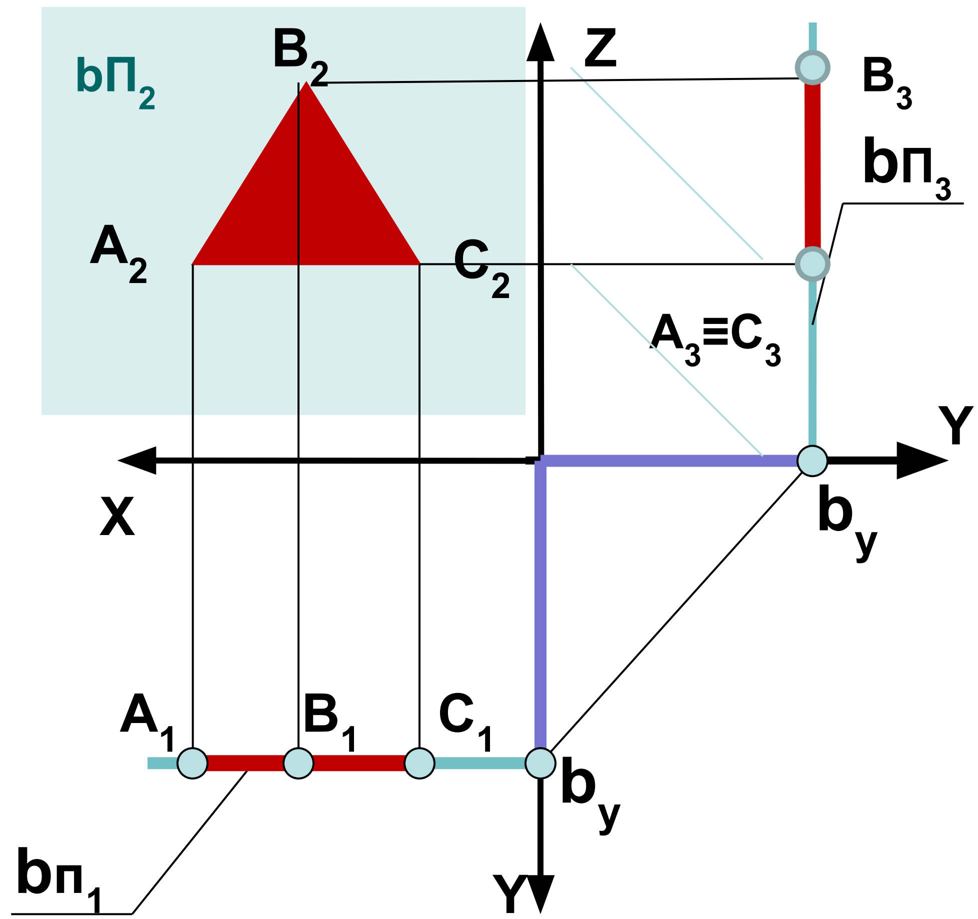
Горизонтальная плоскость уровня α‖ $П_1$



ΔABC □□; $|ABC|=|A_1B_1C_1|$

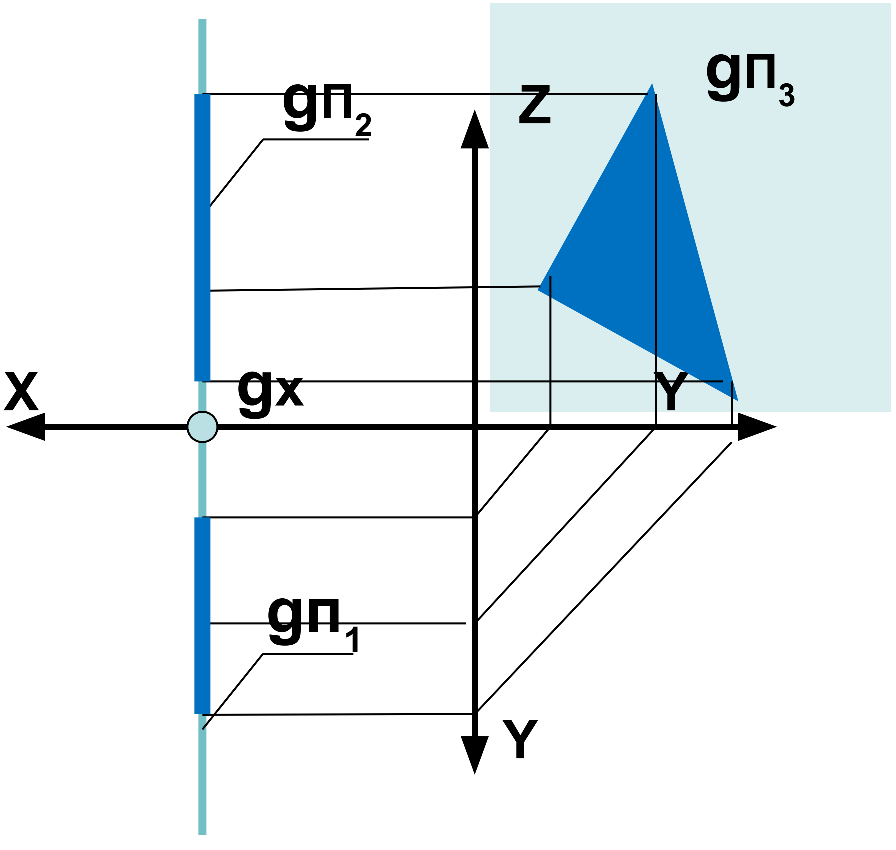
проекции плоскости

Фронтальная плоскость уровня bl l $П_2$



ΔABC□□; lABCl=l$A_2B_2C_2$l

Профильная плоскость уровня П$_3$



Особенности чертежа плоскостей уровня

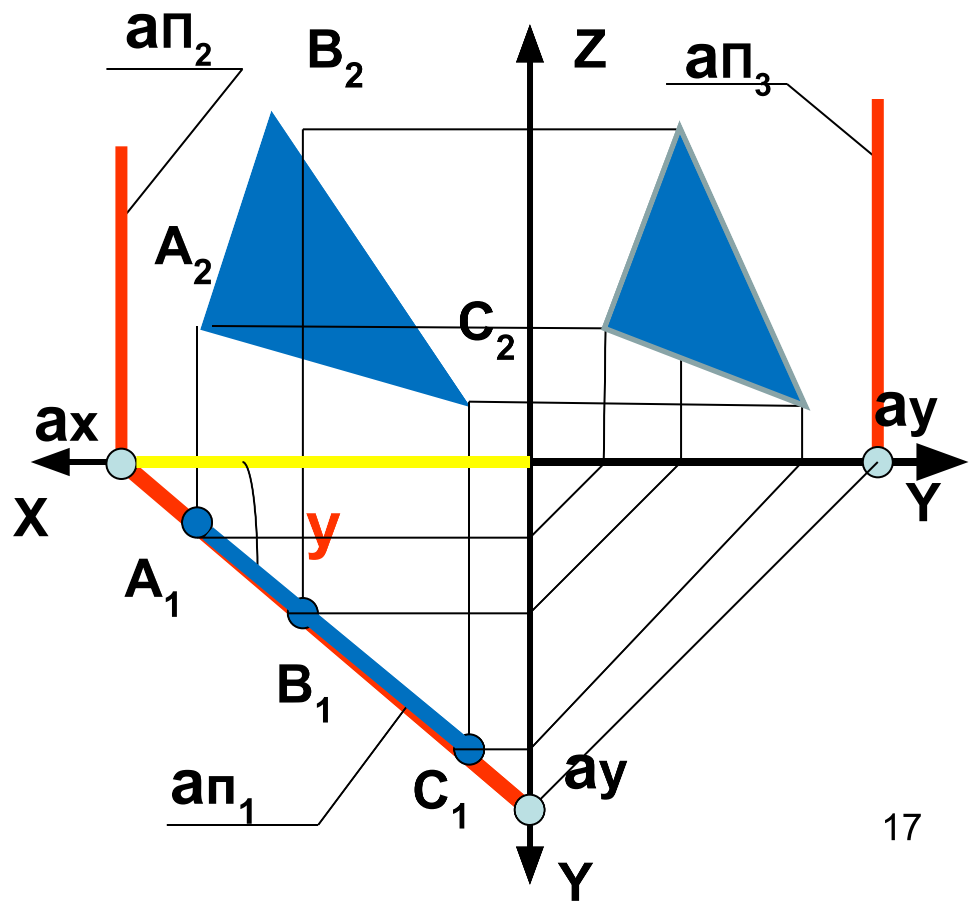
- Фигуры принадлежащие плоскостям уровня проецируются в натуральную величину на параллельную плоскость проекций

- На другие плоскости проекций фигуры принадлежащие плоскостям уровня проецируются в прямую линию

2. Проецирующие плоскости - перпендикулярные плоскостям проекций

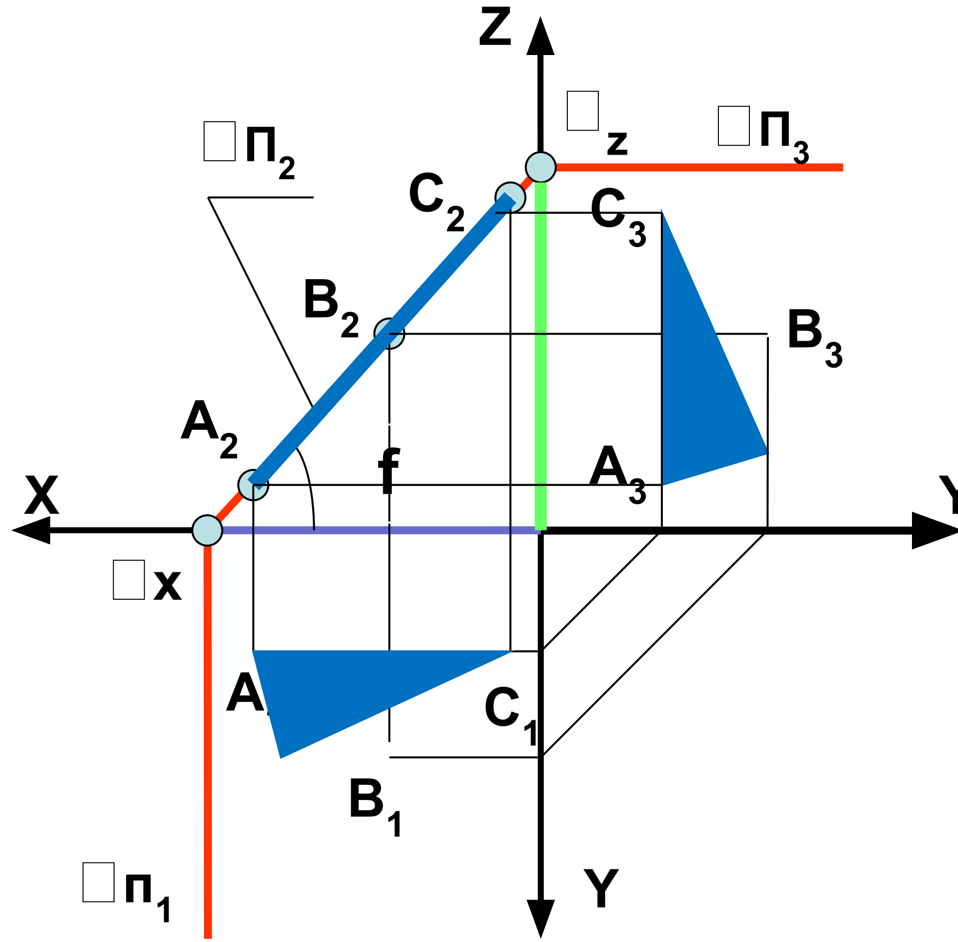
Горизонтально проецирующая плоскость □⊥П₁

ΔABC□□



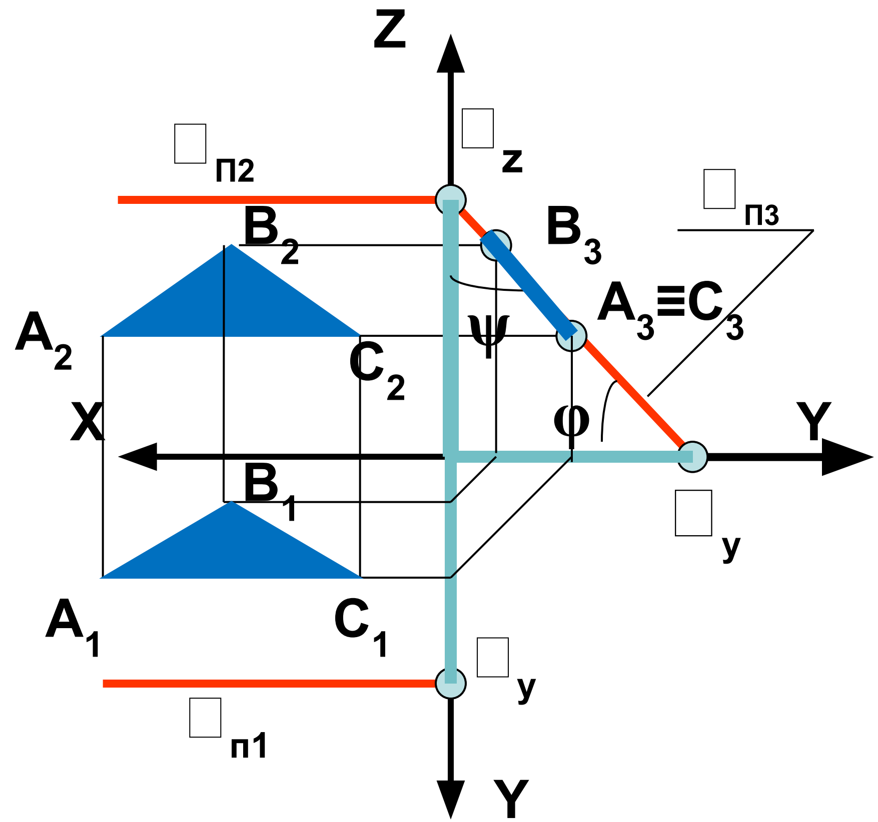
Фронтально проецирующая плоскость □ $\perp \Pi_2$

ΔABC □ □



Профильно проецирующая плоскость □ $\perp \Pi_3$

ΔABC □ □



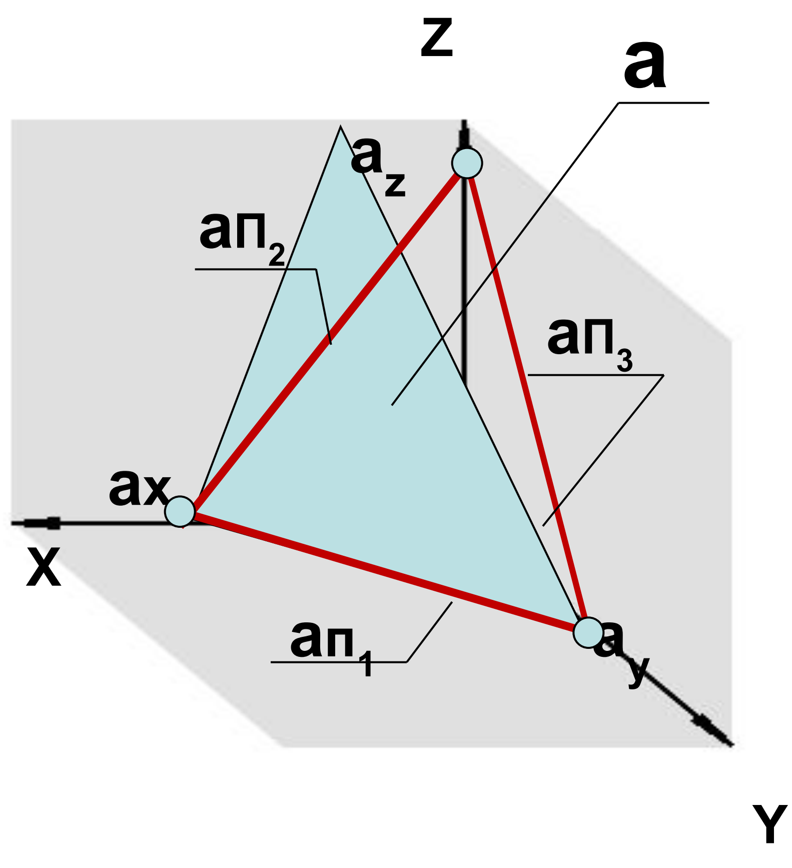
Особенности чертежа проецирующих плоскостей

- Фигуры принадлежащие проецирующим плоскостям проецируются в прямую линию на перпендикулярную плоскость проекций (вырожденная проекция)

- Угол между заданной плоскостью и плоскостью проекций равен углу наклона между вырожденной проекцией и осями координат

Ортогональные проекции плоскости общего положения

• Плоскость общего положения не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций



Принадлежность точки и прямой линии плоскости

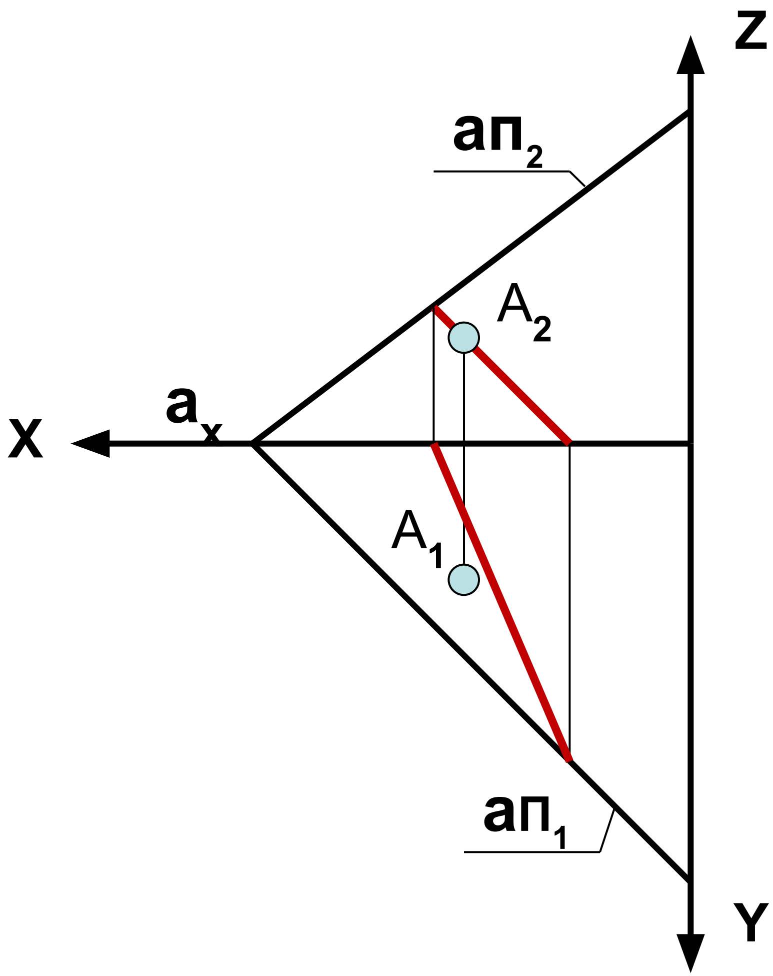
1. Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой в этой плоскости

2. Прямая принадлежит плоскости если она проходит:

   а) через две точки этой плоскости;

   б) через точку плоскости параллельно какой-либо прямой в этой плоскости

Принадлежит ли точка А плоскости а?



точка А плоскости а

не принадлежит, т.к. точка не принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости

ОСОБЫЕ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

1. **Линии уровня плоскости** – линии параллельные плоскостям проекций и принадлежащие данной плоскости;

2. **Линии наибольшего наклона плоскости (ЛНН)** – определяют угол наклона данной плоскости к одной из плоскостей проекций.

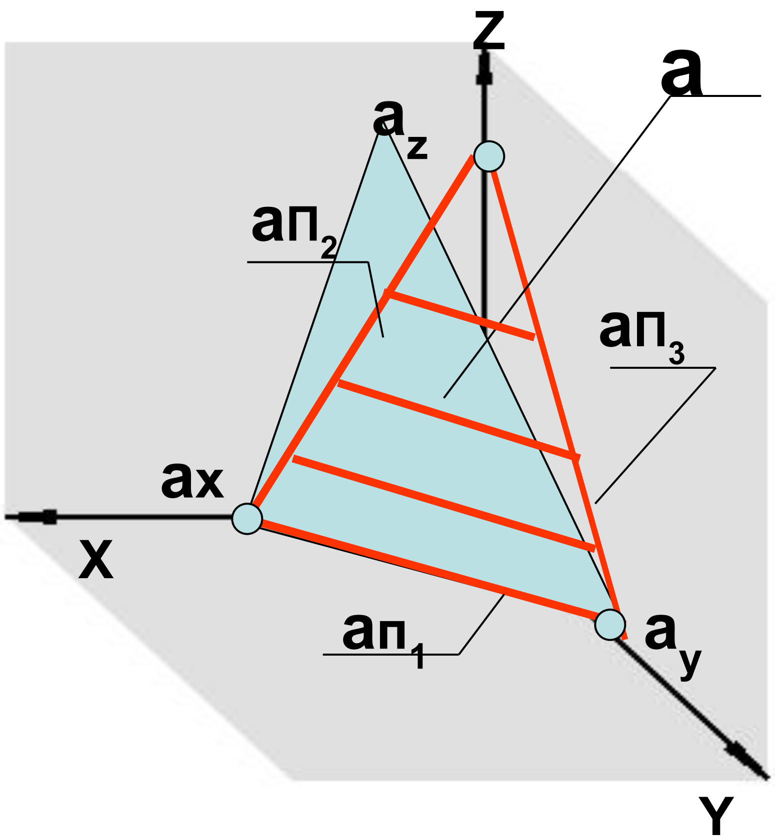
ЛНН перпендикулярны линиям уровня:

горизонтали на плоскости Π_1;

фронтали на плоскости Π_2.

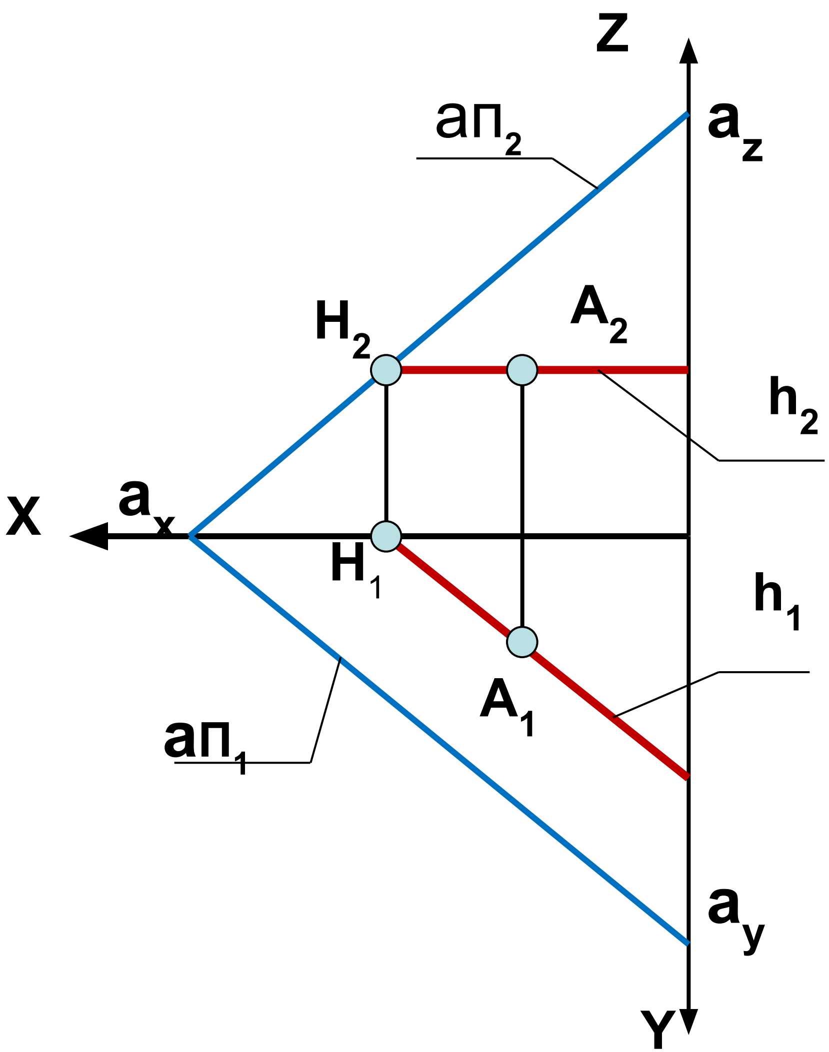
ЛИНИИ УРОВНЯ ПЛОСКОСТИ

Горизонталь плоскости



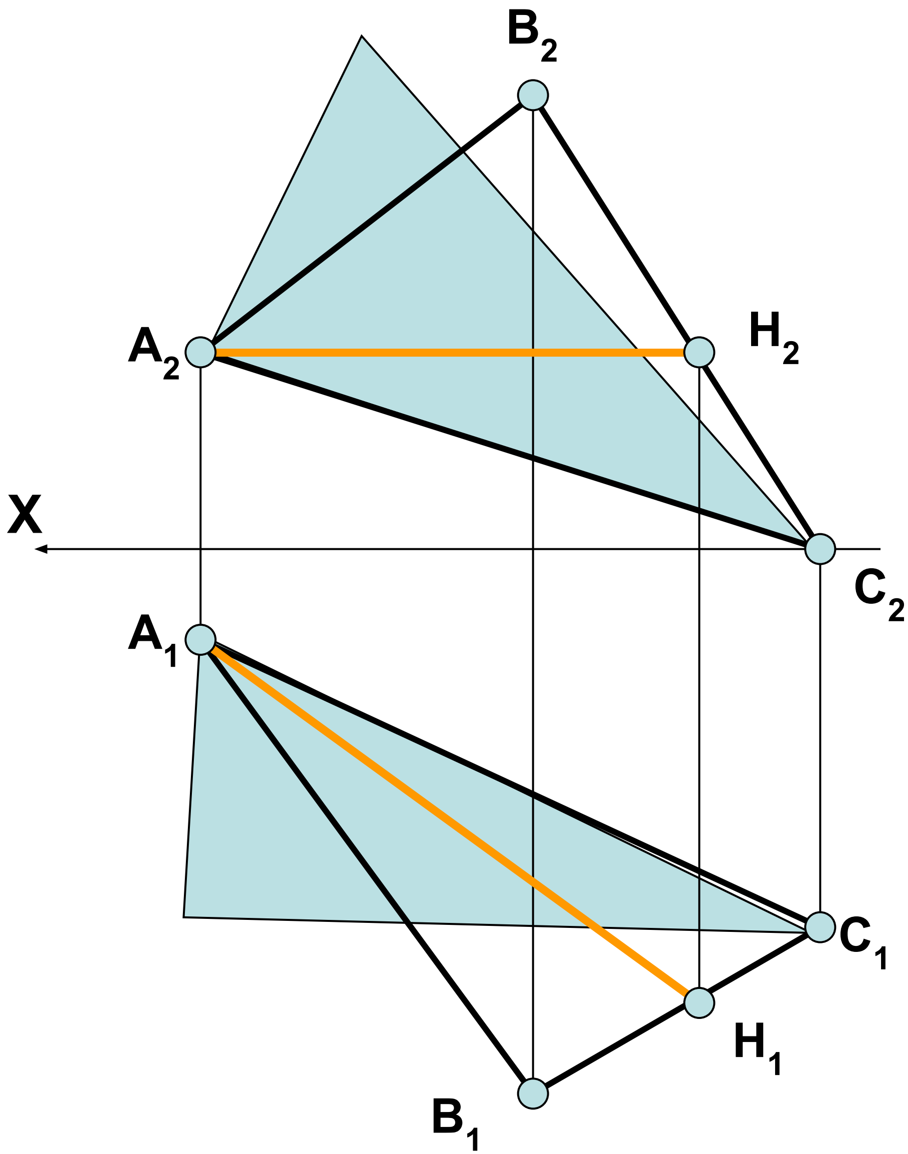
Горизонталь h принадлежит плоскости **a,** параллельна горизонтальному следу плоскости **a** и всегда параллельна горизонтальной плоскости проекций

Горизонталь плоскости □, заданной следами



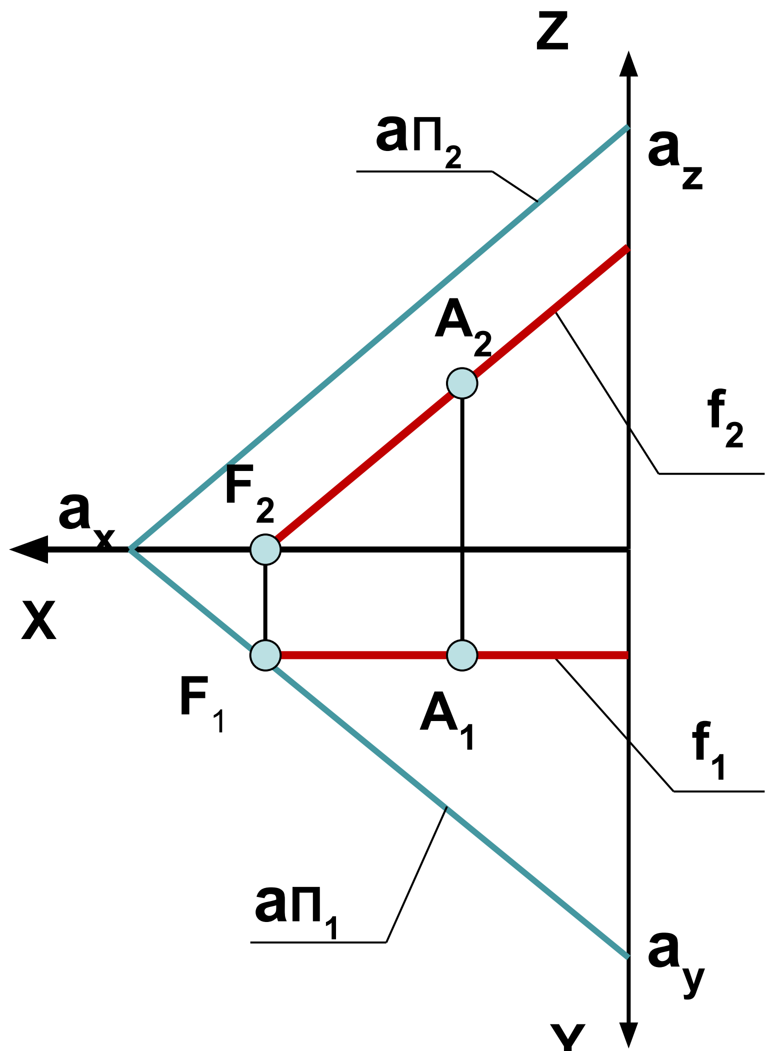
AH(h) горизонталь плоскости **a** всегда параллельна горизонтальному следу плоскости – $\square_{п1}$

Горизонталь плоскости треугольника



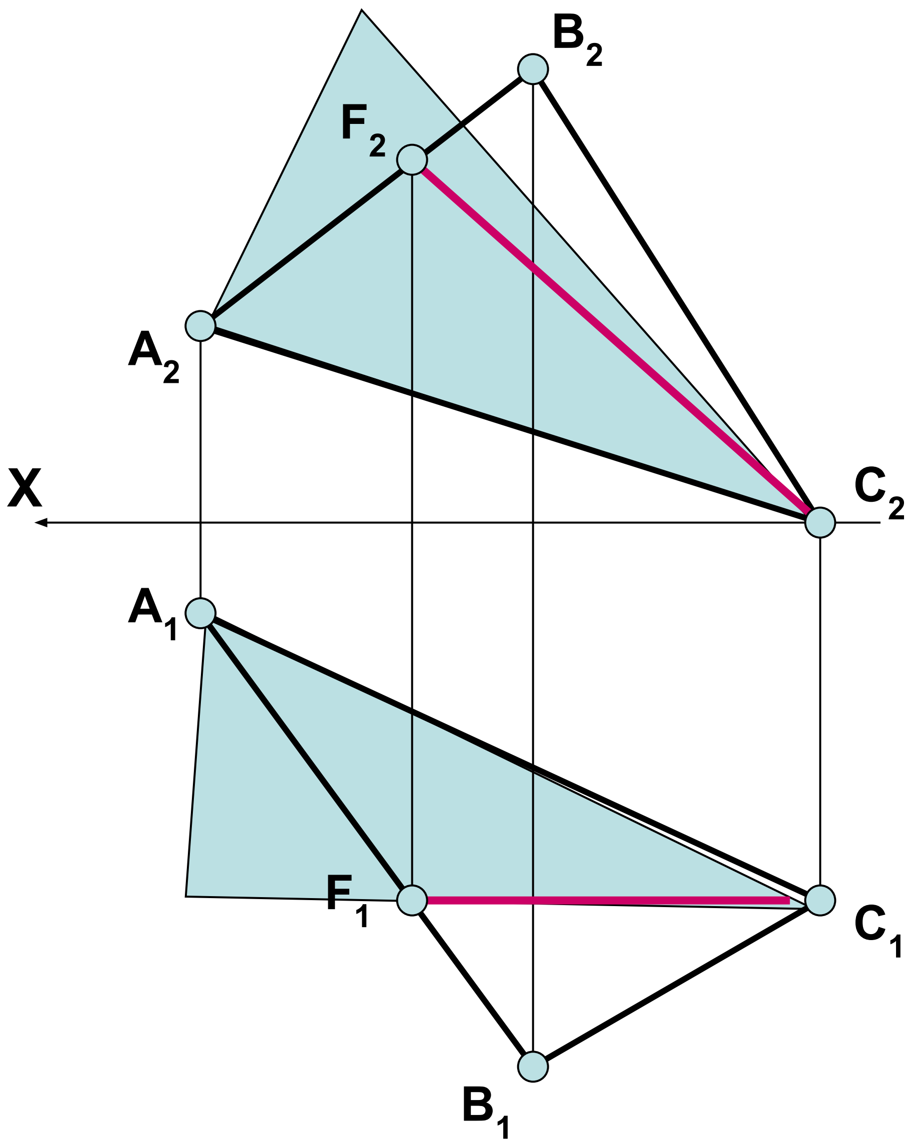
AH(h)– горизонталь **ΔABC**

Фронталь плоскости , заданной следами



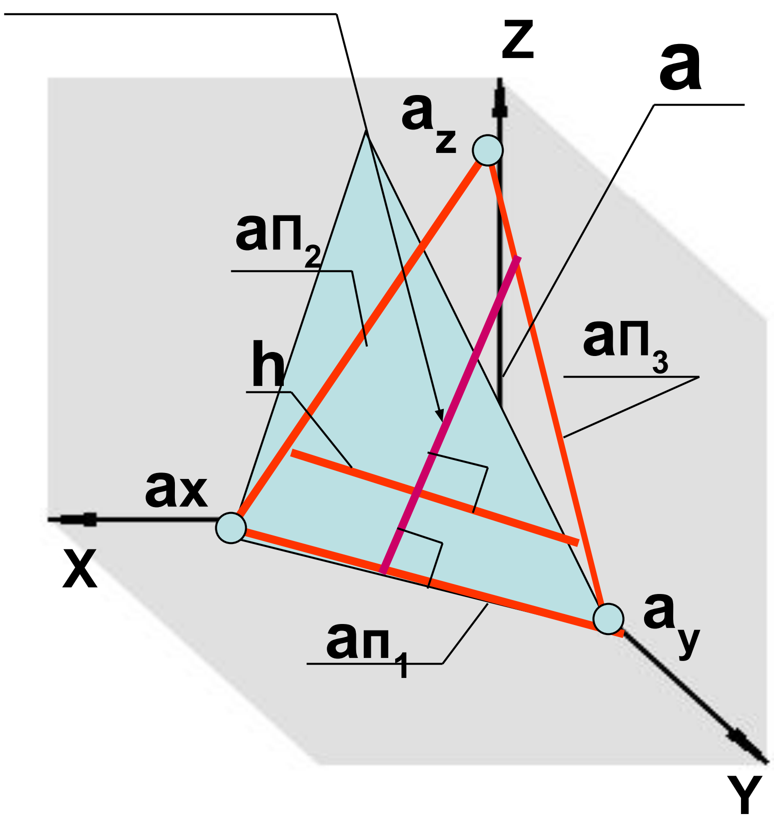
AF (f)- фронталь плоскости **a** всегда параллельна фронтальному следу плоскости $\alpha\Pi_2$

Фронталь плоскости треугольника



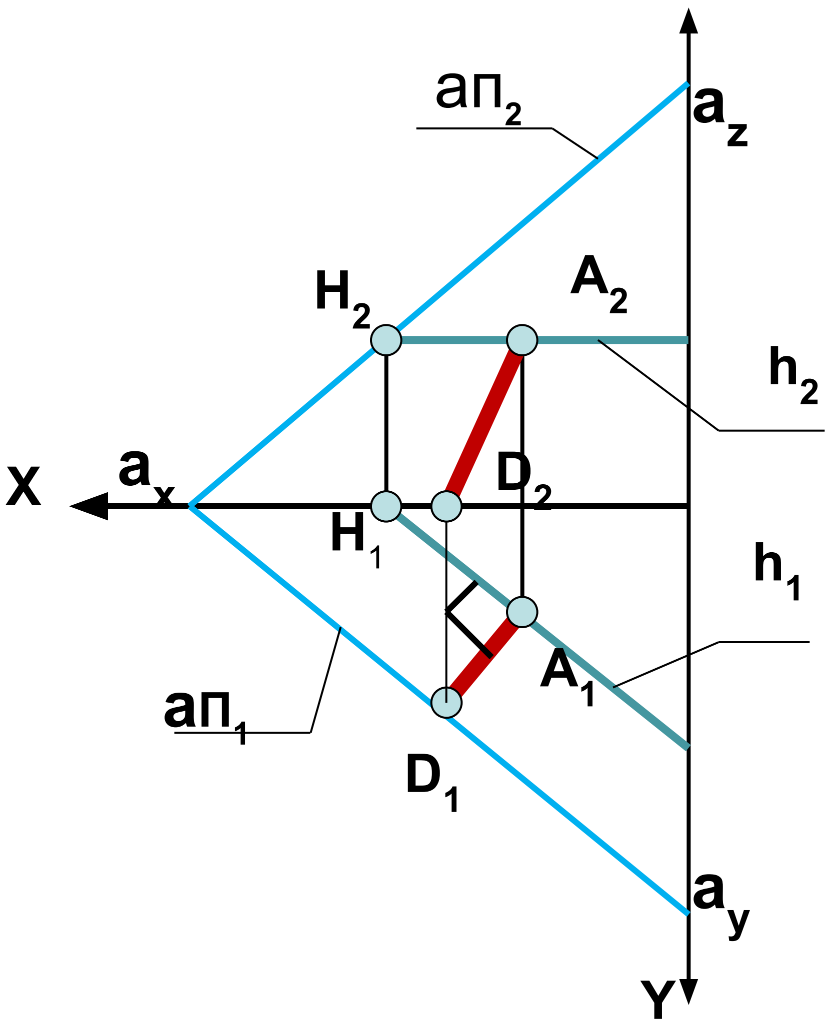
CF (f) фронталь плоскости ΔABC

Линия наибольшего наклона плоскости к плоскостям проекций (линия ската)



1. Линия наибольшего наклона плоскости α к горизонтальной плоскости проекций - линия ската плоскости α.
2. **Линия ската** $\perp \alpha_{\pi 1}$
3. **Линия ската** $\perp$ $\mathbf{h_1}$

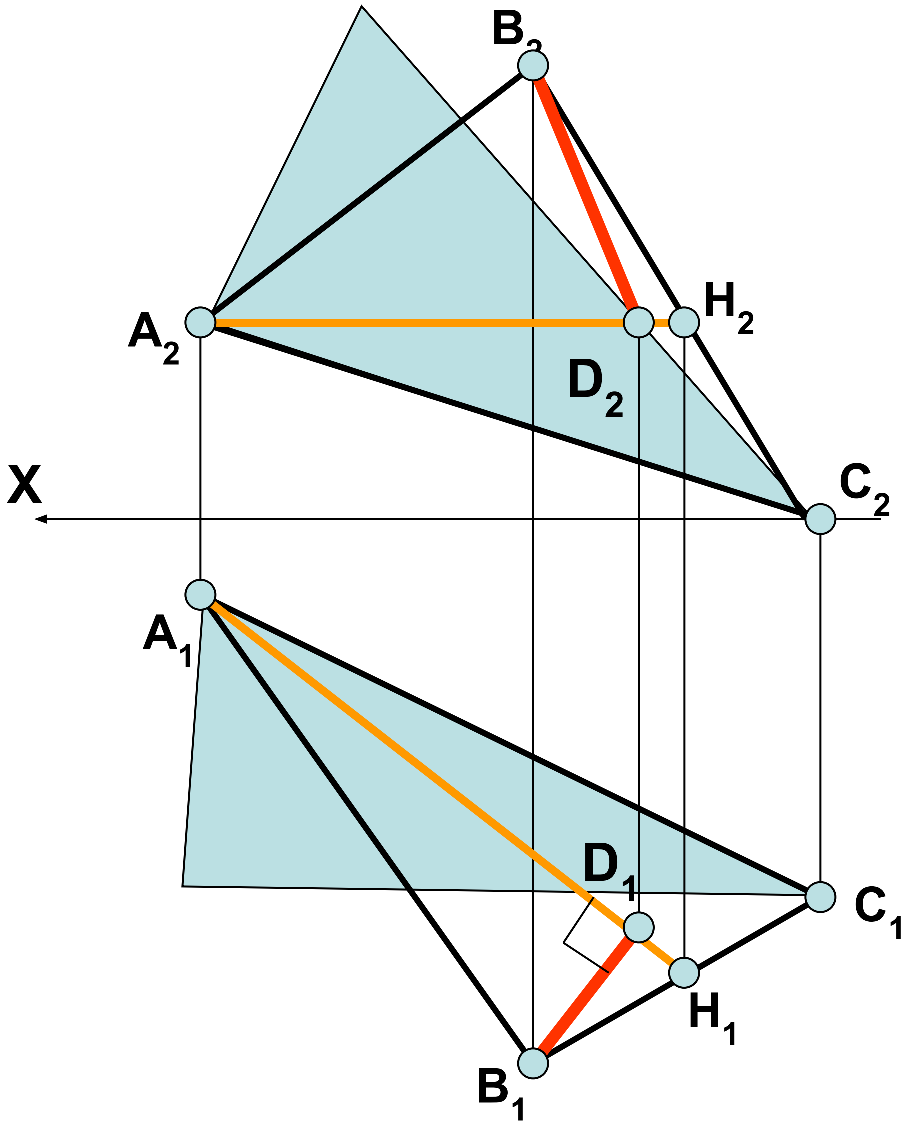
Линия ската на горизонтальной плоскости проекций перпендикулярна горизонтали плоскости



$A_1D_1 \perp A_1H_1 \parallel \Pi_1$

$A_1D_1 \perp \alpha\pi_1$

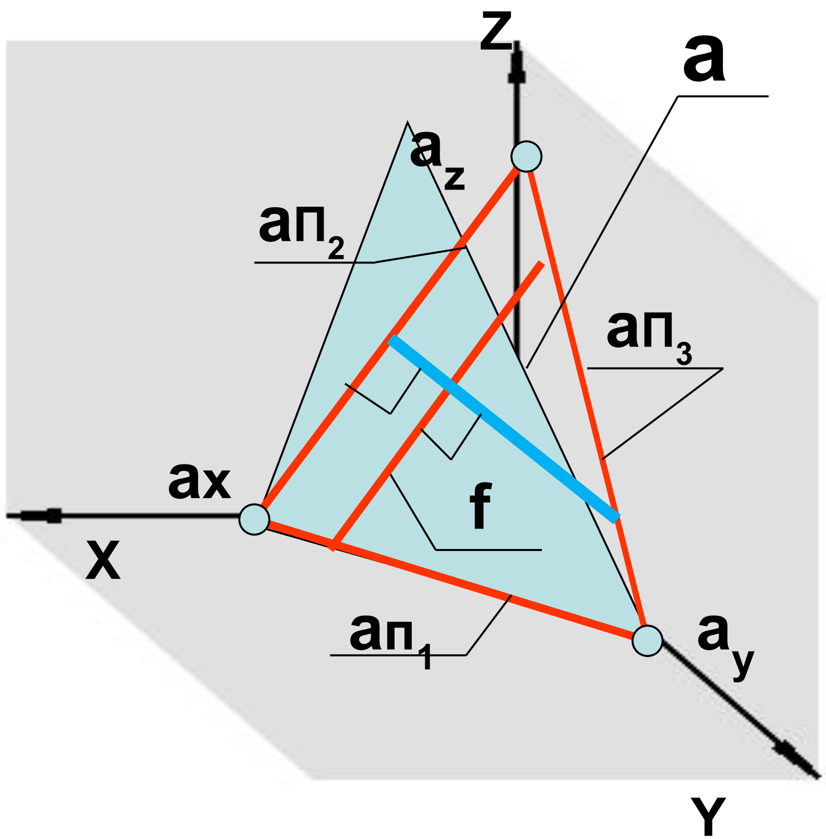
Линия ската треугольника из наивысшей точки (B) перпендикулярна горизонтали



$B_1D_1 \perp A_1H_1$

BD – линия ската треугольника

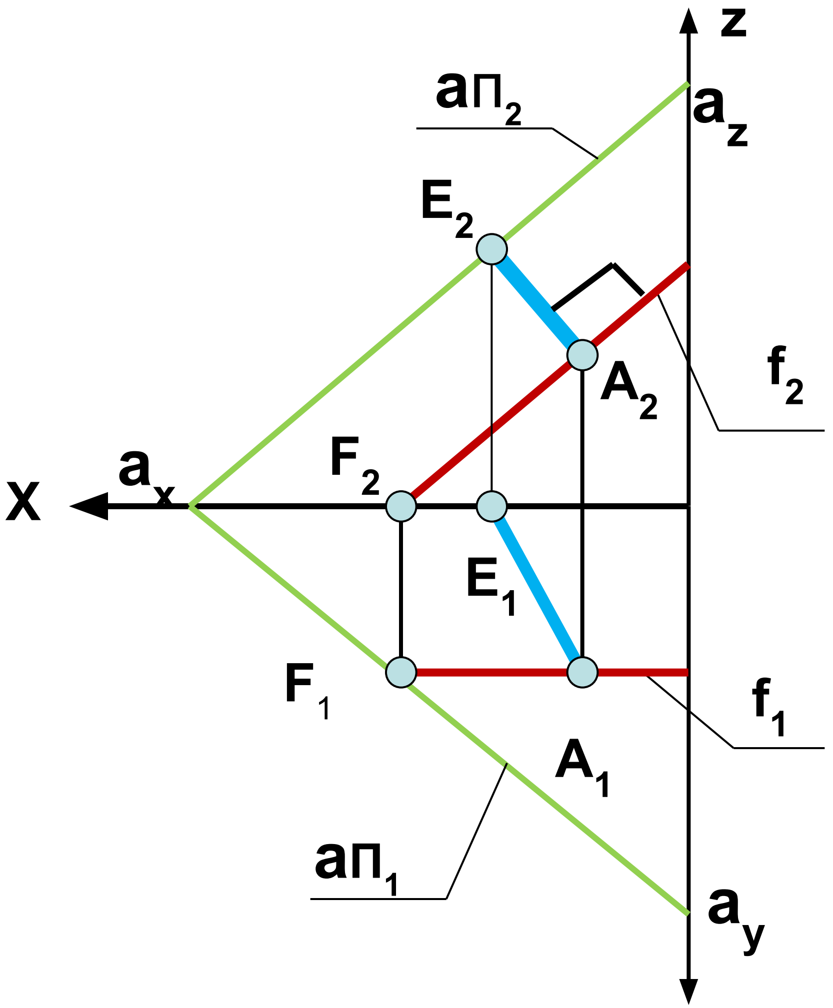
Линия наибольшего наклона плоскости α к фронтальной плоскости проекций перпендикулярна фронтали



ЛНН к $П_2 \perp \alpha_{п2}$

ЛНН к $П_2 \perp f$ II $П_2$

Линия наибольшего наклона плоскости α к фронтальной плоскости проекций перпендикулярна фронтальному следу

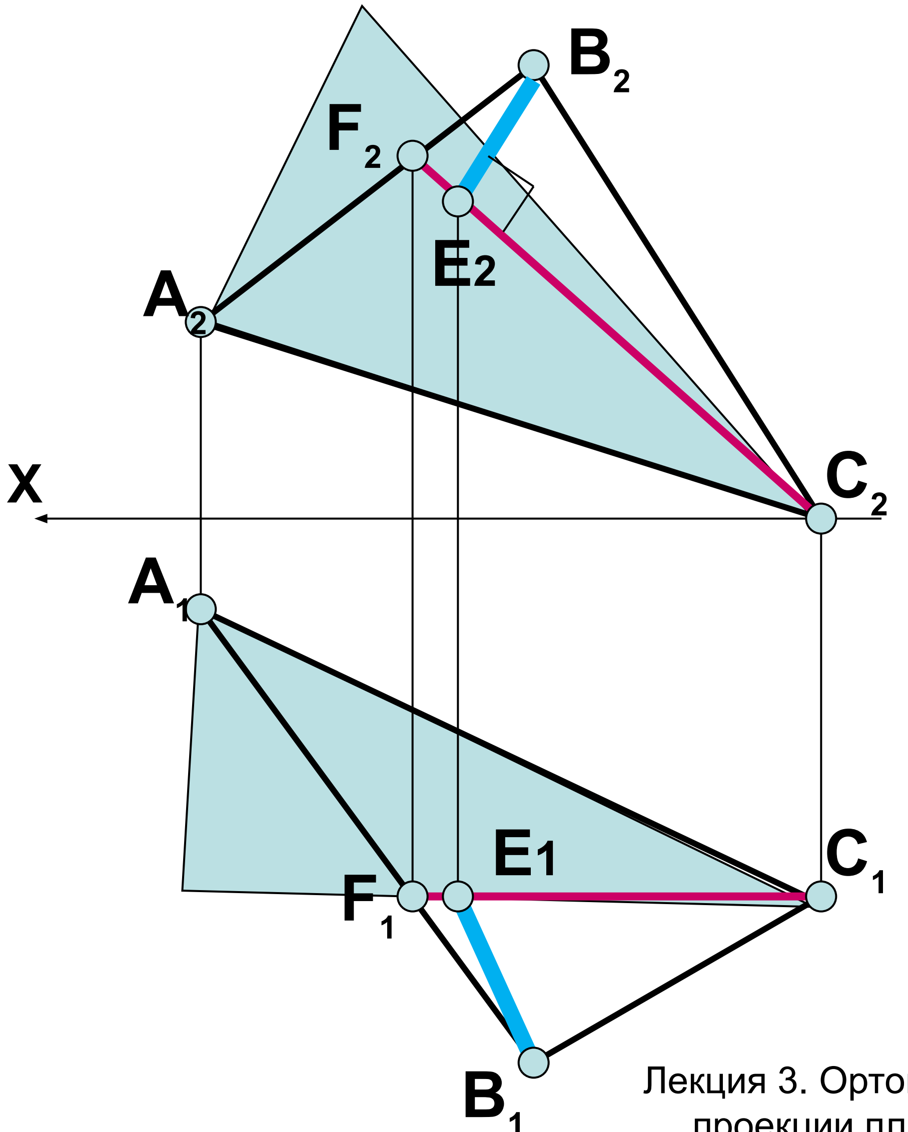


AE – ЛНН к $П_2$

$A_2E_2 \perp A_2F_2$ □□$П_2$

$A_2E_2 \perp$ □$_{п2}$

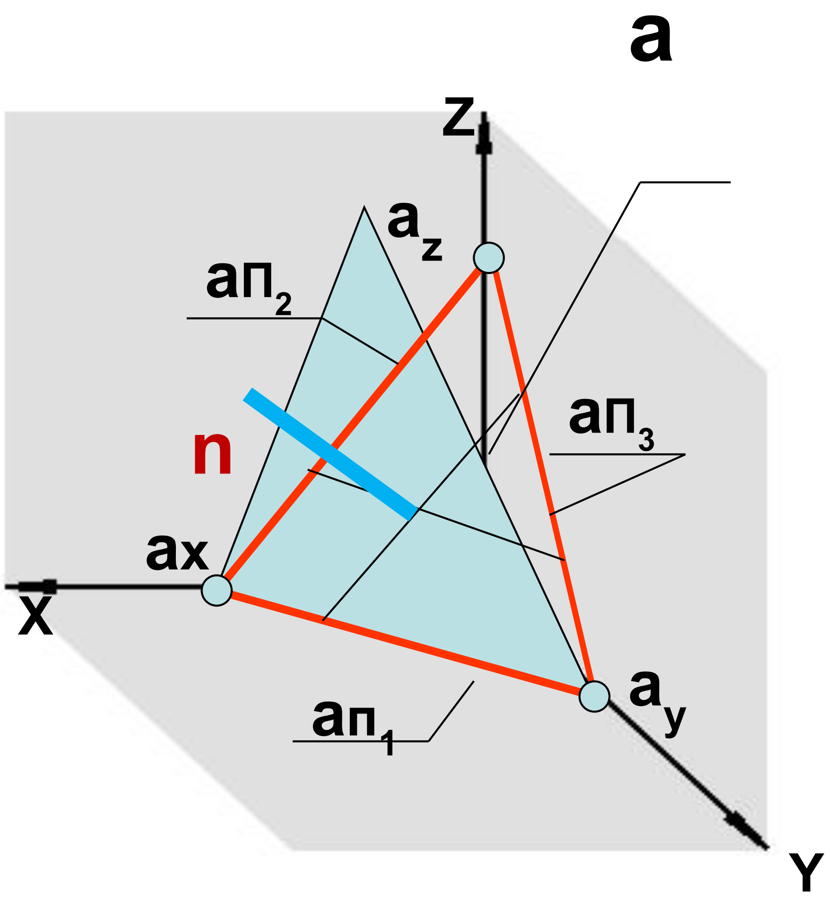
Линия наибольшего наклона (линия ската) плоскости ΔАВС к фронтальной плоскости проекций перпендикулярна фронтали



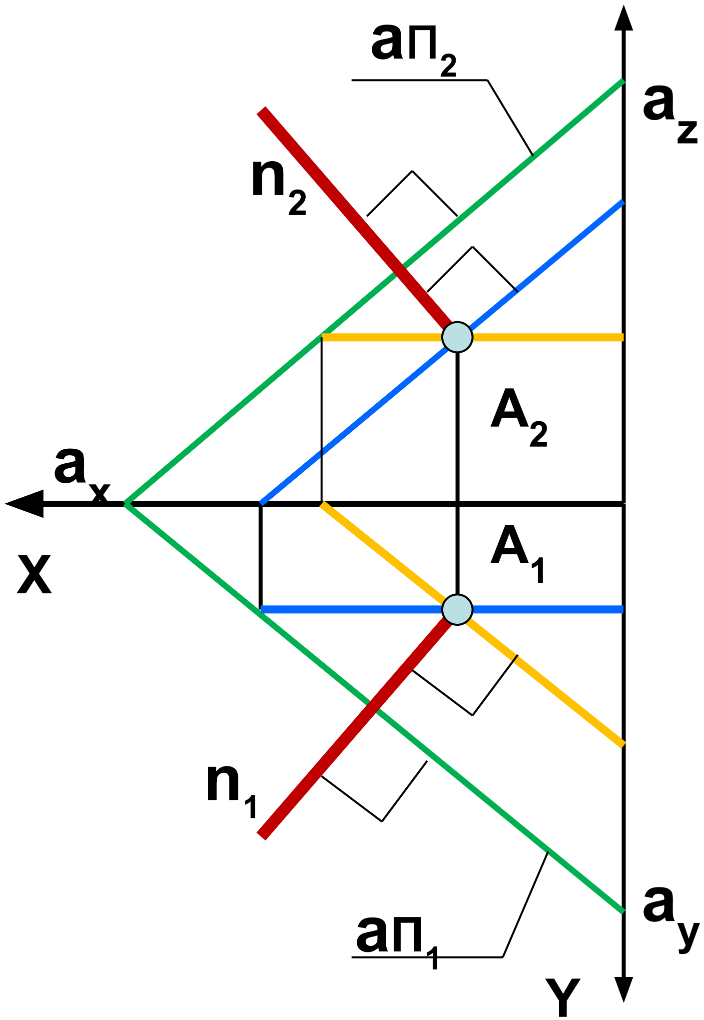
ВЕ – ЛНН к $П_2$

$B_2E_2 \perp C_2F_2$ □□ $П_2$

Нормаль плоскости



- Нормаль плоскости n – линия перпендикулярная к заданной плоскости



- **Проекции нормали перпендикулярны проекциям линий уровня плоскости а:**

  горизонтали на П1

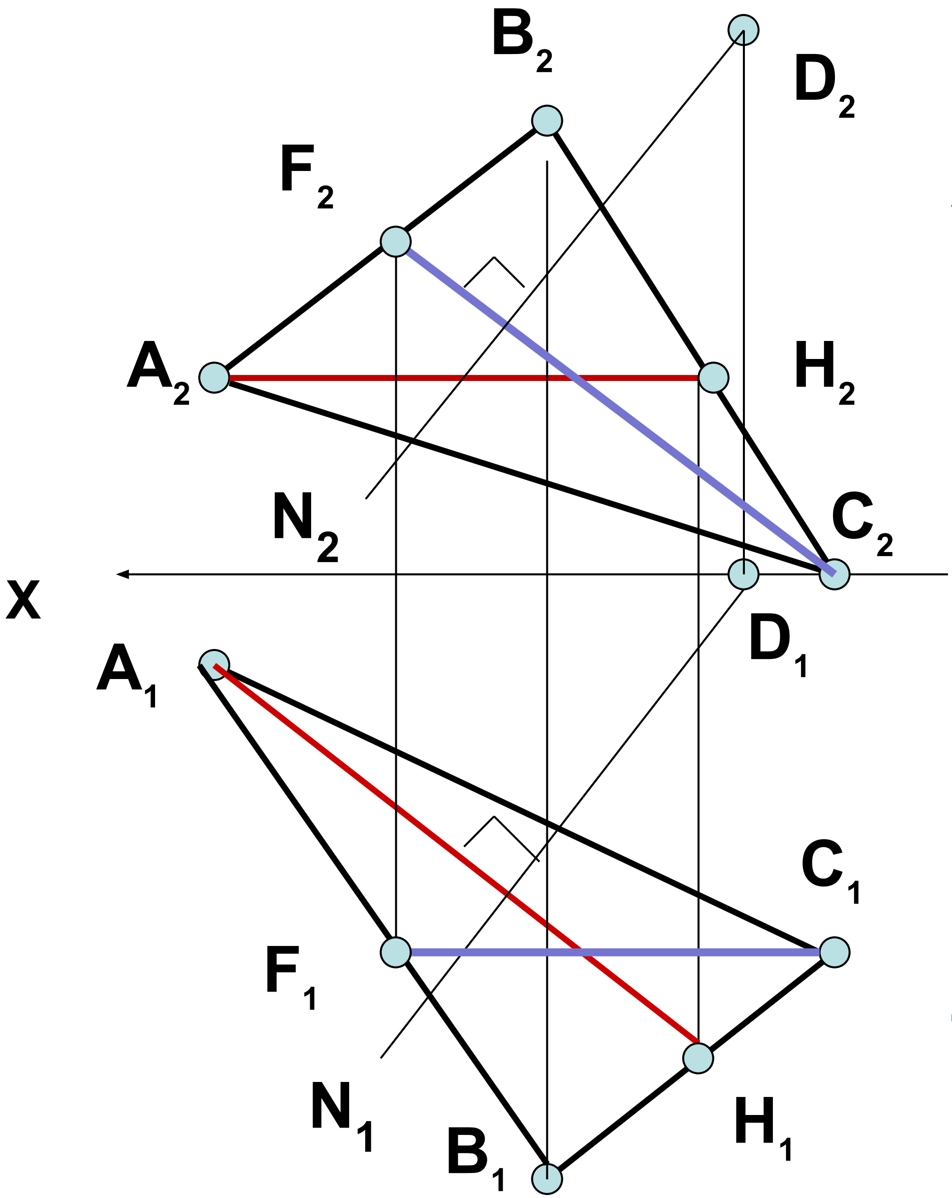
  фронтали на П2

- **Проекции нормали перпендикулярны следам плоскости а:**

$$n_1 \perp a_{\text{п}^1}$$

$$n_2 \perp a_{\text{п}^2}$$

НОРМАЛЬ ПЛОСКОСТИ ТРЕУГОЛЬНИКА



1.Проведем горизонталь AH. На горизонтальной плоскости проекции нормаль перпендикулярна горизонтали $D_1N_1 \perp A_1H_1$

Точку N выберем произвольно

2. Проведем фронталь CF

На фронтальной плоскости проекции нормаль перпендикулярна фронтали $D_2N_2 \perp C_2F_2$

Относительное положение прямой и плоскости

Относительное положение плоскостей

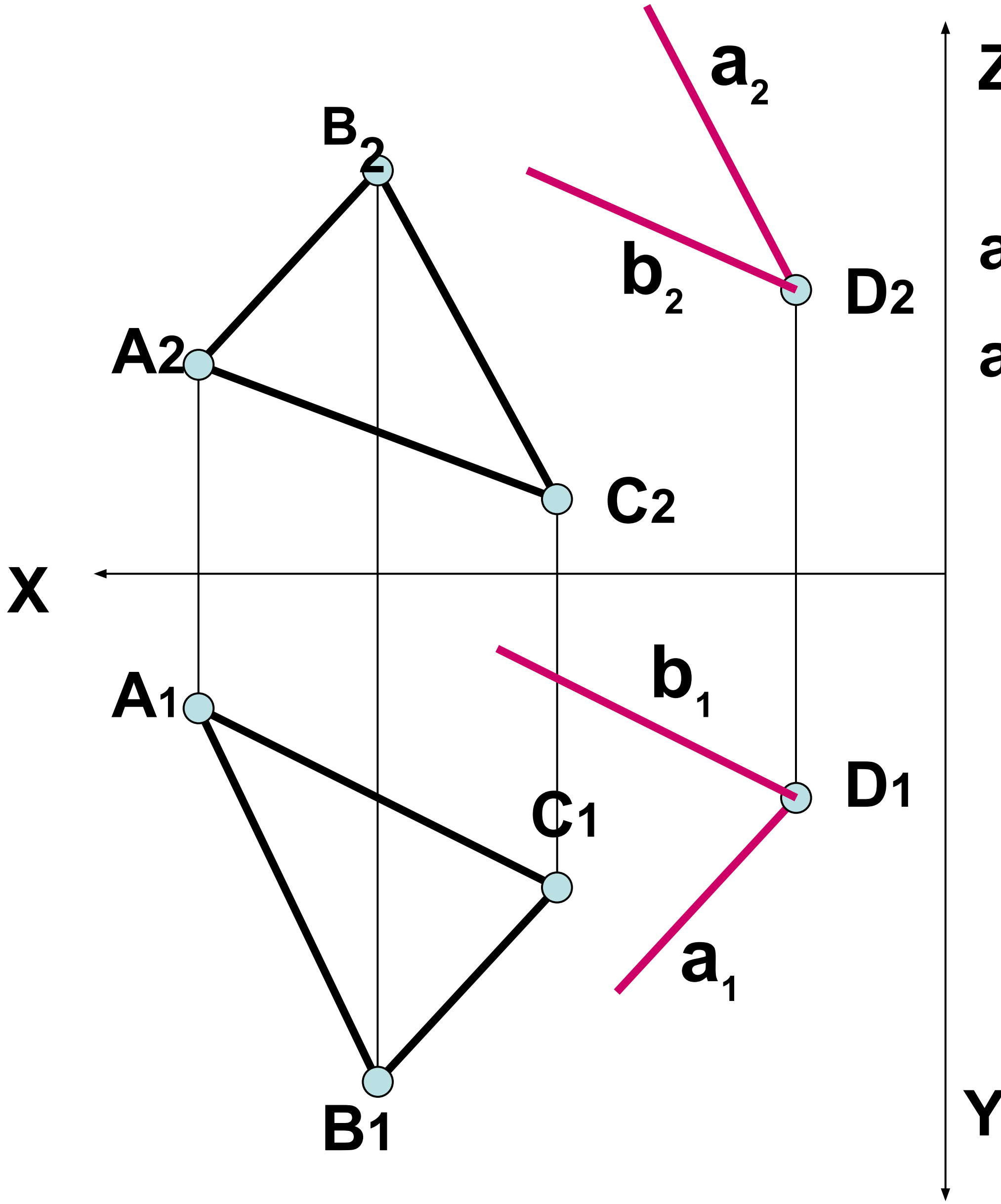
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ

Параллельные плоскости

1. **Прямая параллельна плоскости, если она параллельна любой прямой, лежащей в этой плоскости**

2. **Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости, параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости**

- Через точку D провести прямую a параллельную Δ ABC и плоскость α ($a \cap b$) параллельную Δ ABC



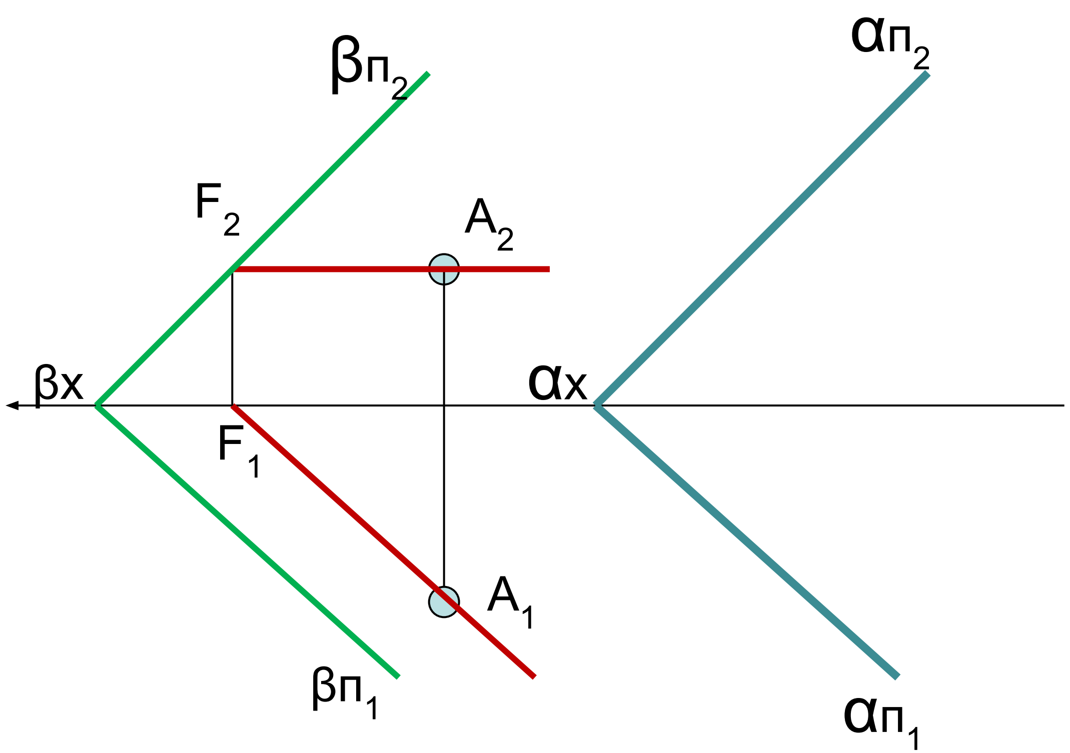
$a_2 \parallel B_2C_2$
$a_1 \parallel B_1C_1$ } $a \parallel BC$, $a \parallel \Delta ABC$

□ (a ∩ b)

a II BC
b II AC } **a** II ΔABC

Построить следы плоскости β, параллельной плоскости α и проходящей через точку А

Через точку А проведем горизонталь параллельно горизонтальному следу плоскости α



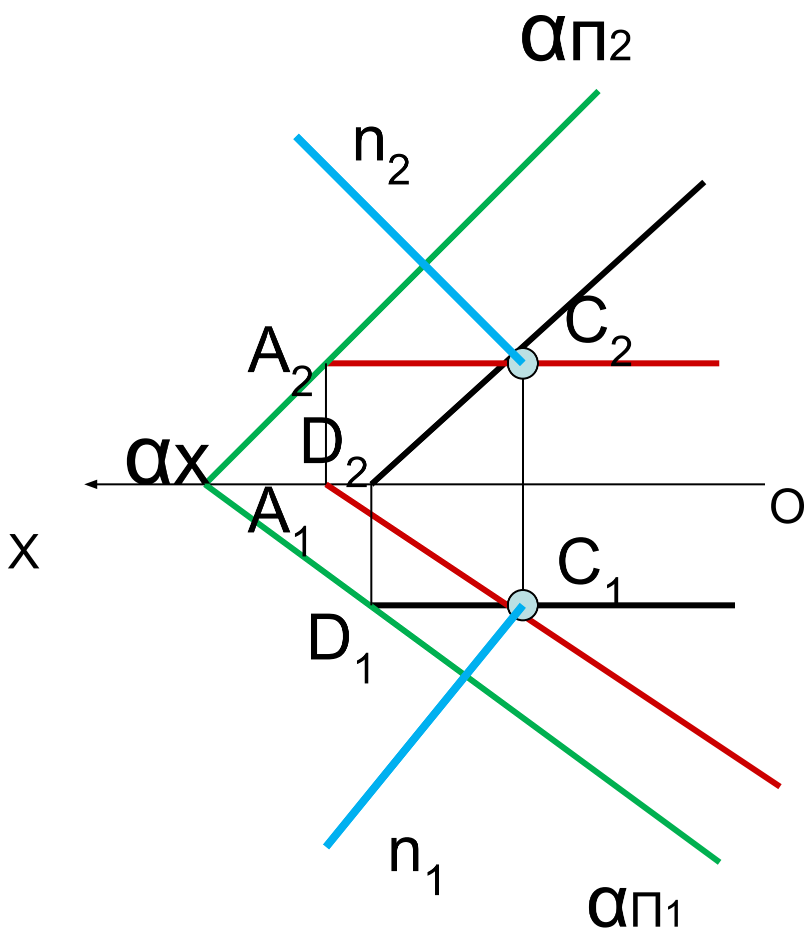
Прямая перпендикулярная плоскости, перпендикулярные плоскости

- ***Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, принадлежащим данной плоскости***
- ***В соответствии с теоремой о проекциях прямого угла прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна одноименным проекциям горизонтали и фронтали плоскости***
- ***Две плоскости перпендикулярны, если одна плоскость проходит через перпендикуляр к другой***

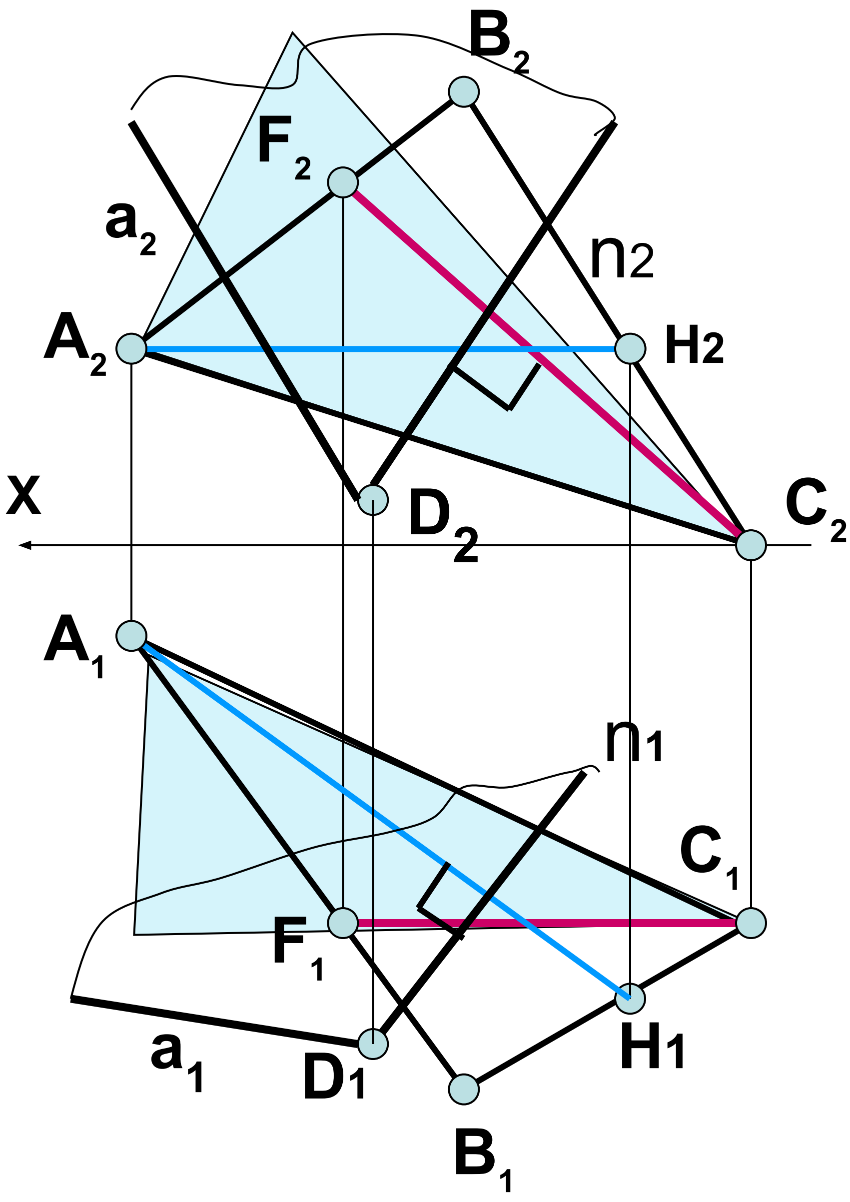
Задача

- Построить проекции нормали плоскости а, проходящей через точку С, принадлежащей данной плоскости

$C \in \alpha$



- Через точку D провести перпендикуляр к плоскости Δ ABC и плоскость α (n∩a) перпендикулярную Δ ABC
- A(80,10,30)
- B(40,60,50)
- C(10,45,0)
- D(50,55,5)



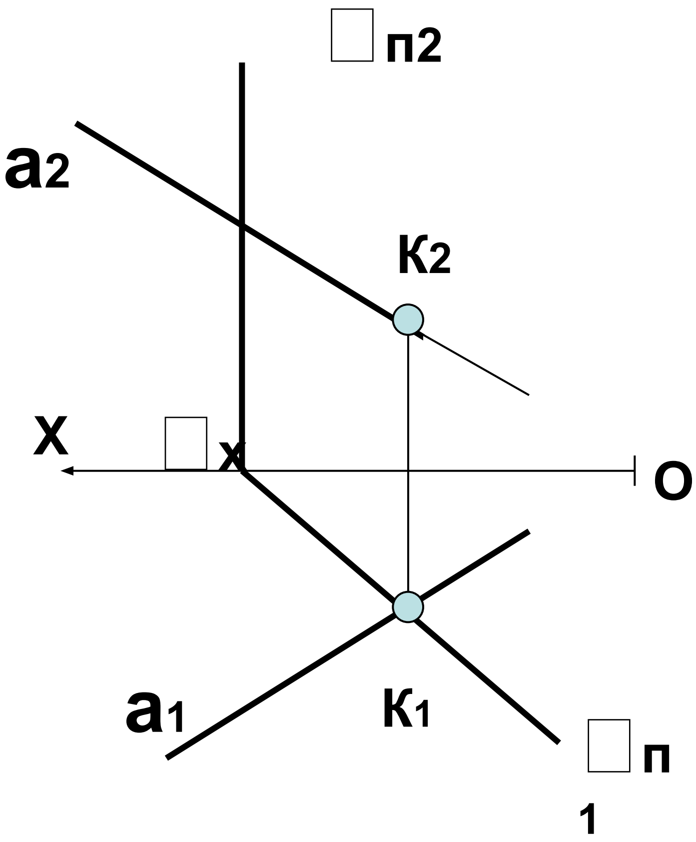
$n_1 \perp A_1H_1 \parallel П_1$

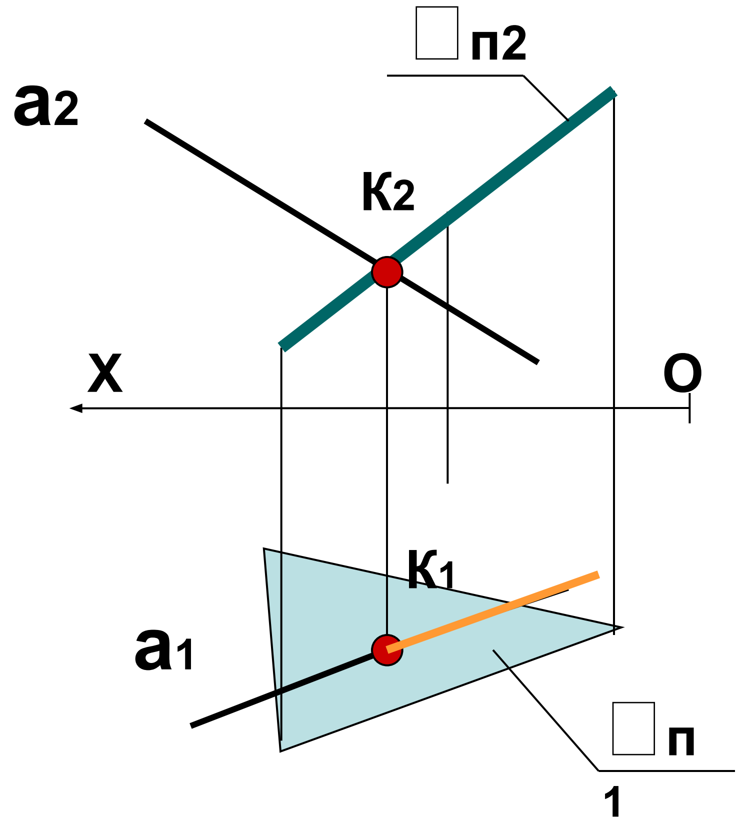
$n_2 \perp C_2F_2 \parallel П_2$

а – произвольная прямая

ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ

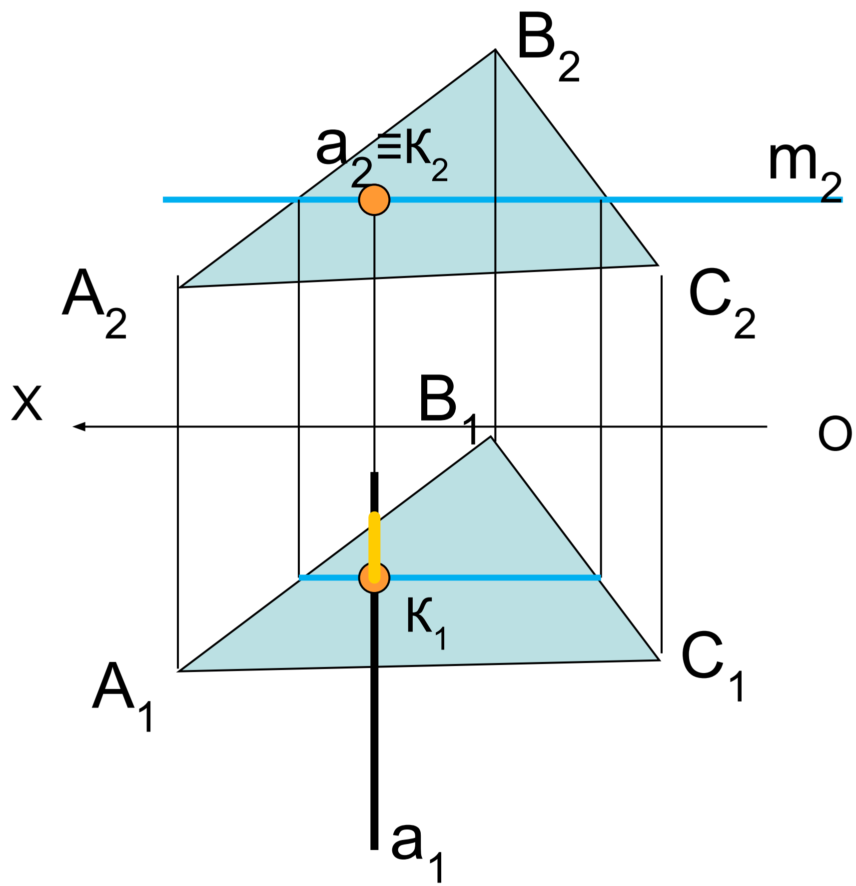
ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ, ЕСЛИ У НИХ ЕСТЬ ОДНА ОБЩАЯ ТОЧКА





- *Точка пересечения прямой и плоскости частного положения определяется на пересечении следа плоскости и проекции прямой*

Пересечение прямой частного положения и плоскости общего положения

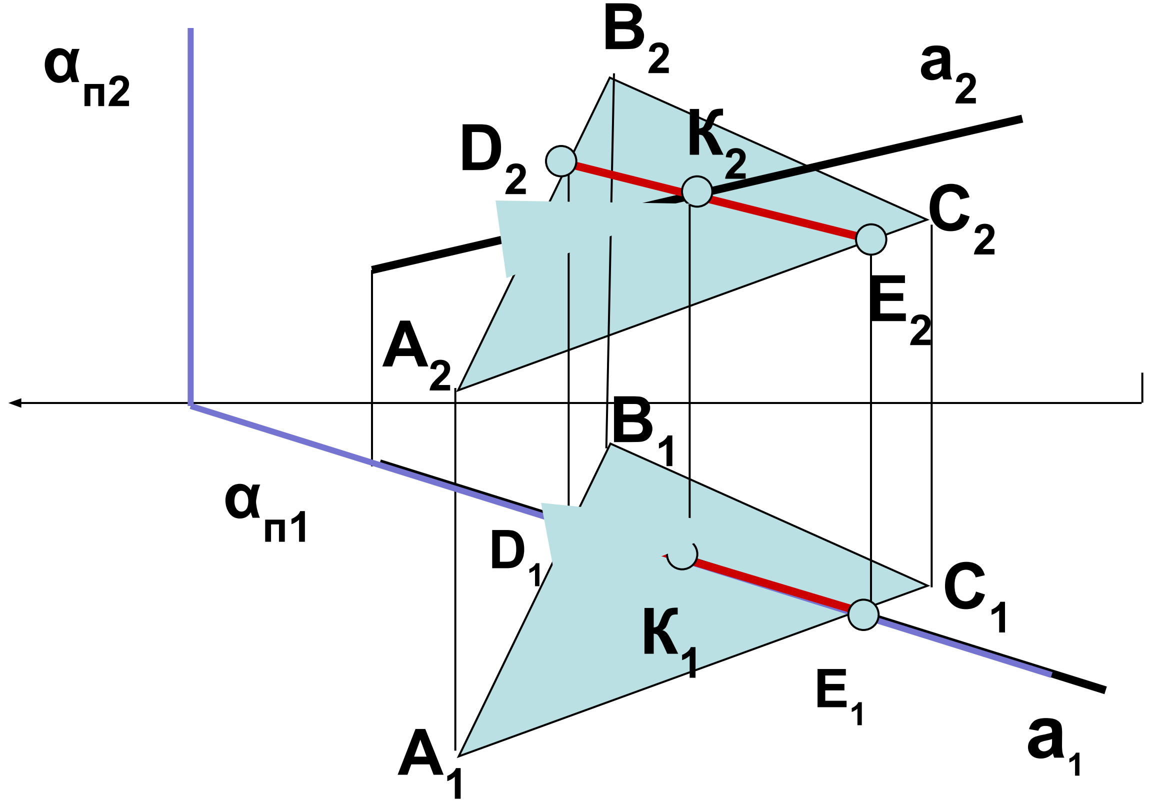


Пересечение прямой общего положения и плоскости общего положения

СПОСОБ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ СЕКУЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ

Алгоритм способа плоскостей

- Прямую заключают в плоскость частного положения $\alpha \perp \Pi_1$
- Определяют линию пересечения заданной плоскости и вспомогательной плоскости α
- Определяют точку пересечения заданной прямой и построенной линии пересечения
- Это искомая точка пересечения заданной плоскости и прямой а
- Определяют видимость заданной прямой



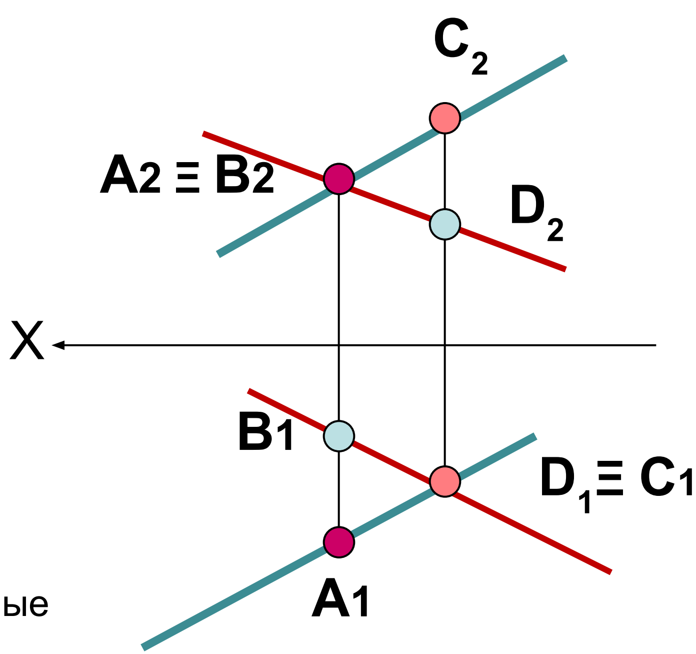
Видимость прямой определяют по конкурирующим точкам

Видимость прямых определяют по конкурирующим точкам - которые принадлежат скрещивающимся прямым.

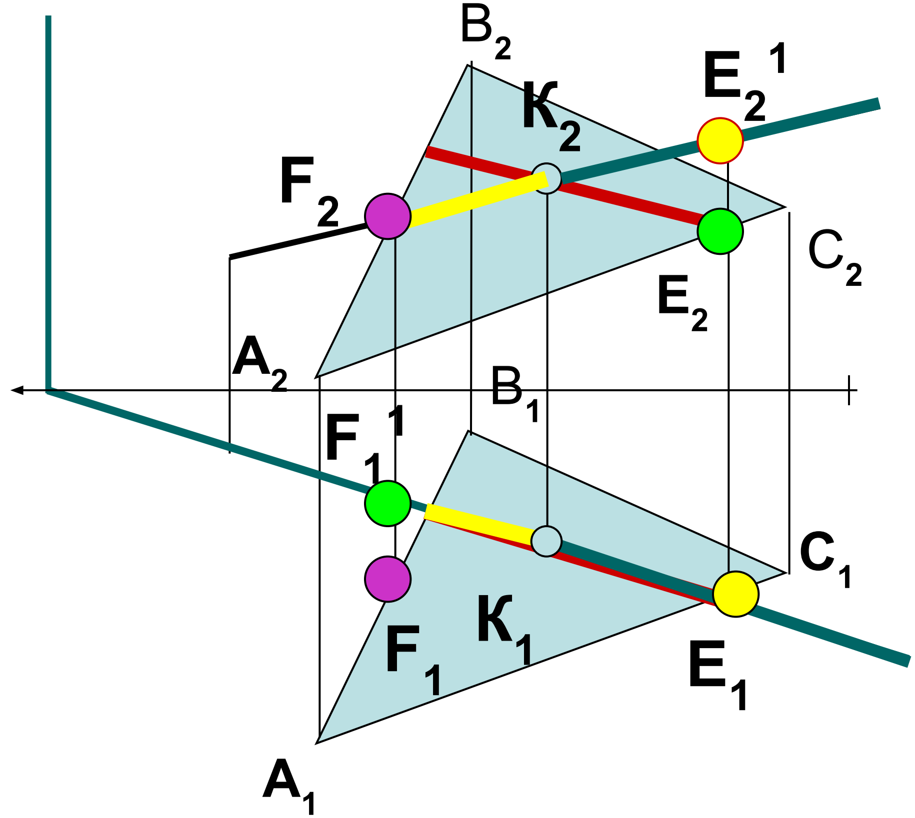
Конкурирующие точки располагаются дальше или ближе относительно плоскости $П_2$ (точки А и В), выше или ниже относительно плоскости $П_1$ (точки С и D).

На горизонтальной плоскости проекций видима точка С имеющая большую координату Z,

на фронтальной плоскости проекций видима точка А имеющая большую координату Y.

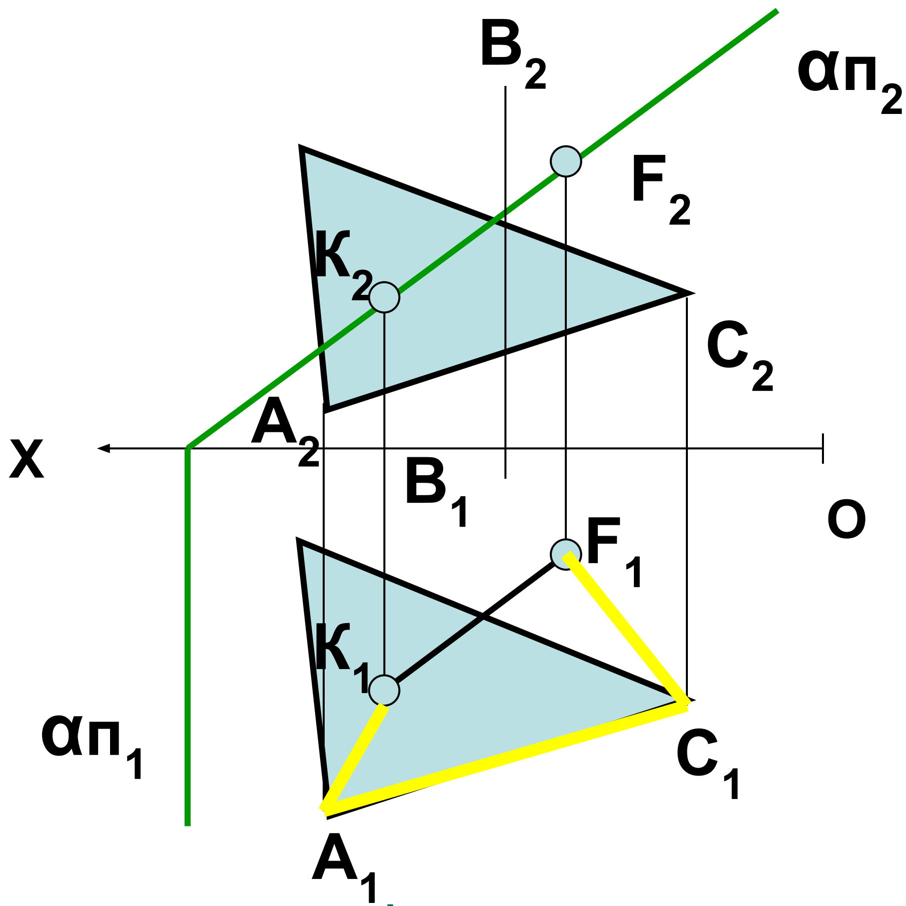


Определение видимости прямой



1. Плоскости пересекаются, если у них есть общие точки

2. Плоскости пересекаются по прямой линии, которая проходит через две общие точки плоскостей



- Линия пересечения фронтально-проецирующей плоскости и плоскости общего положения определяется по точкам пересечения сторон треугольника ΔАВС и фронтального следа плоскости α

Список рекомендованной литературы

- ***Бударин О. С.*** Начертательная геометрия. Краткий курс: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям в обл. техники и технологий / О. С. Бударин. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар: Лань, 2009. - 368 с.: ил
- ***Королев Ю. И.*** Начертательная геометрия: учеб. для вузов инженер.-техн. специальностей / Ю. И. Королев. - 2-е изд. - Москва ; Санкт-Петербург ; Нижний Новгород [и др.]: Питер, 2010. - 256 с.: ил
- ***Чекмарев А. А.*** Начертательная геометрия и черчение: учеб. для студентов вузов, обучающихся по техн. специальностям / А. А. Чекмарев. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2011. - 471 с.: ил

Благодарю за внимание