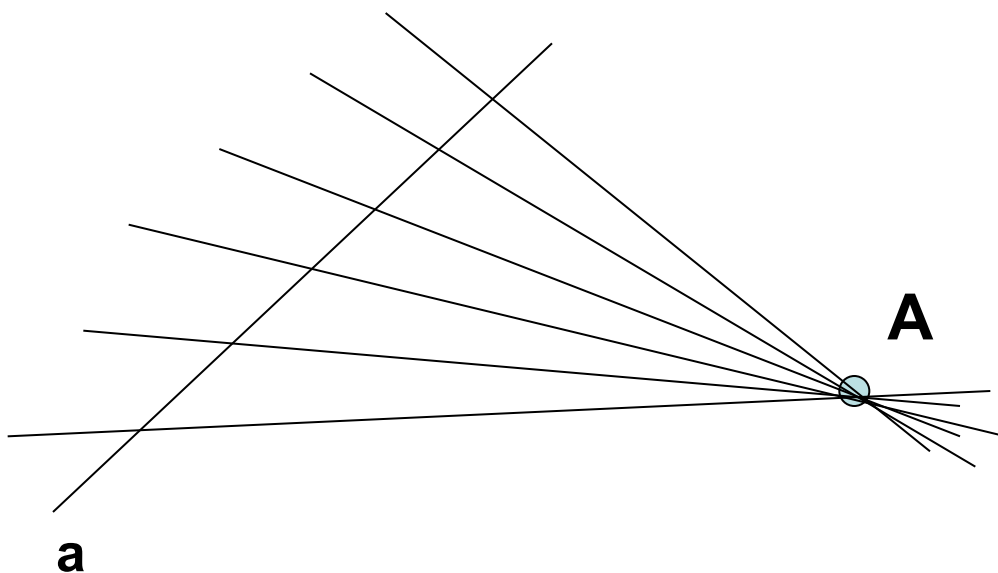


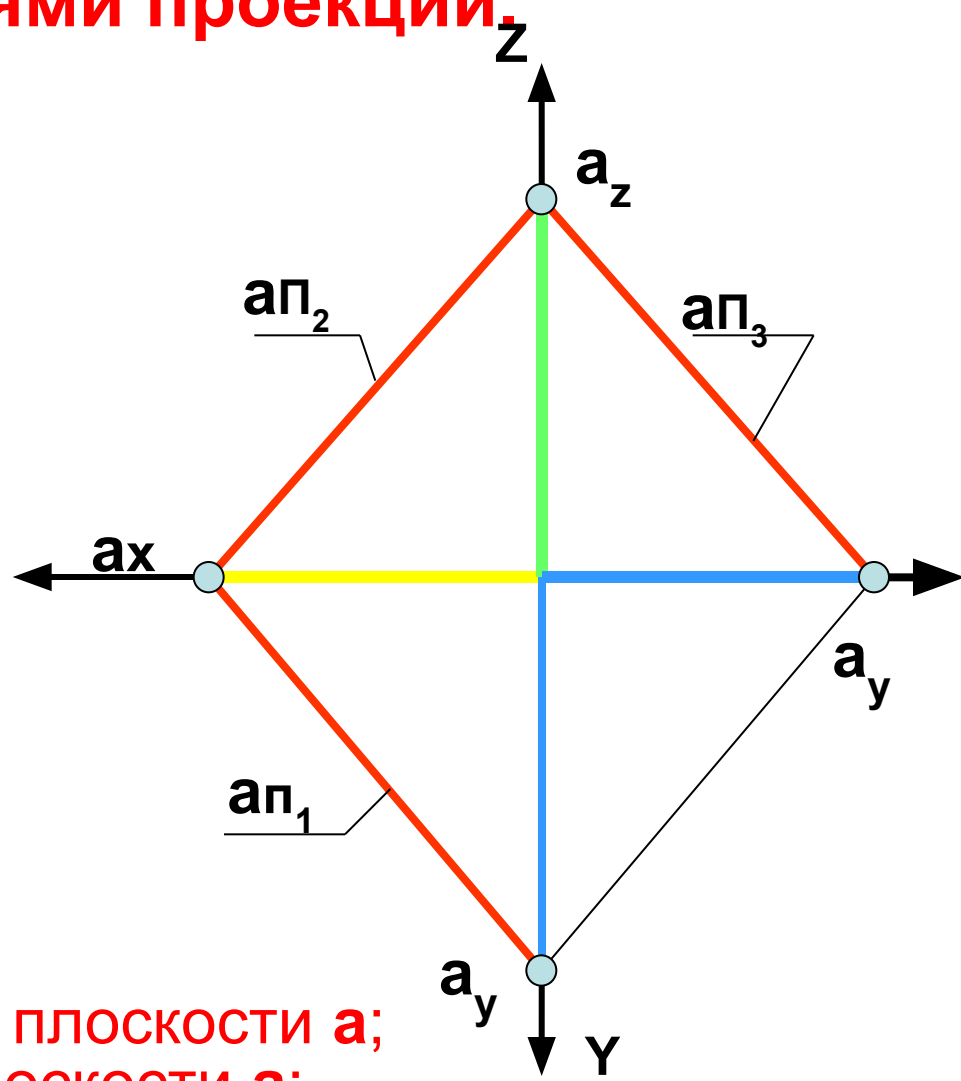
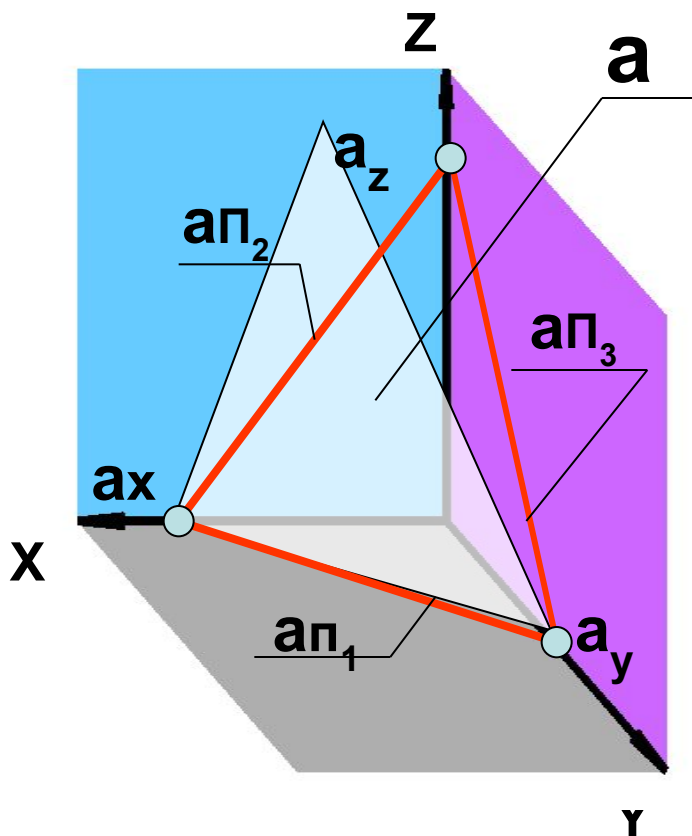
# ***Плоскости***

# ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ ПЛОСКОСТИ

**ПЛОСКОСТЬ** – МНОЖЕСТВО ПОЛОЖЕНИЙ  
ПРЯМОЙ ЛИНИИ ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ОДНУ  
ТОЧКУ ПРОСТРАНСТВА И ПЕРЕСЕКАЮЩИХ  
ВНЕ ЕЕ ПРЯМУЮ ЛИНИЮ



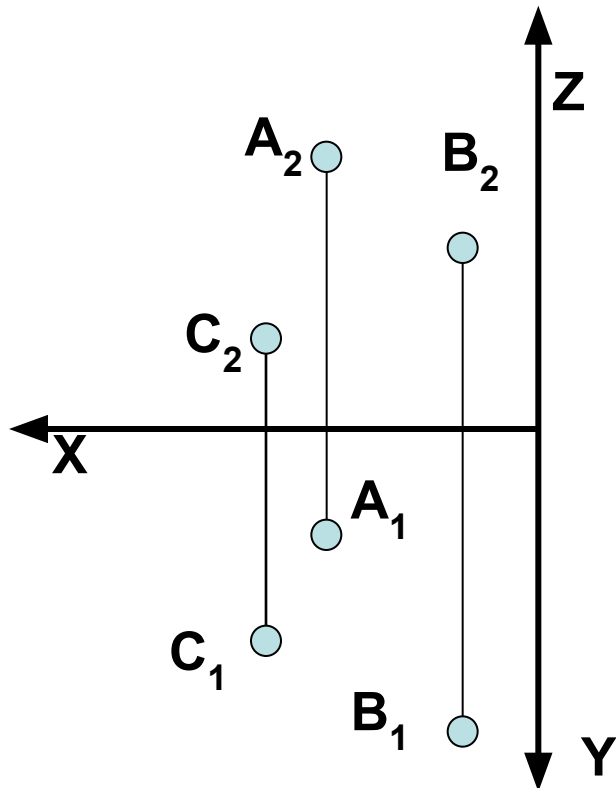
**Следы плоскости** – линии пересечения данной плоскости **a** с плоскостями проекций.



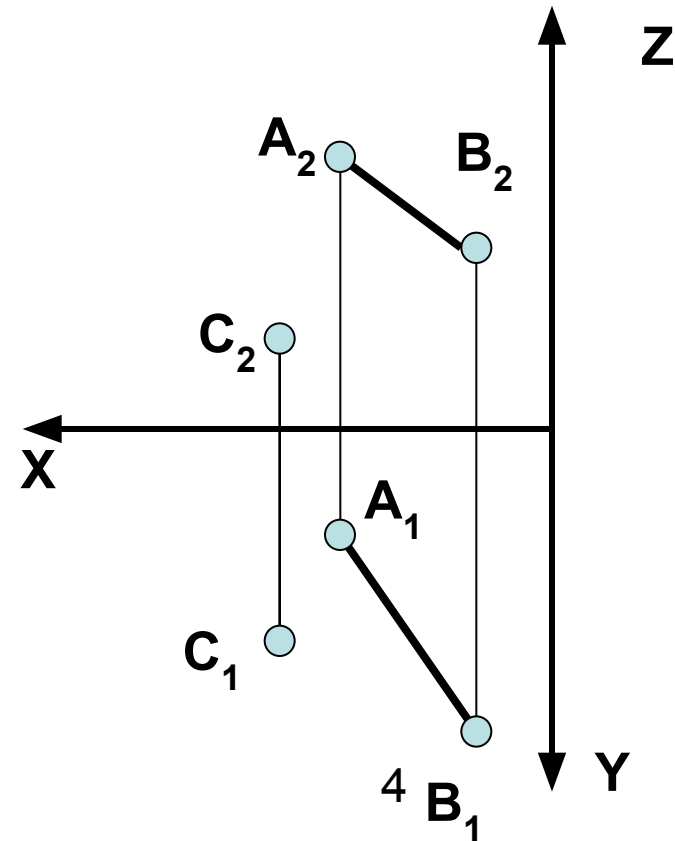
- a**-плоскость;
- ап<sub>1</sub>** - горизонтальный след плоскости **a**;
- ап<sub>2</sub>** - фронтальный след плоскости **a**;
- ап<sub>3</sub>** - профильный след плоскости **a**;
- ax, ay, az** - точки схода следов.

# Графические способы задания плоскости

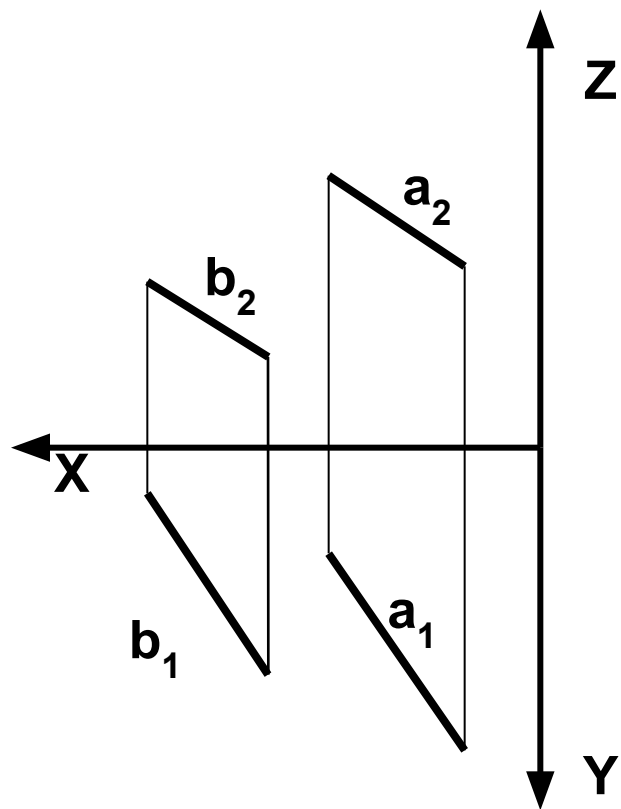
1. Три точки не принадлежащие  
одной прямой



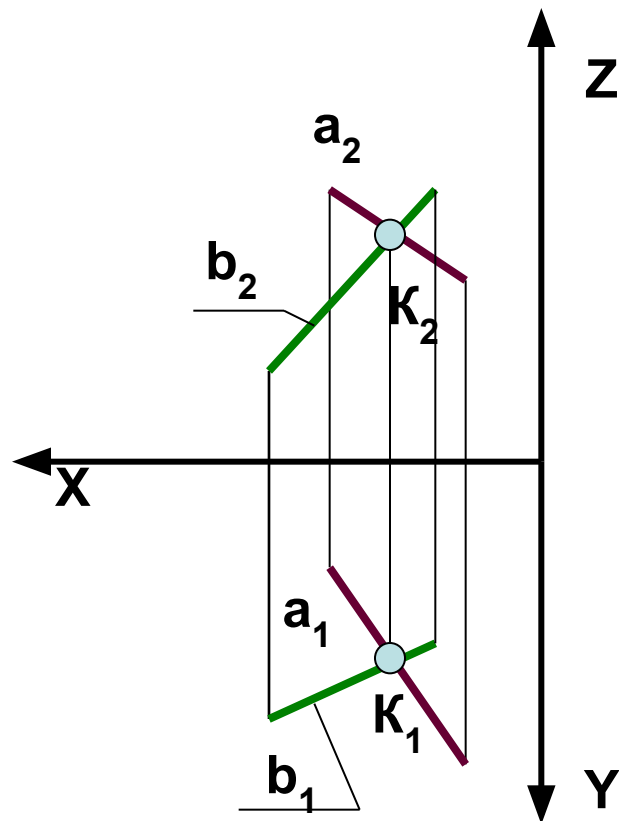
2. Прямая и точка вне этой  
прямой



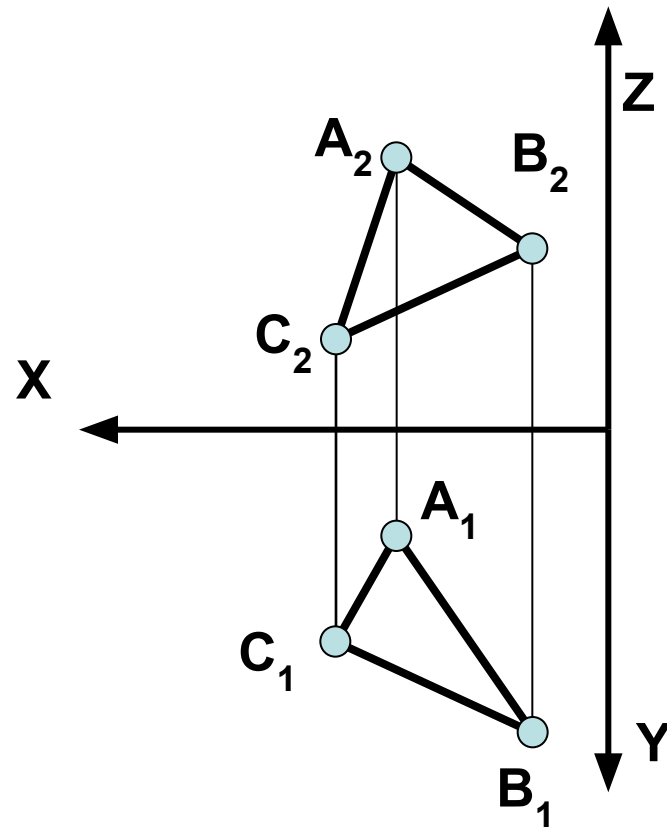
### 3. Параллельные прямые



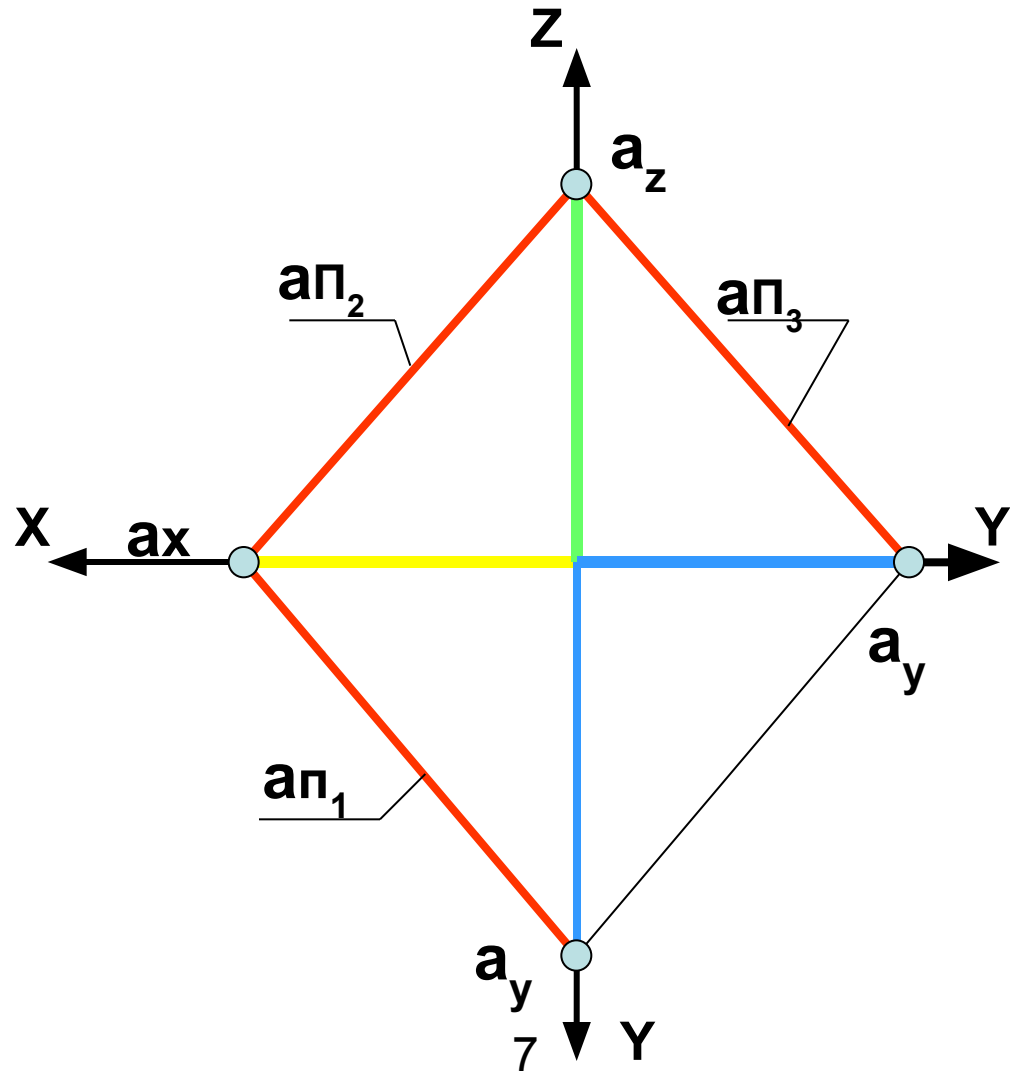
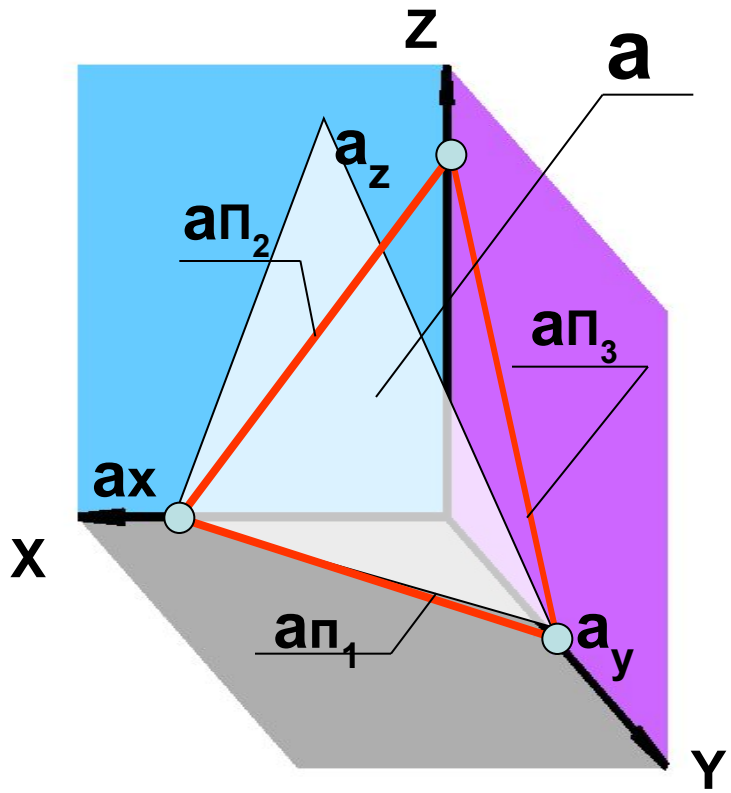
### 4. Пересекающиеся прямые



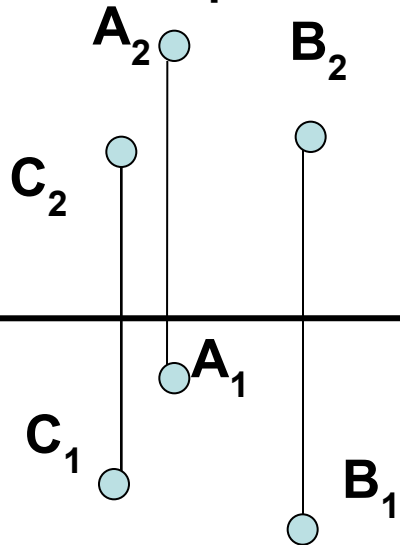
## 5. Плоская фигура



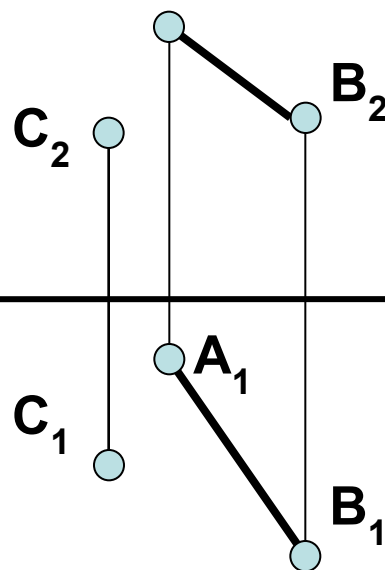
## 6. Задание плоскости следами



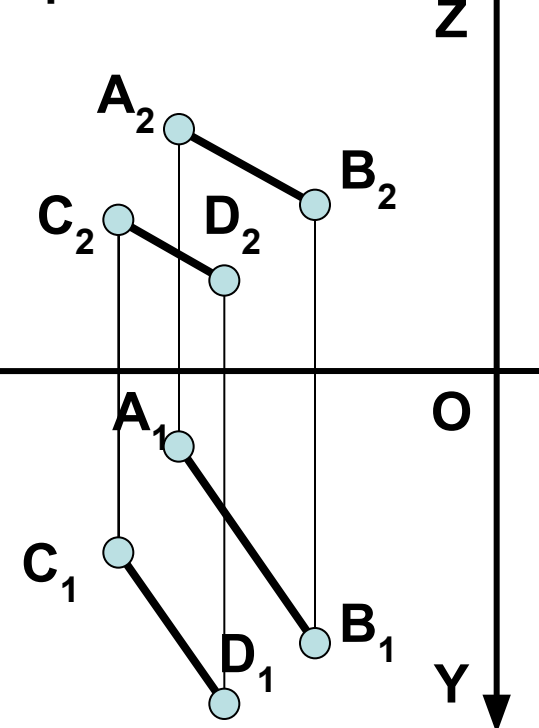
1. Три точки не принадлежащие одной прямой



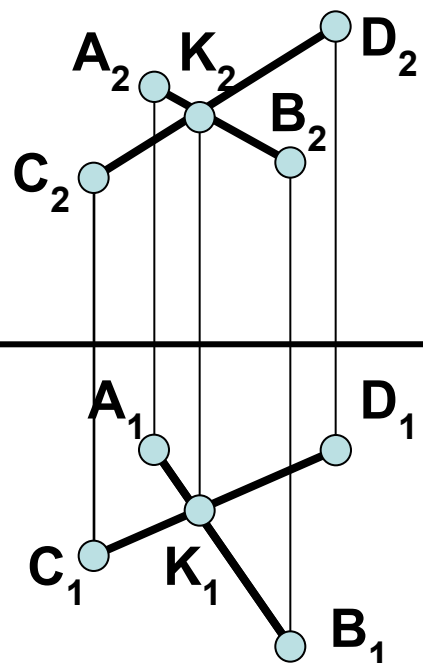
2. Прямая и точка вне этой прямой



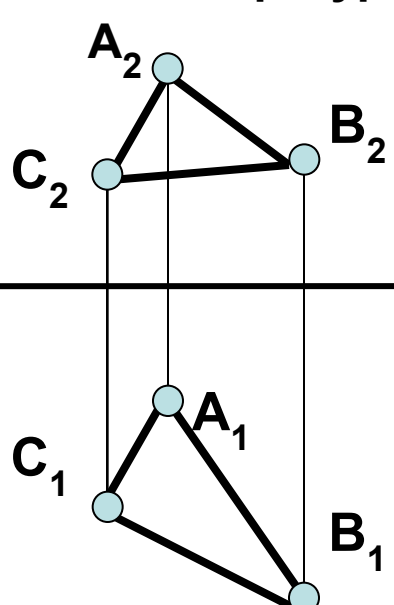
3. Параллельные прямые



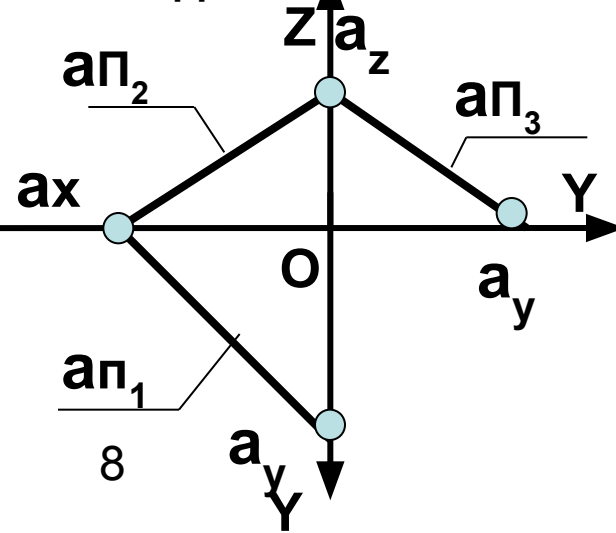
4. Пересекающиеся прямые



5. Плоская фигура



6. Следы плоскости





# ***ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ***

## ***ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ***

**Относительно плоскостей проекций**  
плоскости разделяют на:  
плоскости общего положения;  
плоскости частного положения.

**Плоскости общего положения не параллельны и не перпендикулярны ни одной из плоскостей проекций.**

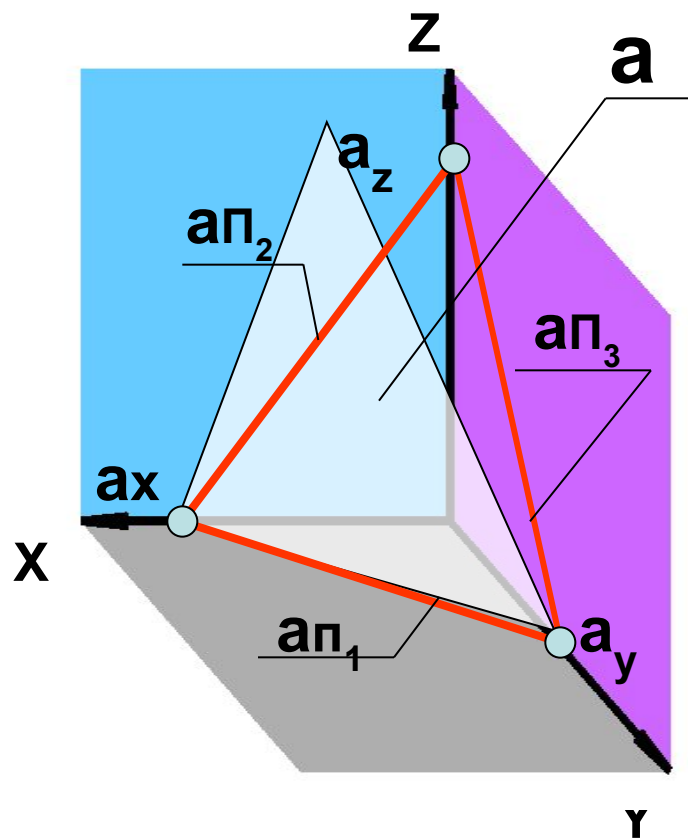
**Плоскости частного положения разделяют на:**

**плоскости параллельные плоскостям проекций – плоскости уровня;**

**плоскости перпендикулярные плоскостям проекций – плоскости проецирующие.**

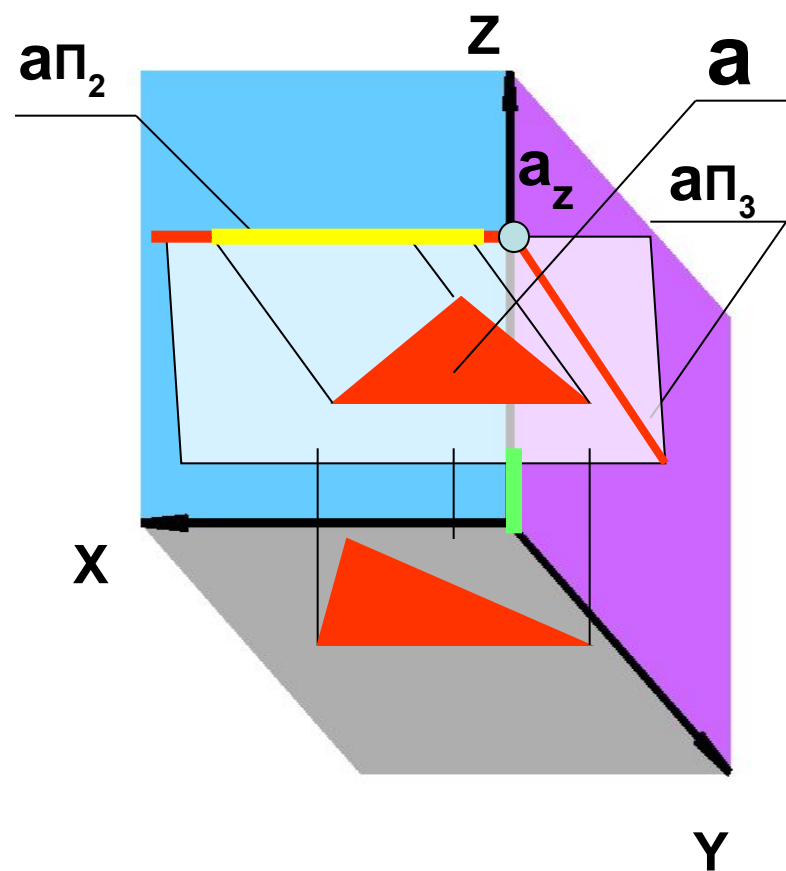
# ПЛОСКОСТЬ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

Плоскость общего положения не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций.

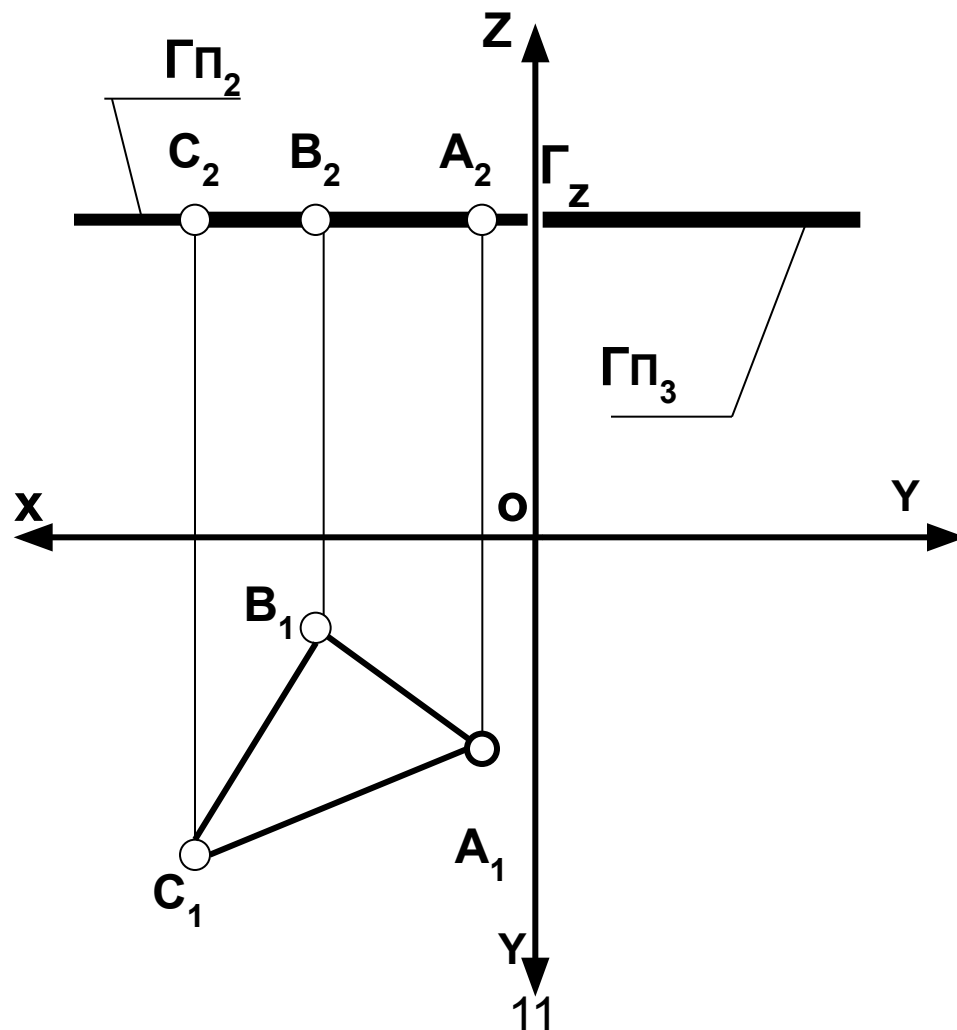


# Плоскости уровня

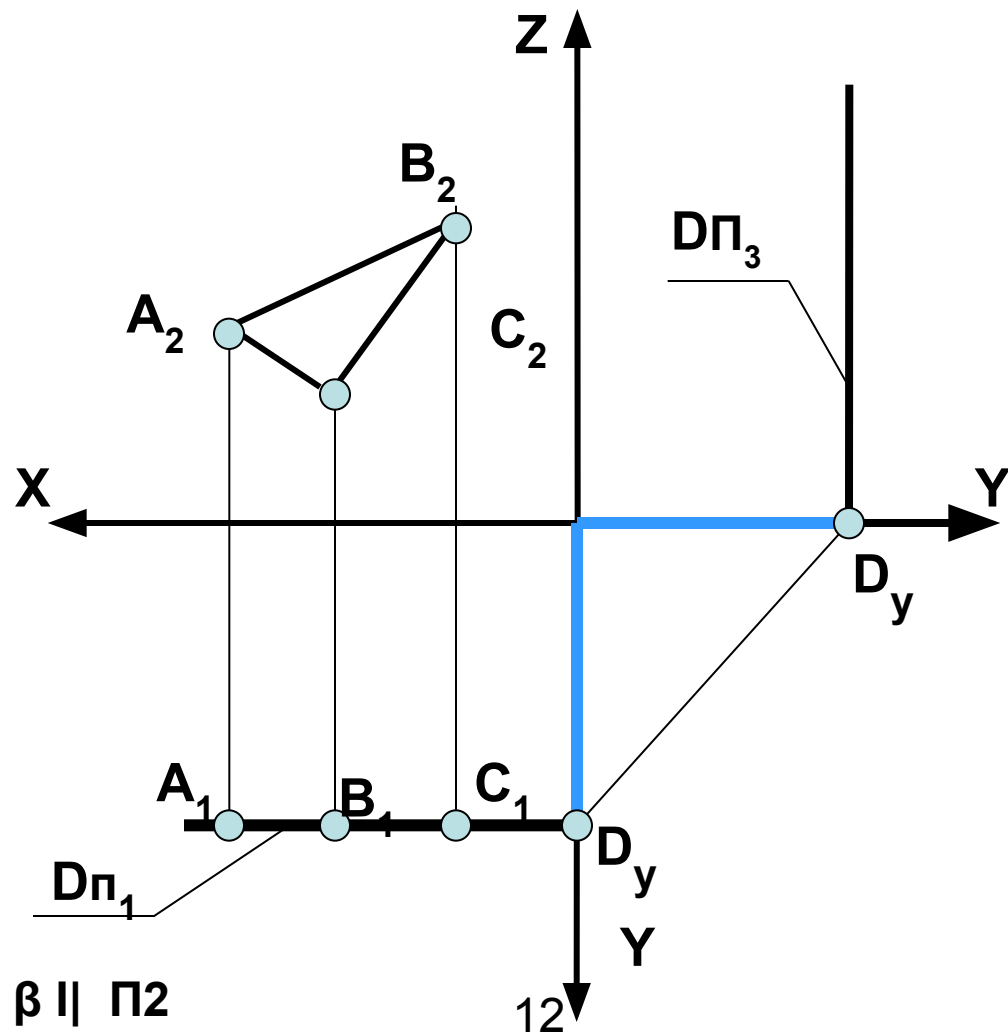
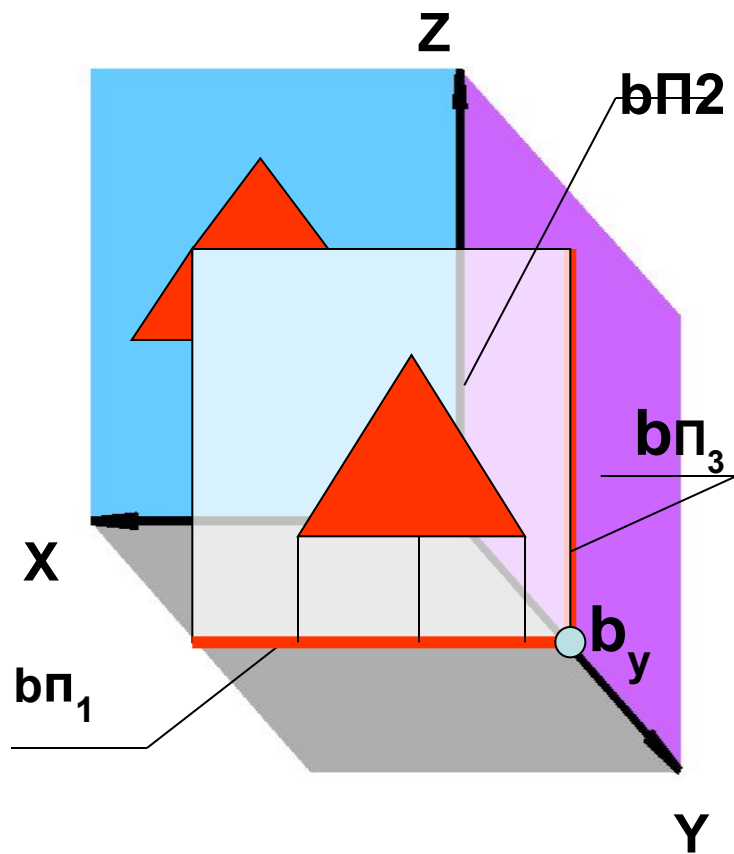
Горизонтальная плоскость уровня параллельна горизонтальной плоскости проекций.



Плоскость  $\alpha \parallel \Pi_1$

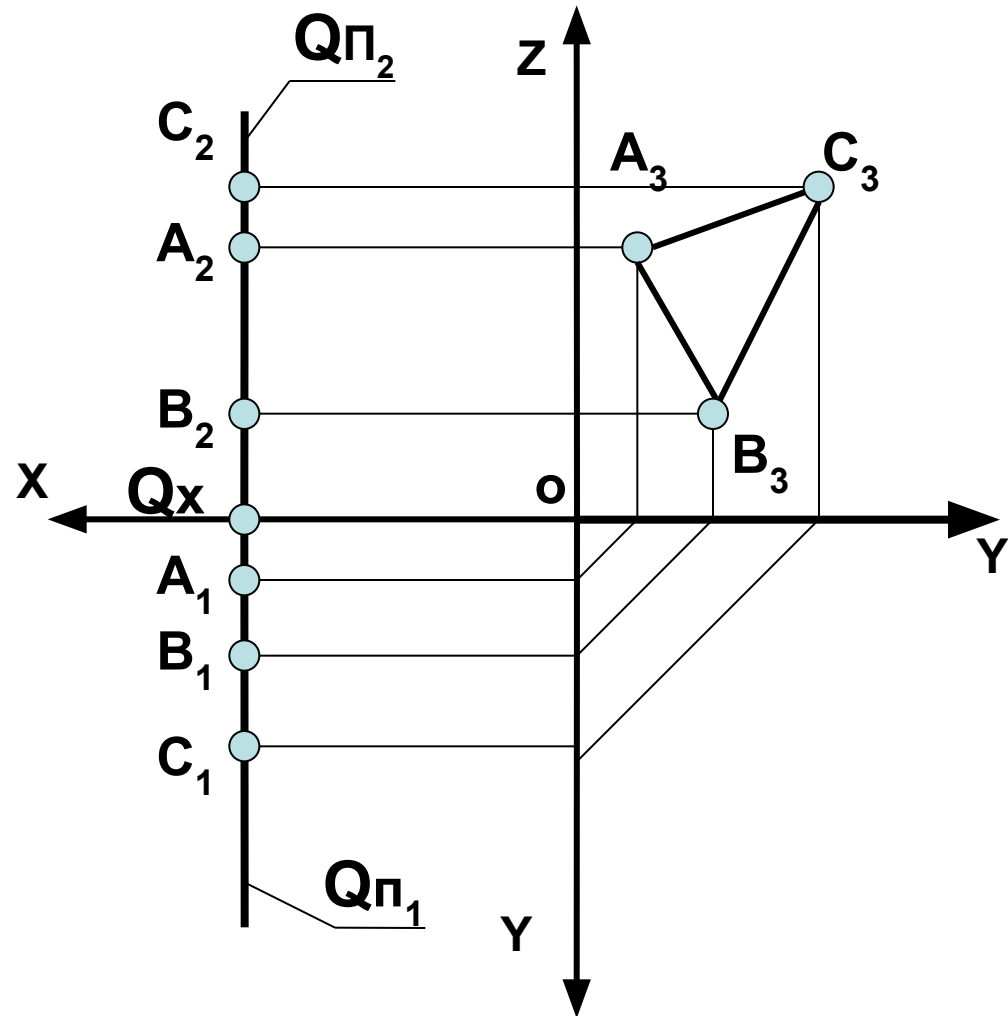
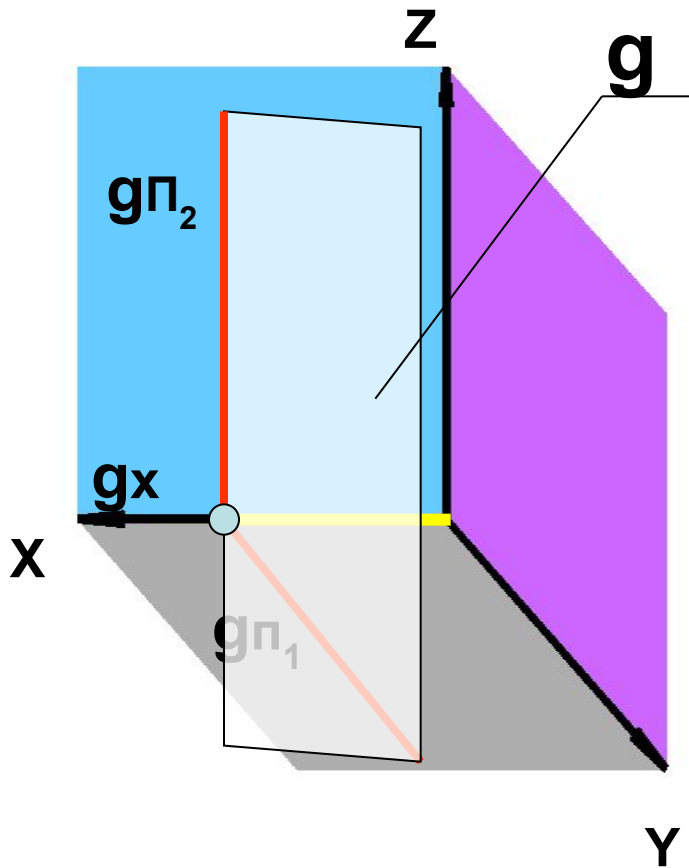


Фронтальная плоскость уровня параллельна фронтальной плоскости проекций.



Плоскость  $\beta \parallel \Pi_2$

Профильная плоскость уровня параллельна профильной плоскости проекций.

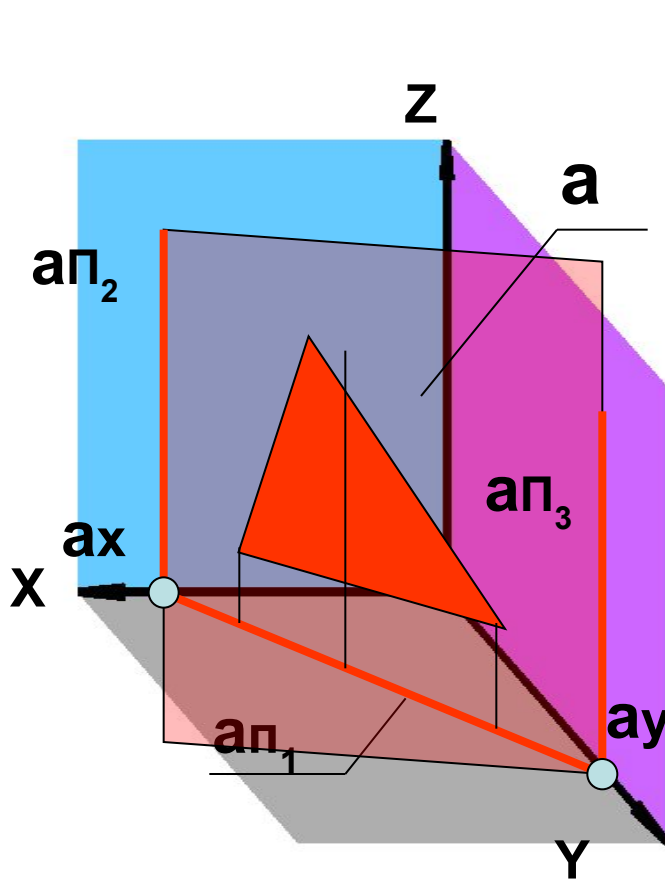


Плоскость  
 $\gamma$ ИПЗ

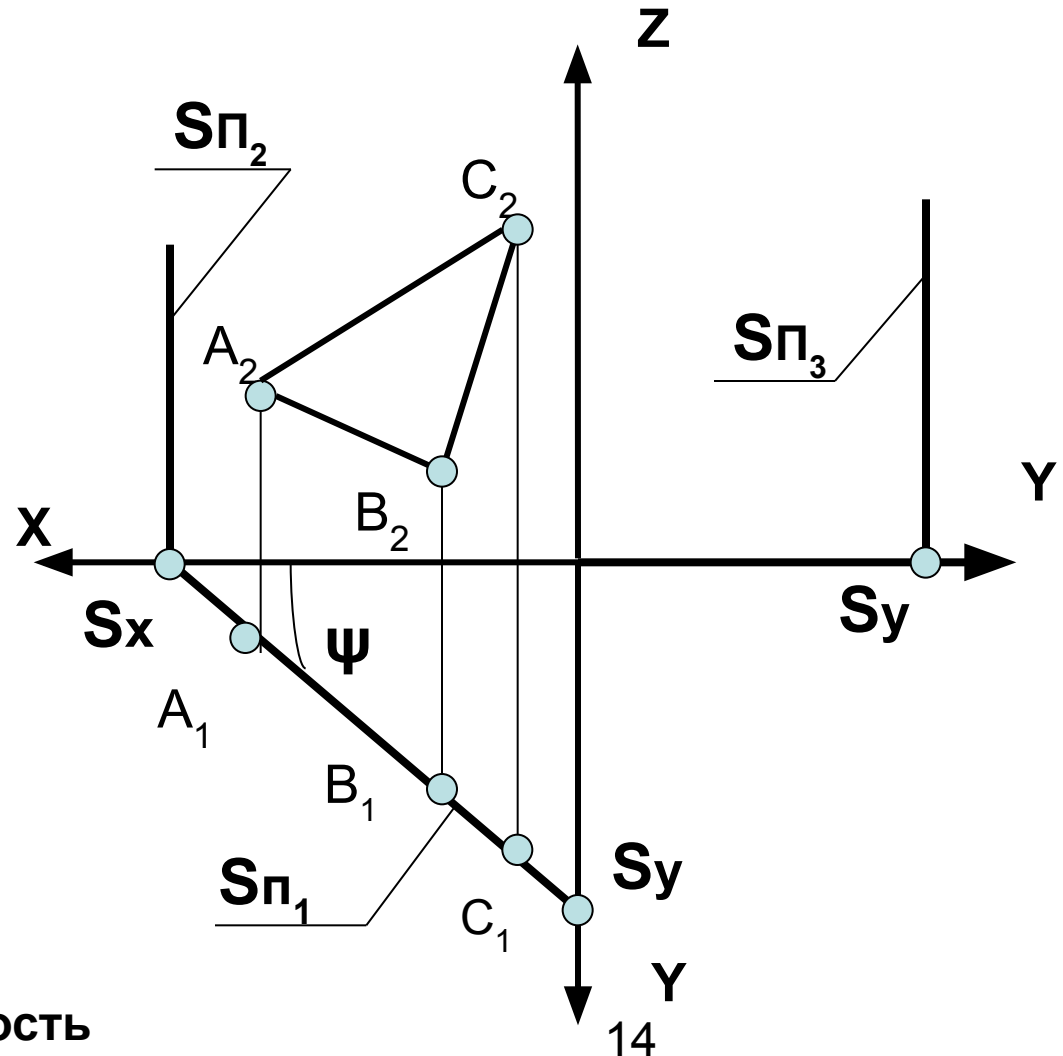
# Проецирующие плоскости

## Горизонтально проецирующая плоскость

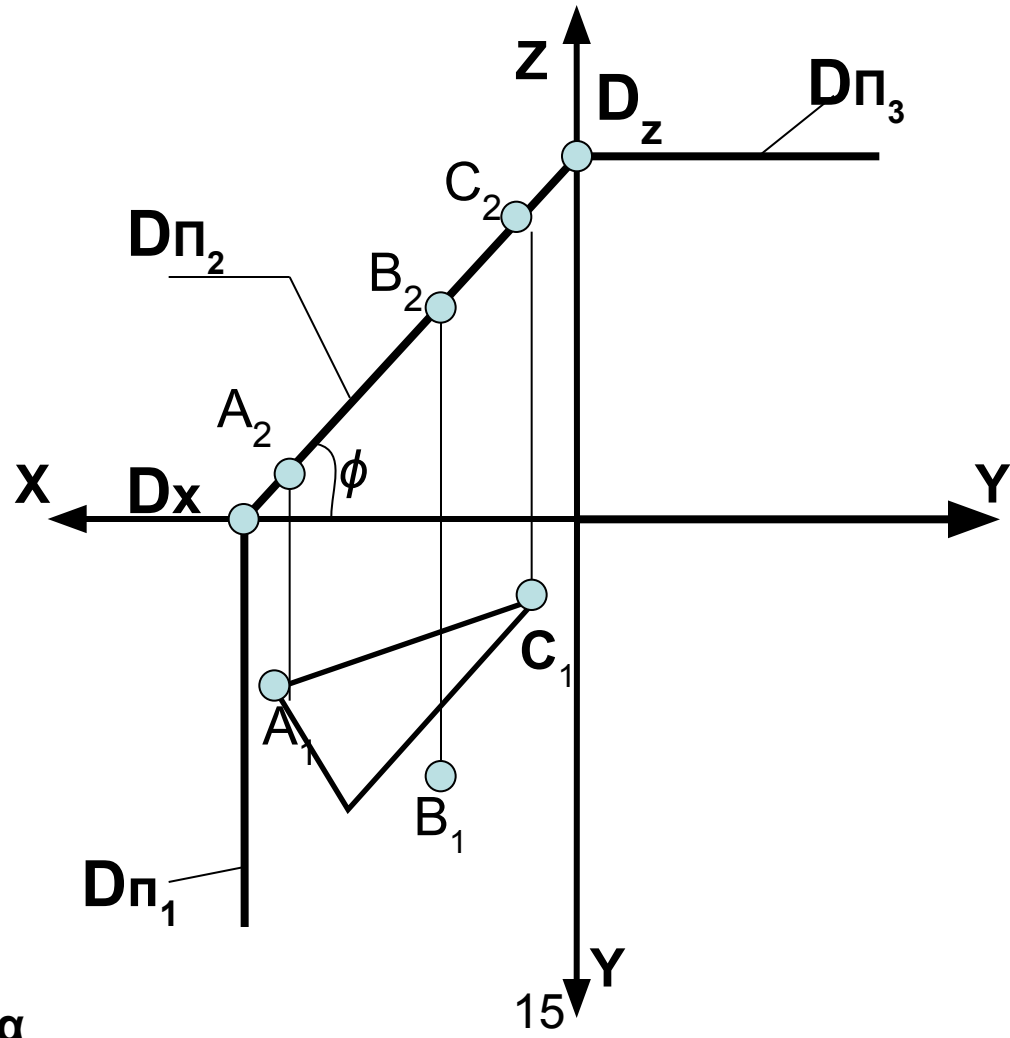
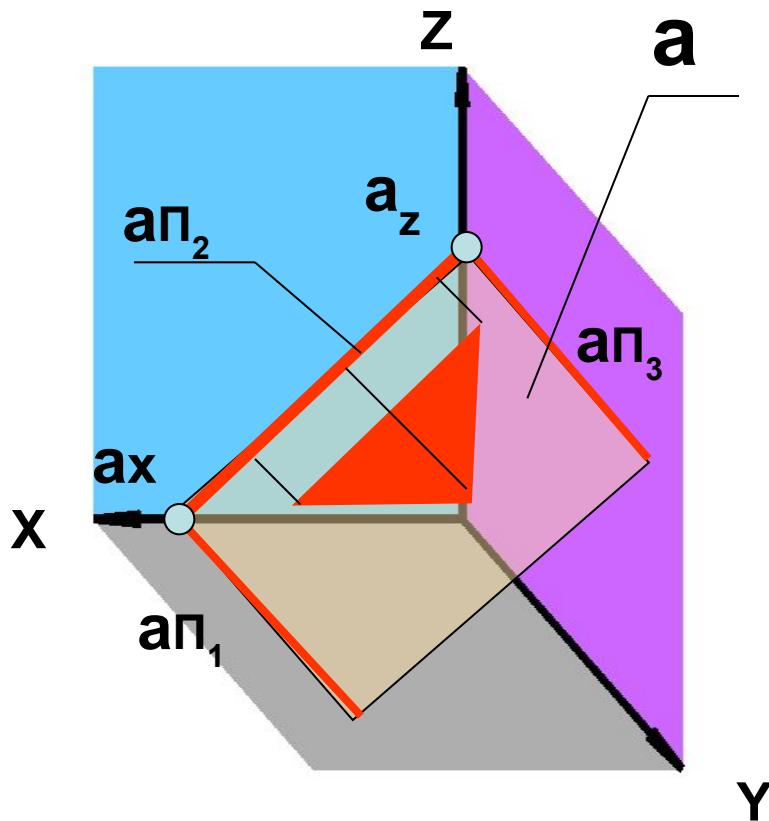
перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций.



Плоскость  
 $\Delta \perp \Pi_1$

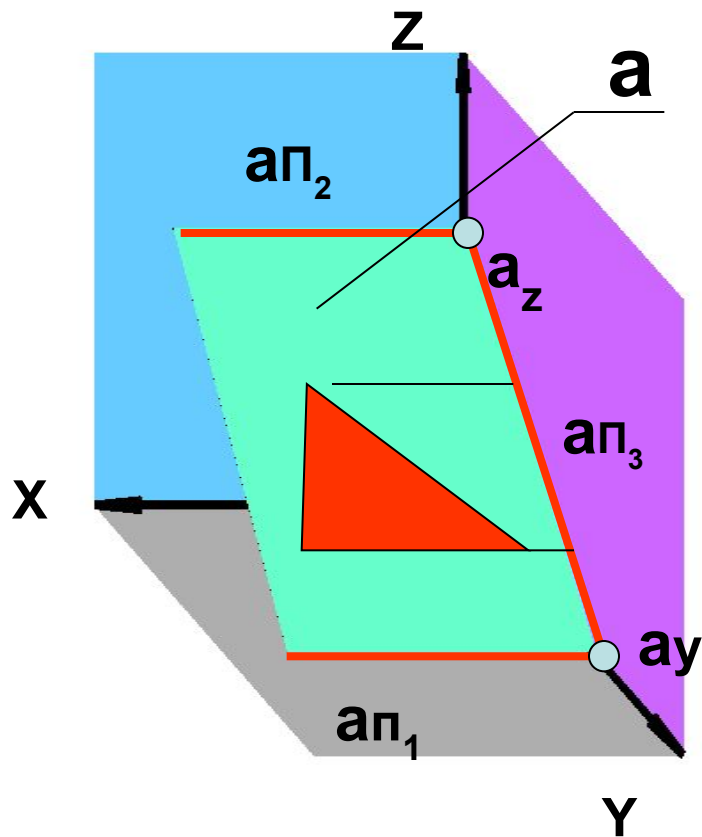


**Фронтально проецирующая плоскость**  
 перпендикулярна фронтальной плоскости проекций.

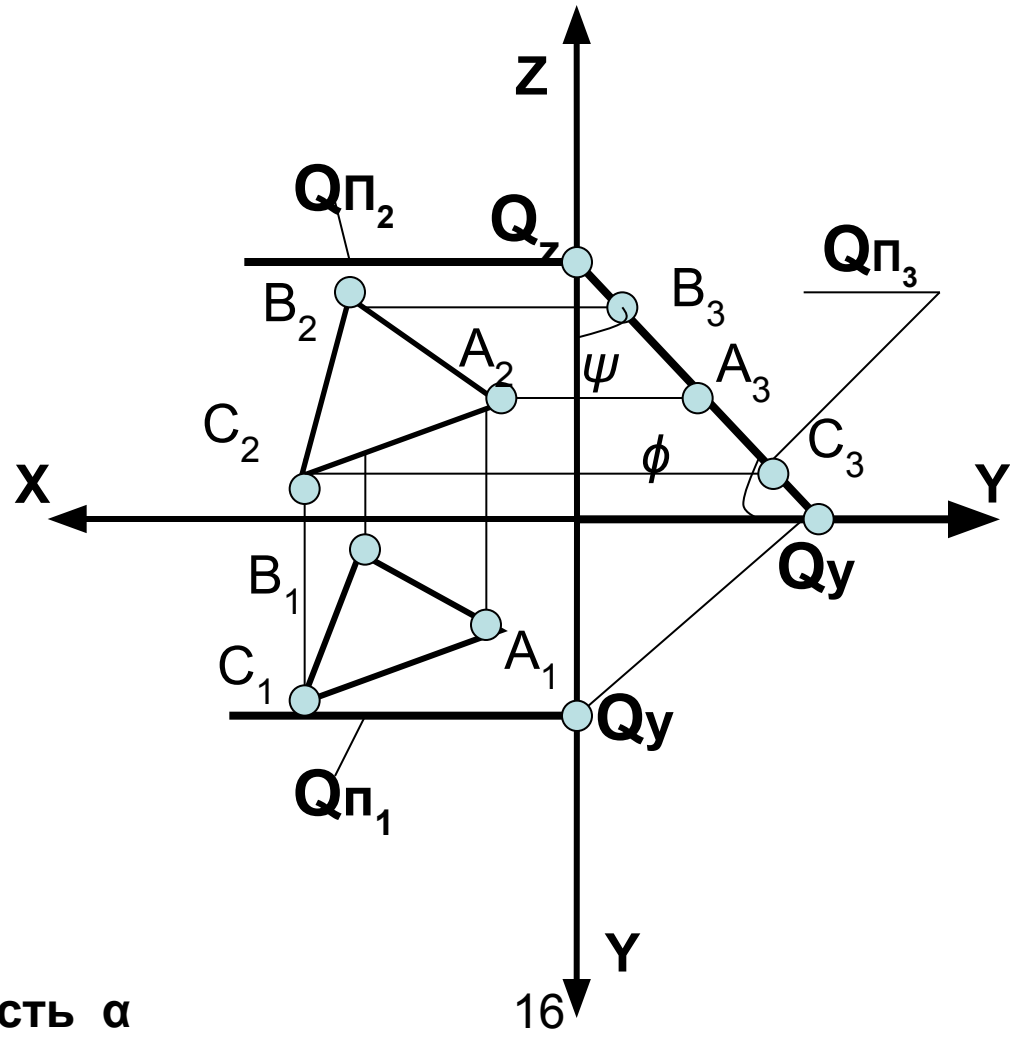


Плоскость  $\alpha$   
 $\perp \Pi_2$

Профильно проецирующая плоскость перпендикулярна профильной плоскости проекций.



Плоскость  $\alpha$   
 $\perp$  ПЗ





	Проецирующие плоскости	Плоскости уровня
Горизонтально-проецирующая	<p>Горизонтально-проецирующая</p>	<p>Горизонтальная</p>
Фронтально-проецирующая	<p>Фронтально-проецирующая</p>	<p>Фронтальная</p>
Профильно-проецирующая	<p>Профильно-проецирующая</p>	<p>Профильная</p>

# ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ ПЛОСКОСТИ

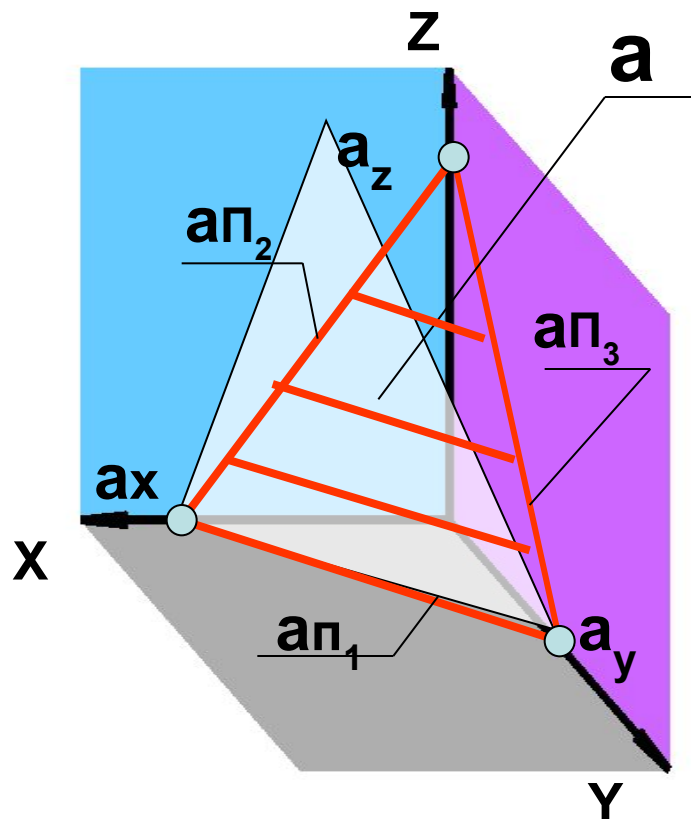
1. Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой в этой плоскости;
2. Прямая принадлежит плоскости если она проходит:
  - а) через две точки этой плоскости;
  - б) через точку плоскости параллельно какой-либо прямой этой плоскости.

# ОСОБЫЕ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

- 1. ЛИНИИ УРОВНЯ ПЛОСКОСТИ** – линии параллельные плоскостям проекций и принадлежащие данной плоскости;
- 2. ЛИНИИ НАИБОЛЬШЕГО НАКЛОНА ПЛОСКОСТИ** – определяют угол наклона данной плоскости к одной из плоскостей проекций. ЛНН перпендикулярны линиям уровня:
  - горизонталы на плоскости  $\Pi_1$ ;
  - фронталы на  $\Pi_2$ .

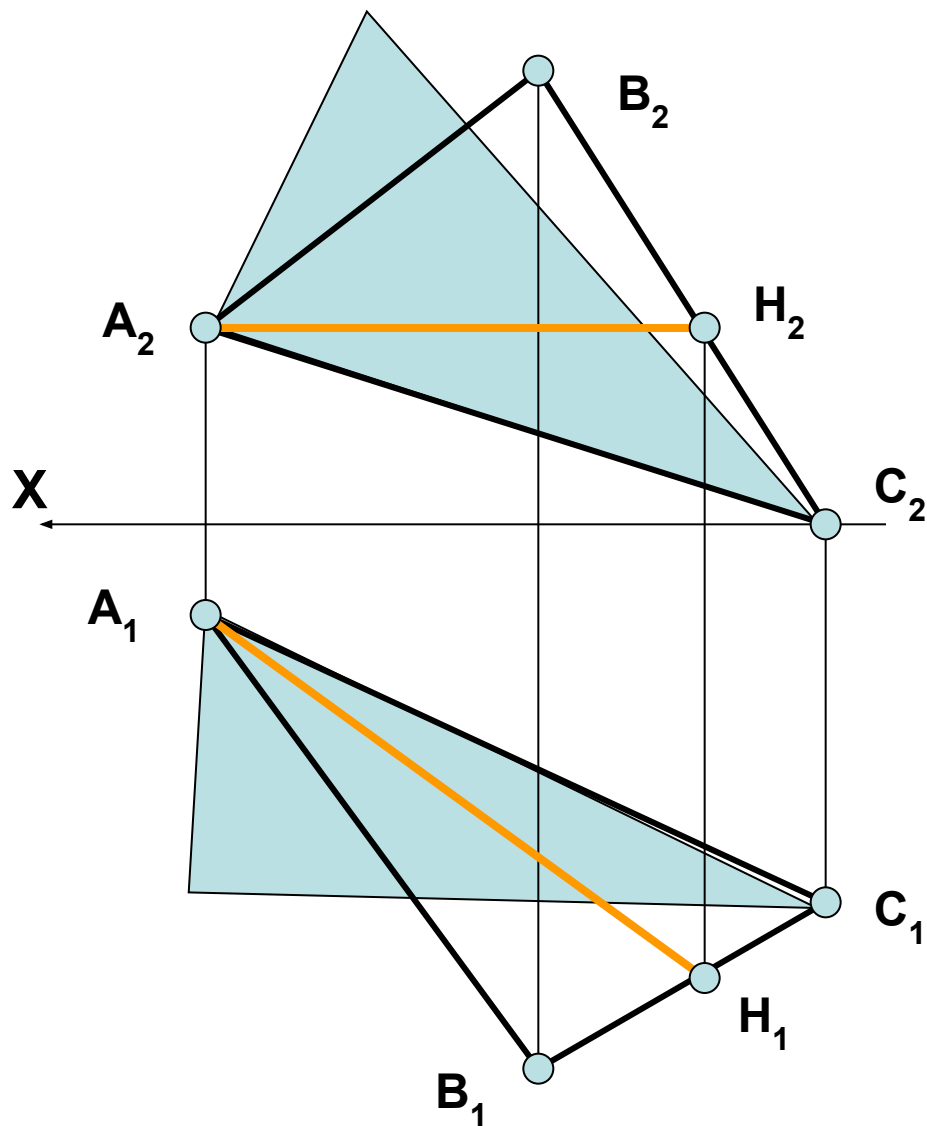
# ЛИНИИ УРОВНЯ ПЛОСКОСТИ

## Горизонталь плоскости



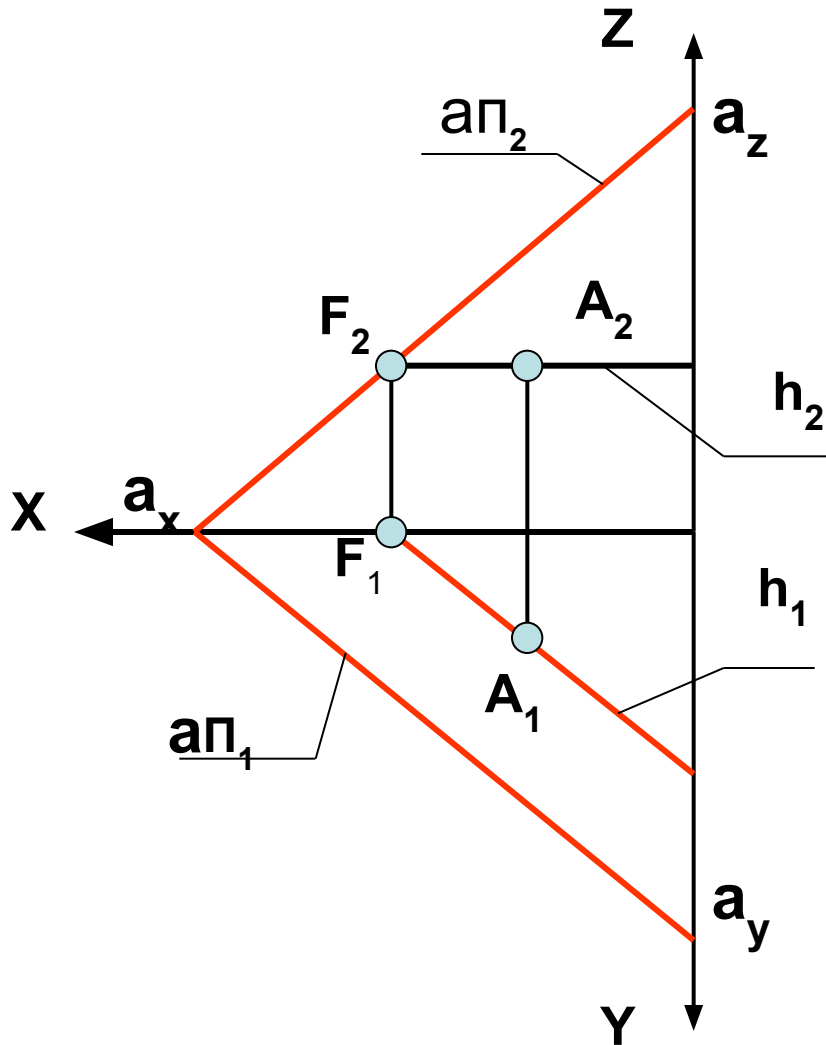
Линия  $h$  параллельна горизонтальной плоскости проекций и принадлежит данной плоскости  $a$ ;

# Горизонталь плоскости треугольника



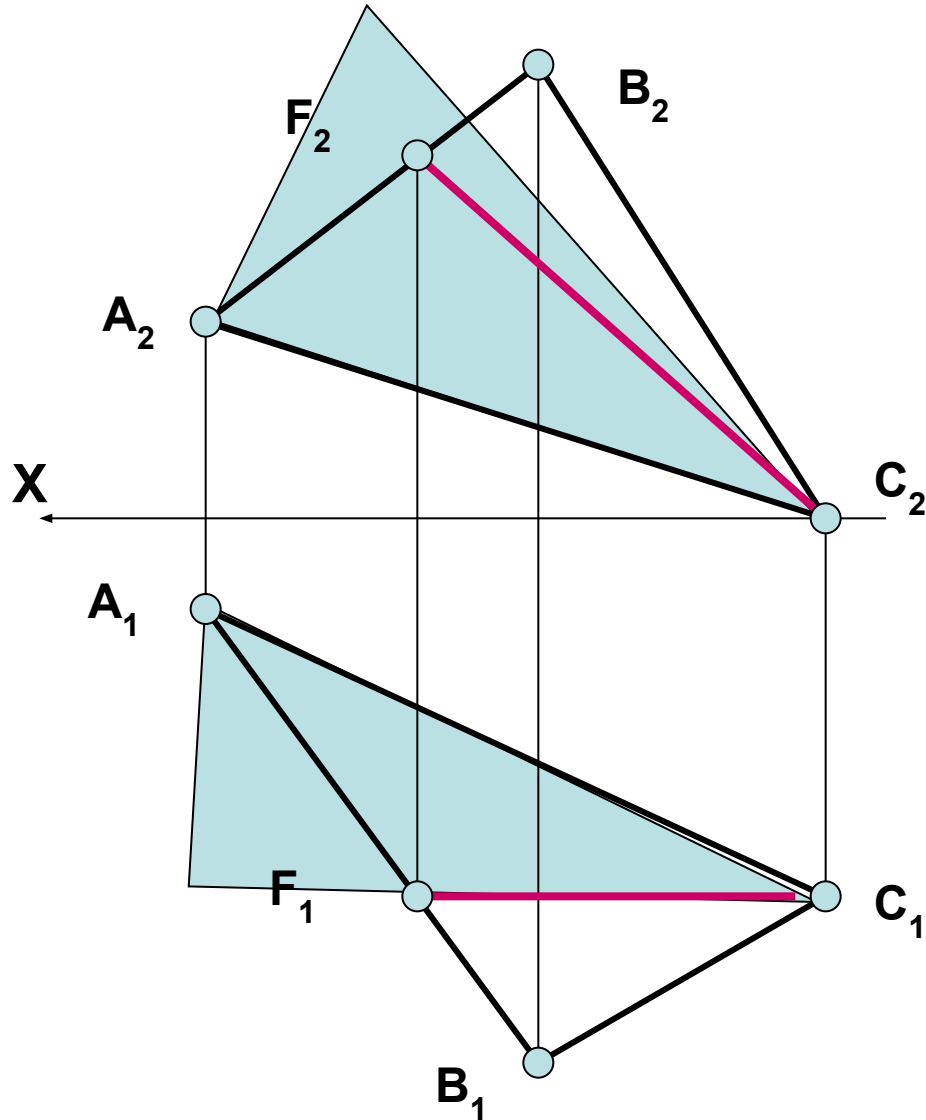
Линия  $h$  параллельна горизонтальной плоскости проекций и принадлежит данной плоскости  $\triangle ABC$ .

# Горизонталь плоскости



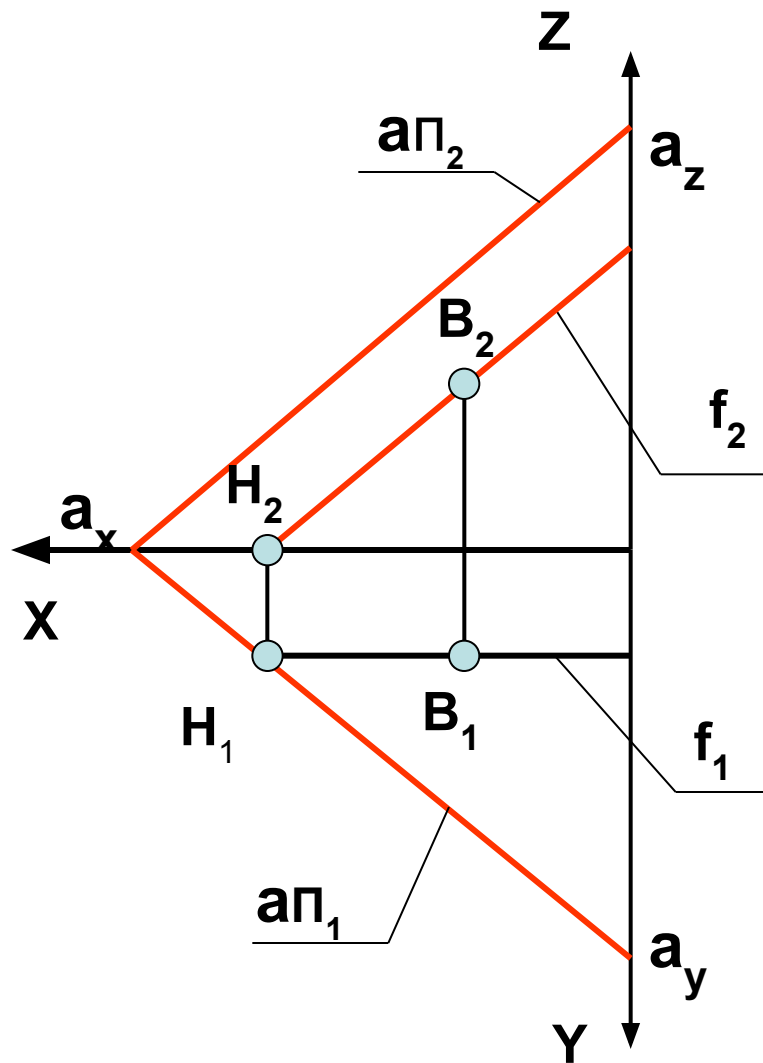
Линия  $h$  параллельна горизонтальной плоскости проекций и принадлежит данной плоскости  $\alpha$ ;

# Фронталь плоскости



Линия  $f$  параллельна фронтальной плоскости проекций и принадлежит данной плоскости

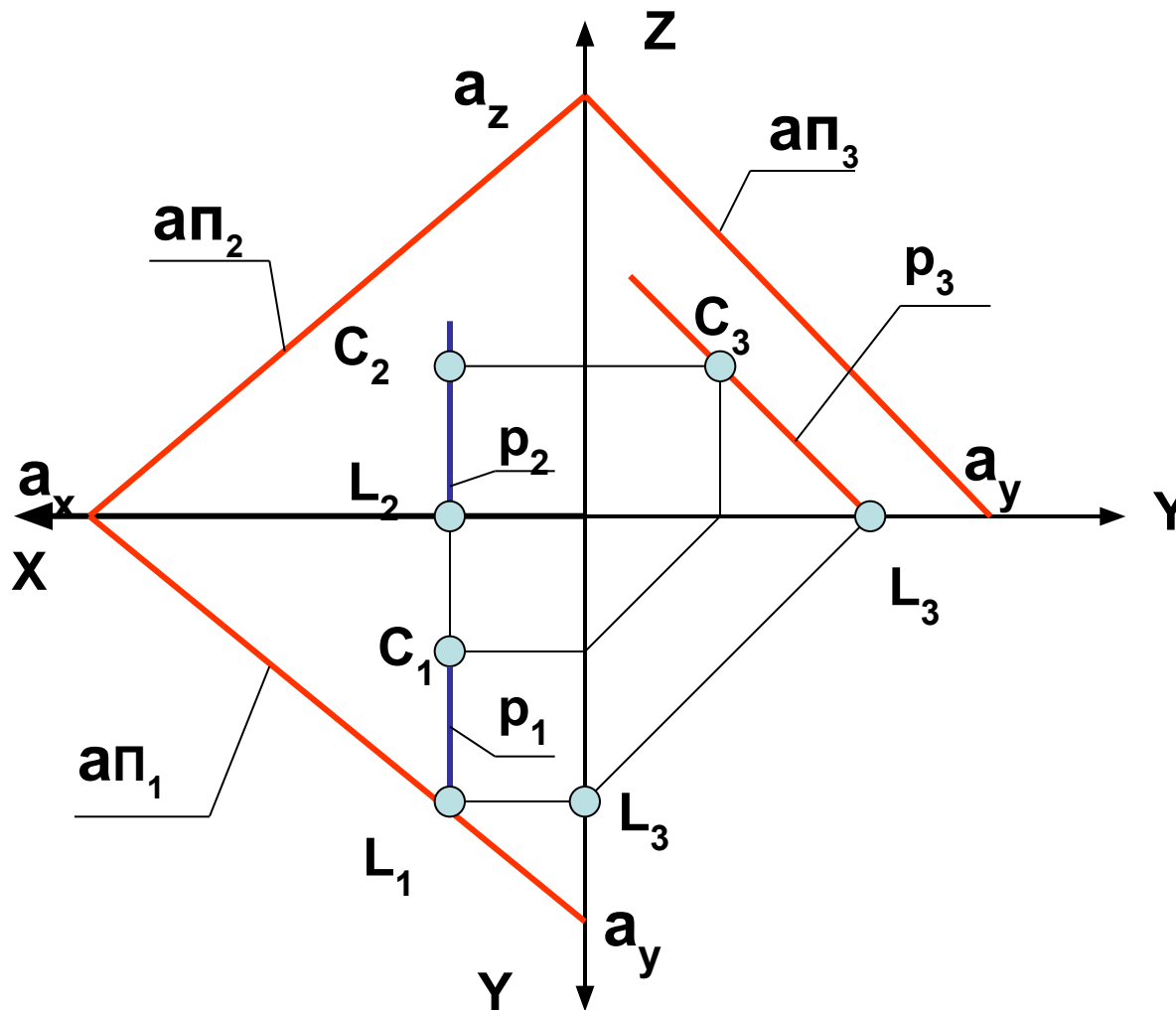
# Фронталь плоскости



Линия  $f$  параллельна фронтальной плоскости проекций и принадлежит данной плоскости  $a$ ;



# Профильная прямая плоскости



Линия  $p$  параллельна профильной плоскости проекций и принадлежит данной плоскости  $a$ ;

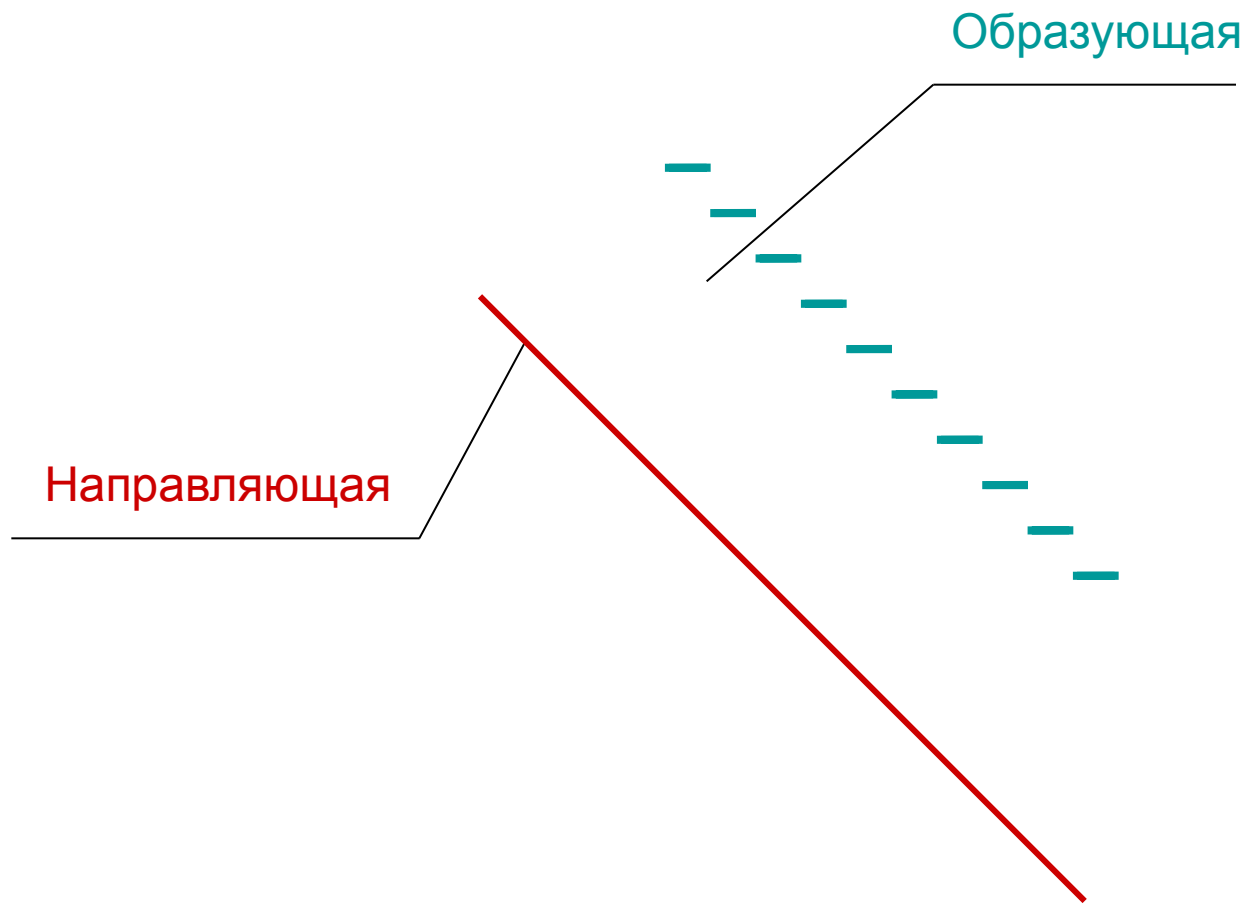
# *Поверхности*

# ***ПОВЕРХНОСТИ***

**ПОВЕРХНОСТЬ - МНОЖЕСТВО ПОЛОЖЕНИЙ  
ЛИНИИ ПЕРЕМЕЩАЮЩЕЙСЯ В ПРОСТРАНСТВЕ  
ПО ОПРЕДЕЛЕННОМУ ЗАКОНУ**

**ЛИНИЯ ПЕРЕМЕЩАЮЩАЯСЯ В ПРОСТРАНСТВЕ  
НАЗЫВАЕТСЯ ОБРАЗУЮЩАЯ**

**ЛИНИЯ ПО КОТОРОЙ ПРОИСХОДИТ  
ПЕРЕМЕЩЕНИЕ НАЗЫВАЕТСЯ НАПРАВЛЯЮЩАЯ**



# СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

**1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ –**

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = 1$$

**2. ГРАФИЧЕСКИЙ:**

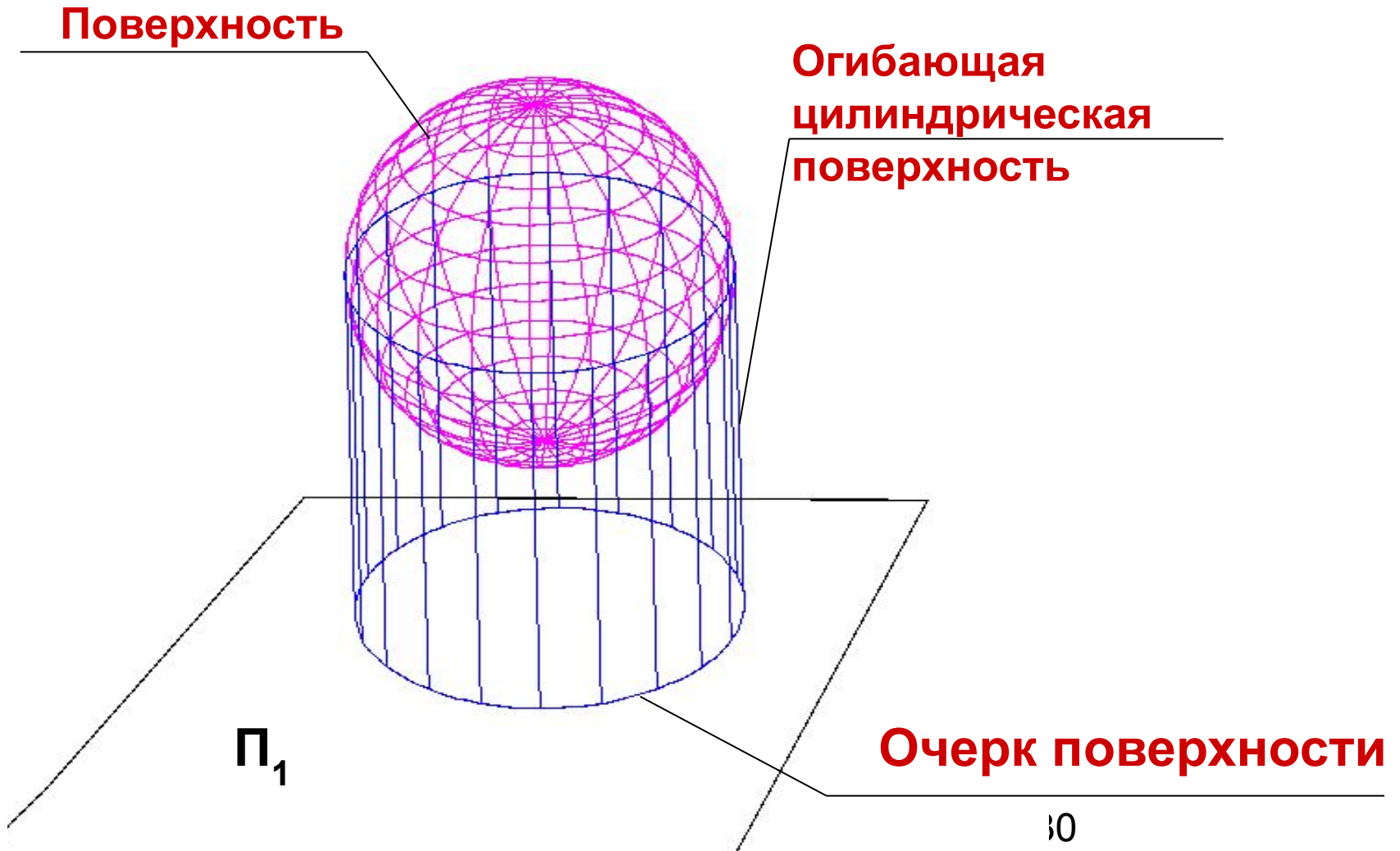
**а. очерк**

**б. каркас**

**в. определитель**

# ОЧЕРК ПОВЕРХНОСТИ

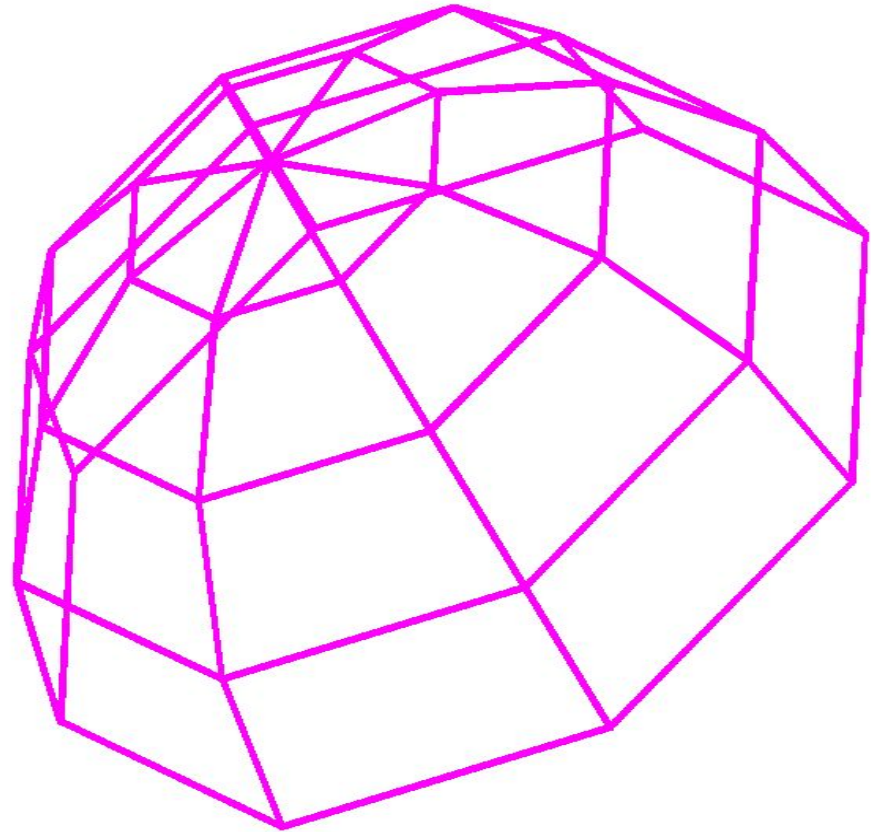
ОЧЕРК ПОВЕРХНОСТИ СЛЕД НА ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОГИБАЮЩЕЙ ЗАДАННУЮ  
ПОВЕРХНОСТЬ



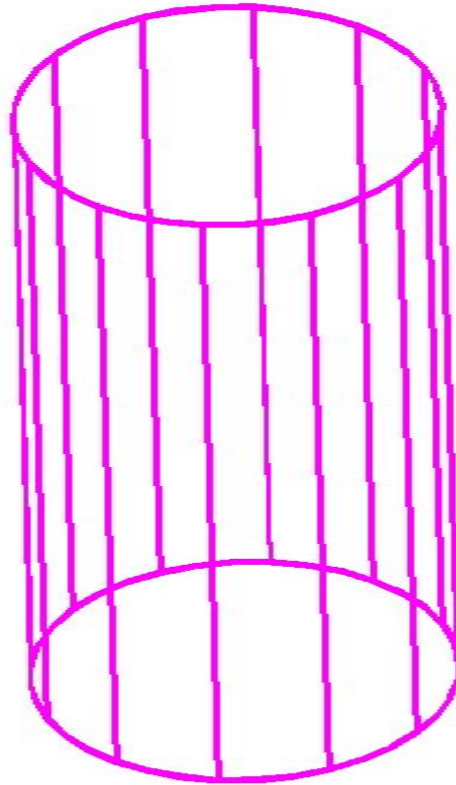
# КАРКАС ПОВЕРХНОСТИ

**ТОЧЕЧНЫЙ КАРКАС**- множество точек принадлежащих поверхности.

В этом случае поверхность аппроксимируется поверхностью многогранника.



**ЛИНЕЙЧАТЫЙ КАРКАС** – это множество линий, заполняющих поверхность так, что через каждую точку поверхности проходит одна линия каркаса

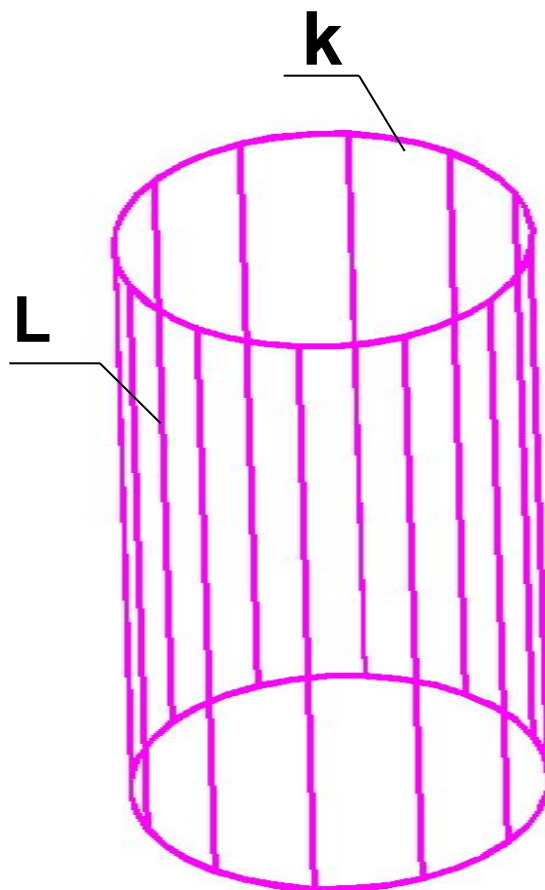




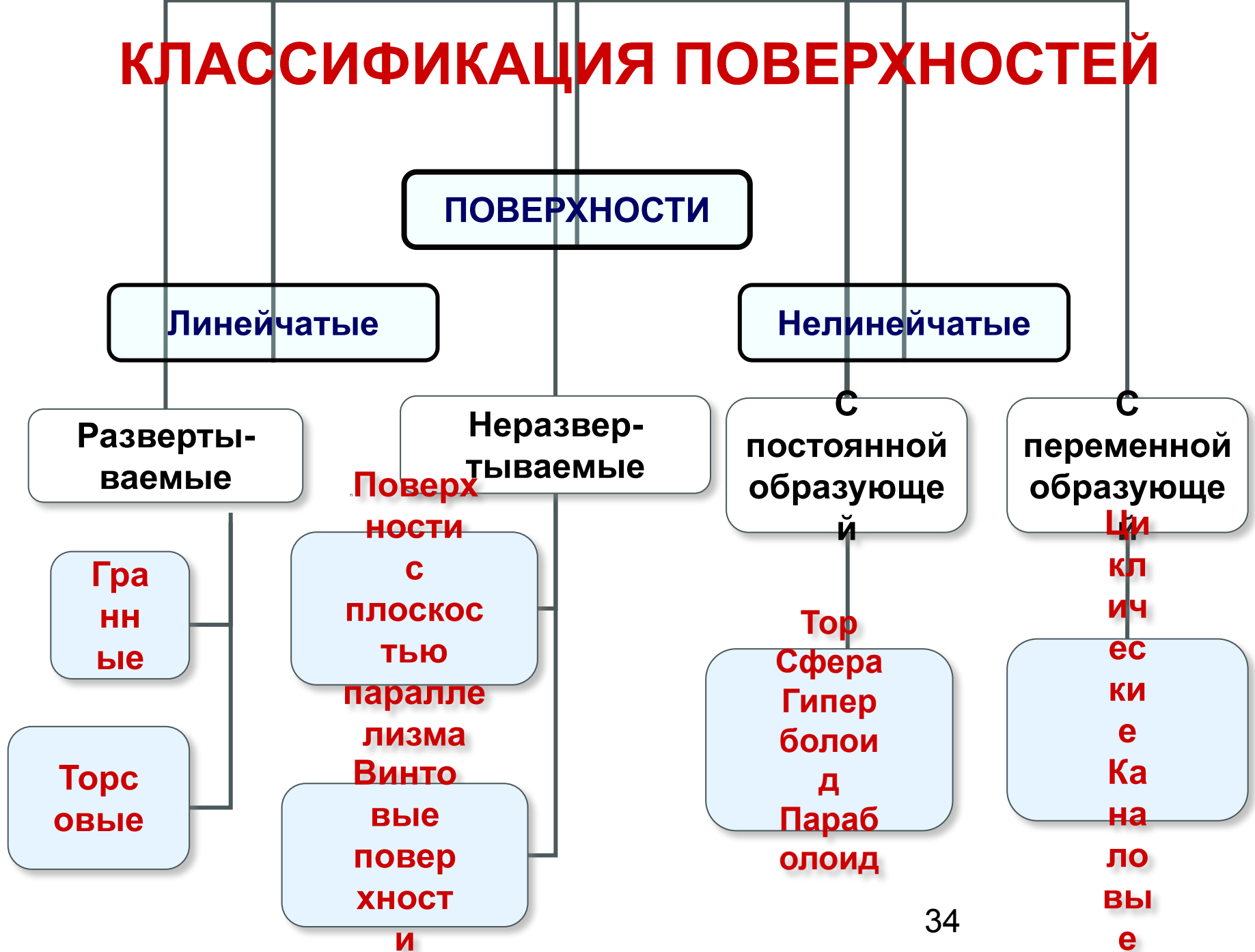
# ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ПОВЕРХНОСТИ

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ПОВЕРХНОСТИ- СОВОКУПНОСТЬ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ  
ПОВЕРХНОСТЬ И ЗАКОНОМЕРНОСТЬ ОПИСЫВАЮЩАЯ ИХ  
ДВИЖЕНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ

$\Phi(L,k)(A)$



# КЛАССИФИКАЦИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ



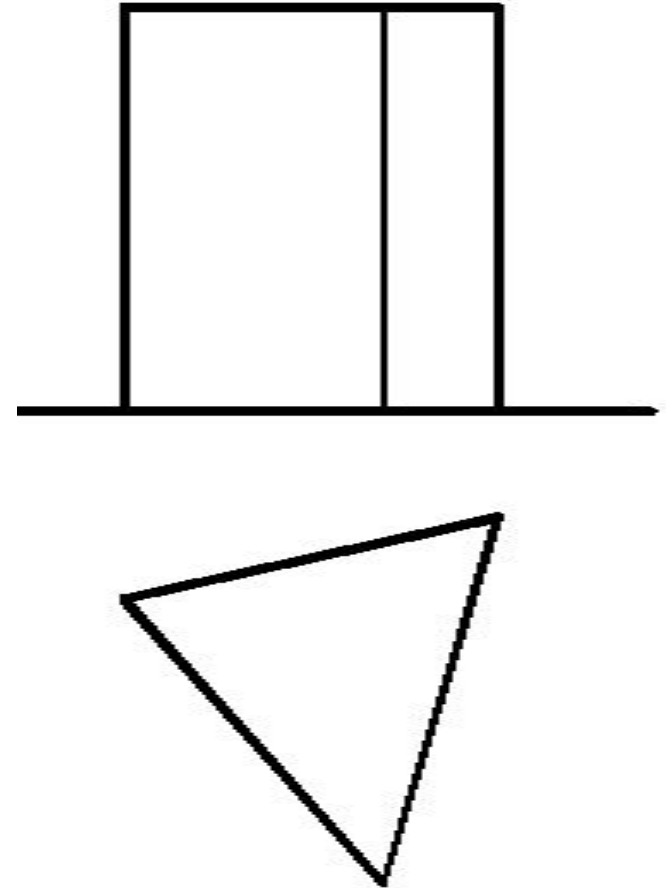
# Гранные поверхности

**Призма** - образуется при движении прямолинейной образующей по ломаной направляющей.

Образующие параллельны друг другу.

**Призма прямая**, если образующие перпендикулярны основанию.

**Призма правильная**, если в основании правильный многоугольник.



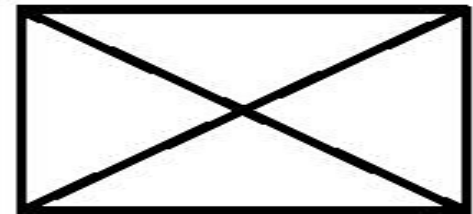
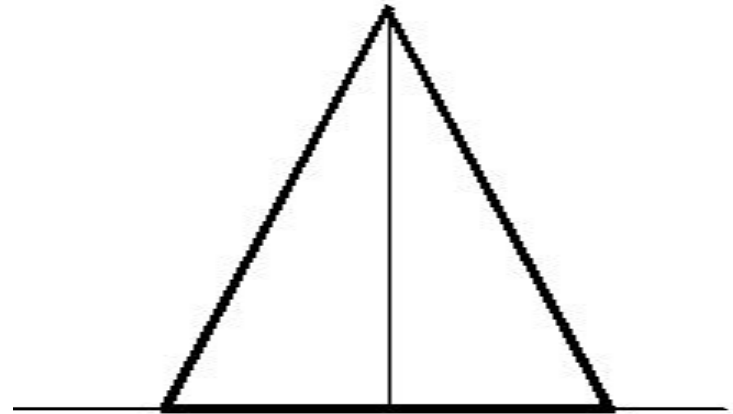
# Гранные поверхности

**Пирамида** – образуется при движении прямолинейной образующей по ломаной направляющей.

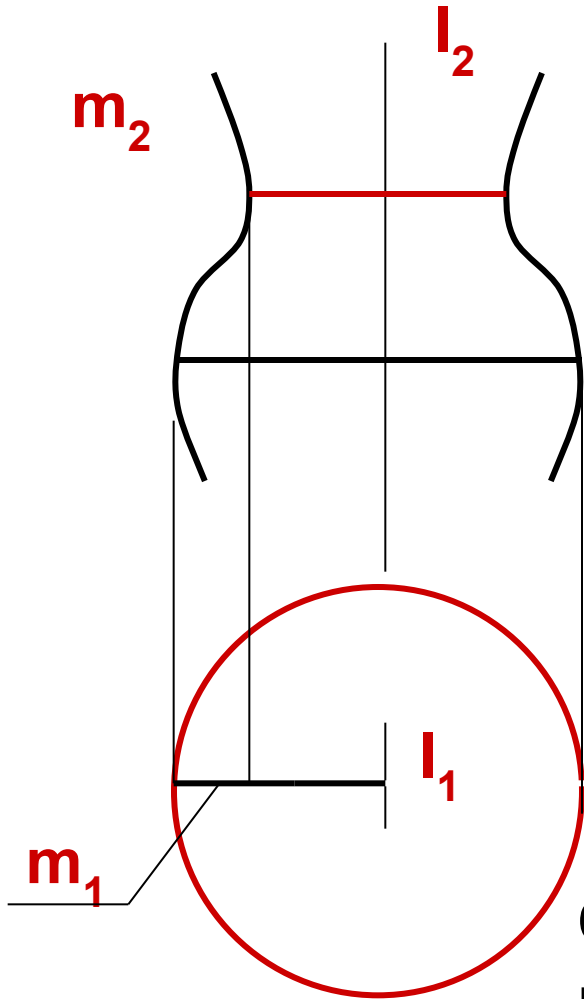
Все образующие имеют общую точку, которая называется – **вершина пирамиды**.

**Пирамида прямая**, если высота перпендикулярна основанию.

**Пирамида правильная**, если в основании правильный многоугольник.



# ПРОСТЕЙШИЕ ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ



**m** - ОБРАЗУЮЩАЯ ПОВЕРХНОСТИ  
**l** - ОСЬ ВРАЩЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ

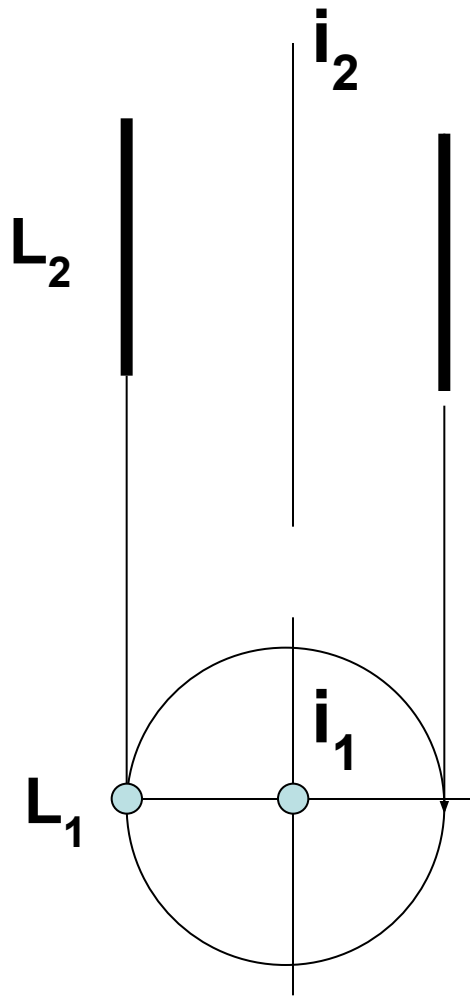
Все точки движутся по окружностям которые называются - **ПАРАЛЛЕЛИ ПОВЕРХНОСТИ**

Самая маленькая параллель - **ГОРЛО ПОВЕРХНОСТИ**

Самая большая параллель - **ЭКВАТОР ПОВЕРХНОСТИ**

Очерк поверхности на фронтальной плоскости - **ГЛАВНЫЙ МЕРИДИАН**

# ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ВРАЩЕНИЯ

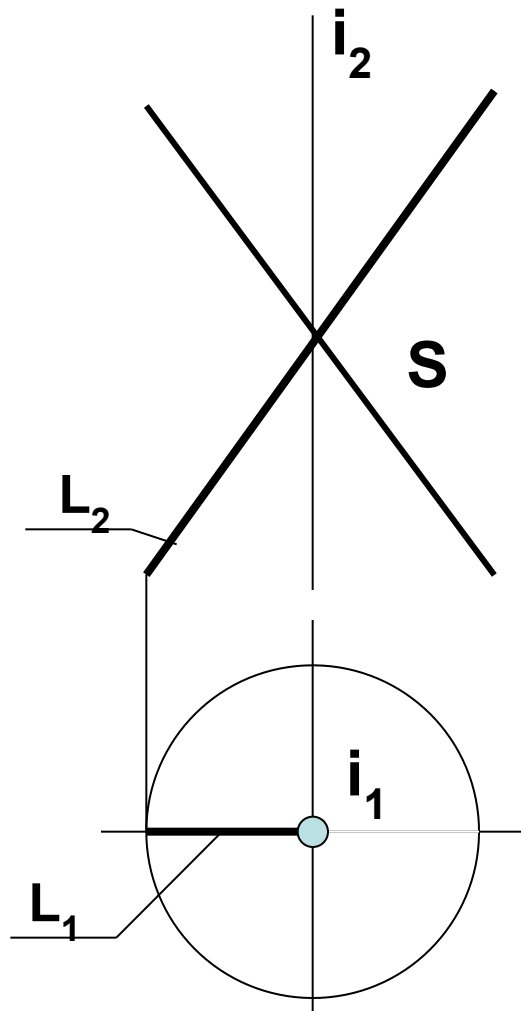


1.  $i$  – ось вращения
2.  $L$  – прямолинейная образующая

Определитель поверхности  
цилиндра вращения

$$\Phi(L, i)(A)$$

# ПОВЕРХНОСТЬ КОНУСА ВРАЩЕНИЯ

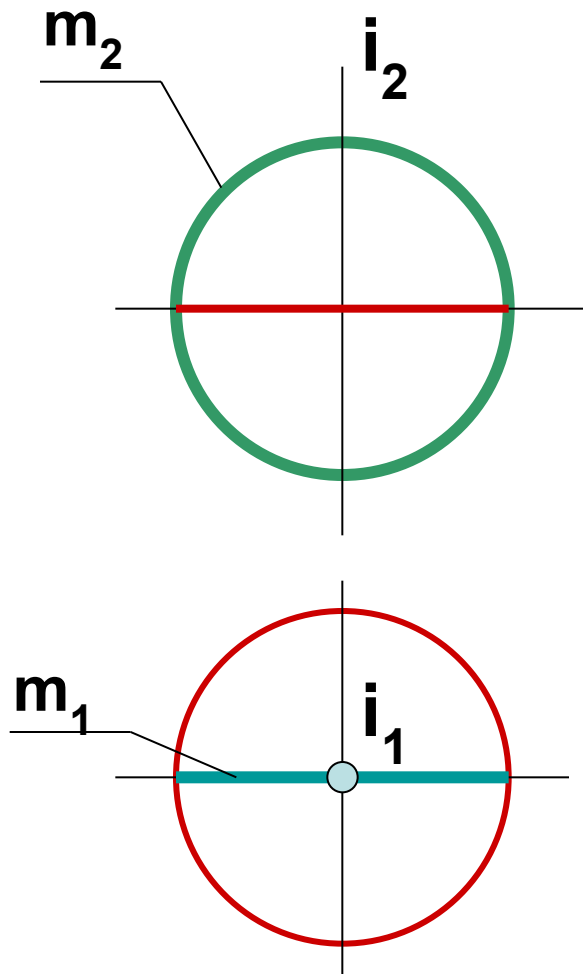


1. **i** – ось вращения
2. **L** – прямолинейная образующая
3. **S** – вершина конической поверхности

Определитель поверхности

$$\Phi (L, I, S)(A)$$

# ПОВЕРХНОСТЬ СФЕРЫ



1.  $i$  – ось вращения
2.  $m$  – криволинейная образующая (окружность)

Определитель поверхности  $\Phi$   
 $(m, i) (A)$

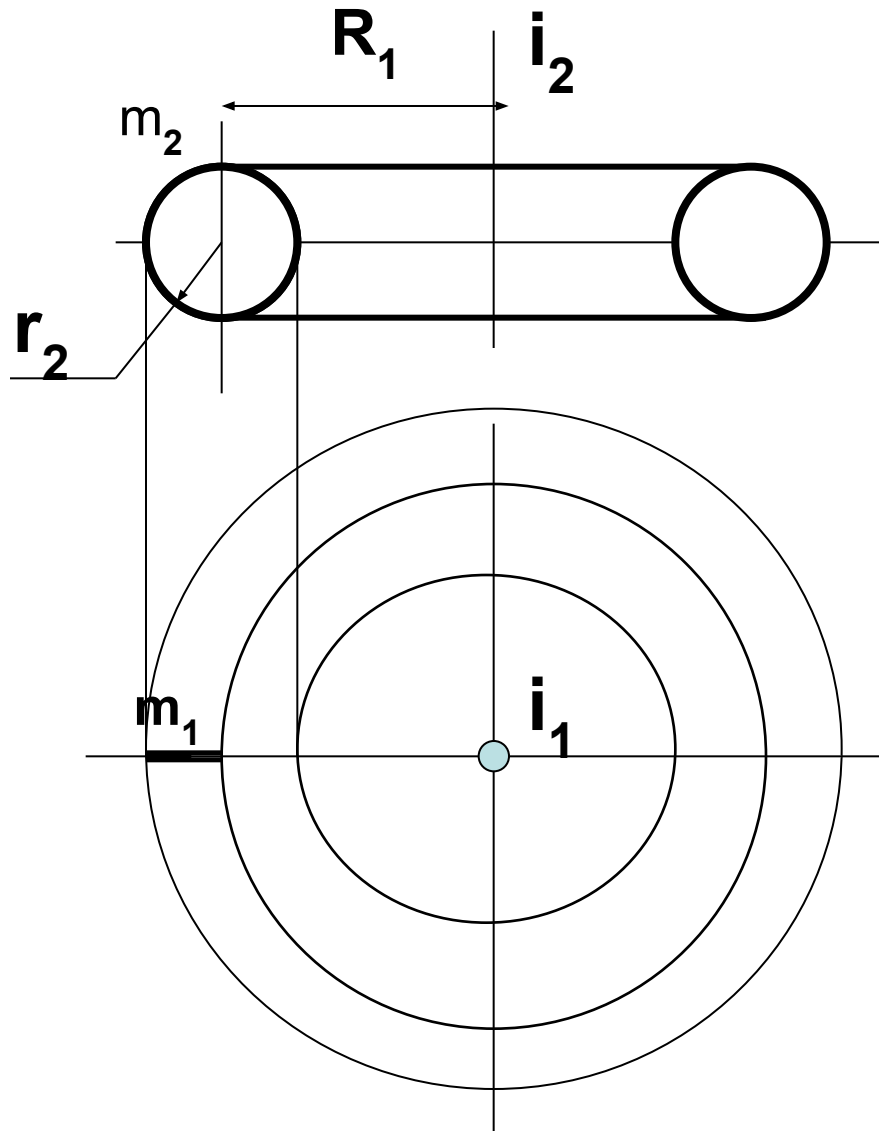
Очерковые линии сферы  
называются

экватор

главный меридиан



# ТОРОВАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ОТКРЫТЫЙ ТОР

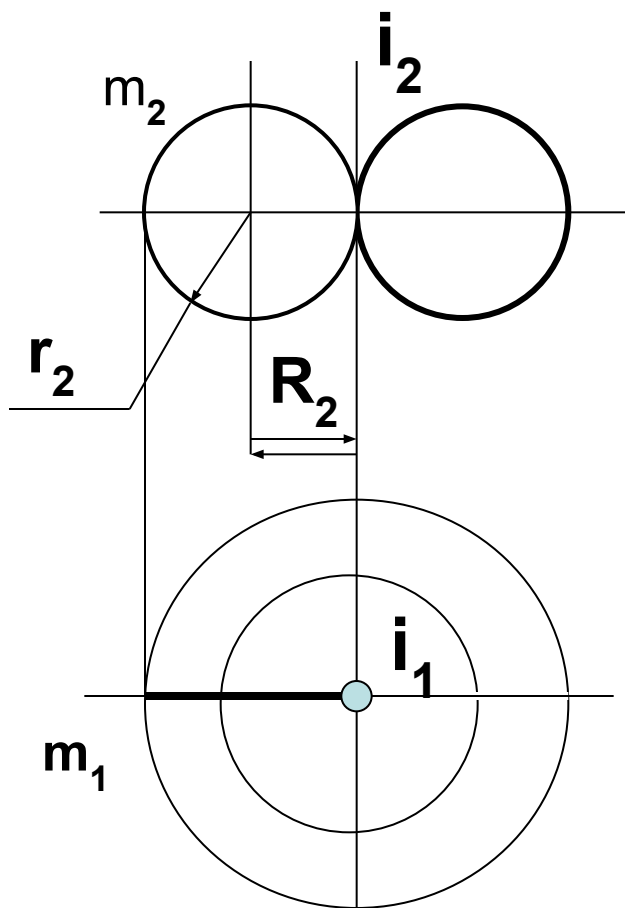


1.  $i$  – ось вращения
2.  $m$  – образующая (окружность)

Определитель  
поверхности  
 $\Phi(m, i)$  (A)

$$r < R$$

# ТОРОВАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ЗАКРЫТЫЙ ТОР



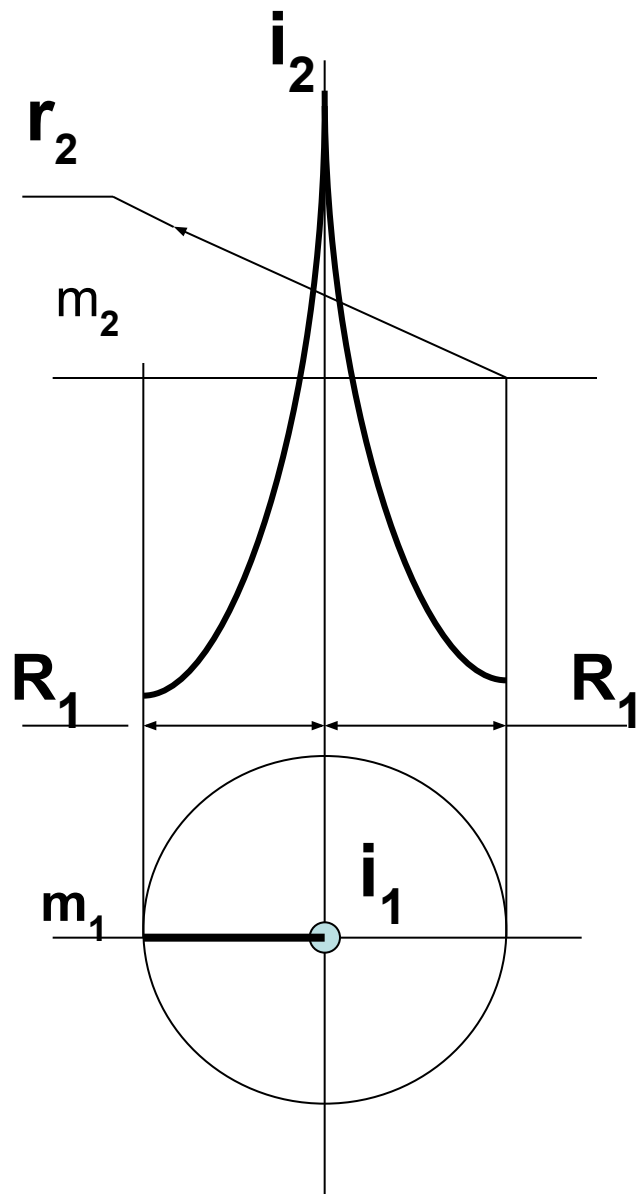
1.  $i$  – ось вращения
2.  $m$  – образующая (окружность)

Определитель  
поверхности

$$\Phi(m, i) (A)$$

$$r = R$$

# ТОРОВАЯ ПОВЕРХНОСТЬ САМОПЕРЕСЕКАЮЩИЙСЯ ТОР (тор - бочка)



1.  $i$  – ось вращения
2.  $m$  – образующая (окружность)

Определитель  
поверхности

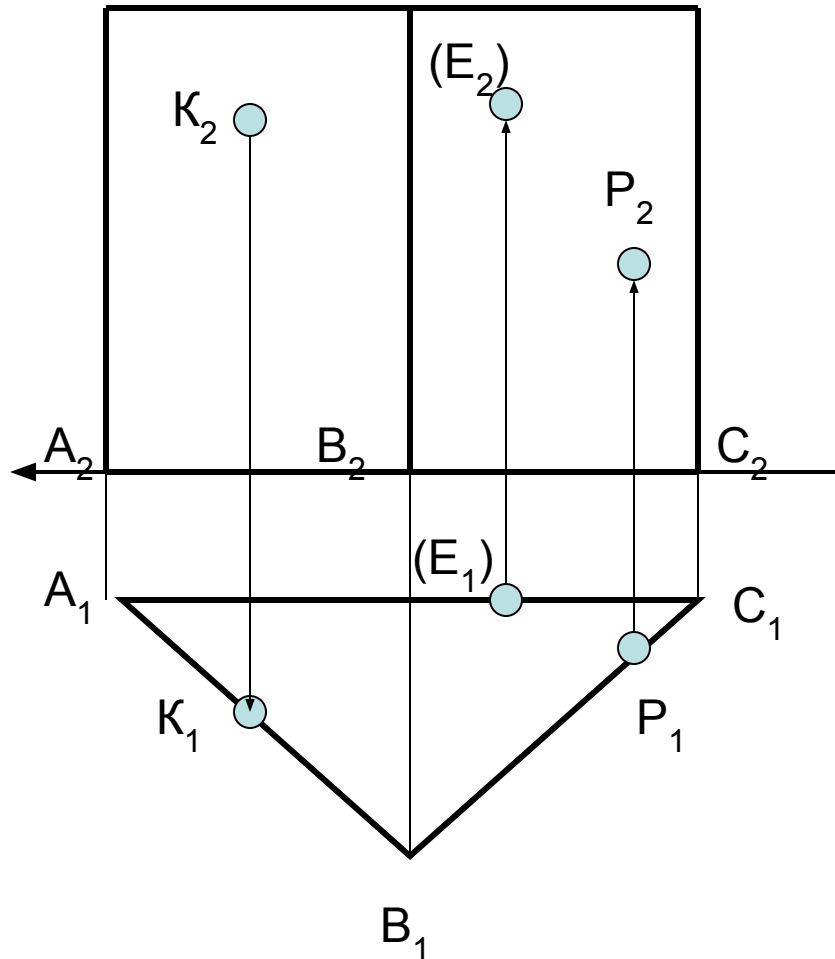
$$\Phi(m, i) (A)$$

$$r > R$$

***Определение положения  
точек на поверхности  
тел***

- Поверхность считается заданной на чертеже, если можно построить любую точку, ей принадлежащую.
- Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит какой-либо линии, принадлежащей этой поверхности.

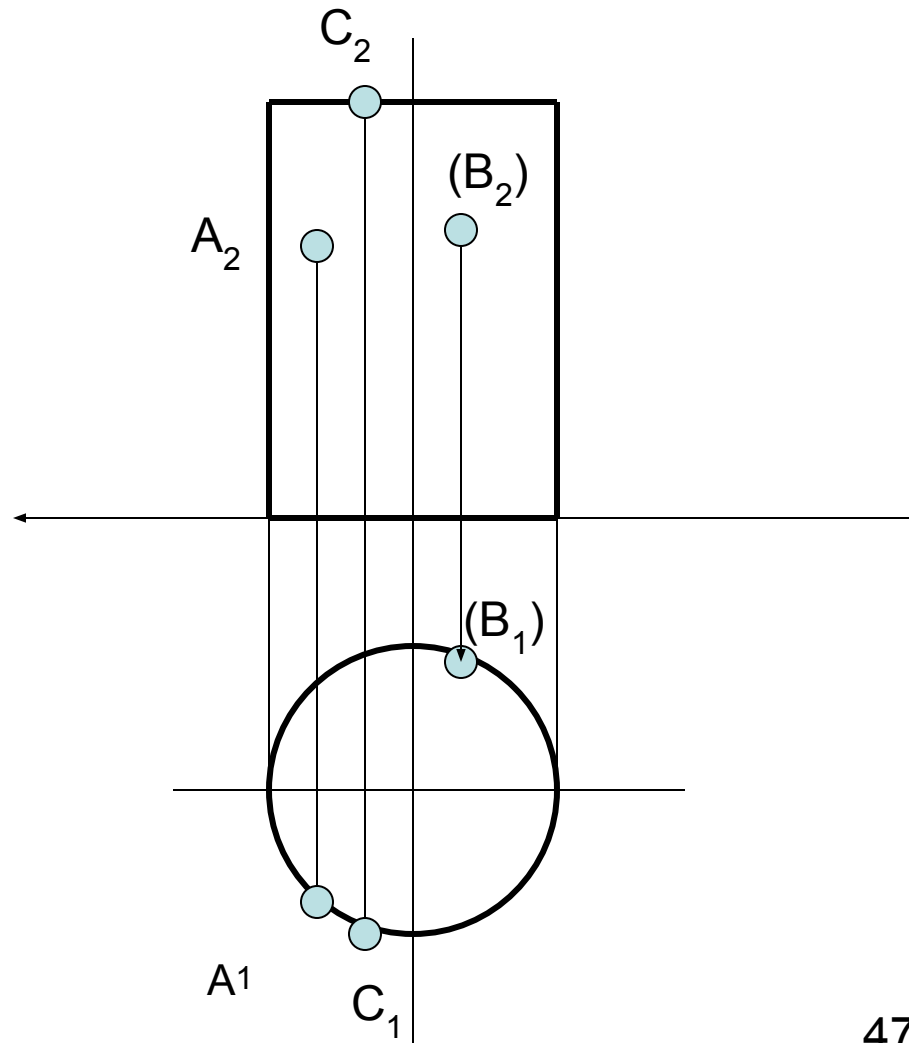
# Определение проекций точек на поверхности многогранника



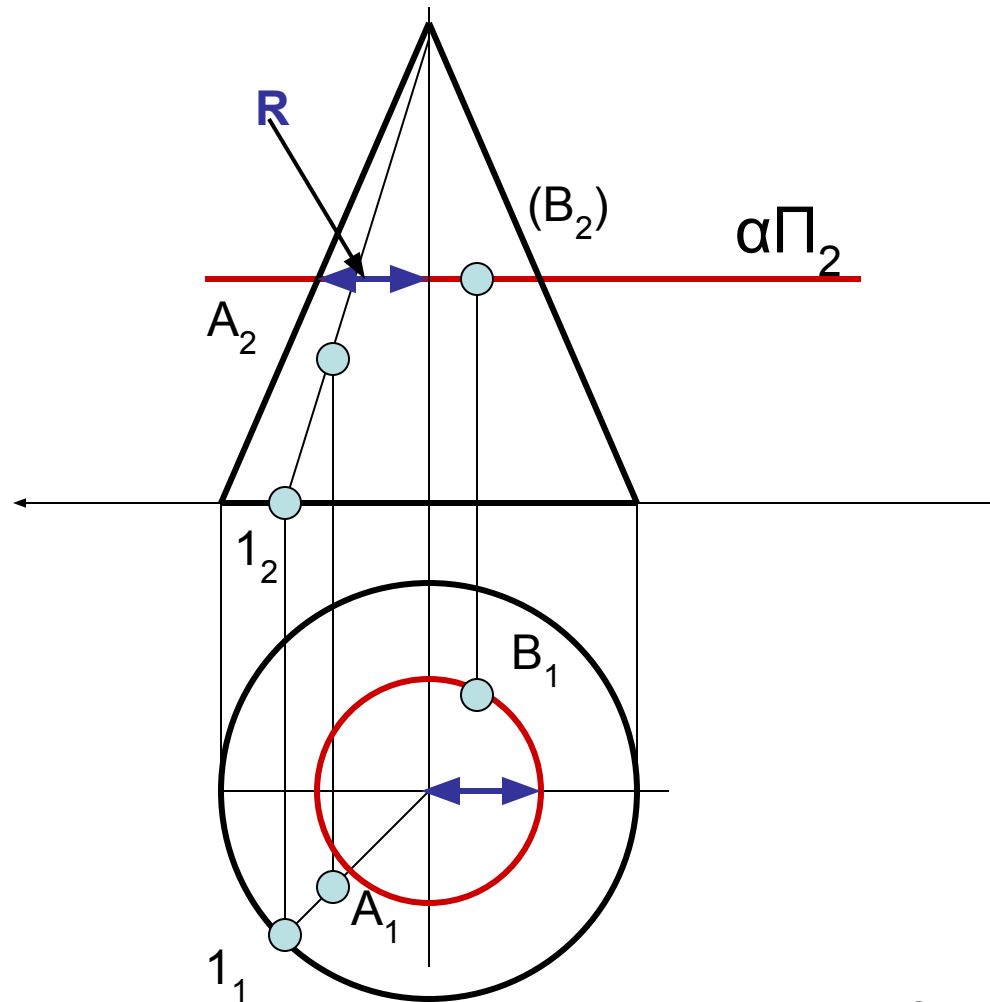
Точки на гранях  
проецируются на очерк  
основания (точка  $K$ )

Точка  $P$  задана на стороне  
основания. Для нахождения  
ее положения на боковой  
грани необходимо задать  
координату точки по оси  $Z$ .

# Определение проекций точек на поверхности цилиндра

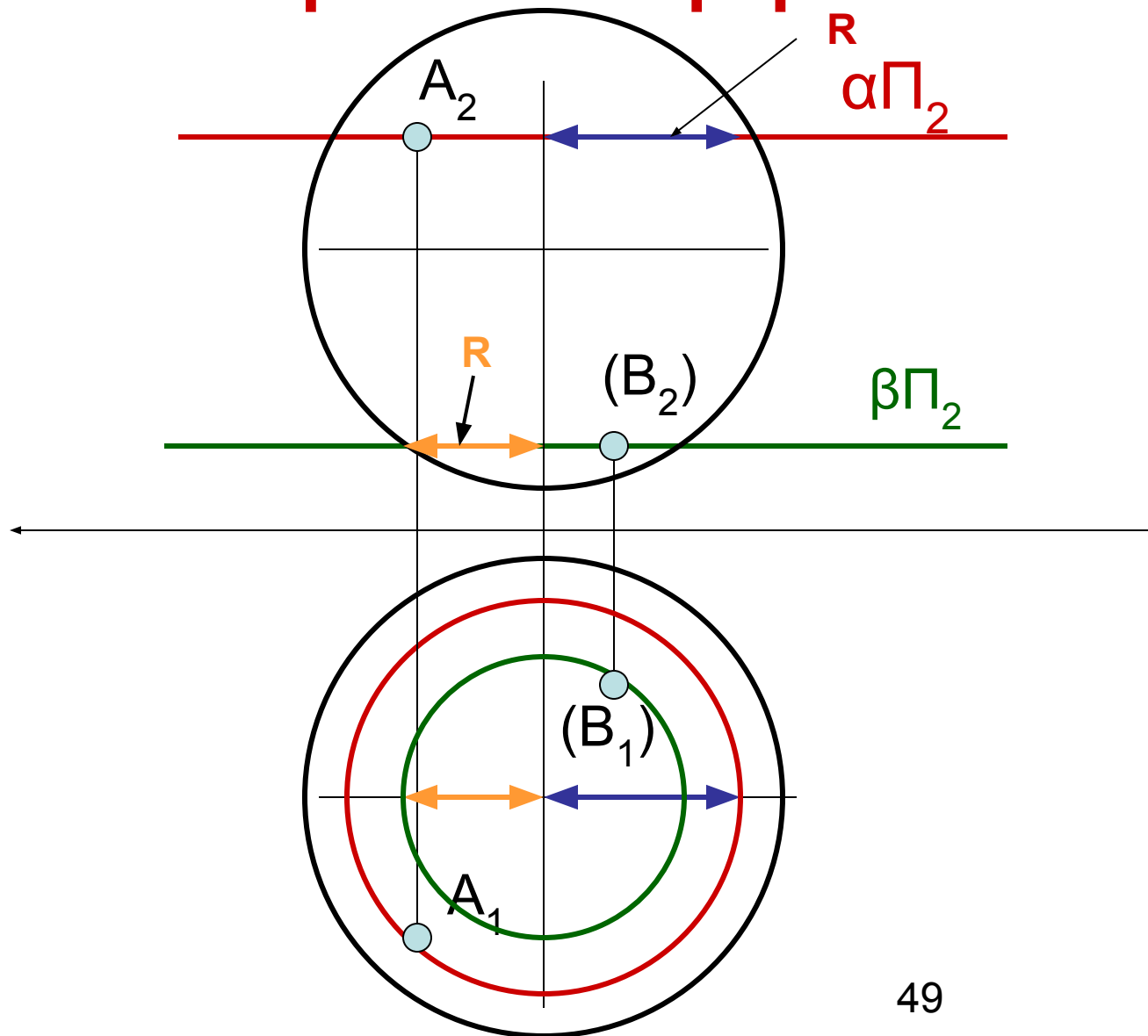


# Определение проекций точек на поверхности конуса





# Определение проекций точек на поверхности сферы



# ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ

ПРИ ПЕРЕСЕЧЕНИИ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ ПОЛУЧАЕТСЯ ЛИНИЯ, ВСЕ ТОЧКИ КОТОРОЙ ПРИНАДЛЕЖАТ КАК ПОВЕРХНОСТИ, ТАК И СЕКУЩЕЙ ПЛОСКОСТИ.

Линия, ограничивающая полученную плоскую фигуру называется **линией сечения.**

# ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ

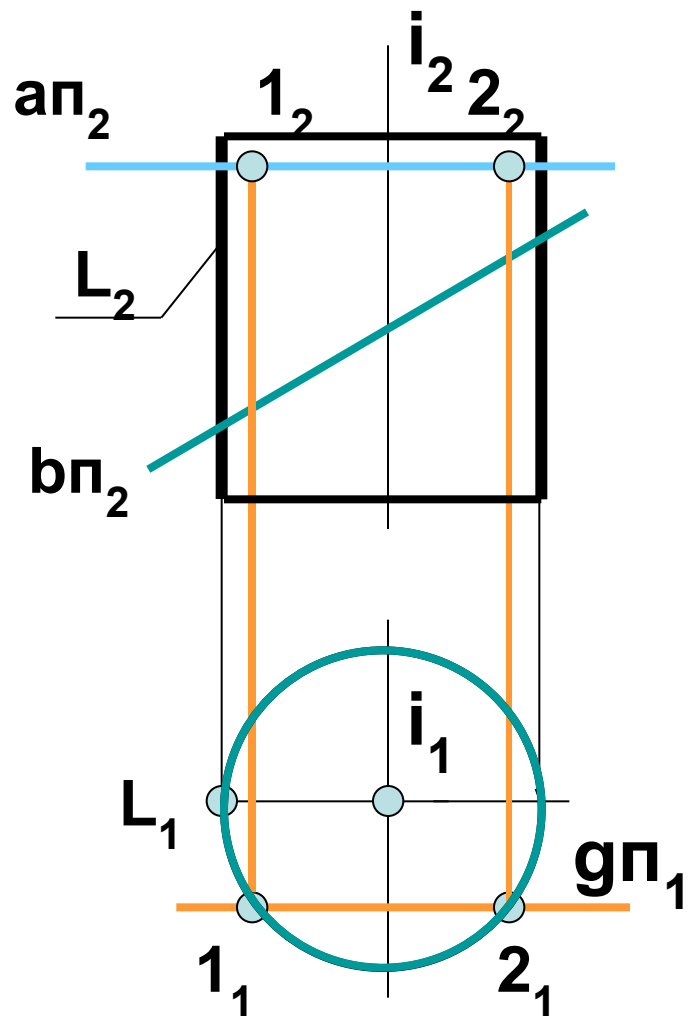
- Если секущая плоскость параллельна плоскости проекций, то фигура сечения на плоскость проекций проецируется в натуральную величину.
- Если секущая плоскость перпендикулярна плоскости проекций, то одна из проекций фигуры сечения прямая линия, совпадающая со следом плоскости.

# ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ

*Линия пересечения может быть:*

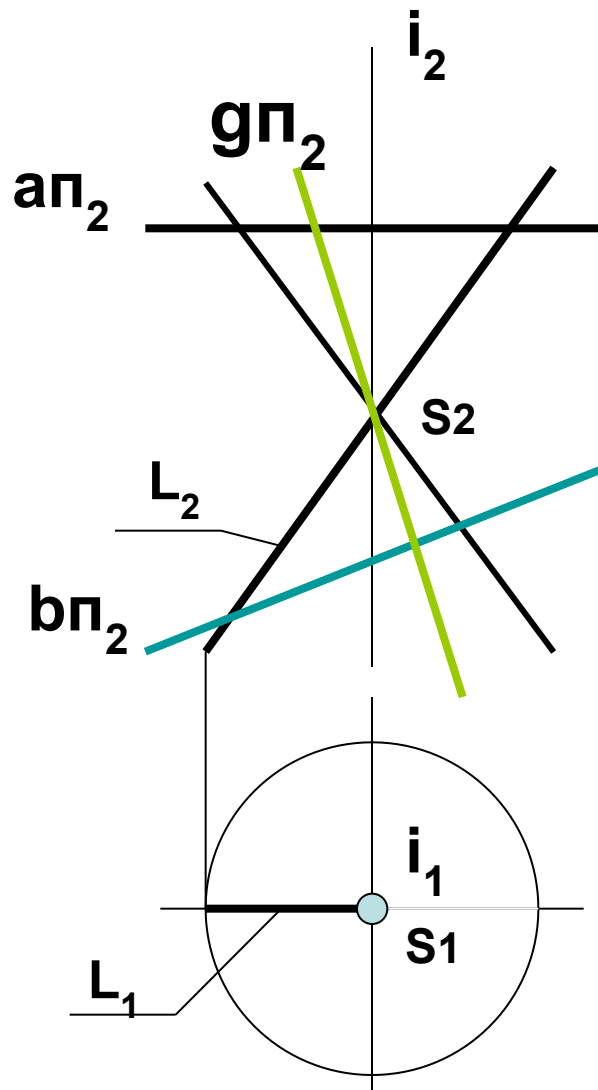
1. *ломаная* - при пересечении плоскости и гранной поверхности;
2. *плоская кривая* - при пересечении плоскости с поверхностью вращения.

# СЕЧЕНИЯ ЦИЛИНДРА ВРАЩЕНИЯ



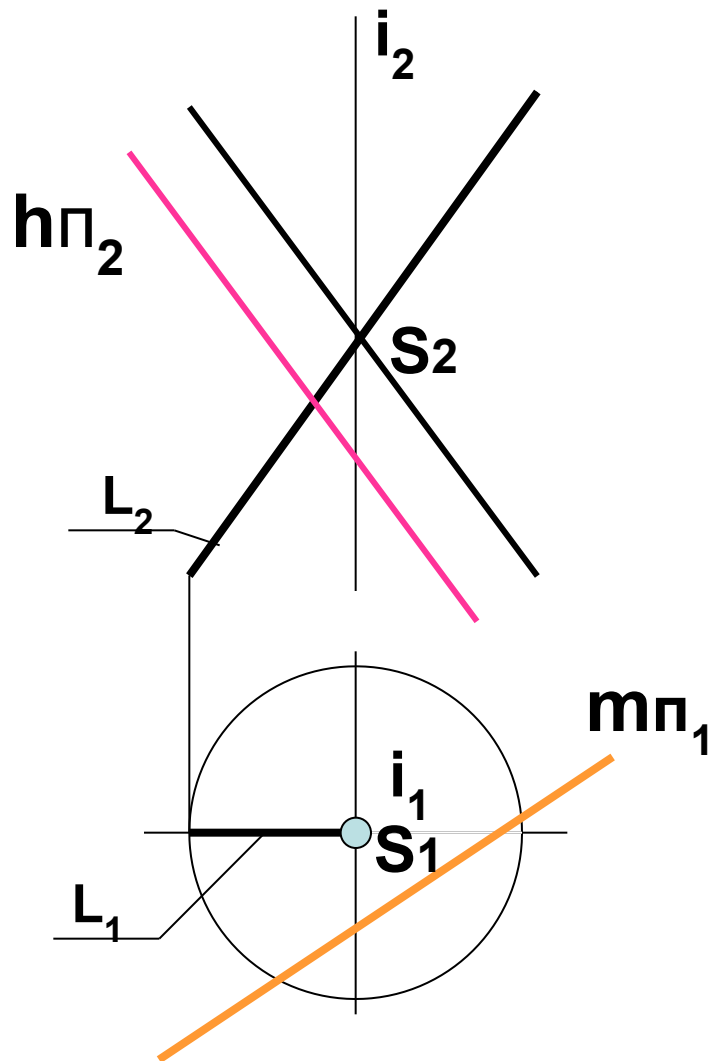
1.  $a \perp i$  – окружность
2.  $b \wedge i$  – эллипс
3.  $g \parallel i$  - прямоугольник

# СЕЧЕНИЯ КОНУСА ВРАЩЕНИЯ



1.  $а\bar{b}i$  – окружность
2.  $b\wedge i$  – эллипс
3.  $g$  – треугольник  
 $g$  проходит через вершину  $S$

# СЕЧЕНИЯ КОНУСА ВРАЩЕНИЯ



4.  $m$  – гипербола

$m \parallel i$

5.  $h$  – парабола

$h \parallel L$

# ПОСТРОЕНИЕ СЕЧЕНИЯ

1. Определение секущей заданной плоскости.
2. Определить характерные точки:
  - точки, расположенные на крайних образующих;
  - точки, определяющие вершины кривых (эллипс - большую и малую ось, гипербола, парабола - вершины);
  - точки, определяющие видимость.



# ПОСТРОЕНИЕ СЕЧЕНИЯ

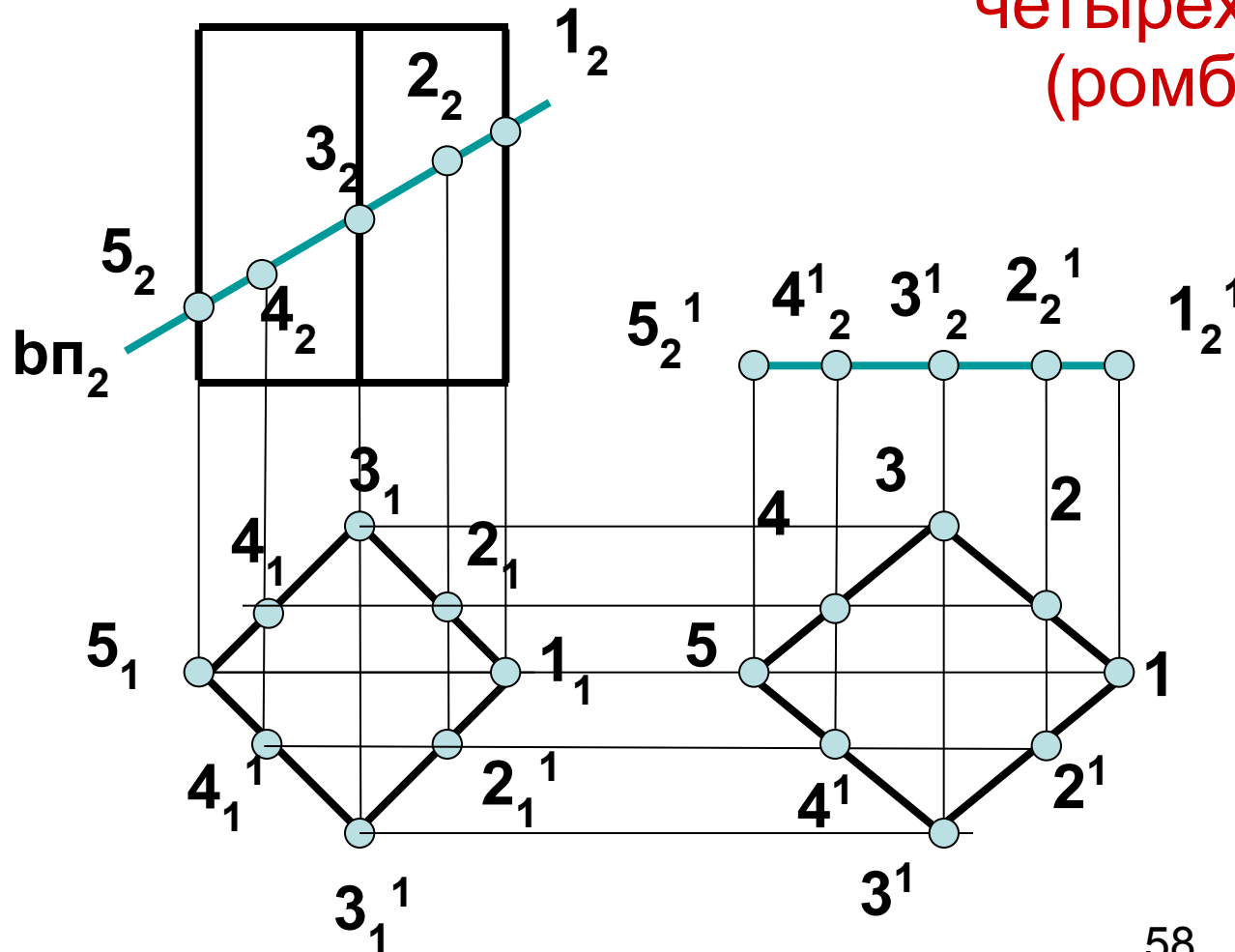
3. Через выбранные точки провести вспомогательные секущие плоскости параллельно плоскостям проекций (в сечении окружность или прямоугольник)  
.
4. Определить точки пересечения плоскости и построенного сечения.

# СЕЧЕНИЕ ПРИЗМЫ ПЛОСКОСТЬЮ

Определение натуральной величины сечения

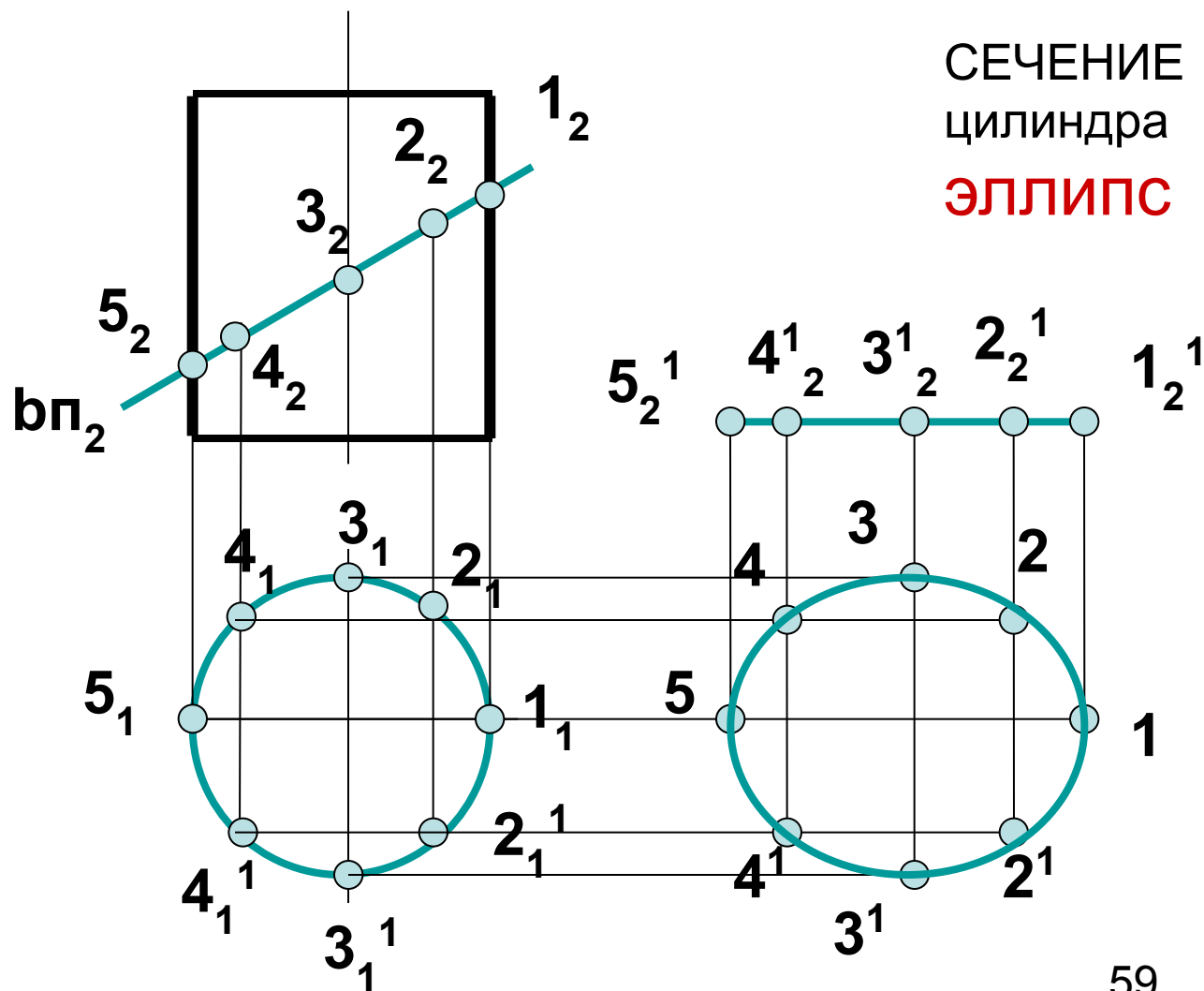
СЕЧЕНИЕ ПРИЗМЫ

четыреугольник  
(ромб)

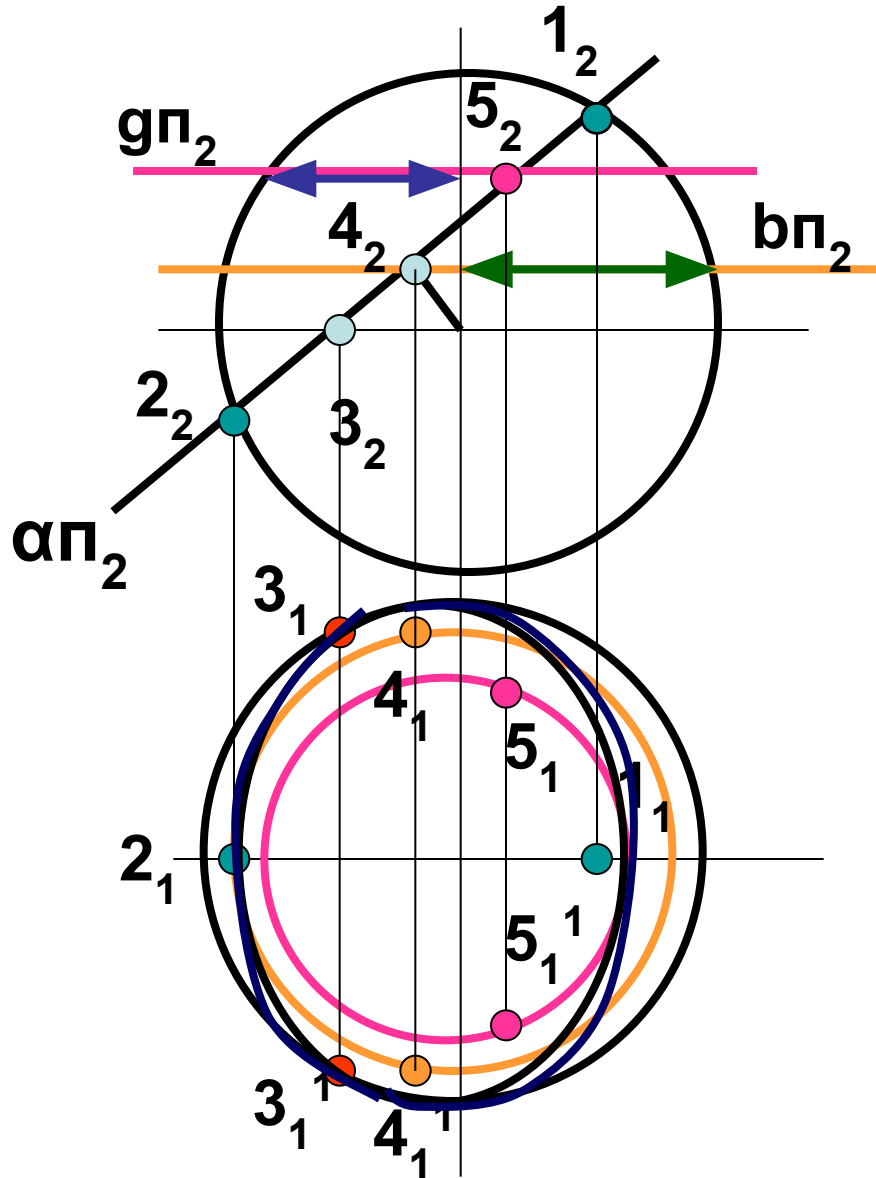


# СЕЧЕНИЕ ЦИЛИНДРА ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТЬЮ

## Определение натуральной величины сечения



# СЕЧЕНИЯ СФЕРЫ ПЛОСКОСТЬЮ



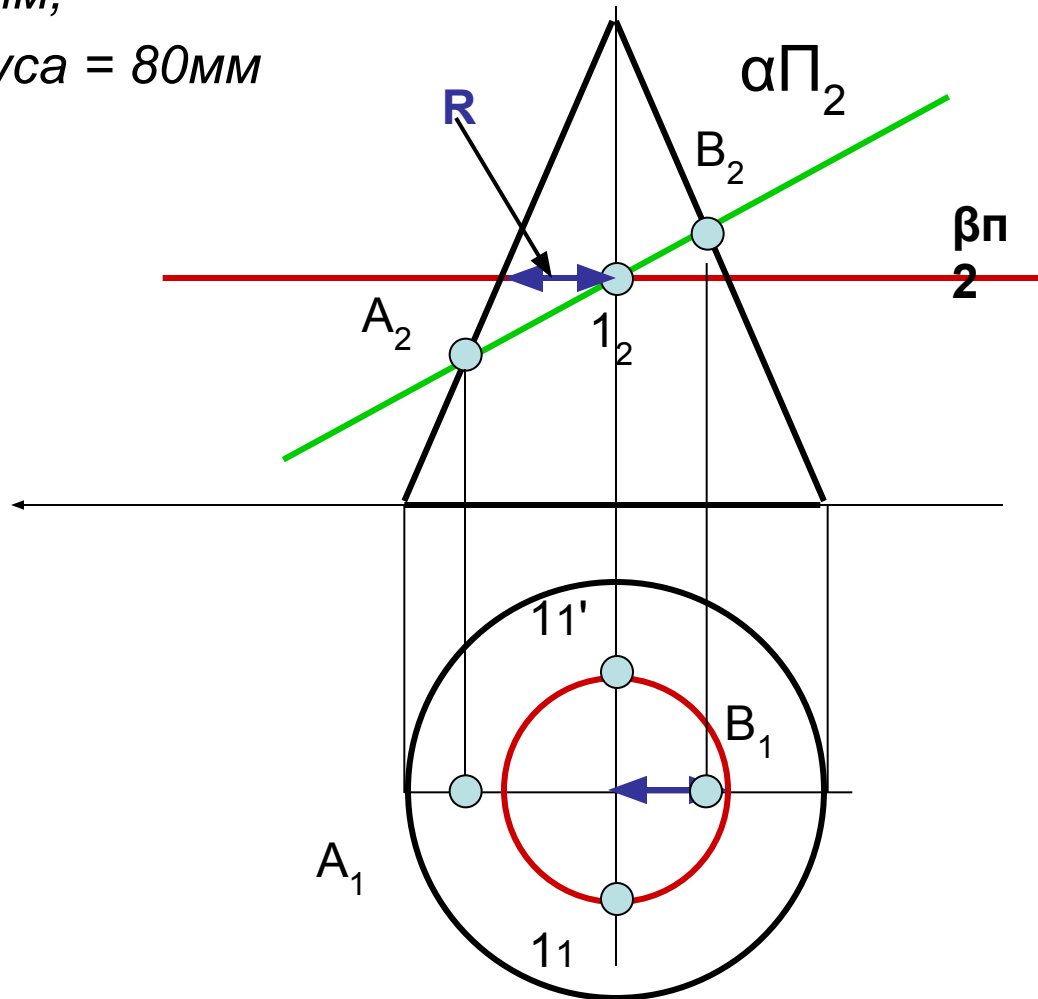
Сечение сферы  
плоскостью –  
окружность, которая  
может проецироваться  
как:

- прямая линия
- окружность
- эллипс

# Контрольное задание

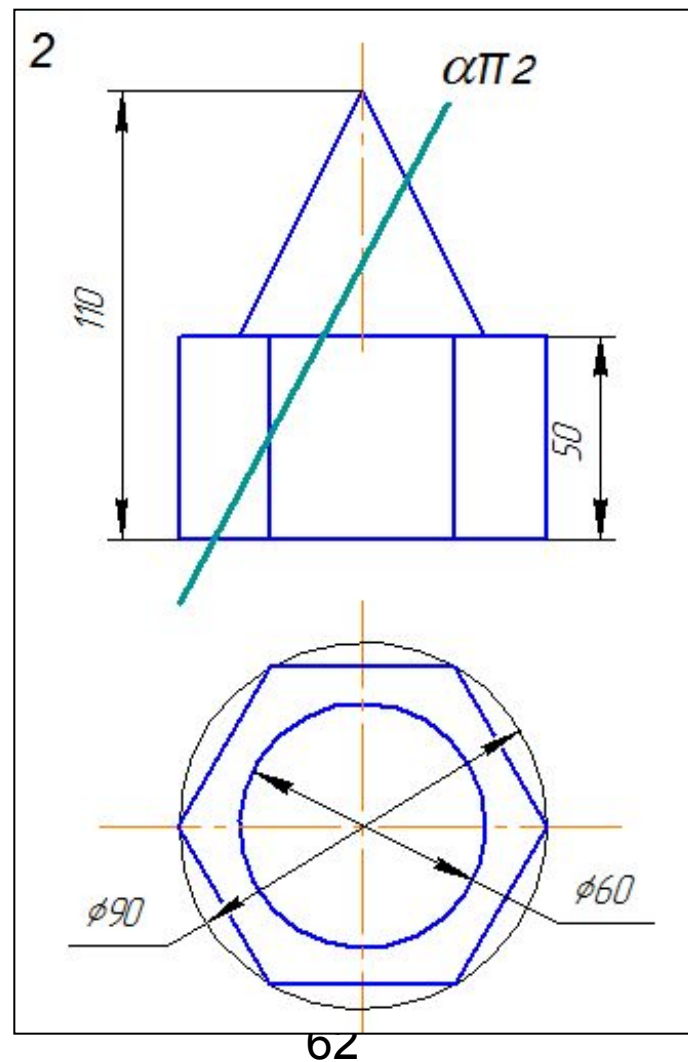
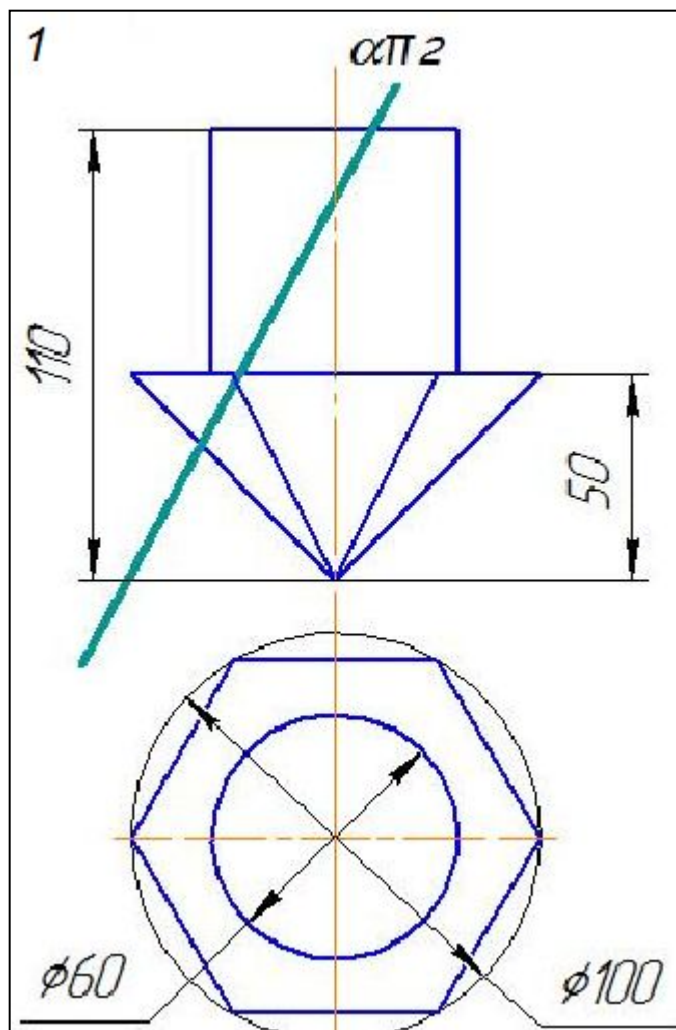
Определить натуральную величину сечения конуса плоскостью.

Радиус основания конуса = 40мм,  
высота конуса = 80мм



## Домашнее задание

Определить натуральную величину сечения поверхности

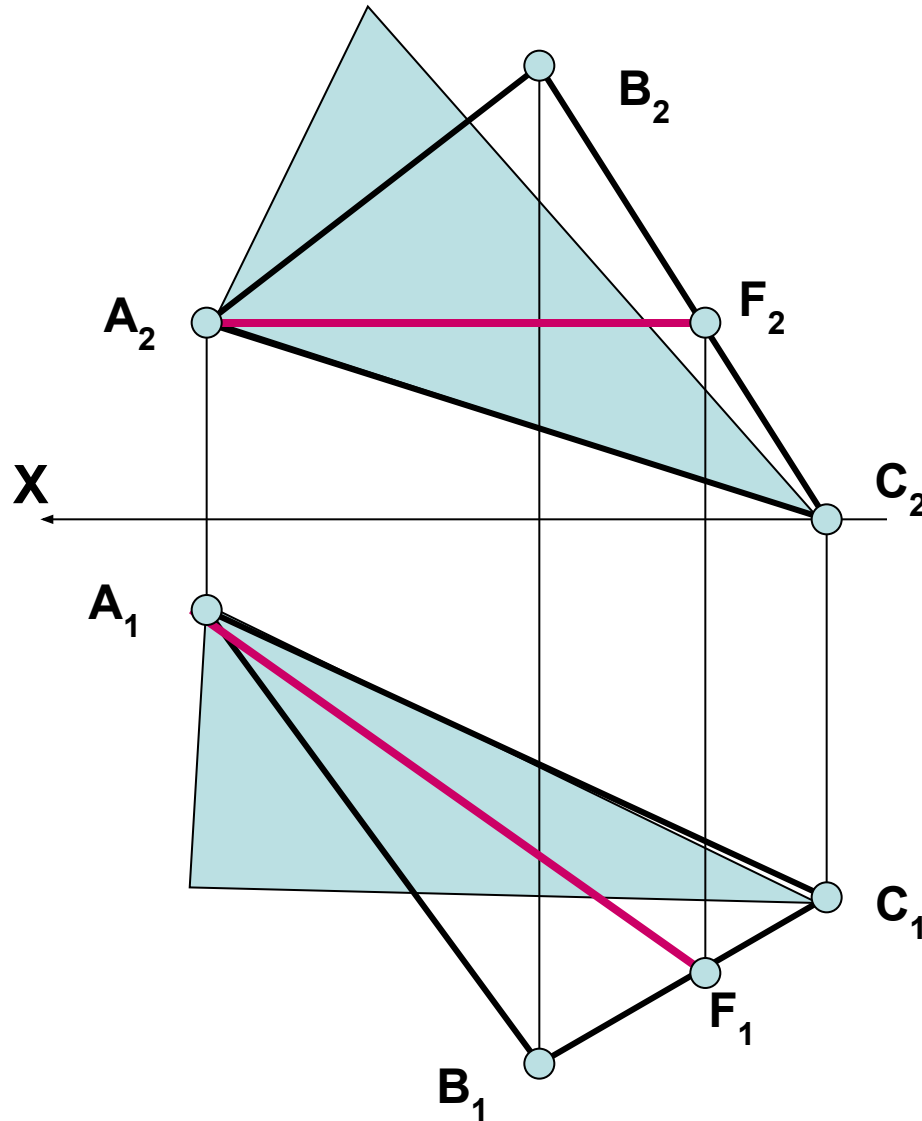


# Контрольные вопросы

1. Построить точку  $A(35, 10, 25)$ .
2. Построить точку  $B(35, 10, 25)$ .
3. Построить следы отрезка прямой  $AB$ .  $A(35, 10, 25)$ ;  $B(60, 40, 10)$ .
4. Название прямой перпендикулярной фронтальной плоскости проекций.
5. Название прямой, параллельной горизонтальной плоскости проекций.

# Контрольное задание

Построить горизонталь плоскости треугольника ABC



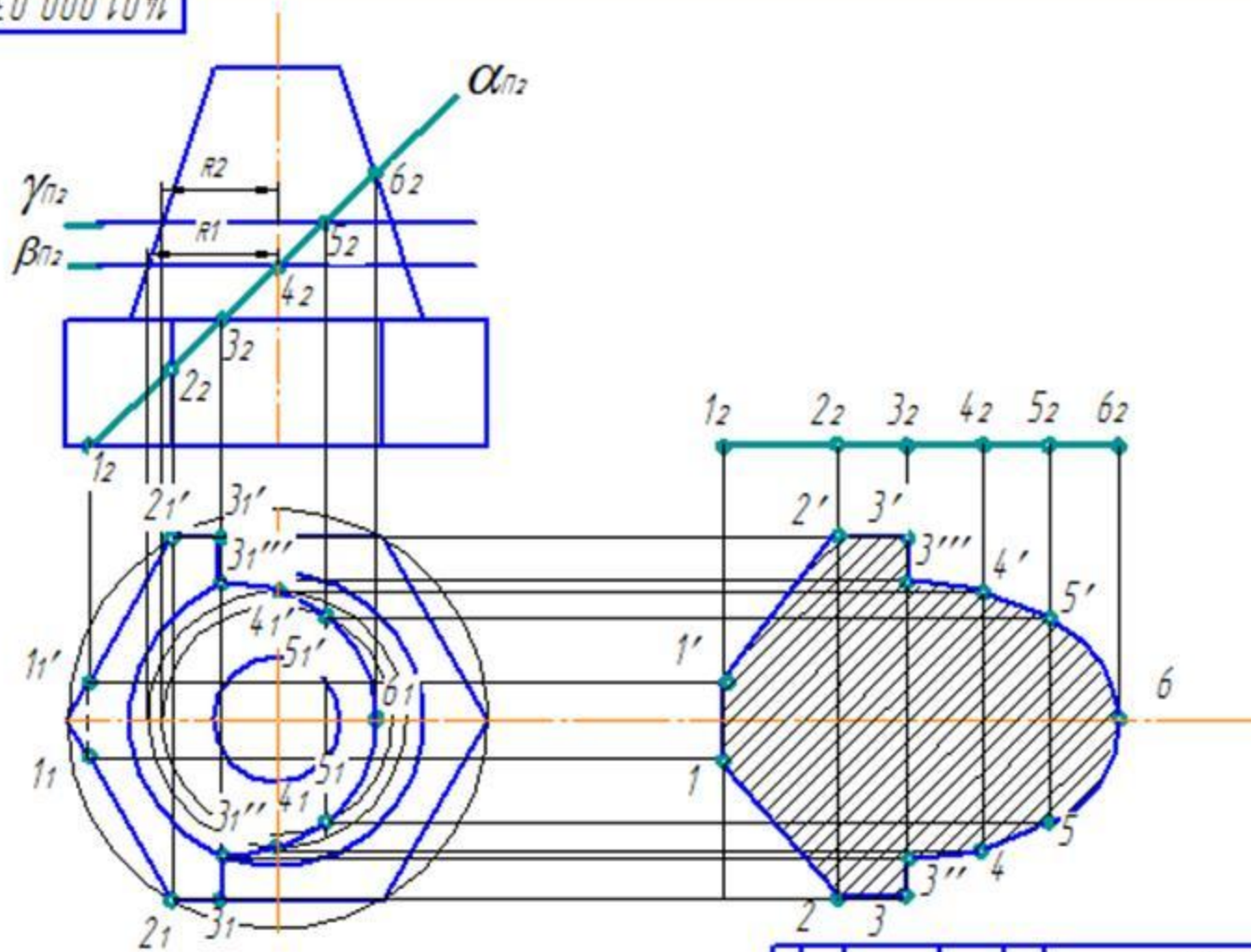


## *Домашнее задание*

Построить линию пересечения  
поверхностей.

Определить натуральную  
величину сечения. Формат А3.

1401 000 030 030



1401 000 030 030				Лист	Масса	Масштаб
Уч. №№	№ докум.	Лист	№№			11
Город	Испол. М.А.					
Учб.	Тема/авт. И.И.					
Учб. №						
Учб. №						
Сечение поверхностей плоскостью $\alpha$				Лист	Листов	1
				УрФУ		
				группа Мн-130801		
				Формат А3		

Калининград

# Контрольные вопросы

1. Какие плоскости называют плоскостями уровня?
2. Построить горизонталь плоскости треугольника ABC.  
A(65, 10, 20); B(40, 50, 40); C(10, 25, 0).