

Начертательная геометрия

Литература

1. Чекмарев А.А. Инженерная графика. - М.: Высшая школа, 1998
2. Нартова Л.Г. Начертательная геометрия. - М.: Дрофа, 2003
3. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии. - М.: Высшая школа, 2003

Основные задачи начертательной геометрии

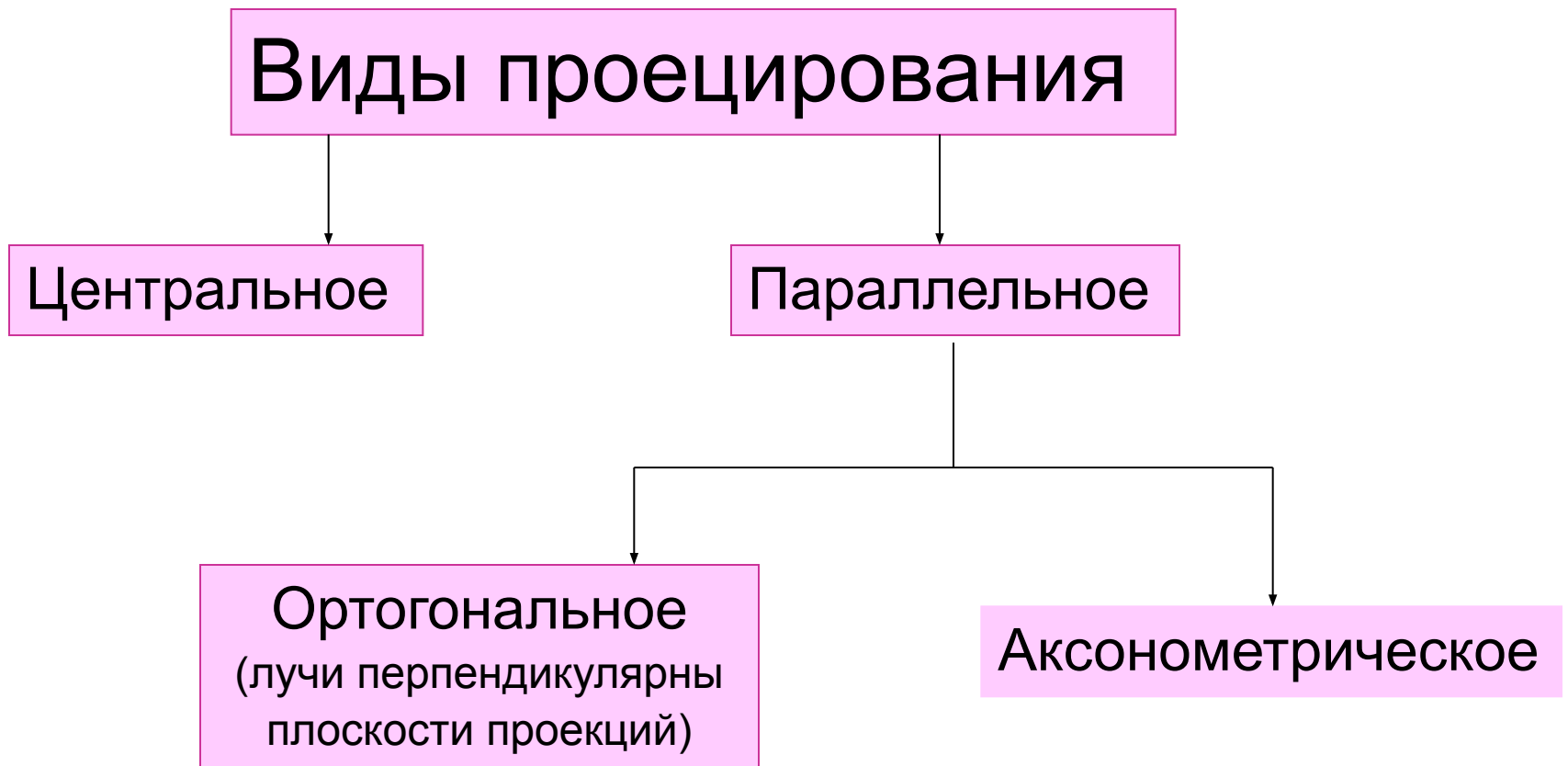
1. Создание плоской геометрической модели пространственного объекта – чертежа (эпюра).

Эпюр – в переводе с греческого – чертеж или проект.

2. Решение задач на плоскости.

3. Чтение чертежа (эпюра).

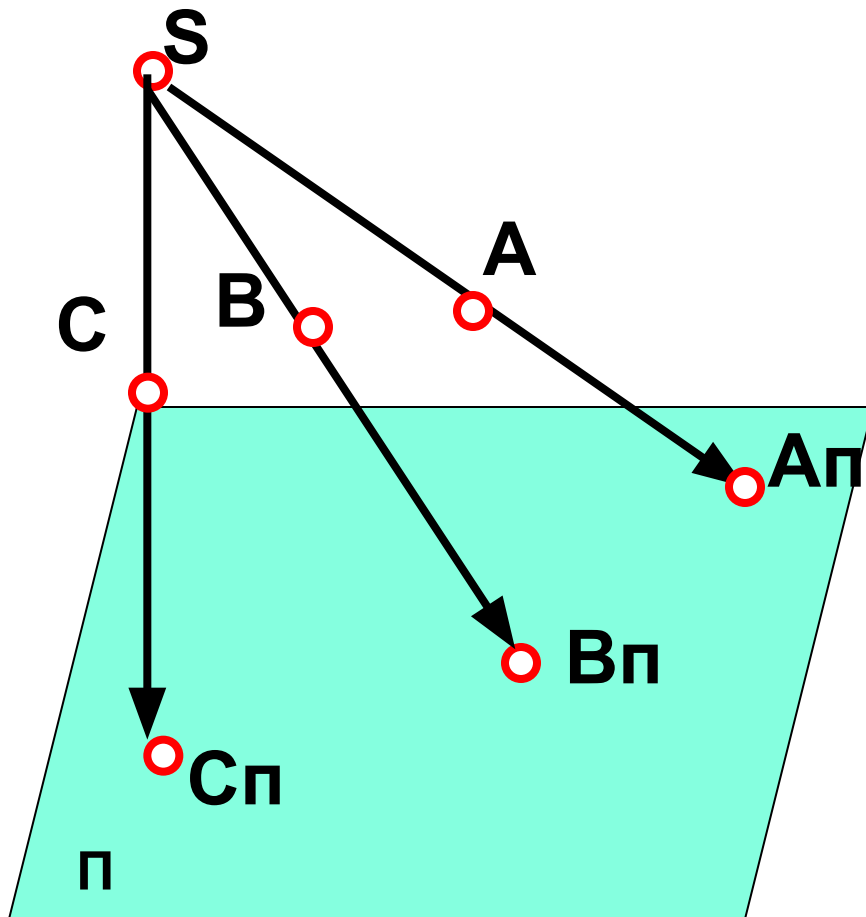
- **Проецирование** – процесс получения на чертеже достоверного изображения, по которому можно представить форму и размеры объекта.



Проекция – геометрическая модель, полученная проецированием объекта на плоскость или какую-либо другую поверхность.

Проекция объекта представляет собой совокупность проекций всех его точек.

Центральное проецирование



S – центр

проецирования;

Π – плоскость проекций;

$A, B,$ – точки
пространства;

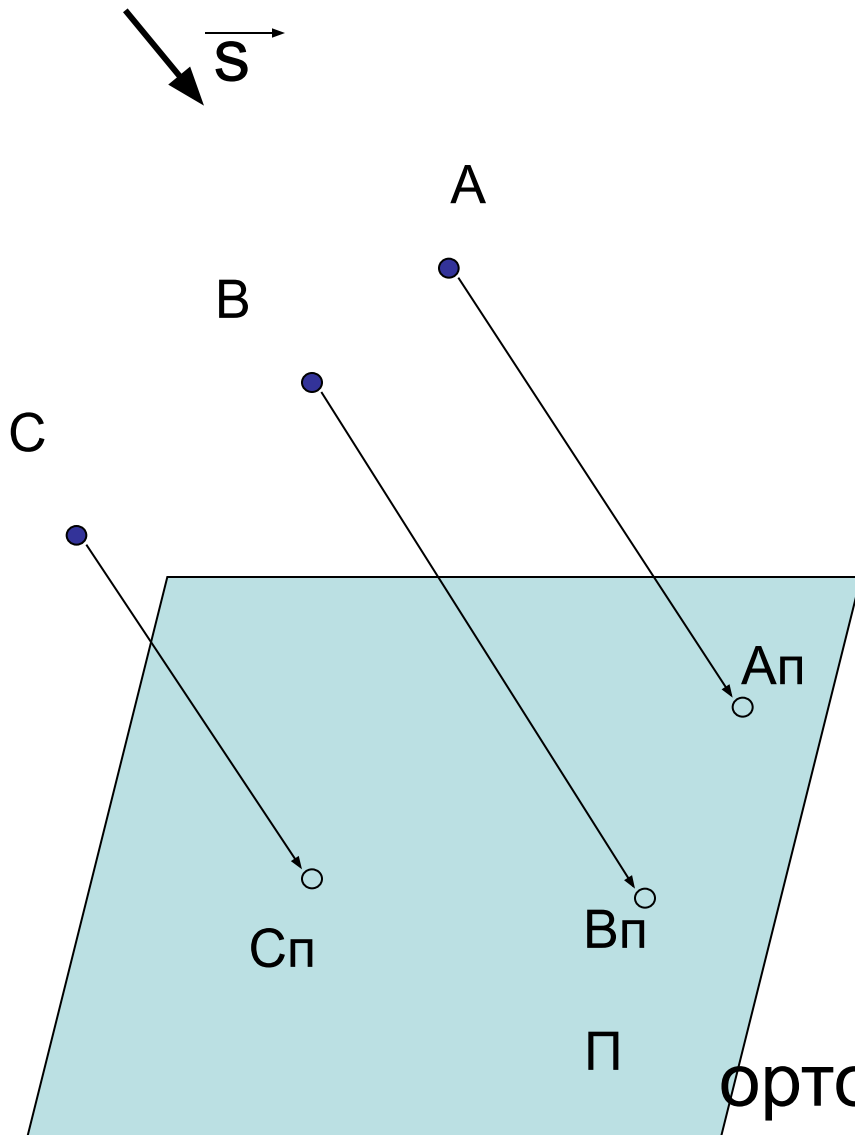
$SA, SB,$ –

проецирующие лучи;

$A_{\Pi}, B_{\Pi}, C_{\Pi}$ – проекции

точек на плоскости Π .

Параллельное проецирование

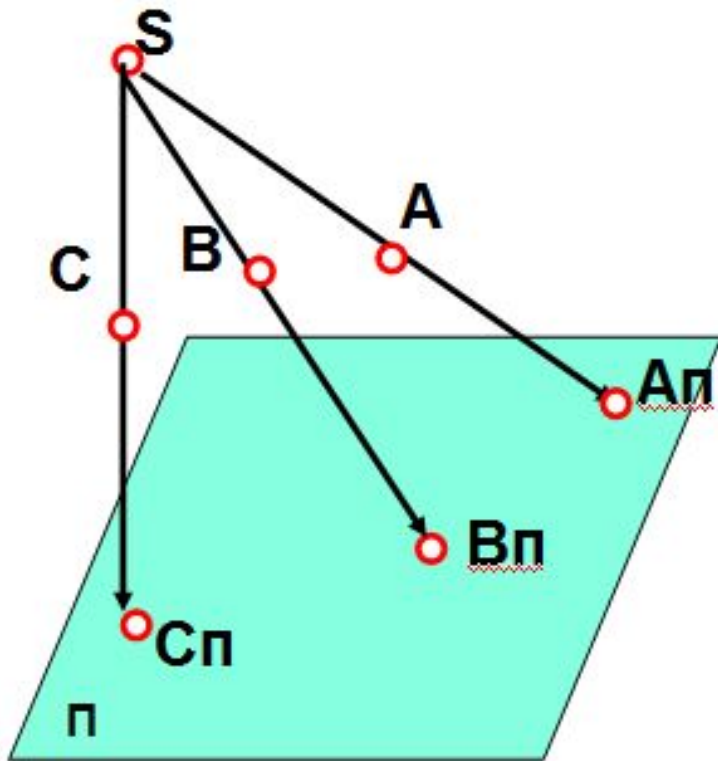


\vec{s} – направление проецирования;
 Π – плоскость проекций;
 A, B, C – точки пространства;
 $AA_{\Pi}, BB_{\Pi}, CC_{\Pi}$ – проецирующие лучи;
 $A_{\Pi}, B_{\Pi}, C_{\Pi}$ – проекции точек на плоскости Π .

При ортогональном проецировании $s \perp \Pi$

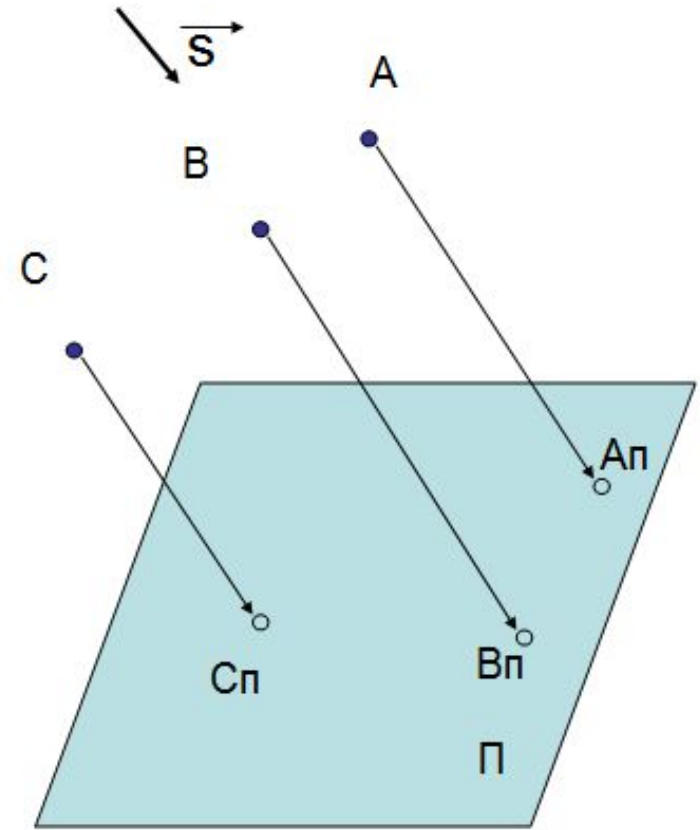
орто – прямой угол (древнегреческ.)

Центральное проецирование



S – центр проецирования

Параллельное проецирование



\vec{s} – направление проецирования

Π – плоскость проекций; A, B, C – точки пространства;
 $AA_{\Pi}, BB_{\Pi}, CC_{\Pi}$ – проецирующие лучи;
 $A_{\Pi}, B_{\Pi}, C_{\Pi}$ – проекции точек на плоскости Π .

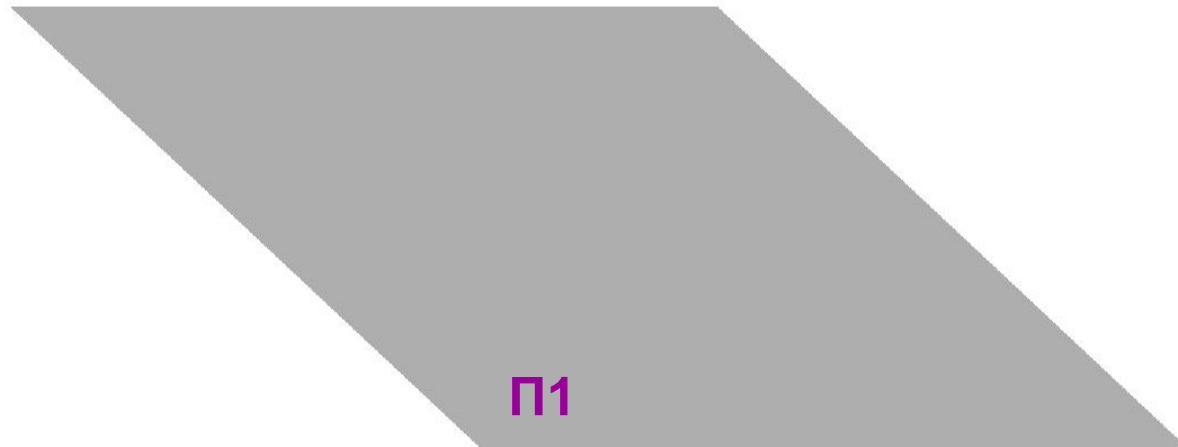
По одной проекции невозможно однозначно определить положение объекта в пространстве.

Для однозначного определения места расположения объекта в пространстве французский ученый **Гаспар Монж** предложил проецировать объект на **три взаимно перпендикулярные плоскости**

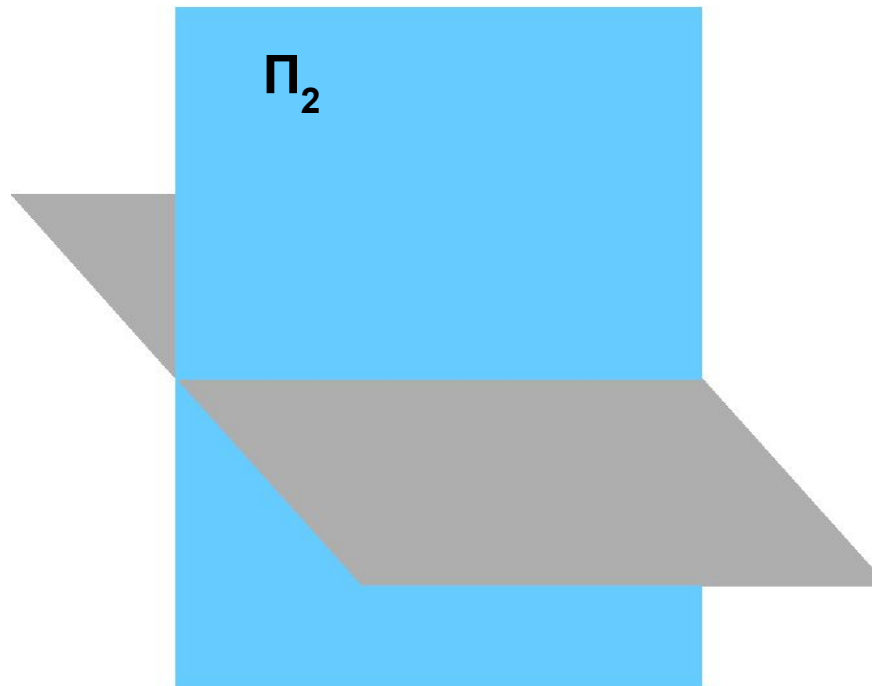
- ***Гаспар Монж (1746 – 1818) в 1799 г. создал классический труд по НГ, изданный в Париже.***

Эпюр Монжа

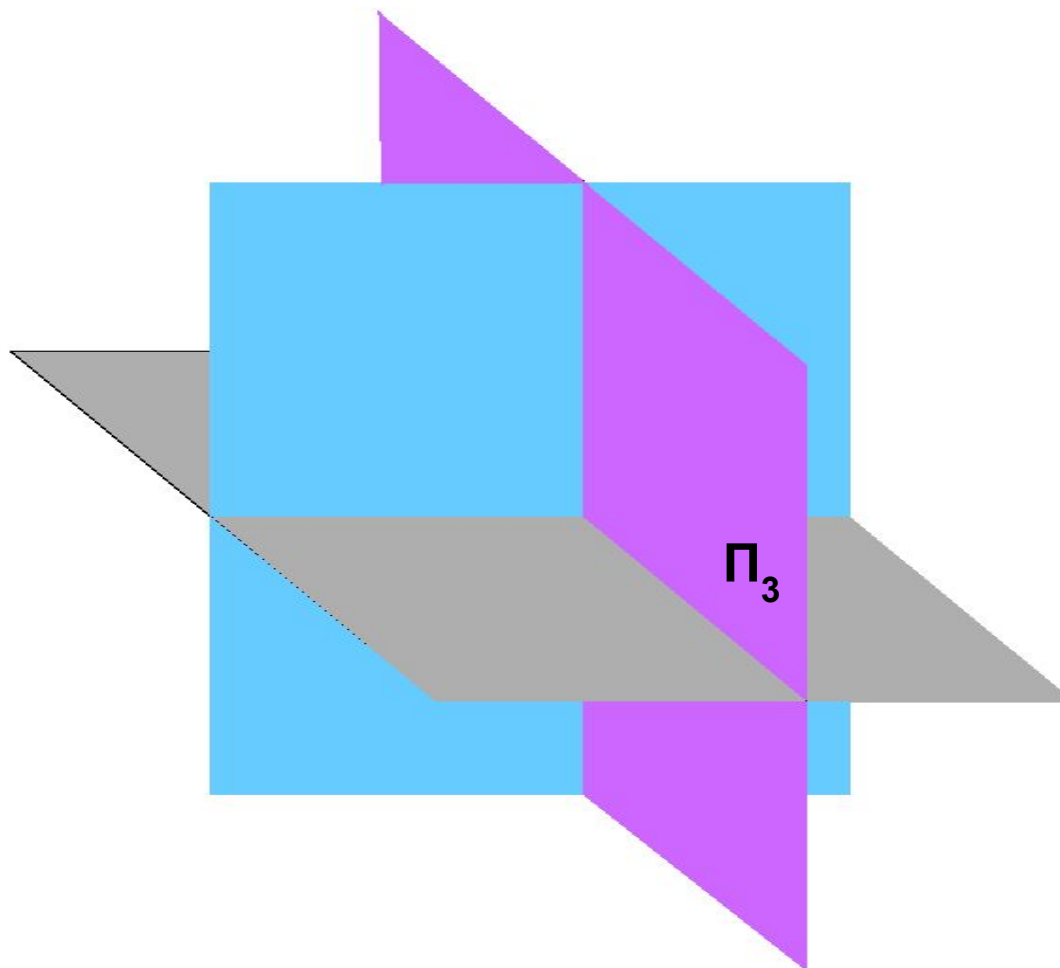
1. Первая плоскость располагается горизонтально.
2. Название плоскости – ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ ПРОЕКЦИЙ.
3. Обозначение плоскости - Π_1



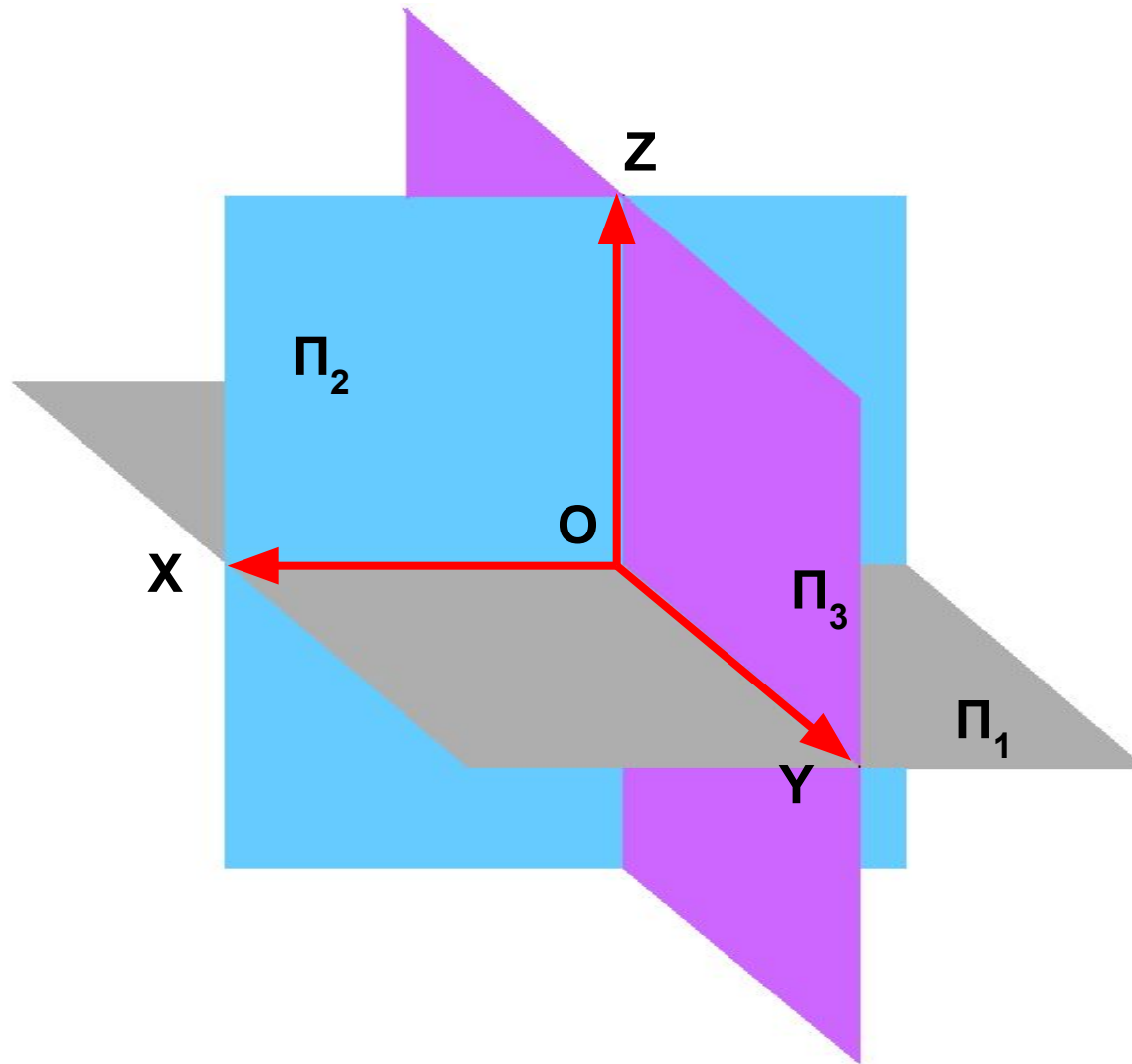
- Вторая плоскость располагается вертикально перед наблюдателем.
- Название плоскости – **ФРОНТАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ ПРОЕКЦИЙ**.
- Обозначение плоскости – Π_2



- Третья плоскость располагается вертикально справа.
- Название плоскости – **ПРОФИЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ ПРОЕКЦИЙ.**
- Обозначение плоскости - Π_3

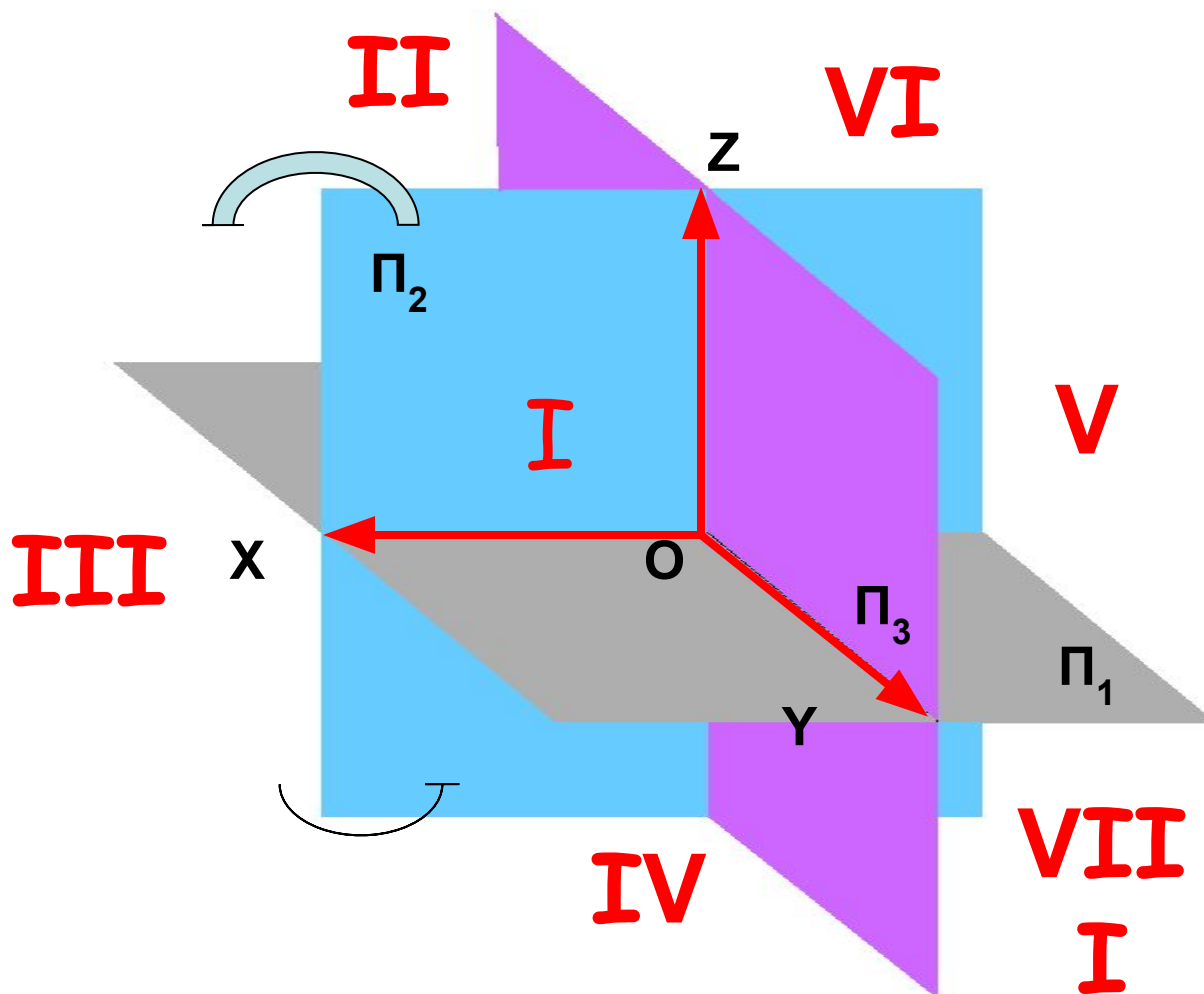


Пересекаясь плоскости проекций образуют оси координат.

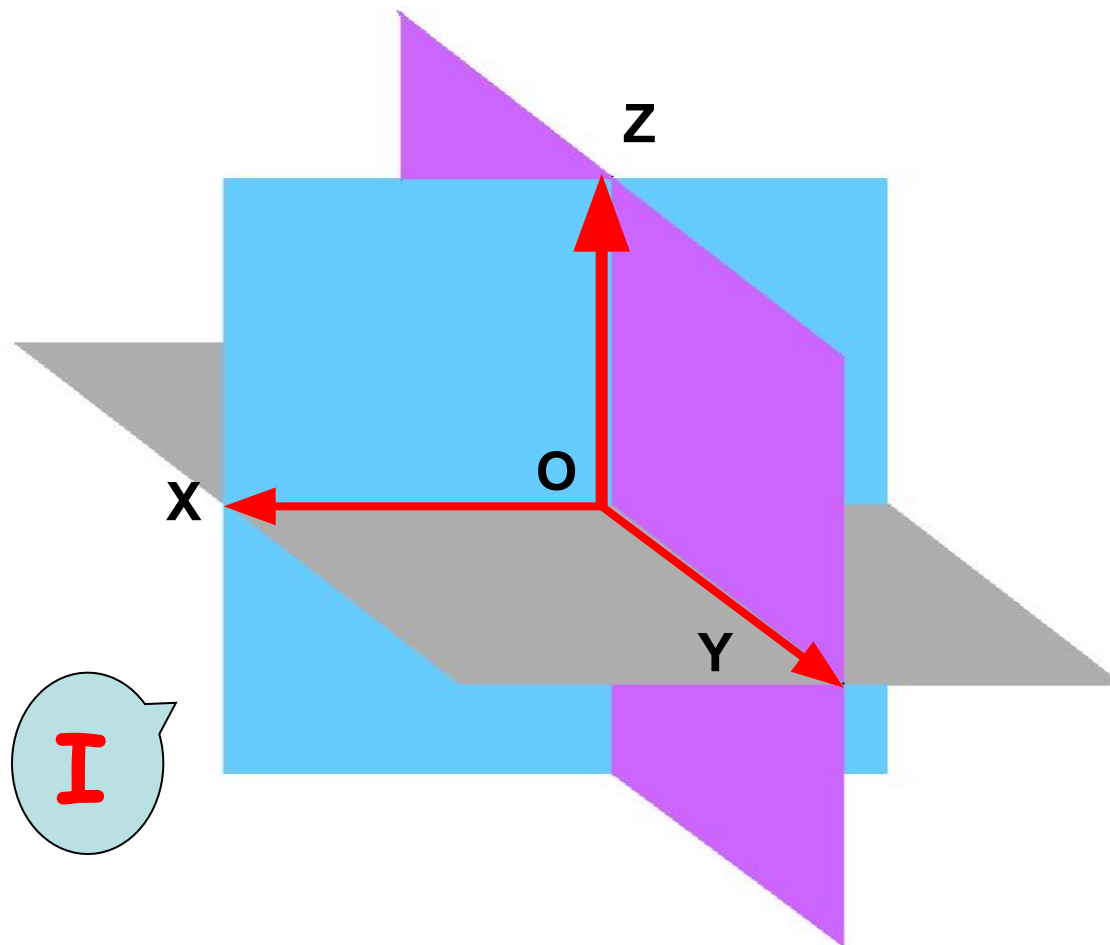


- Ось абсцисс - OX ;
- Ось ординат - OY ;
- Ось аппликат - OZ .
- Точка пересечения осей O - называется началом координат.
- Место расположения точки в пространстве определяют три координаты (X, Y, Z)

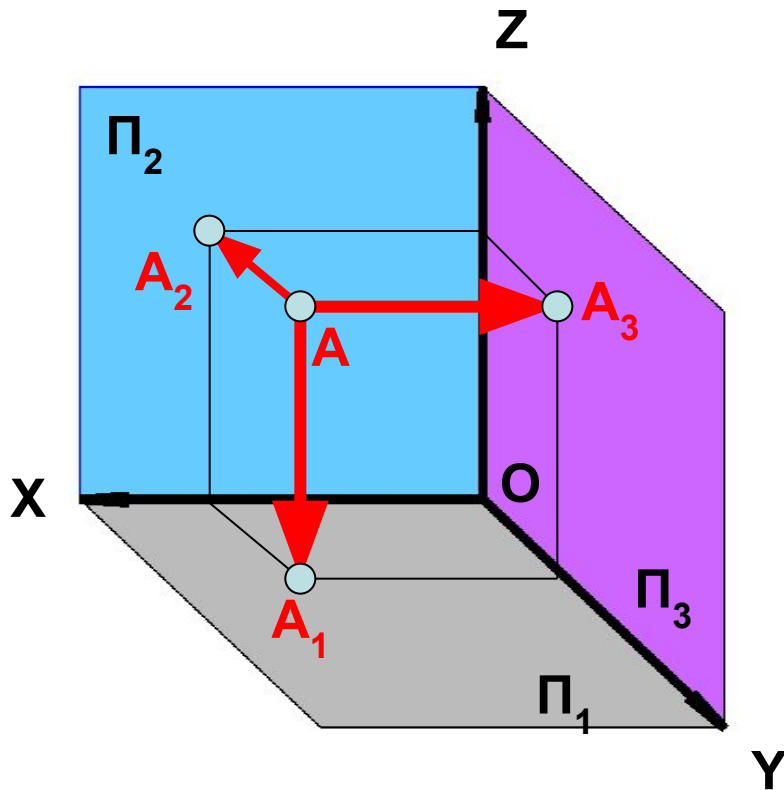
Введенные плоскости проекций разделяют пространство на восемь октантов: **I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII**.



- В первой четверти пространства оси координат имеют положительное направление.
- В начертательной геометрии объекты располагают преимущественно в первой четверти пространства.



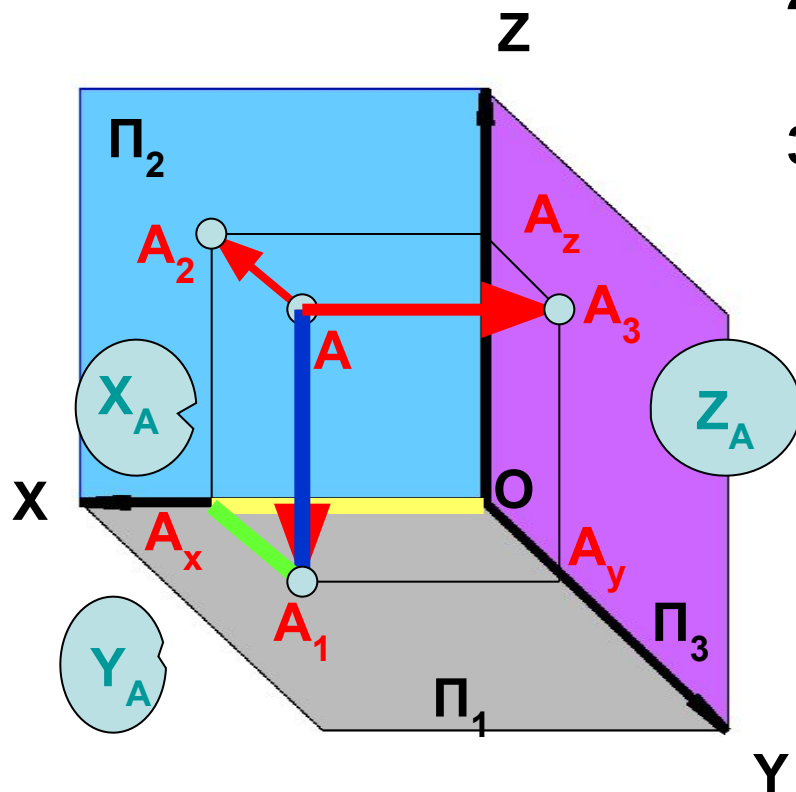
Ортогональные проекции точки



A_1 - горизонтальная проекция точки A;

A_2 - фронтальная проекция точки A;

A_3 - профильная проекция точки A.

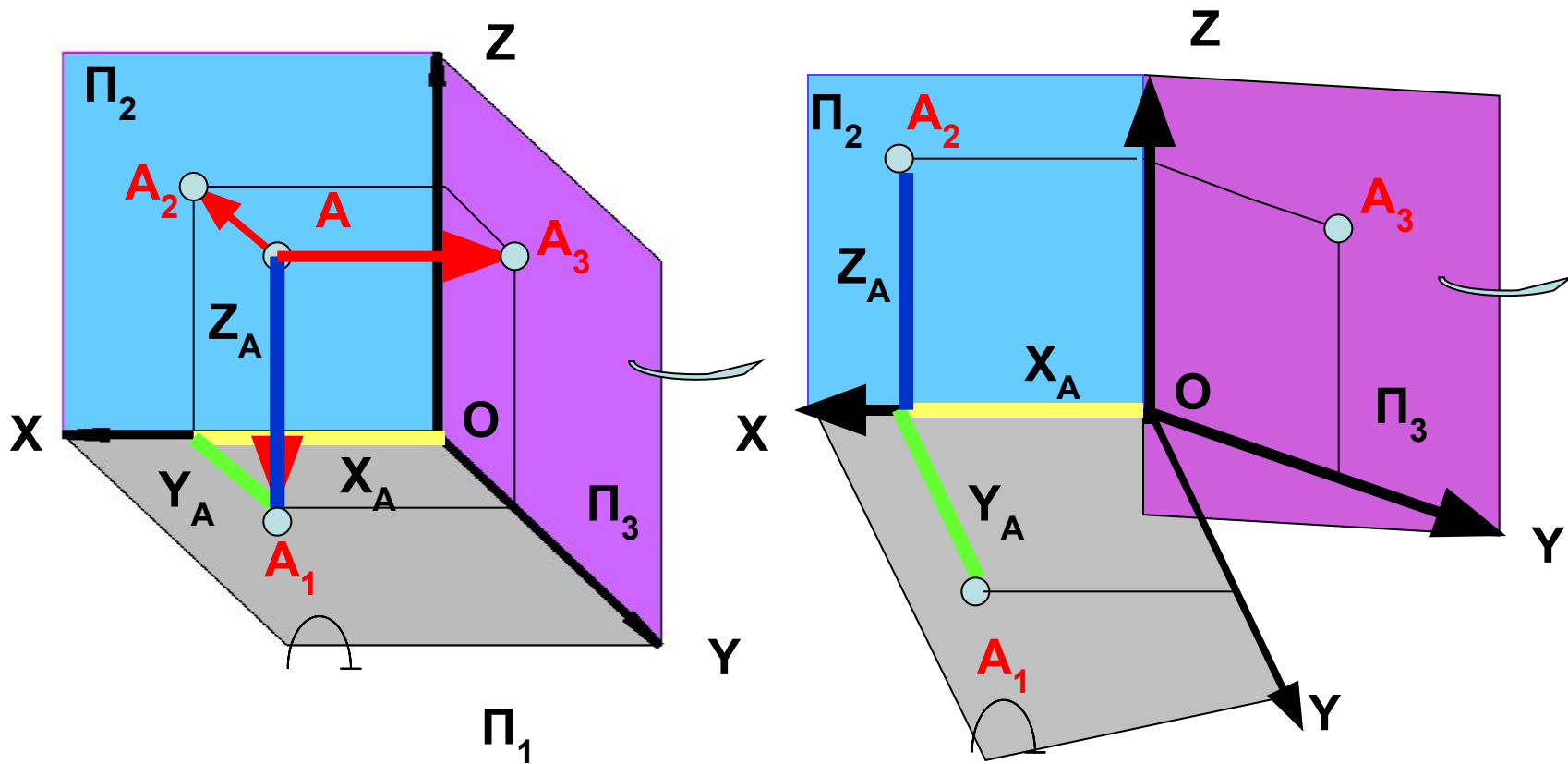


1. Расстояние OA_x – координата X точки A (X_A);
2. Расстояние A_xA_1 – координата Y точки A (Y_A);
3. Расстояние A_1A – координата Z точки A (Z_A).

Координата точки – это расстояние от точки до плоскости (AA_3 , AA_2 , AA_1) или от оси координат до проекции точки (A_zA_2 , A_xA_1 , A_xA_2).

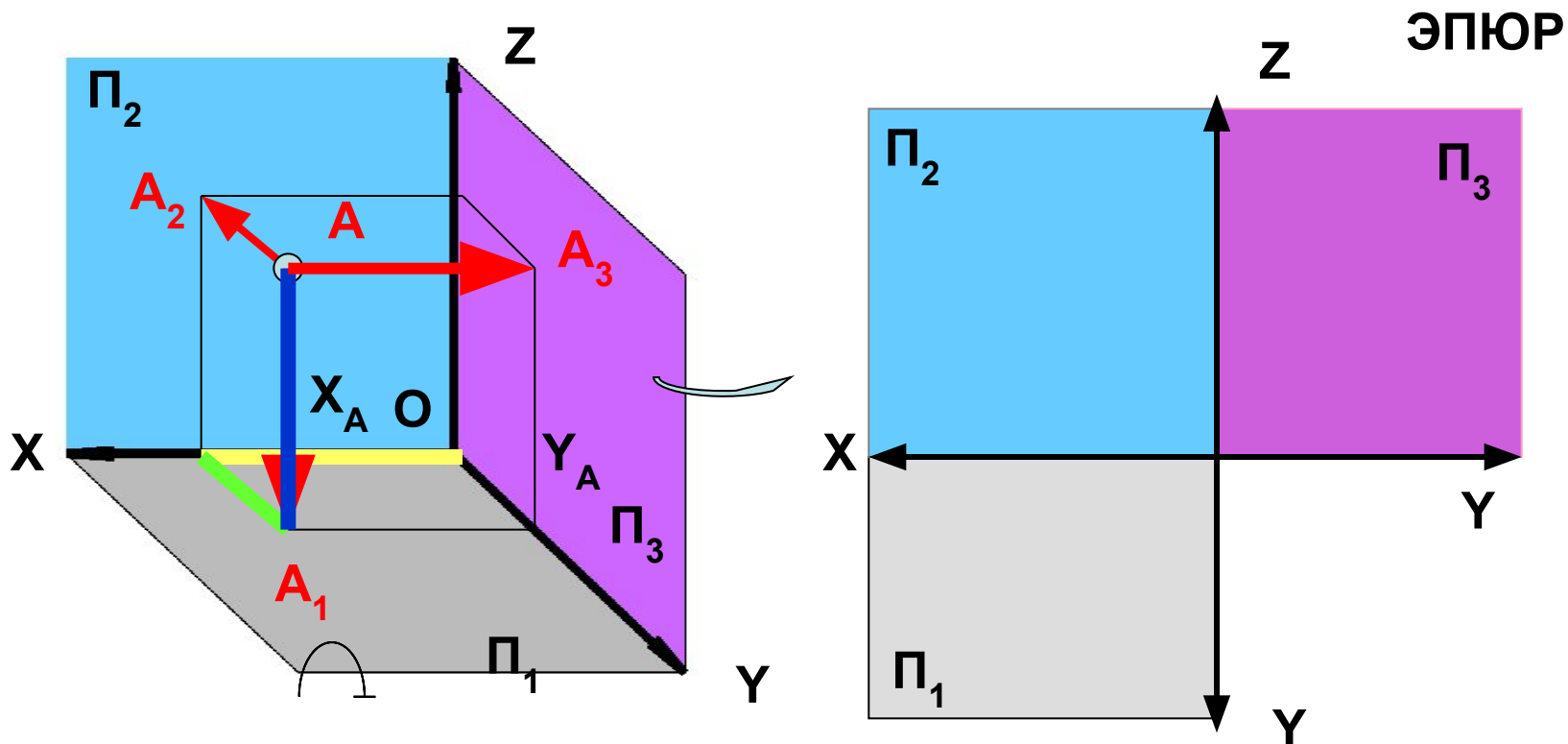
Координаты точки записывают так:
 $A(X, Y, Z)$

Ортогональный чертеж точки (эпюр точки).



- Развернем горизонтальную плоскость Π_1 и профильную плоскость Π_3 до совпадения с фронтальной плоскостью Π_2 .

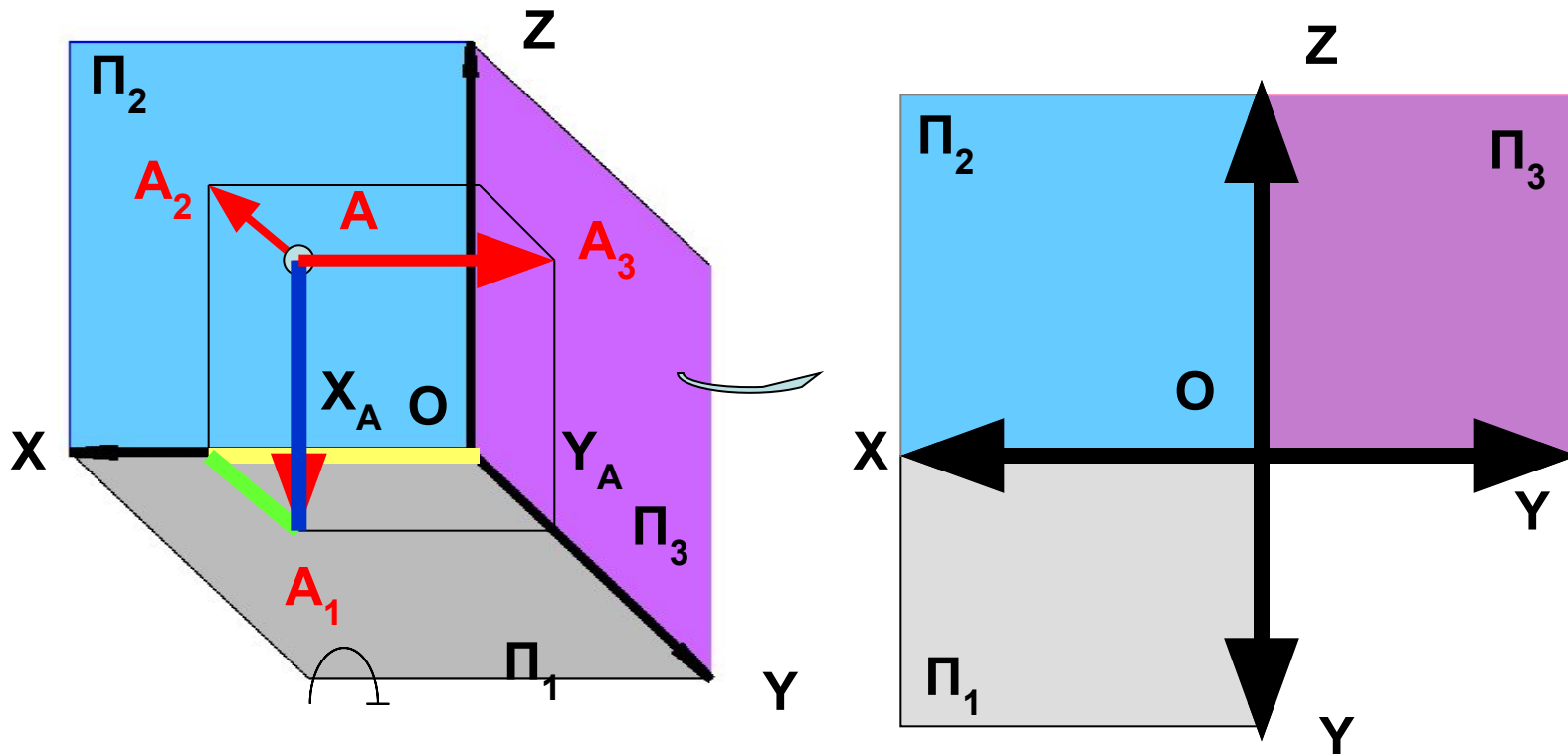
1. Фронтальная плоскость Π_2 не меняет своего положения.



2. Горизонтальная плоскость Π_1 расположится ниже фронтальной.

3. Профильная плоскость Π_3 расположится справа от фронтальной

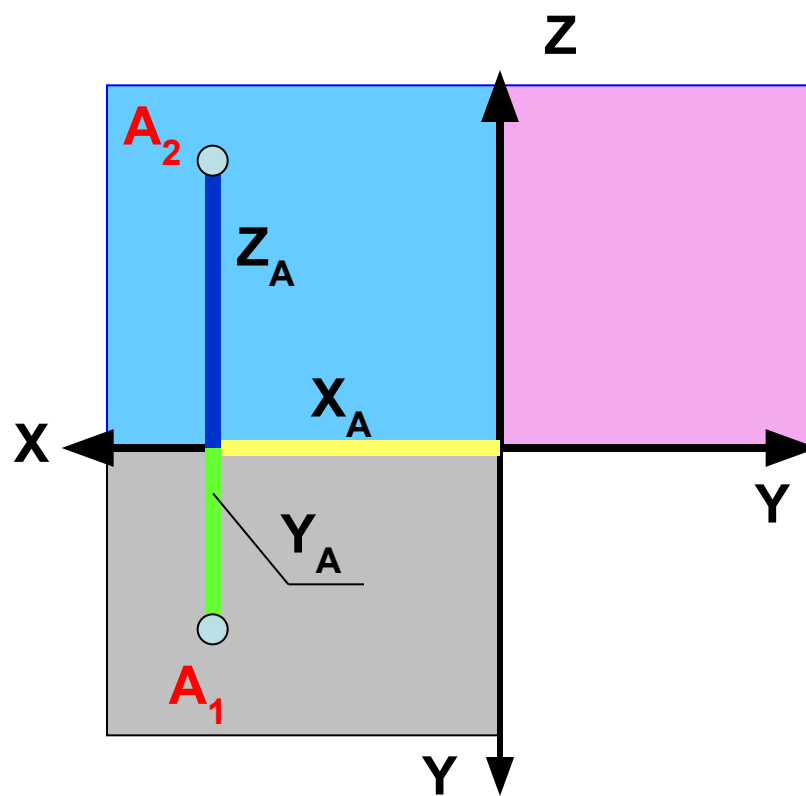
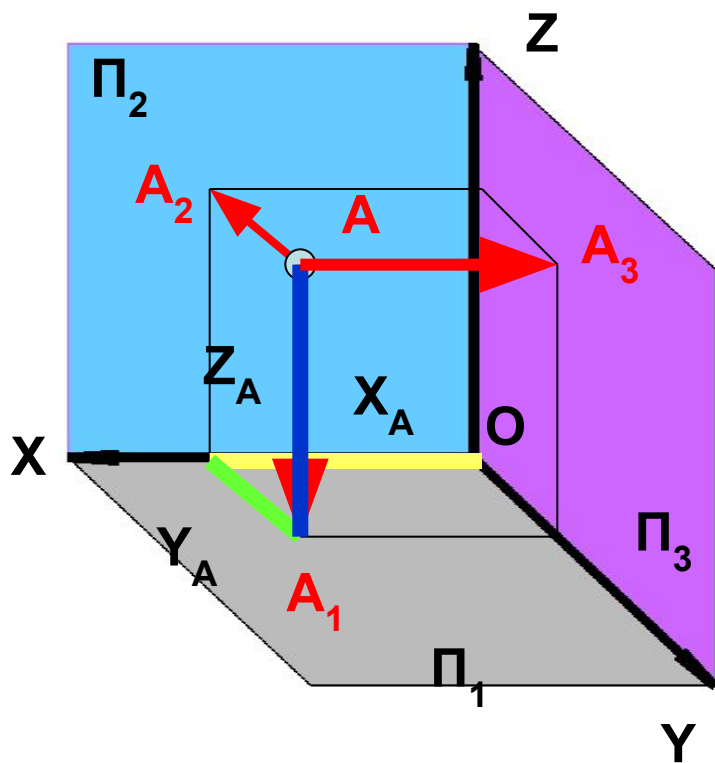
1. Положительное направление оси OZ на эюре снизу вверх.



2. Положительное направление оси OX на эюре влево.

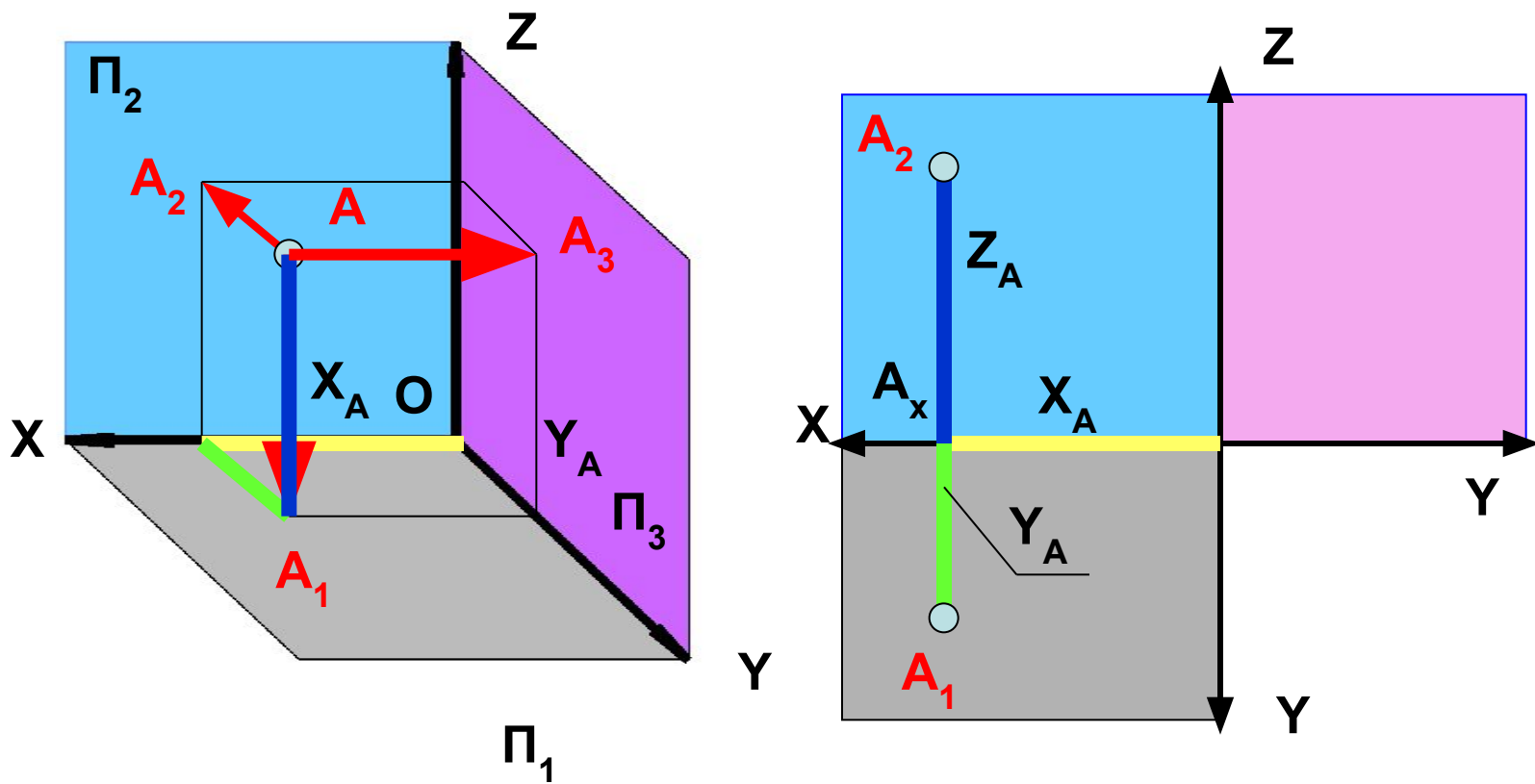
3. Положительное направление оси OY на эюре – вниз и вправо

Откладываем последовательно, координаты точки $A (X_A, Y_A, Z_A)$, в направлении осей координат.

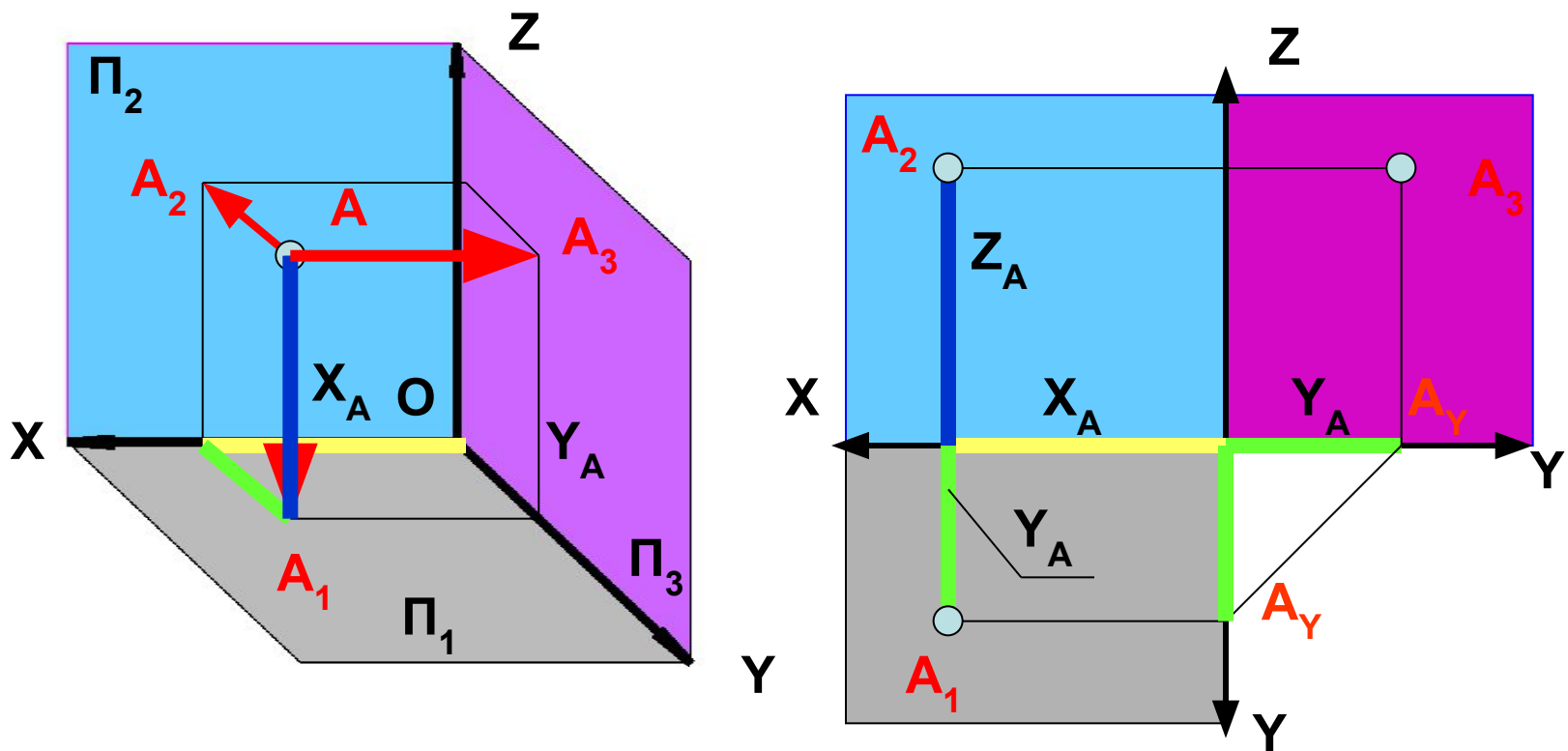


Откладываем координаты X_A и Y_A . Построим горизонтальную проекцию точки $A \rightarrow A_1$.

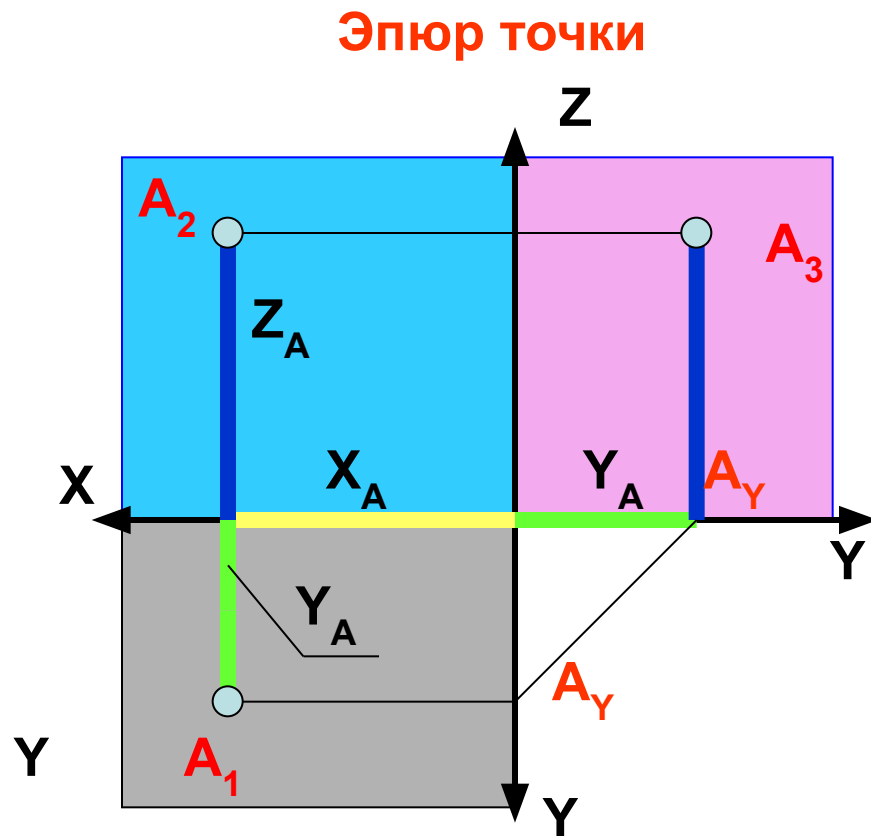
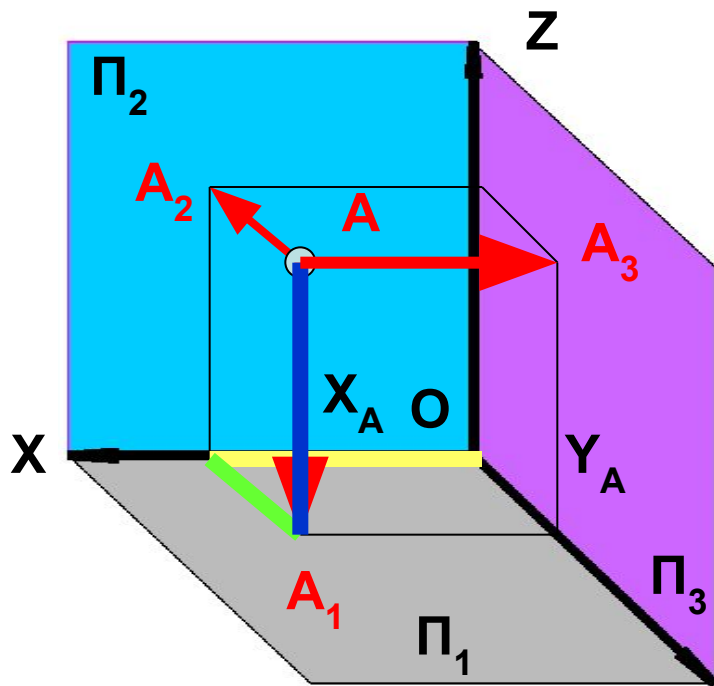
Откладываем координаты X_A и Z_A . Построим фронтальную проекцию точки $A \rightarrow A_2$.



Сразу, по трем координатам строятся две проекции: фронтальная и горизонтальная

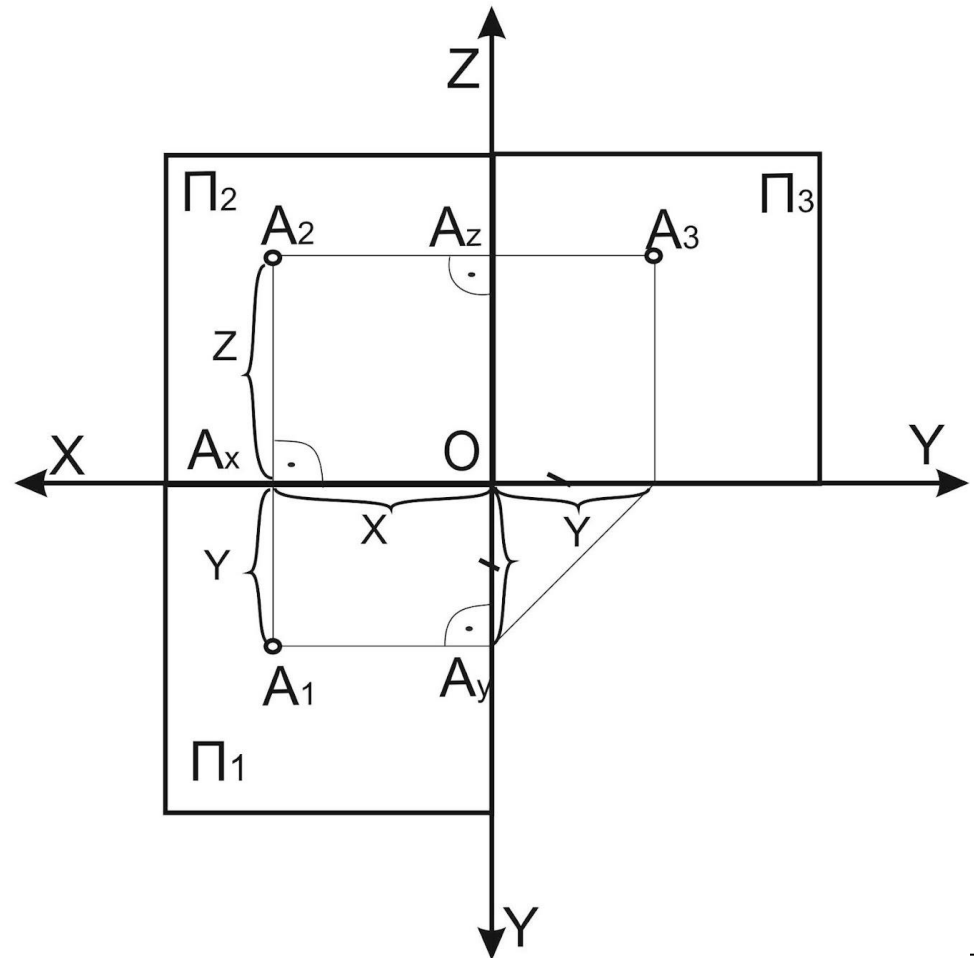
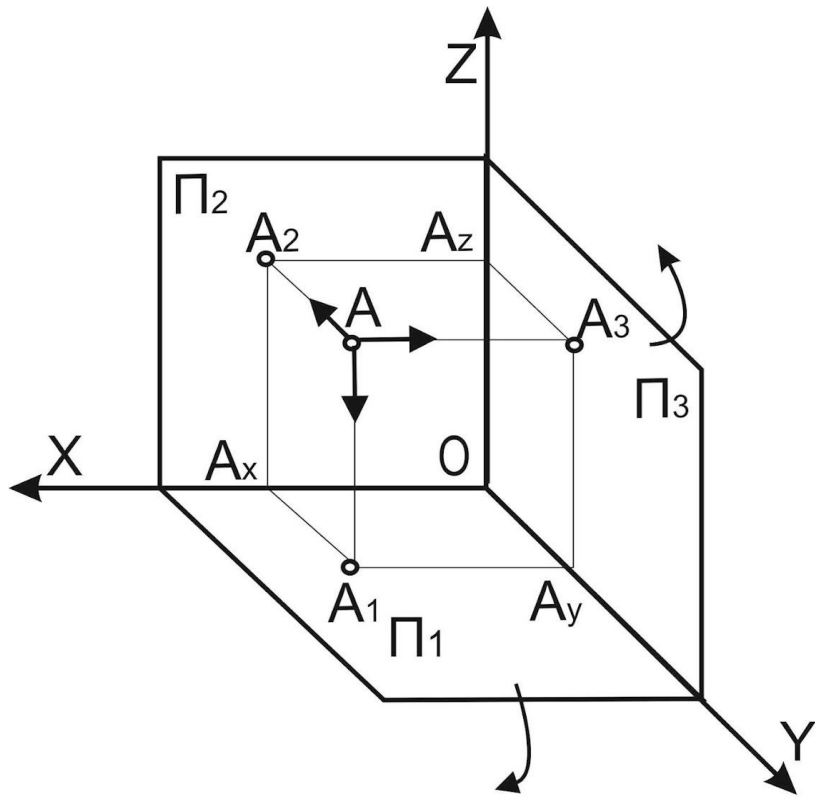


Для построения профильной проекции точки нужно провести линии связи: A_2A_3 , A_1A_Y , A_YA_3 .



Построенный чертеж называется **ортогональный чертеж точки** или **эпюр точки**.

Ортогональный чертеж точки или эюр точки



Π_1 - горизонтальная плоскость проекций
 Π_2 - фронтальная плоскость проекций
 Π_3 - профильная плоскость проекций
 X, Y, Z – координаты точки - $A(X, Y, Z)$

OX - ось абсцисс
 OY - ось ординат
 OZ - ось аппликат
 O – начало координат

Проекции отрезков прямой

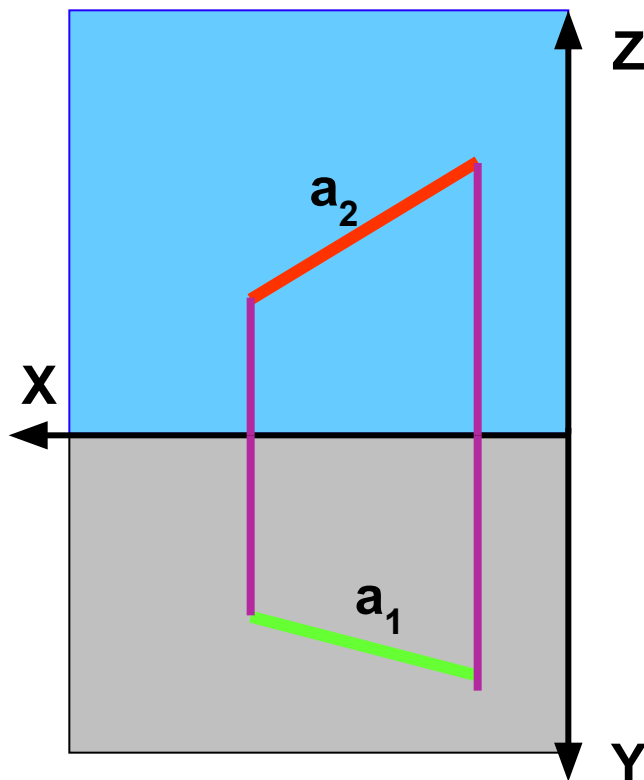
Задание прямых линий

Прямую можно задать:

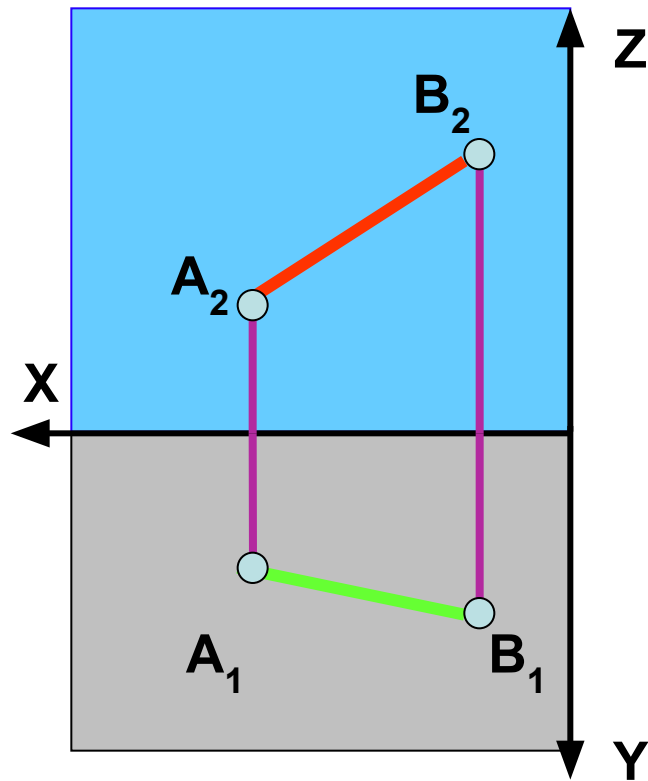
1. Аналитически;
2. Графически.

Графические способы задания прямой линии

1. Проекциями прямой линии. Например: a_1 , a_2 ;



2. Двумя точками, принадлежащими прямой (отрезок прямой).
Например: $A(A_1, A_2)$, $B(B_1, B_2)$.



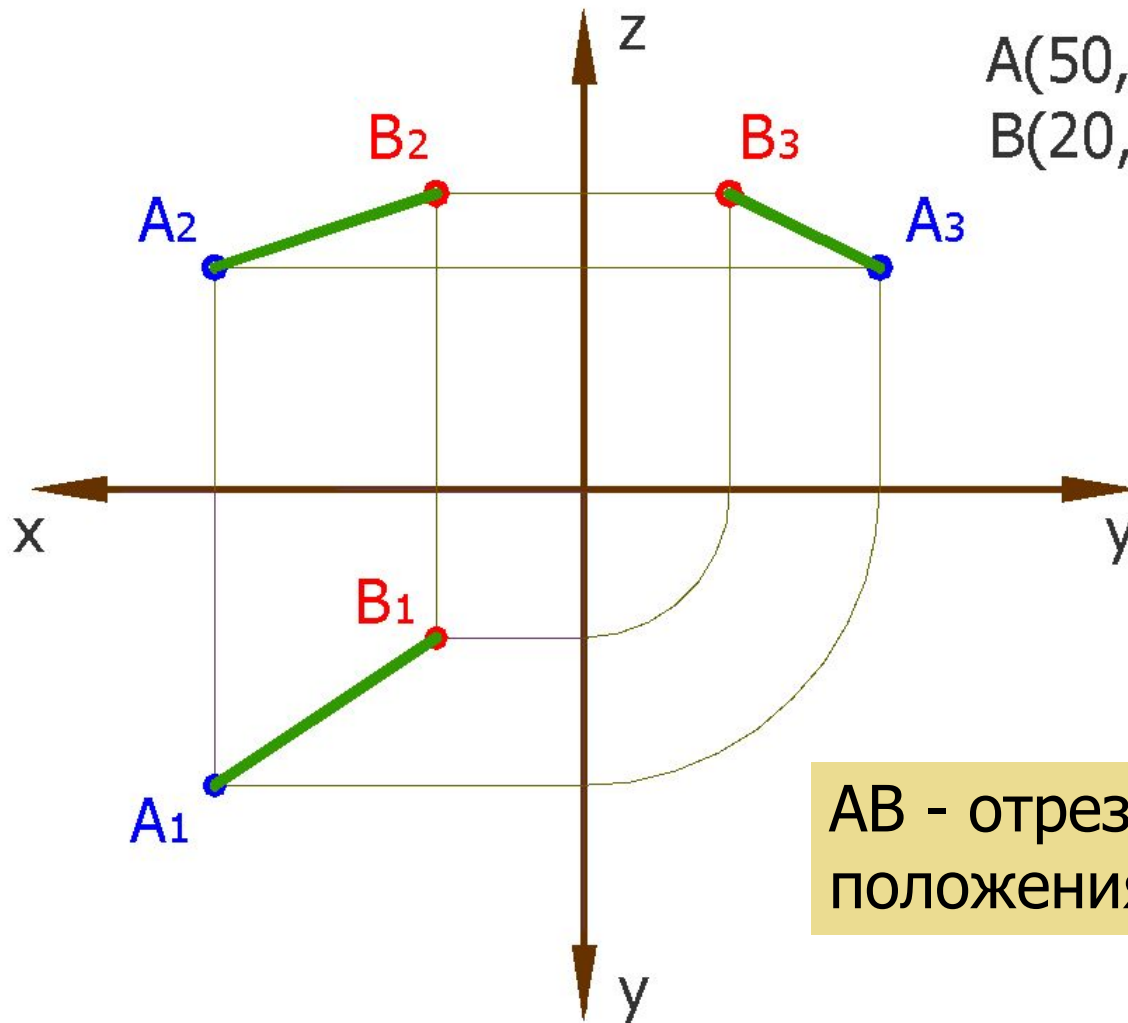
Прямые общего и частного положения

Прямые общего положения - прямые не параллельные и не перпендикулярные плоскостям проекций.

Прямые частного положения разделяют на:

- 1) ***Проецирующие прямые*** - прямые перпендикулярные плоскостям проекций.
- 2) ***Линии уровня*** - прямые параллельные плоскостям проекций.

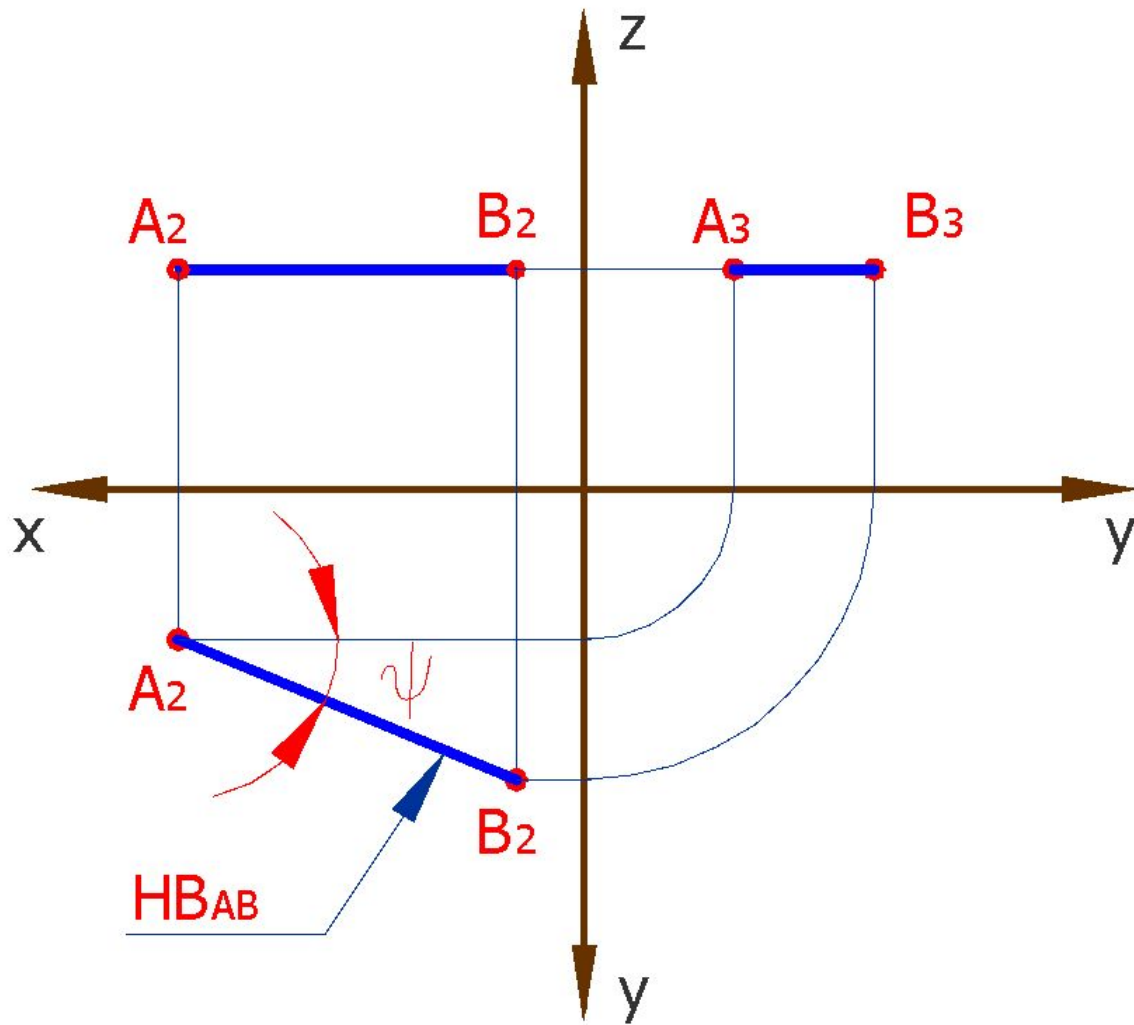
Проекции отрезка прямой



$A(50,40,30)$
 $B(20,20,40)$

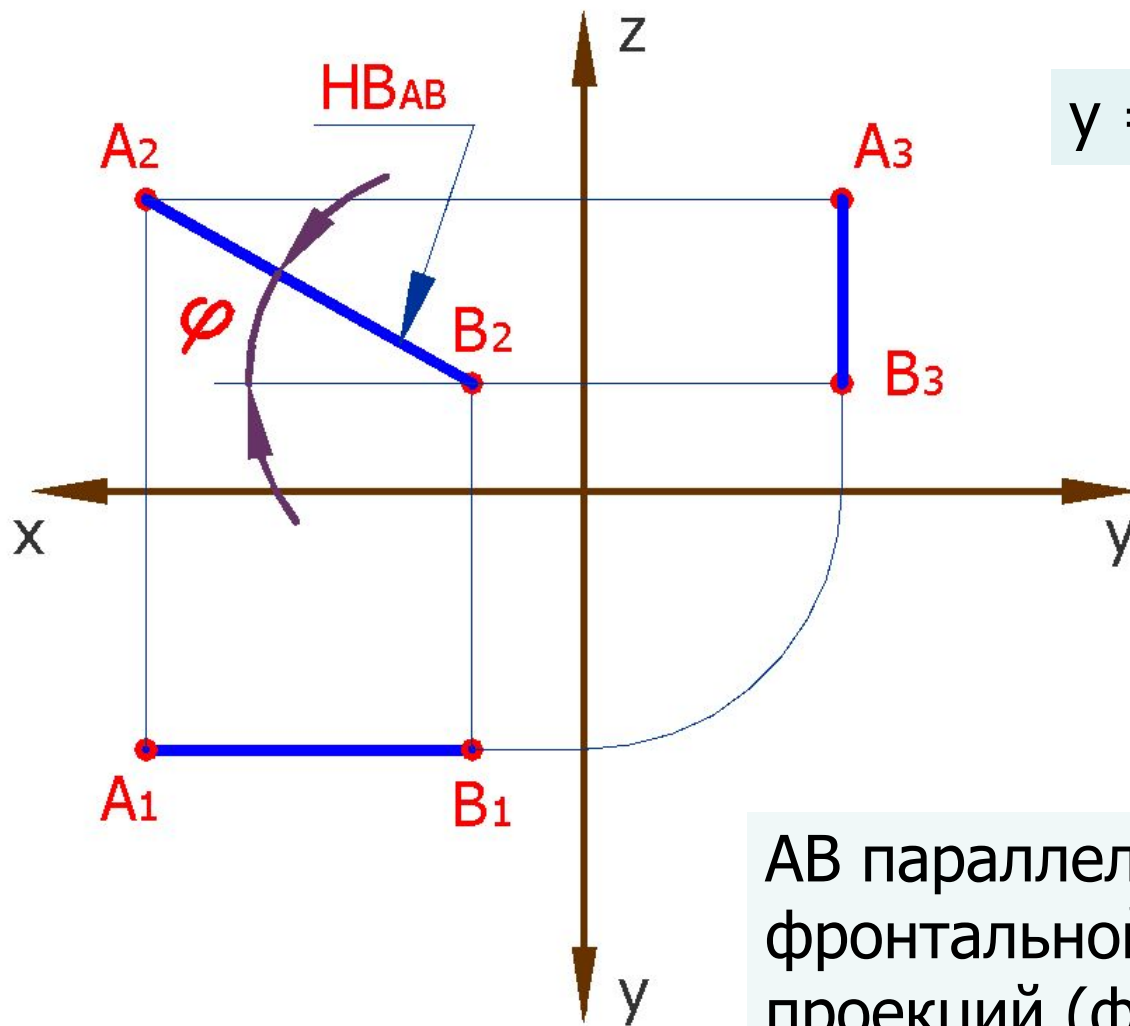
AB - отрезок прямой общего положения

ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ПРЯМАЯ



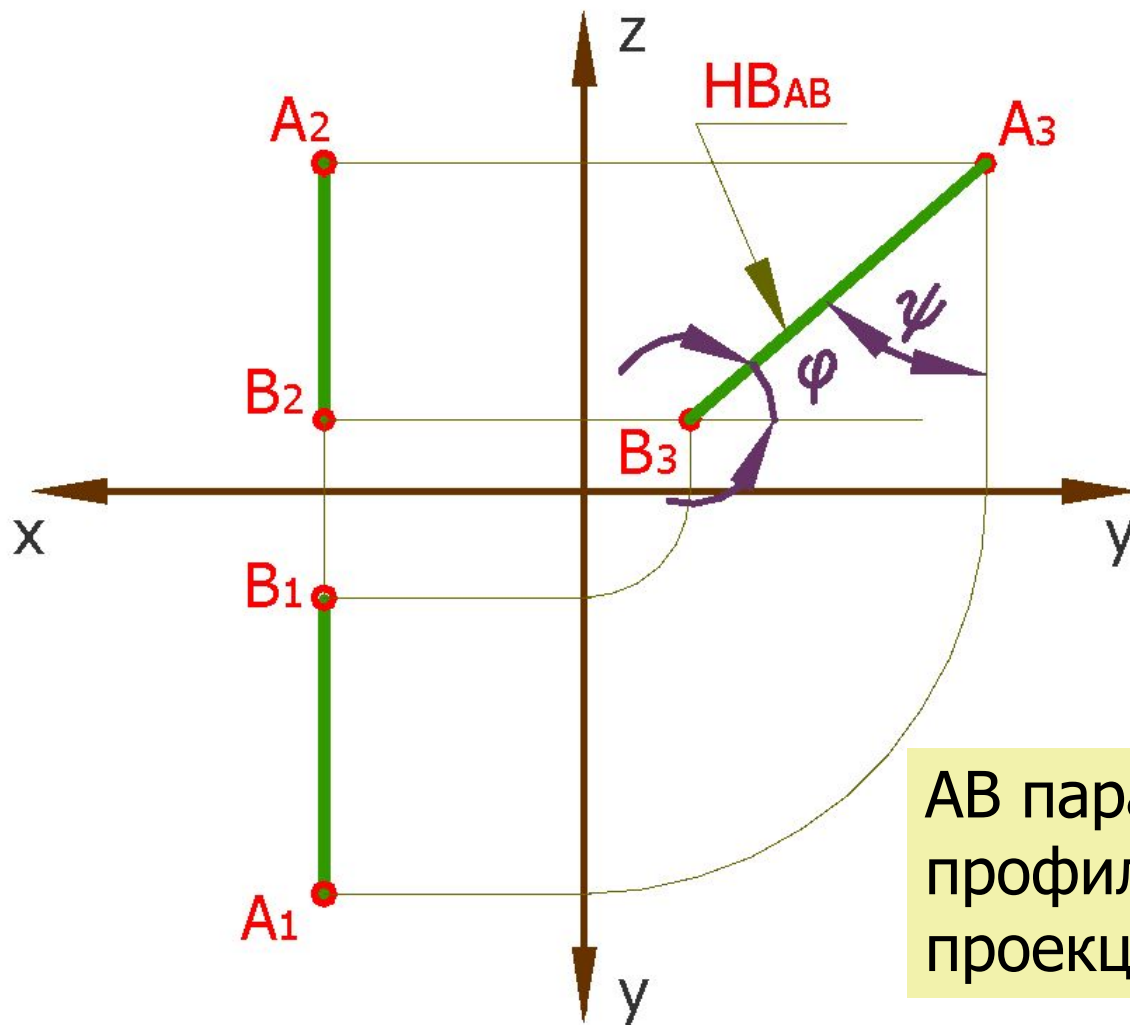
проекция (горизонталь)

ФРОНТАЛЬНАЯ ПРЯМАЯ



ПРОФИЛЬНАЯ ПРЯМАЯ

$$x = \text{const}$$



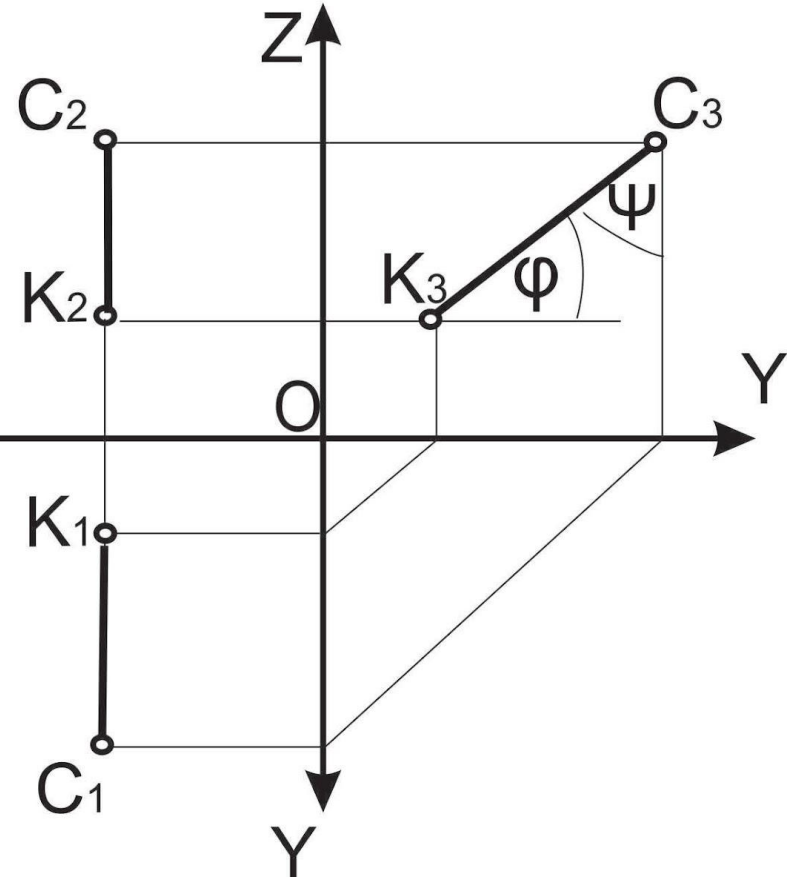
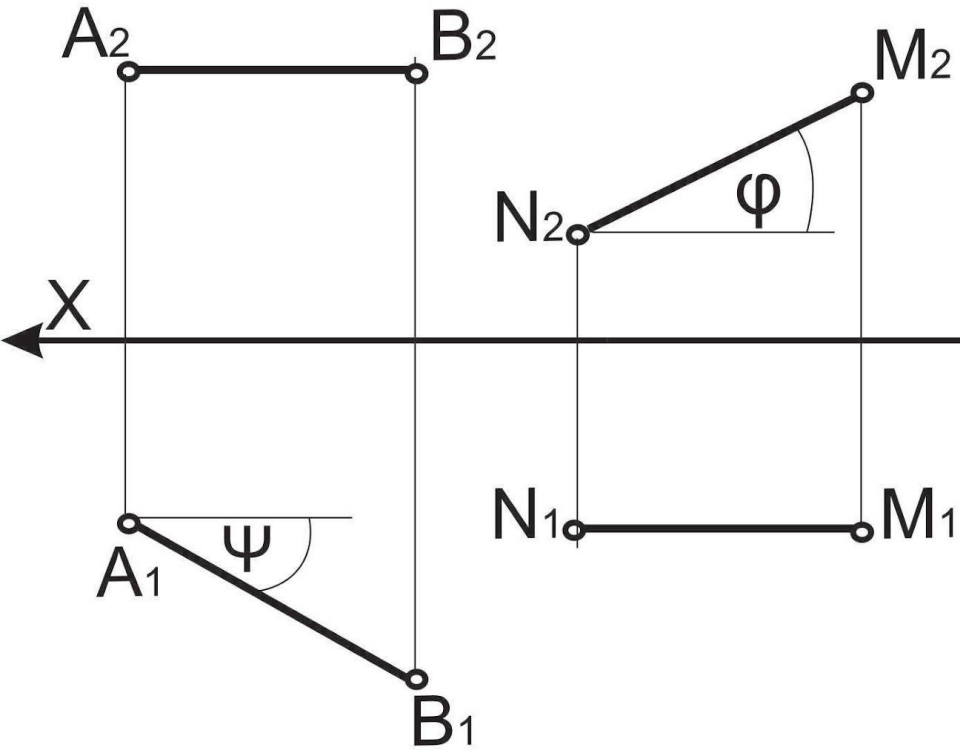
AB параллельна
профильной плоскости
проекций

Линии уровня

Горизонталь

Фронталь

Профильная прямая



$AB \parallel$ горизонтальной
плоскости проекций.

$NM \parallel$ фронтальной
плоскости проекций.

$CK \parallel$ профильной
плоскости проекций.

$Z = \text{const}$

$Y = \text{const}$

$X = \text{const}$

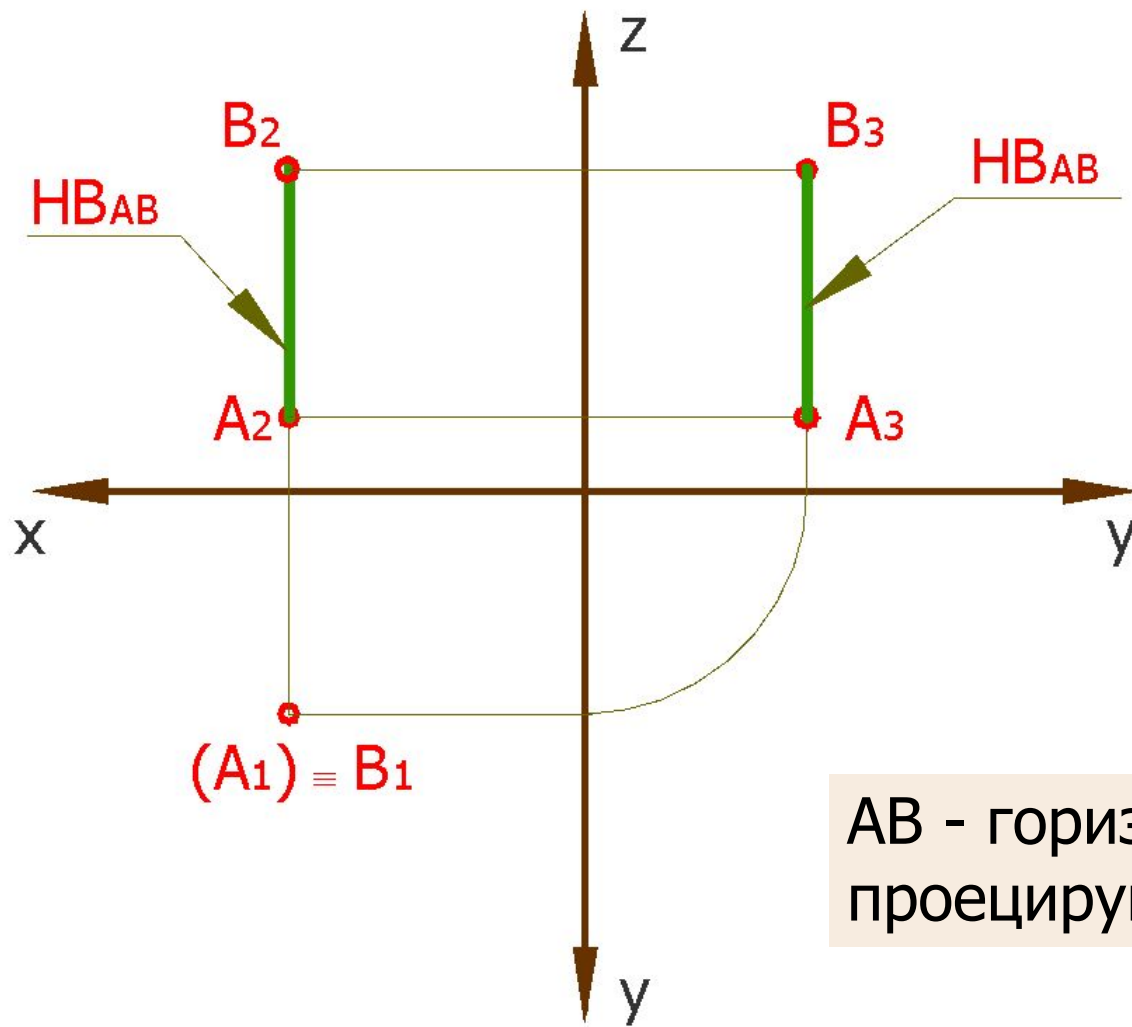
$A_1B_1 = AB$

$N_2M_2 = NM$

$K_3C_3 = KC$

Проецирующие прямые

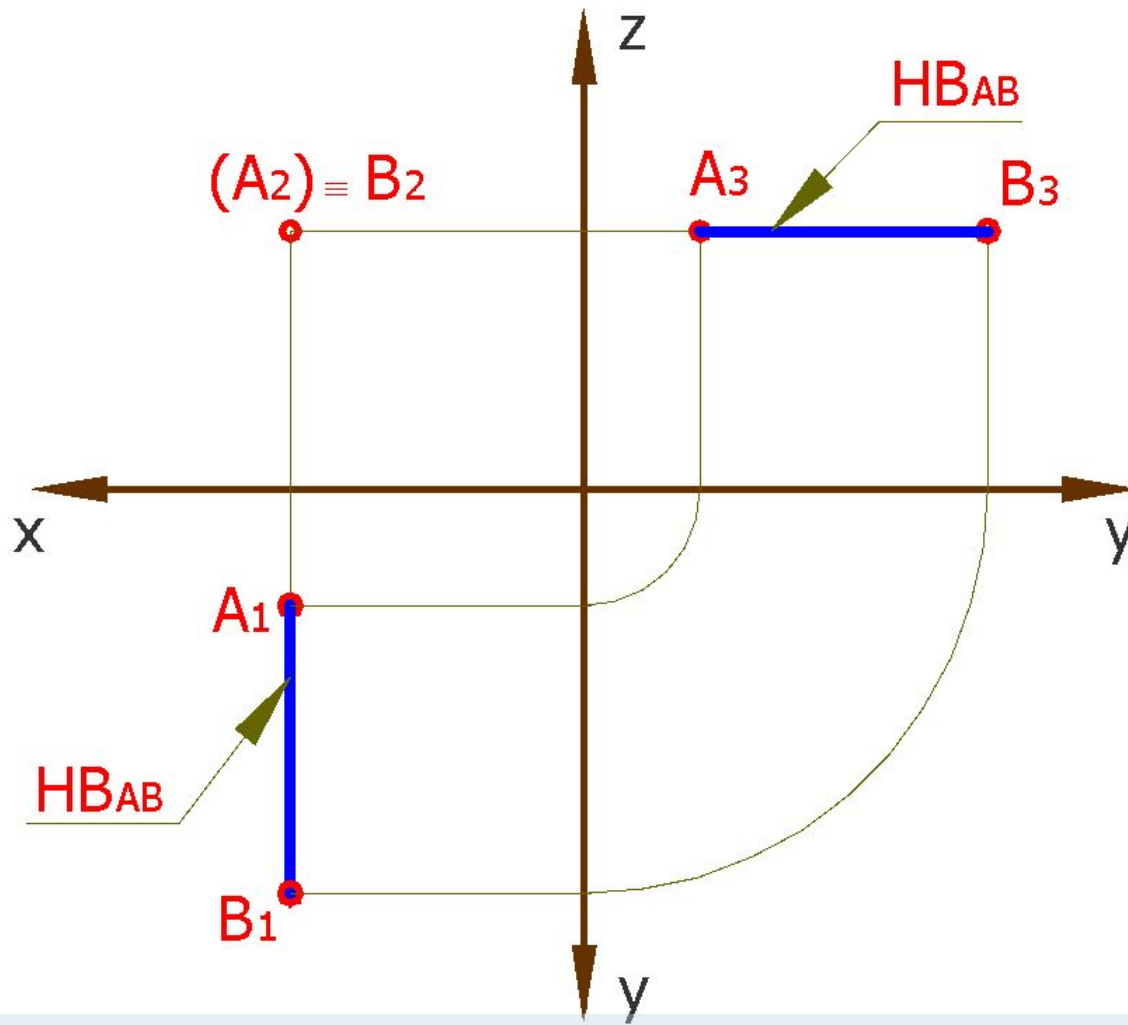
Горизонтально проецирующая прямая



AB
перпендикулярна
горизонтальной
плоскости
проекций

AB - горизонтально-
проецирующая прямая

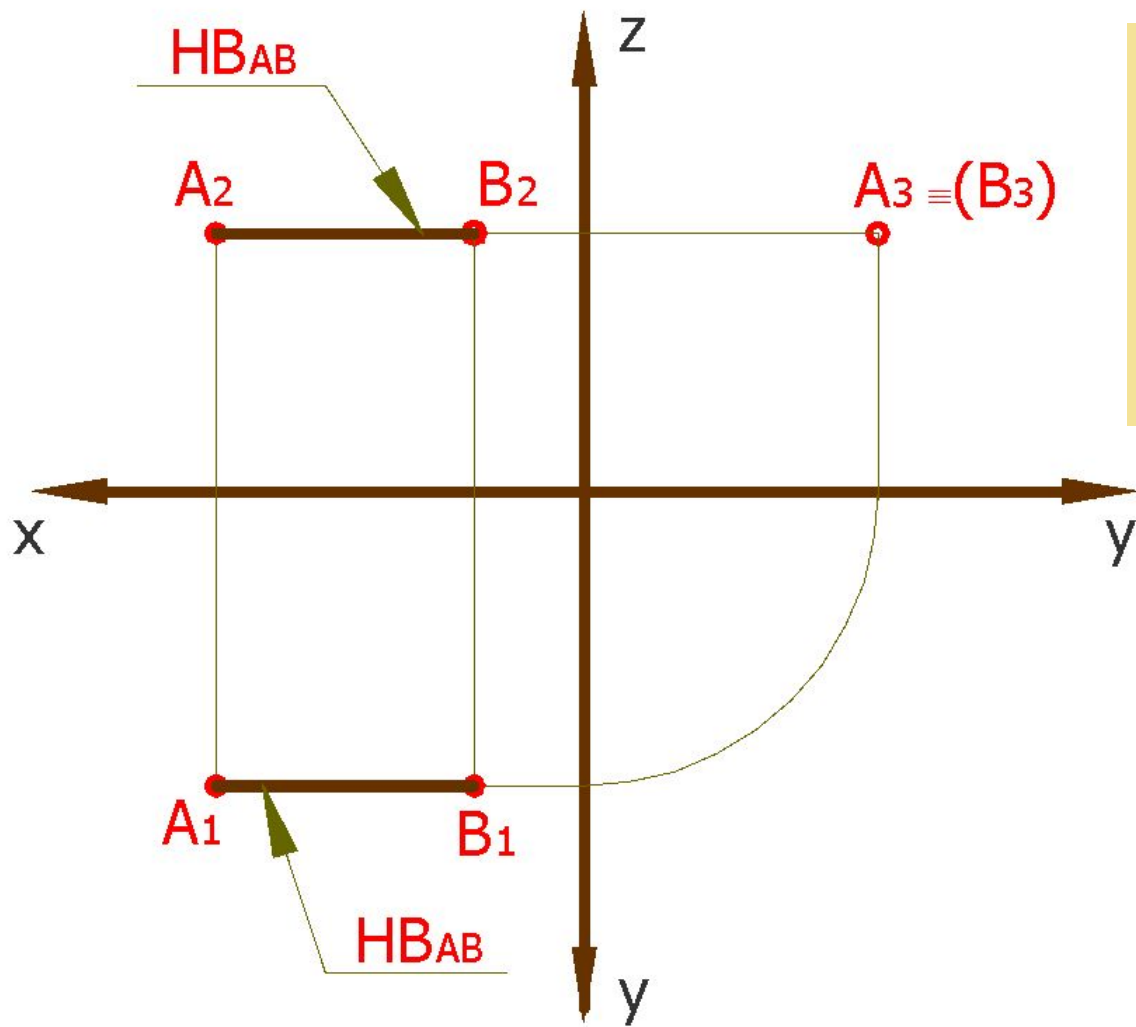
Фронтально-проецирующая прямая



AB
перпендикулярна
фронтальной
плоскости
проекций

AB - фронтально-проецирующая прямая

Профильно – проецирующая прямая

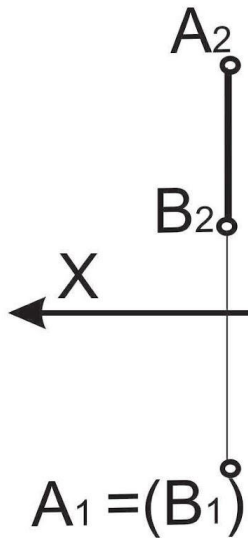


AB
перпендикулярна
профильной
плоскости
проекций

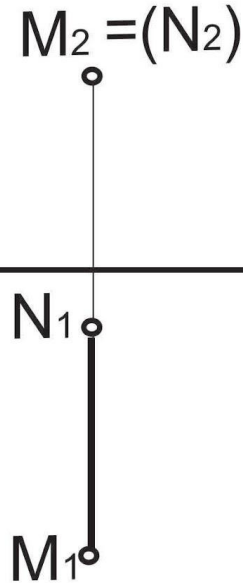
AB - профильно-проецирующая прямая

Проецирующие прямые

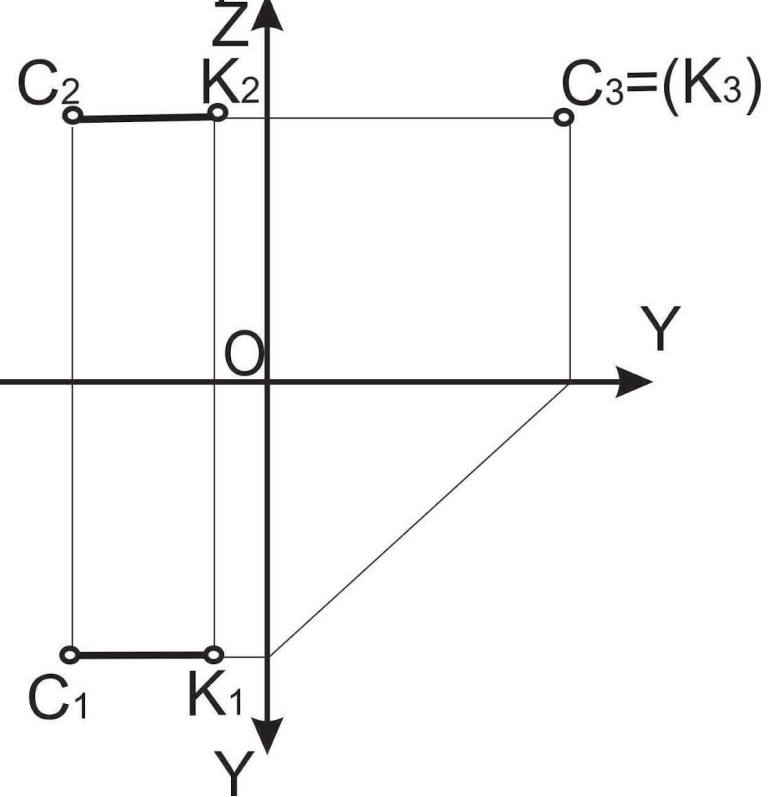
Горизонтально-
проецирующая
прямая



Фронтально-
проецирующая
прямая



Профильно-
проецирующая
прямая



$AB \perp$ горизонтальной
плоскости проекций.

$$A_2 B_2 = A_3 B_3 = AB$$

$NM \perp$ фронтальной
плоскости проекций.

$$N_1 M_1 = N_3 M_3 = NM$$

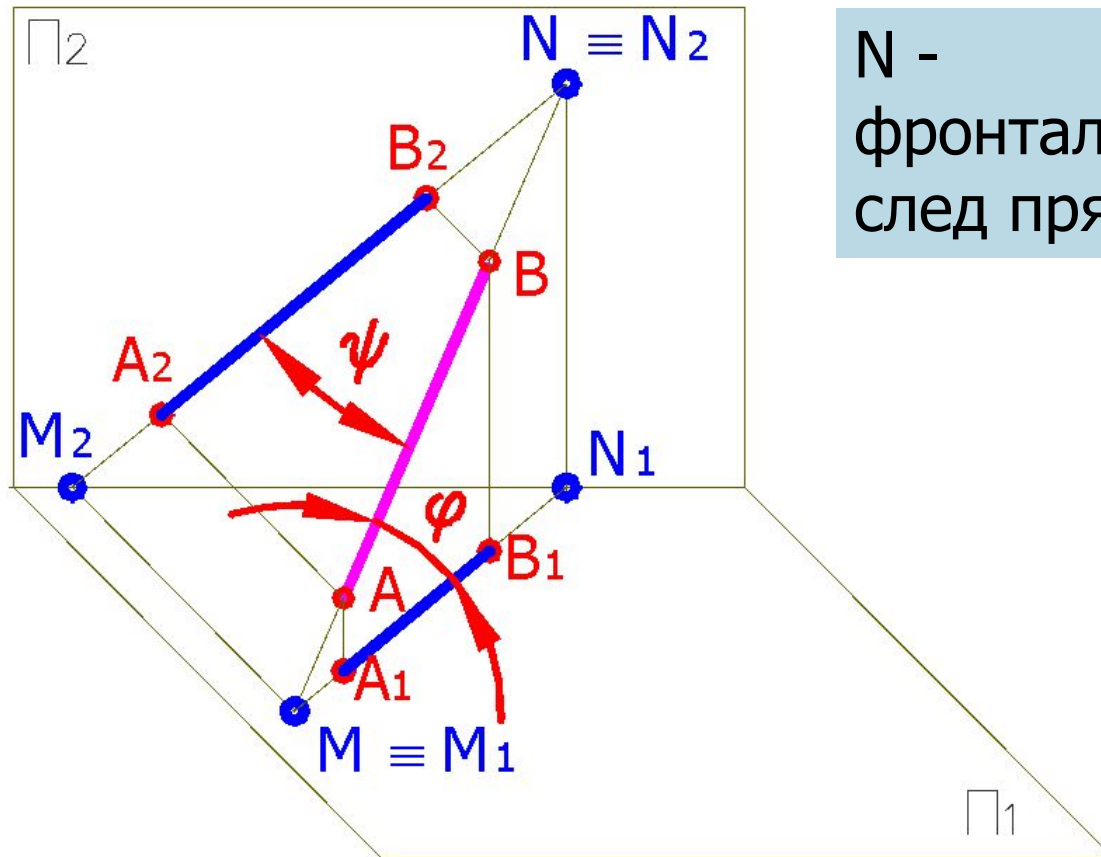
$CK \perp$ профильной
плоскости проекций

$$K_1 C_1 = K_2 C_2 = KC$$

Следы прямой

- Точки пересечения прямой линии с плоскостями проекции называются ***следами прямой***.
- Точка пересечения прямой с горизонтальной плоскостью проекций называется ***горизонтальным следом прямой***.
- Точка пересечения прямой с фронтальной плоскостью проекций называется ***фронтальным следом прямой***.

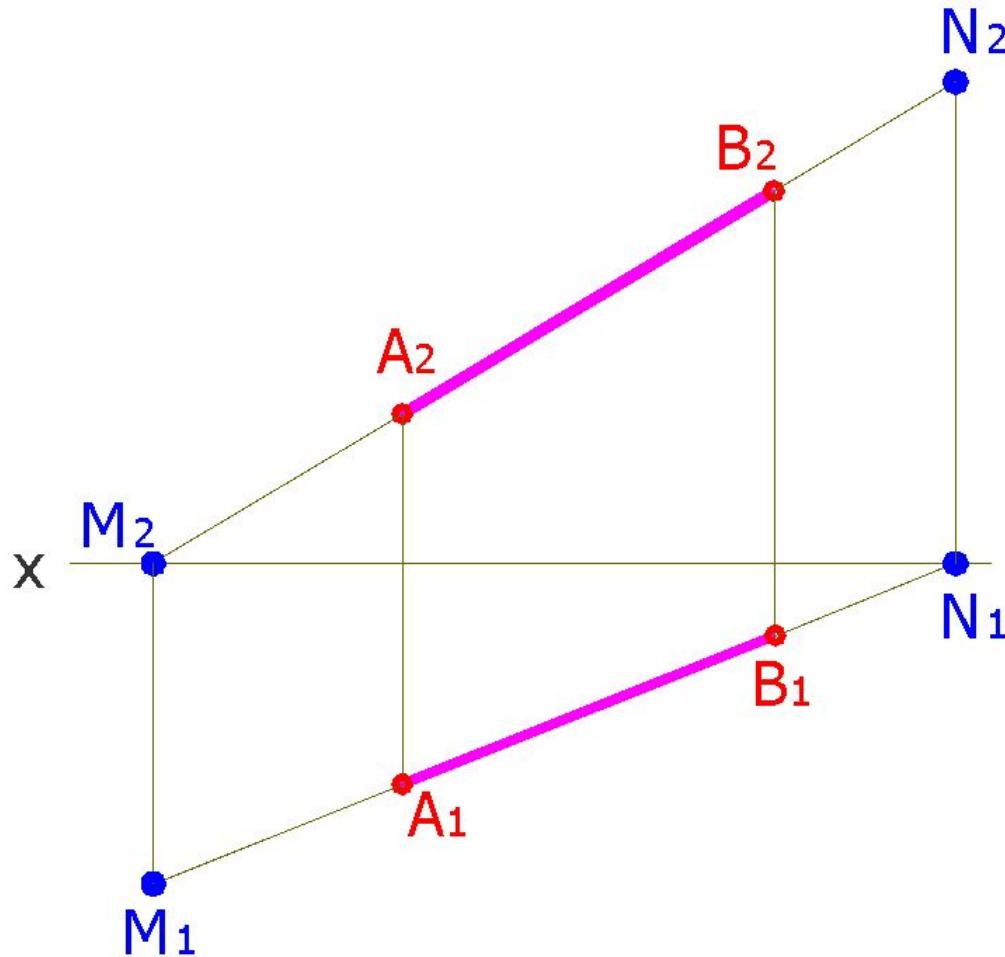
Следы прямой



N -
фронтальный
след прямой AB

M -
горизонтальный
след прямой AB

Следы прямой



N - фронтальный
след прямой AB

M - горизонтальный
след прямой AB

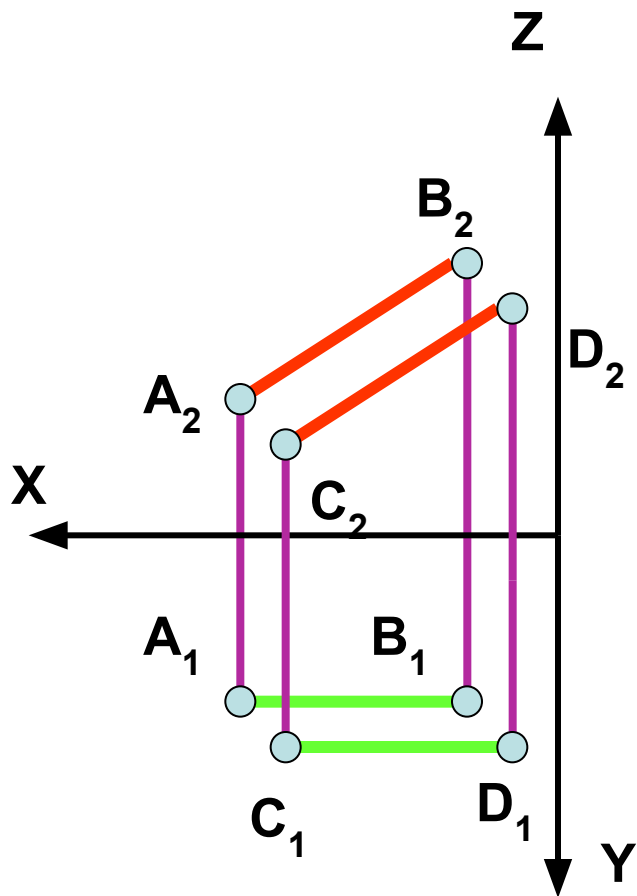
Относительное положение прямых

Прямые относительно друг друга могут располагаться:

- 1. Параллельно;**
- 2. Перпендикулярно;**
- 3. Пересекаться;**
- 4. Скрещиваться.**

Параллельные прямые

Проекции параллельных прямых
параллельны

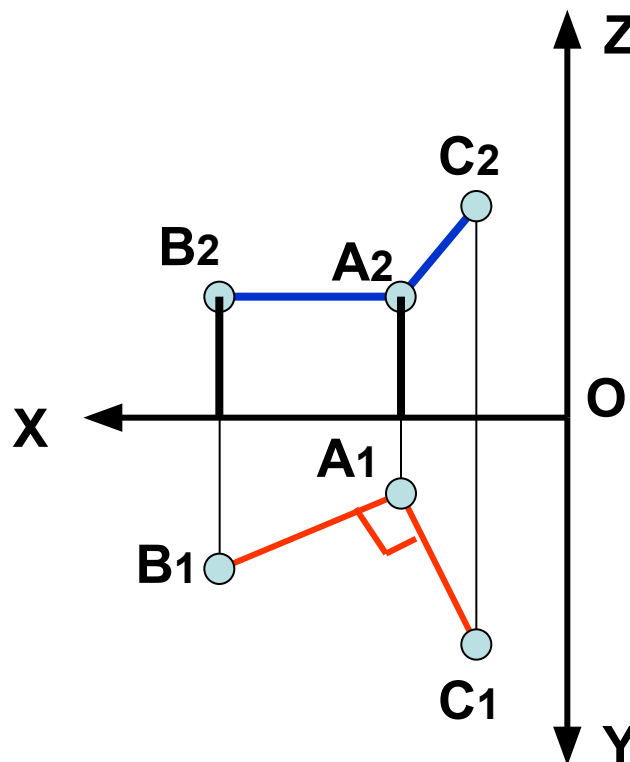


$$AB \parallel CD \Rightarrow A_1 B_1 \parallel C_1 D_1$$

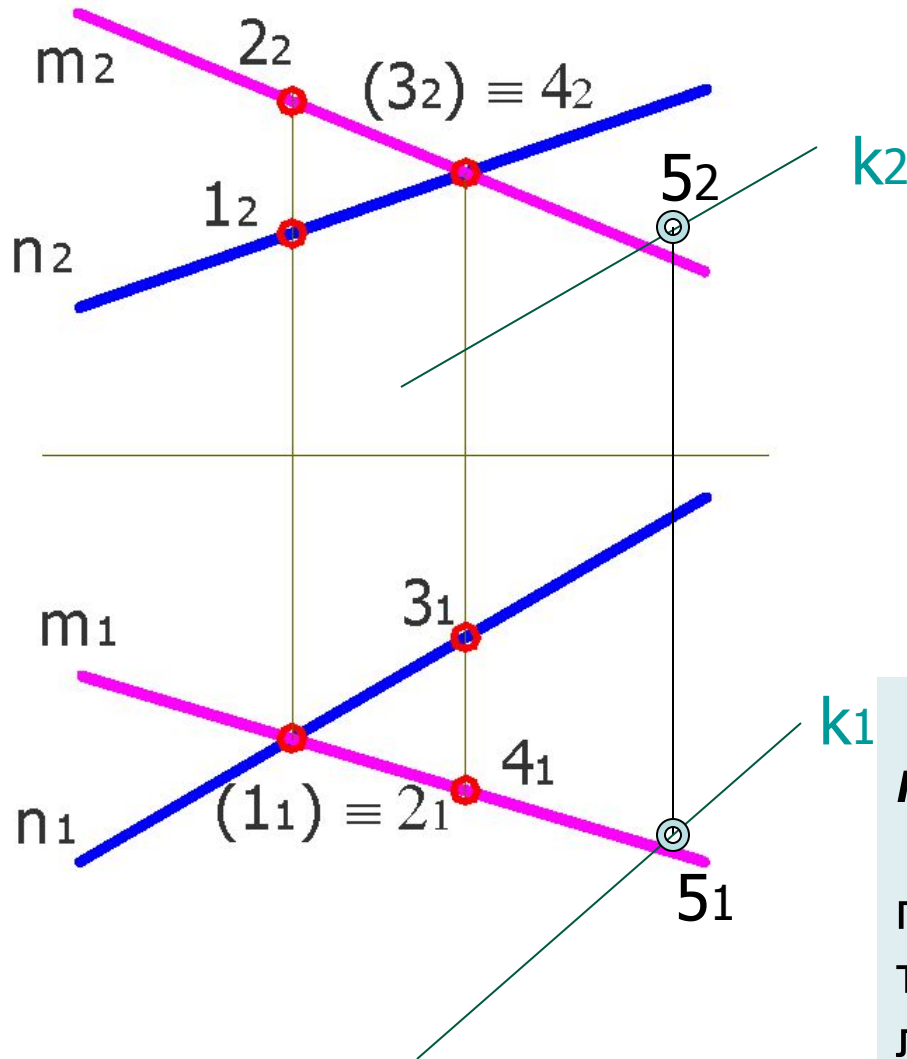
$$AB \parallel CD \Rightarrow A_2 B_2 \parallel C_2 D_2$$

Перпендикулярные прямые

Прямой угол, между прямыми линиями, проецируется в натуральную величину на плоскость проекций, которой одна из прямых параллельна.



Скрещивающиеся и пересекающиеся прямые.



m и n - скрещивающиеся прямые.

Прямые принадлежащие разным плоскостям, не параллельные и не пересекающиеся.

Точки пересечения проекций скрещивающихся прямых не лежат на одной линии проекционной связи.

1 и 2, 3 и 4 - взаимно конкурирующие точки.

k и m - пересекающиеся прямые.

Проекция пересекающихся прямых пересекаются, проекция точки пересечения проекций лежат на одной линии связи.

Точка 5 - точка пересечения.

Контрольные вопросы

1. Построить точку $A(35, 10, 25)$.
2. Построить точку $B(35, 10, 25)$.
3. Построить следы отрезка прямой AB . $A(35, 10, 25)$; $B(60, 40, 10)$.
4. Название прямой перпендикулярной фронтальной плоскости проекций.
5. Название прямой, параллельной горизонтальной плоскости проекций.