

Лекция № 1

1. Виды проецирования
2. Комплексный чертёж
 - ТОЧКИ
 - ПЛОСКОСТИ

Начертательная геометрия – это наука о способах отображения пространственных форм на плоскости.

Изображения объектов трехмерного пространства на плоскости получают методом проецирования. **Поэтому проекционный метод построения изображений является основным методом НГ.**

Прямая и обратная задачи НГ: прямая задача – построение проекций по пространственной модели, обратная задача – по проекциям воссоздание пространственной модели

Виды проецирования и их свойства

Аппарат проецирования включает в себя проецирующие лучи (проецирующие прямые), проецируемый объект и плоскость, на которой получается изображение (**плоскость проекций**).

В зависимости от *положения центра проецирования* и *направления проецирующих прямых* по отношению к плоскости проекций, проецирование может быть:

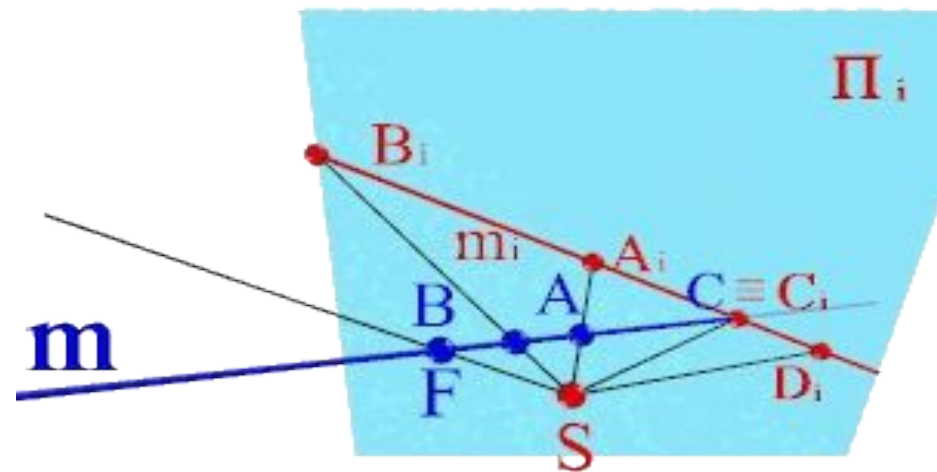
центральный,

параллельным

прямоугольным (ортогональным).

Центральное проецирование

Проецирование называется **центральным**, если все проецирующие лучи проходят через одну точку – **центр проецирования**



Чтобы спроецировать точку **A** на плоскость Π_1 , через центр проецирования **S** проводят луч **SA** до его пересечения с плоскостью Π_1 в точке **A₁**. Точка **A₁** – **центральная проекция** точки **A**, а луч **SA** – **проецирующий луч**.

S – центр проецирования
Π₁ – плоскость проекций
A, B, C – точки пространства

A₁, B₁, C₁ –
центральные проекции
точек

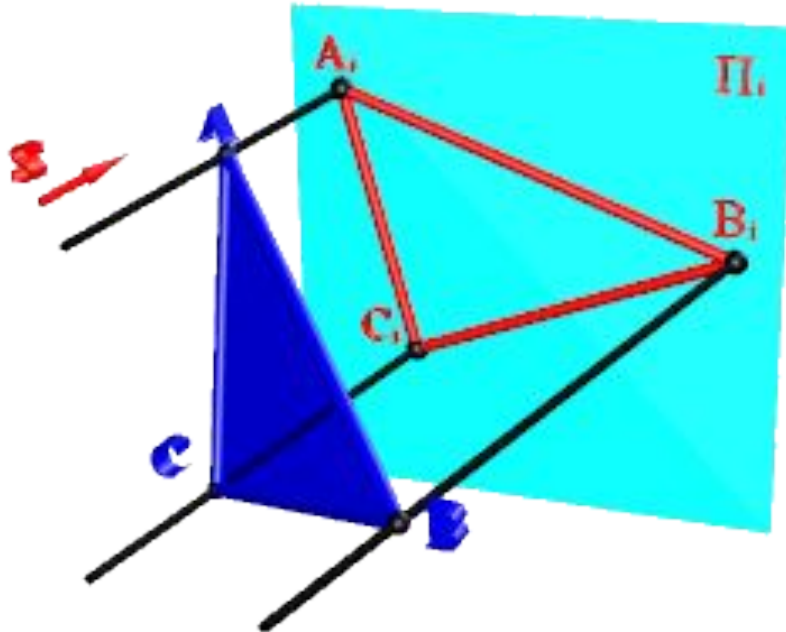
Свойства центрального проецирования

- 1. Проекцией точки является точка**
- 2. Проекцией прямой линии является прямая**
- 3. Если точка принадлежит прямой, то проекция этой точки принадлежит проекции прямой. Если $C \subset AB$, то $C_1 \subset A_1B_1$.**

Точка пересечения линий проецируется в точку пересечения их проекций.

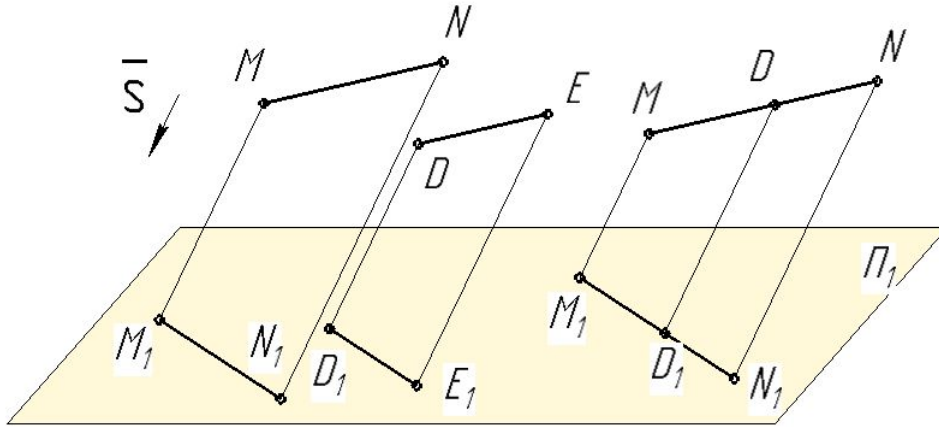
Параллельное проецирование

Частный случай центрального проецирования – **параллельное проецирование**, когда центр проецирования удалён в бесконечность. При этом проецирующие лучи можно рассматривать как параллельные проецирующие прямые. Положение проецирующих прямых относительно плоскости проекций определяется **направлением проецирования s**



В свою очередь параллельные проекции подразделяются на **прямоугольные**, когда проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций, и **косоугольные**, когда направление проецирования образует с плоскостью проекций угол не равный 90^0 .

Свойства параллельного проецирования



1-3 справедливы и для параллельного проецирования

4. Проекциями параллельных прямых являются параллельные прямые.

Если $MN \parallel DE$, то $M_1N_1 \parallel D_1E_1$

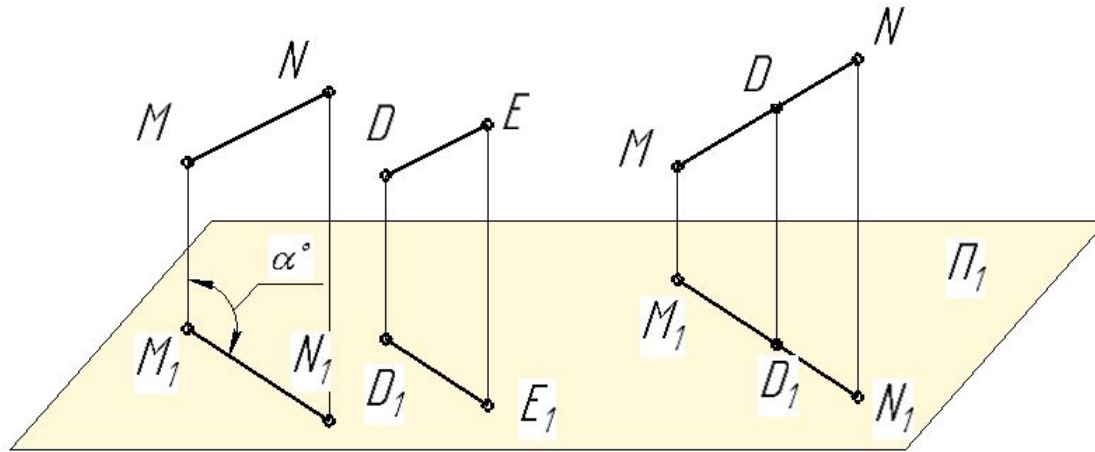
5. Отношение отрезков параллельных прямых равно отношению проекций этих отрезков.

Если $MN \parallel DE$, то $MN/DE = M_1N_1/D_1E_1$ ($MD/DN = M_1D_1/D_1N_1$)

6. Прямая параллельная плоскости проекций проецируется в натуральную величину.

Если $MN \parallel \Pi_1$, то $MN = M_1N_1$

Прямоугольное (ортогональное) проецирование



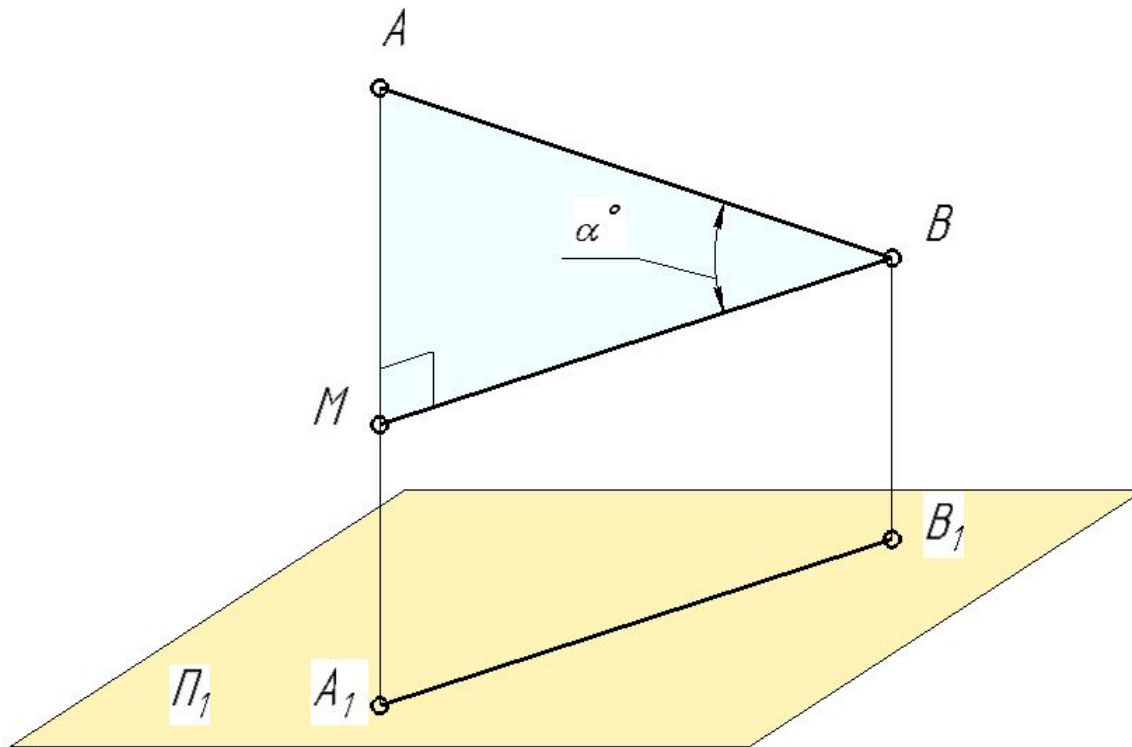
α° - равно 90° (Проецирующие прямые перпендикулярны плоскости проекций)

Свойства прямоугольного проецирования

1 – 6 справедливы

7. Длина проекции отрезка прямой равна длине самого отрезка, умноженной на косинус угла наклона прямой к плоскости проекций, след.

$$0 < A_1 B_1 < AB$$
$$AB = A_1 B_1 \cos \alpha^\circ$$



$$MB \parallel A_1 B_1$$

$$MB = A_1 B_1$$

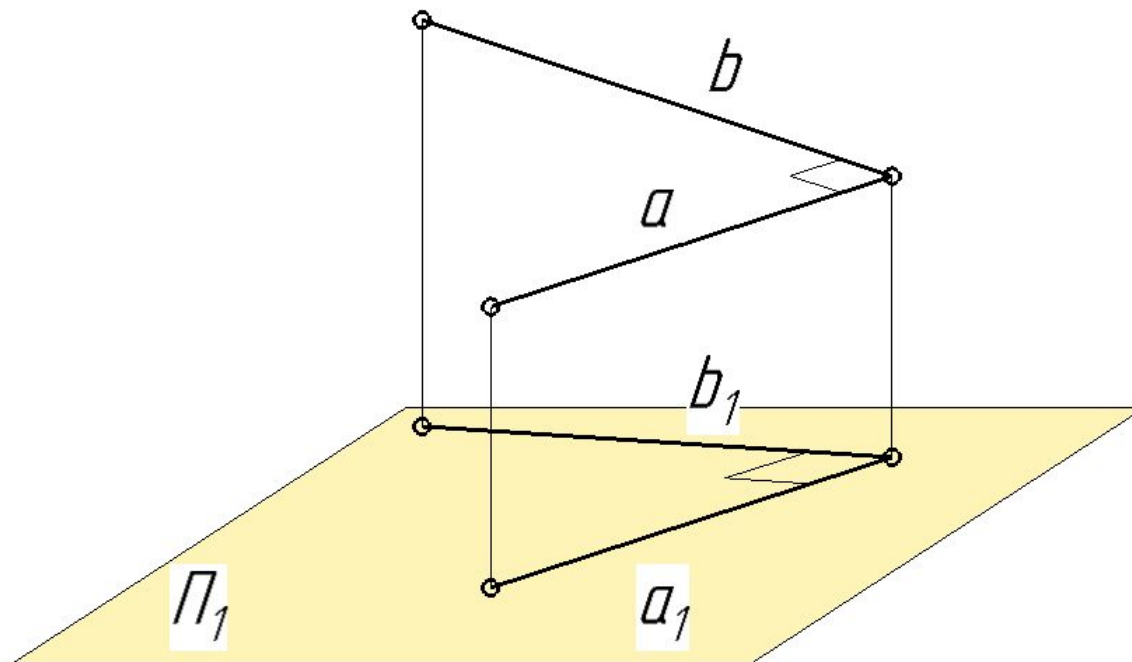
$$AM \perp BM$$

$$AM = AA_1 - A_1 M$$

**AB – натуральная
величина
отрезка**

8. Теорема о проецировании прямого угла

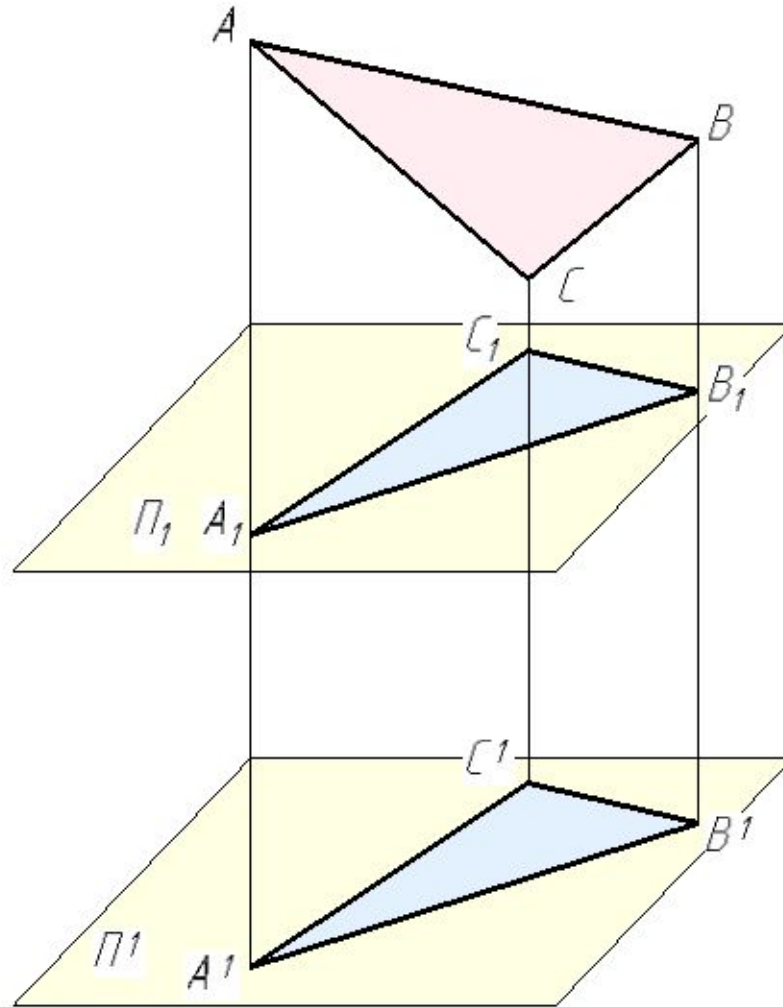
Если хотя бы одна из сторон прямого угла параллельна одной из плоскостей проекций, а другая ей не перпендикулярна, то прямой угол на эту плоскость проецируется без искажения.



$$a \perp b, \quad a \parallel \Pi_1$$

Если $a \parallel \Pi_1$, то
 $a_1 \perp b_1$

9. *Форма проекции фигуры не меняется при параллельном переносе плоскости проекций.*



Комплексные чертежи

«Точка, прямая,

плоскость»

Комплексный чертеж

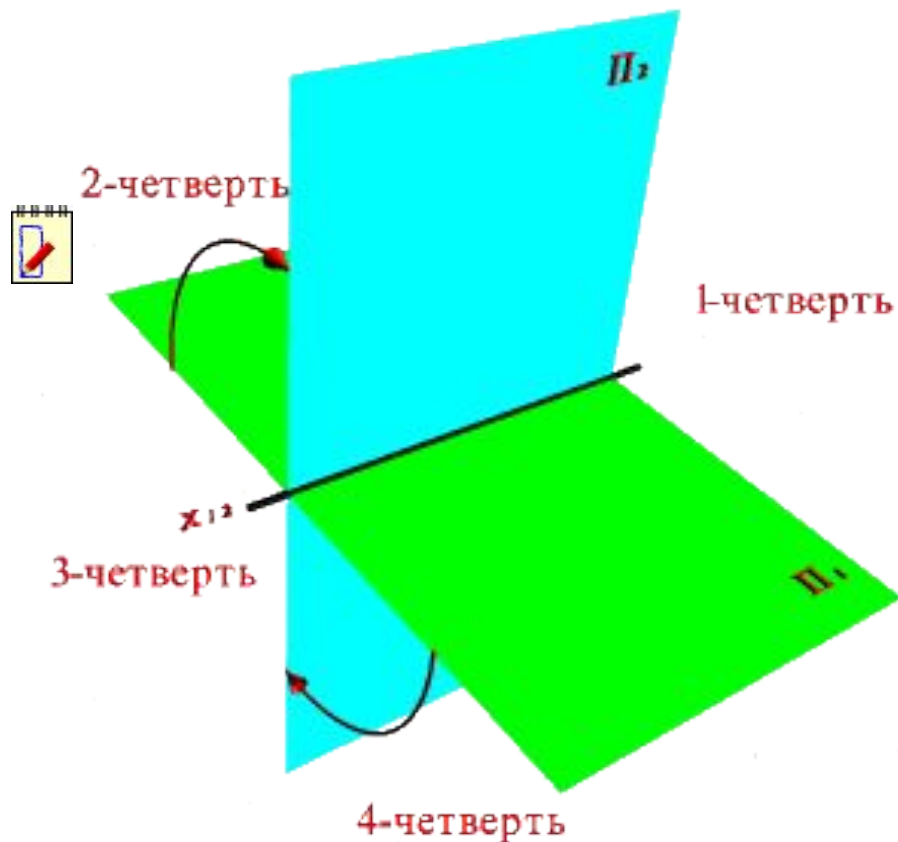
точки

*Комплексным называется чертеж,
состоящий из совокупности
взаимосвязанных ортогональных
проекций.*

Основные принципы построения таких чертежей изложены [Гаспаром Монжем](#) - крупным французским геометром конца 18. Изложенный Монжем метод ортогонального проецирования **на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций** был и остается основным методом составления технических чертежей.

В соответствии с методом предложенным Г. Монжем рассмотрим в пространстве две взаимно перпендикулярные плоскости проекций. Одну из плоскостей проекций Π_1 располагают горизонтально, а вторую Π_2 - вертикально. Π_1 - горизонтальная плоскость проекций, Π_2 - фронтальная. Плоскости бесконечны и непрозрачны.

Плоскости проекций делят пространство на четыре двугранных угла – четверти.



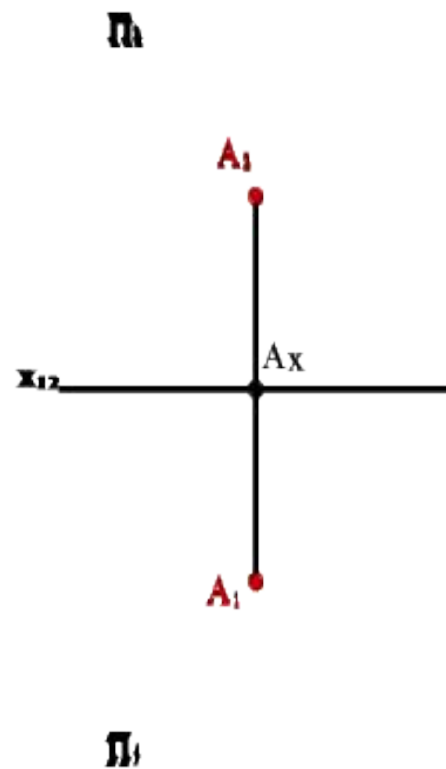
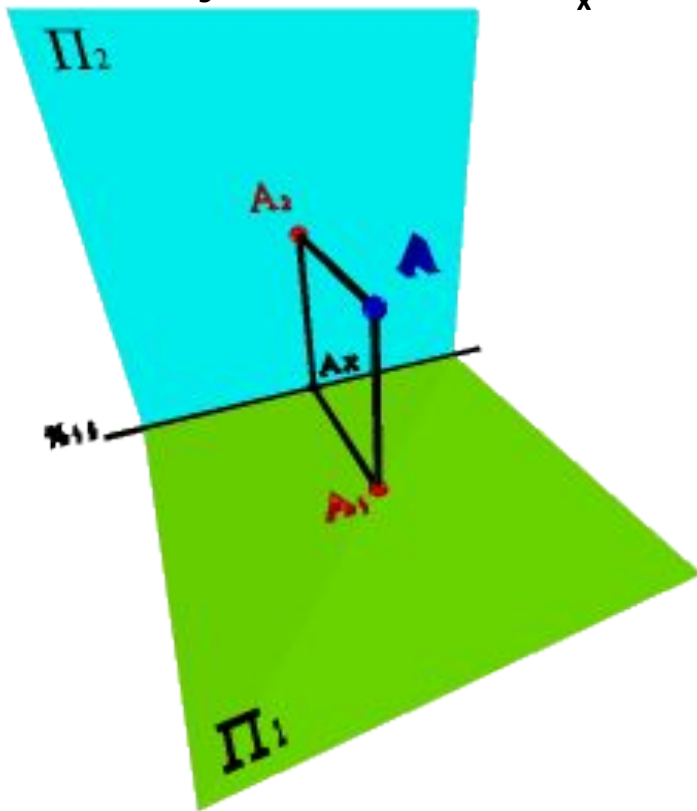
Линия пересечения
плоскостей проекций

называется осью координат и обозначается X_{12} .

Чтобы получить плоский чертеж, состоящий из указанных проекций, плоскость Π_1 совмещают вращением вокруг оси X_{12} с плоскостью Π_2 . Проекционный чертеж называется **эпюром Монжа** или **комплексным чертежом**.

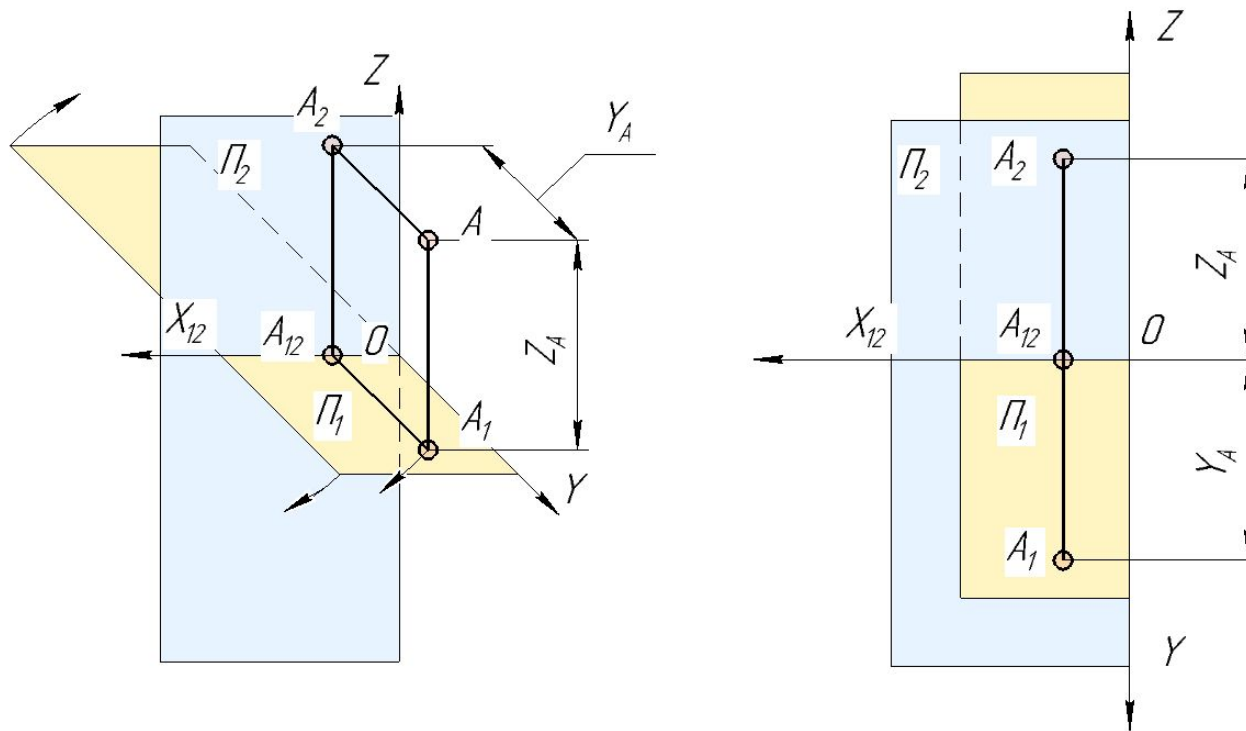
ТОЧКА В ОРТОГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Ортогональной проекцией точки на плоскость является **основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на эту плоскость**. На рисунке показана точка A и ее ортогональные проекции A_1 и A_2 , которые называют соответственно горизонтальной и фронтальной проекциями. Проекции точки всегда расположены на прямой, перпендикулярной оси x_{12} и пересекающей эту ось в точке A_x .



Справедливо и обратное, т. е. **если на плоскостях проекций даны точки A_1 и A_2 расположенные на прямой, пересекающей ось X_{12} в точке A_{12} под прямым углом, то они являются проекцией некоторой точки A .**

На эюре Монжа проекции A_1 и A_2 расположены на одном перпендикуляре к оси X_{12} . Прямые линии, соединяющие разноименные проекции точки на эюре, называются **линиями проекционной связи**.



Π_2 – фронтальная плоскость проекций Π_1 – горизонтальная плоскость проекций

X_{12} – ось проекций

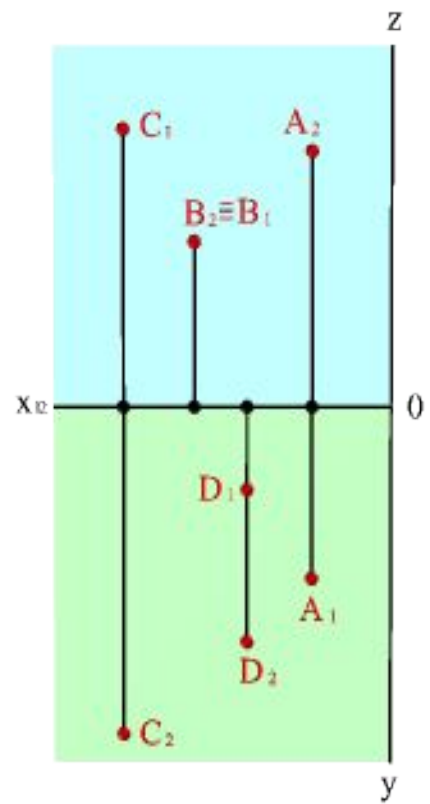
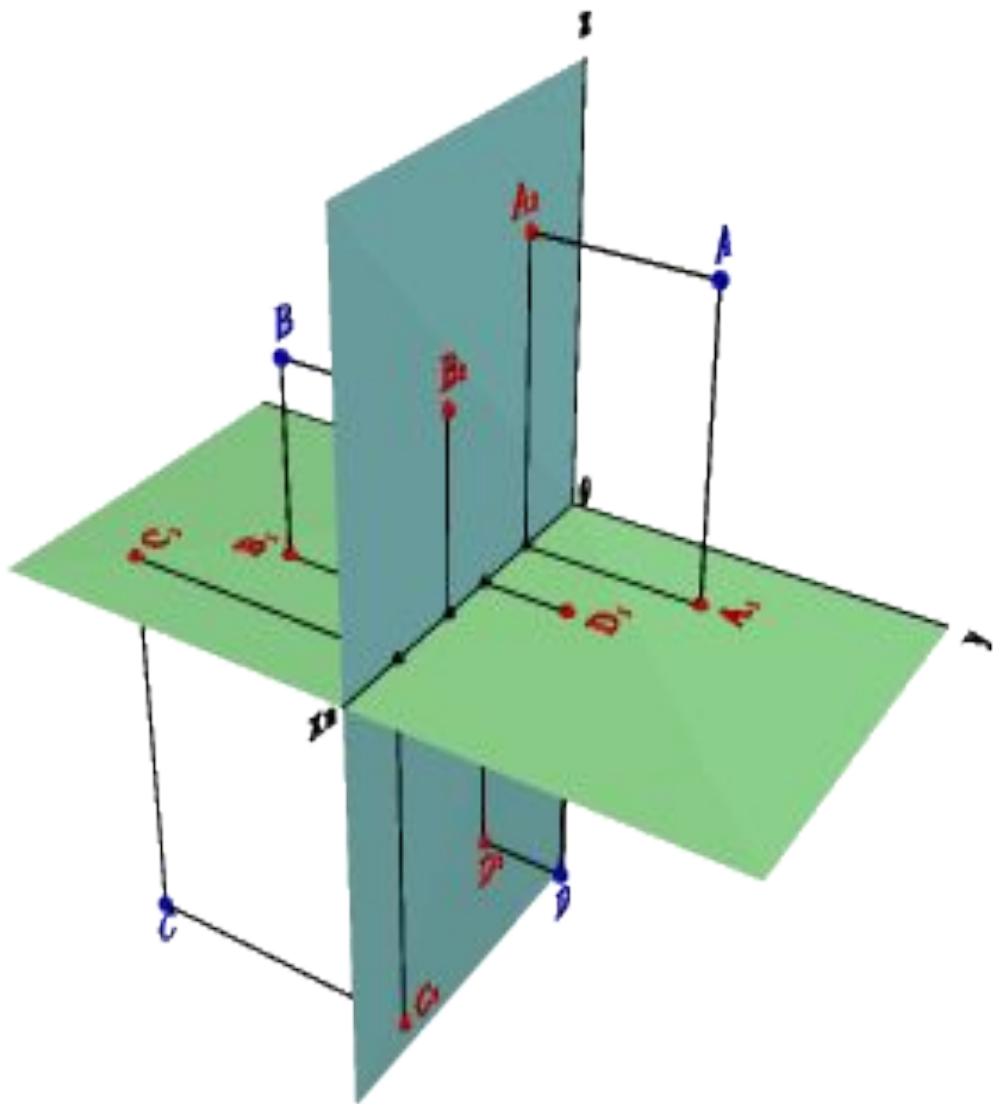
$\Pi_2 \perp \Pi_1$

$AA_2 = A_1A_{12}$ расстояние до фронтальной плоскости (Y_A)

$AA_1 = A_2A_{12}$ расстояние до горизонтальной плоскости (Z_A)

A_2A_1 – линия связи $A_2A_1 \perp X_{12}$

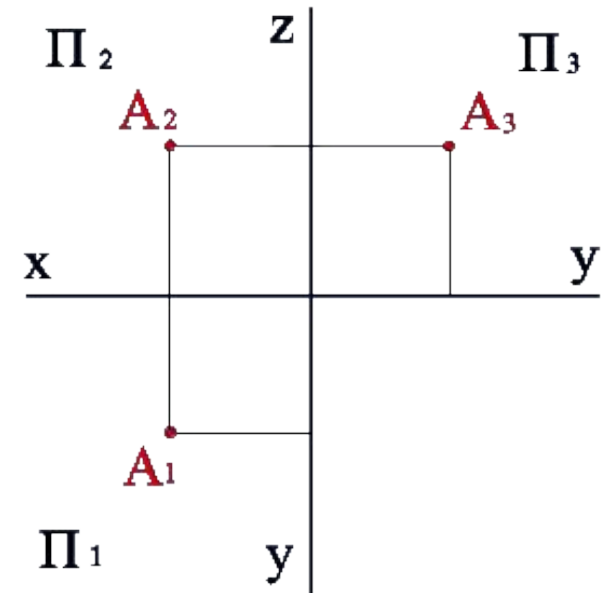
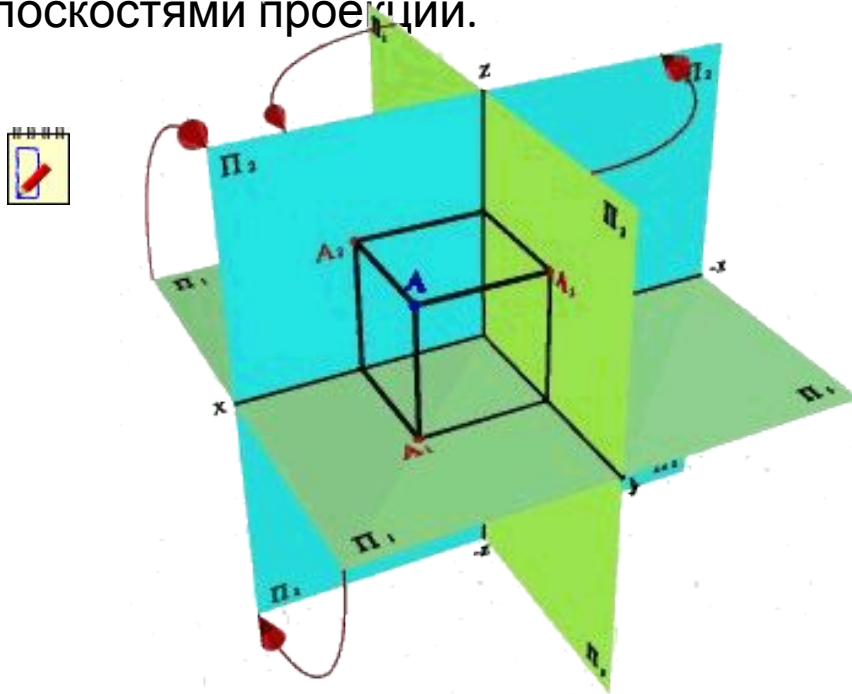
Две проекции точки определяют ее положение в пространстве



ТОЧКА В ОРТОГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ТРЕХ ПЛОСКОСТЕЙ

ПРОЕКЦИИ

В практике изображения различных геометрических объектов, чтобы сделать проекционный чертеж более ясным, возникает необходимость использовать третью – профильную плоскость проекций Π_3 , расположенную перпендикулярно к Π_1 и Π_2 . Плоскости проекций Π_1 , Π_2 и Π_3 являются основными плоскостями проекций.



Третья плоскость, перпендикулярная и Π_1 , и Π_2 , обозначается буквой Π_3 и называется **профильной**.

Плоскости проекций, попарно пересекаясь, определяют три оси Ox , Oy и Oz . Три плоскости проекций делят пространство на восемь трехгранных углов - октантов. Для получения эпюра точки в системе трех плоскостей проекций плоскости Π_1 и Π_3 вращают до совмещения с плоскостью Π_2 .

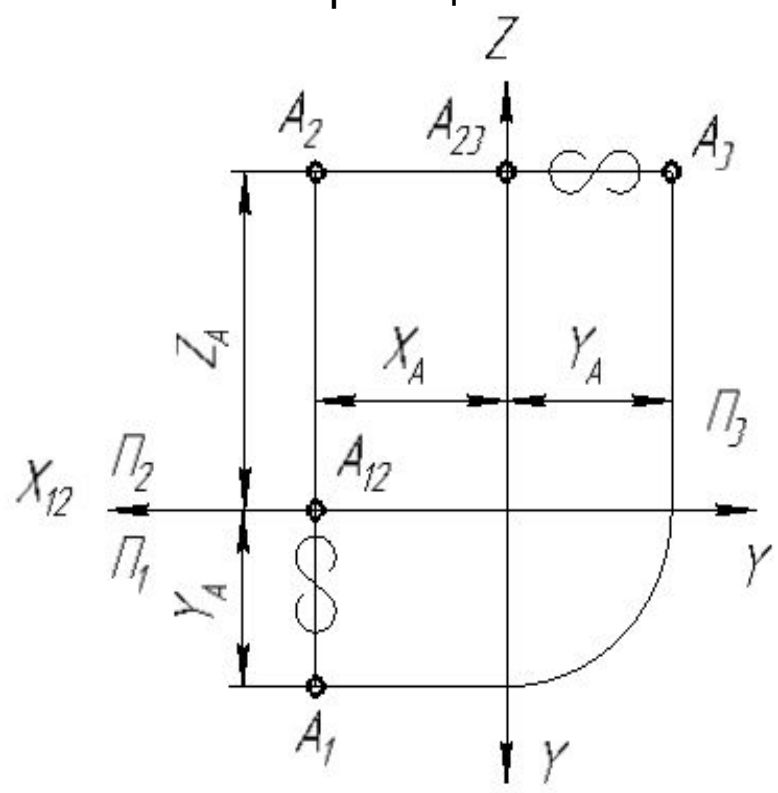
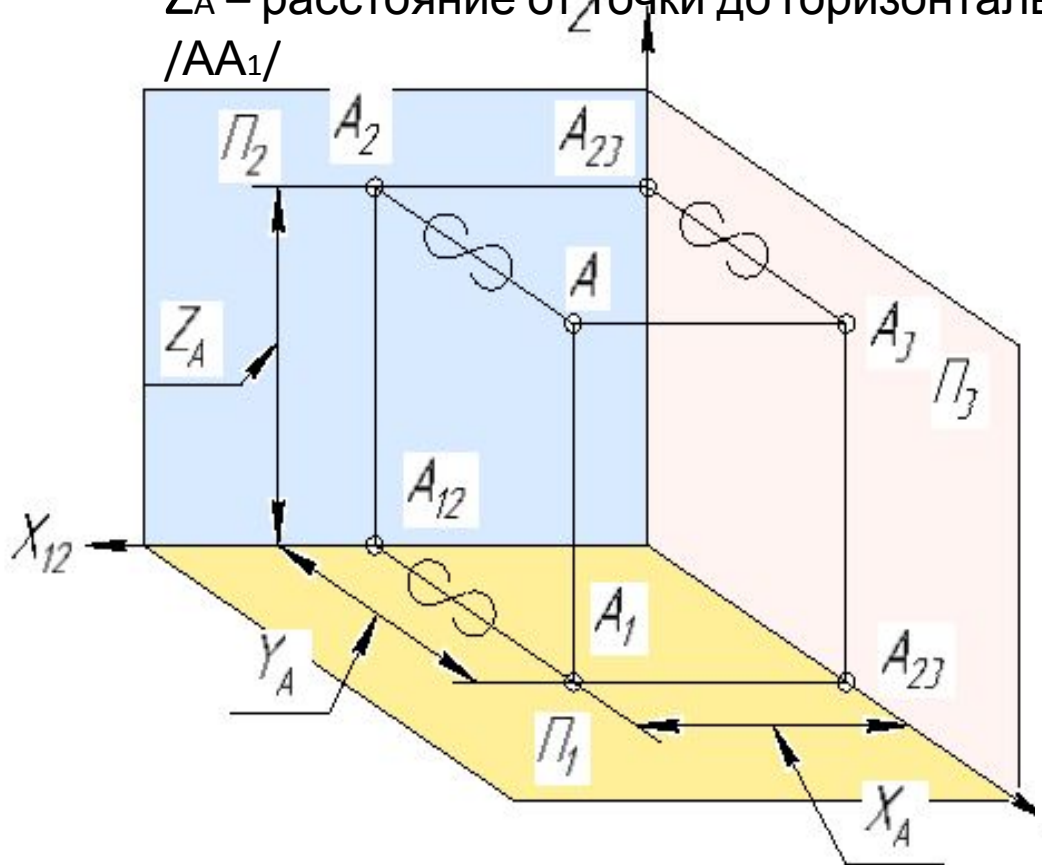
Положение точки в пространстве определяется тремя координатами — X, Y, Z

Координаты – расстояния от точки до плоскостей проекций

X_A – расстояние от точки до профильной плоскости проекций Π_3 / AA_3 /

Y_A – расстояние от точки до фронтальной плоскости проекций Π_2 / AA_2 /

Z_A – расстояние от точки до горизонтальной плоскости проекций Π_1 / AA_1 /

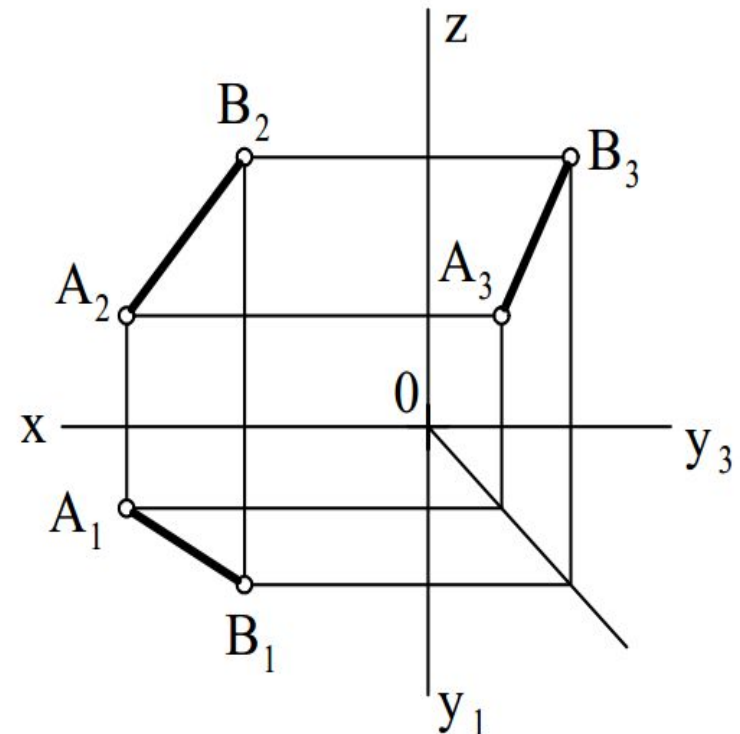
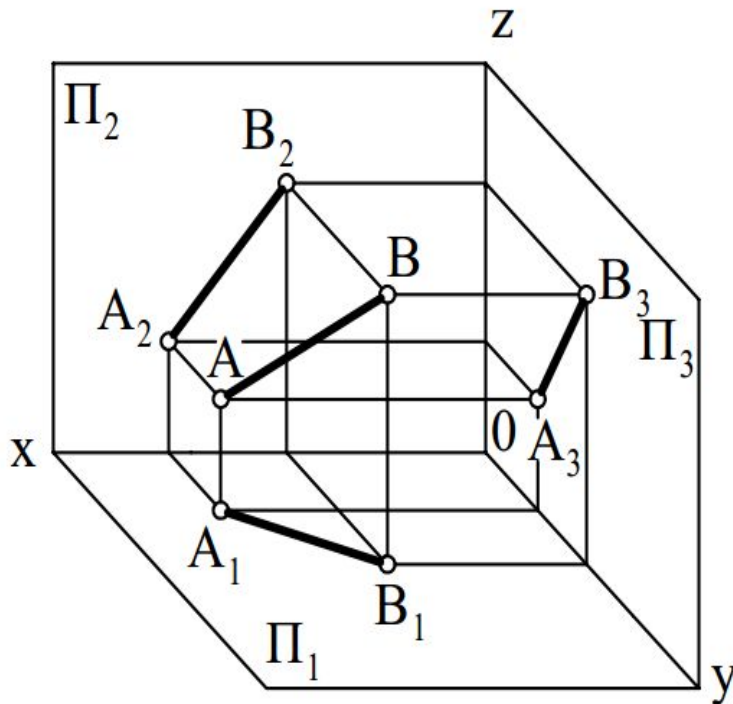


Комплексный чертёж прямой

Прямые, непараллельные и неперпендикулярные плоскости проекций называются **прямыми общего положения**.

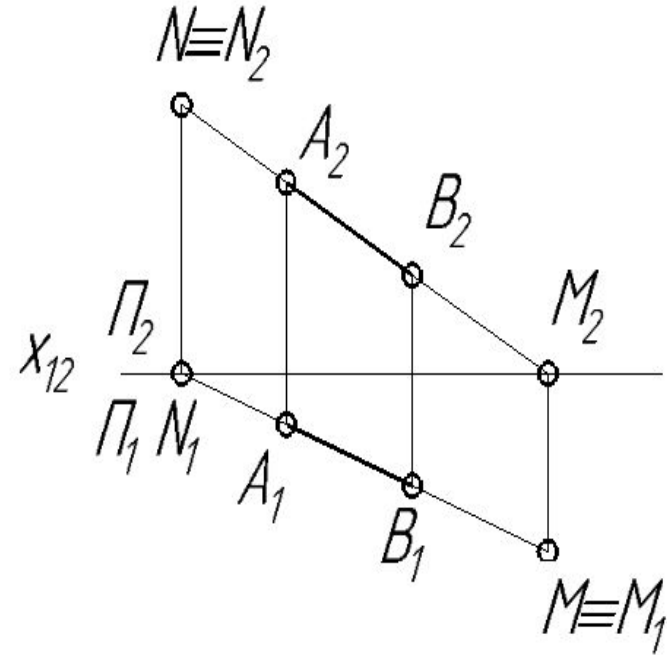
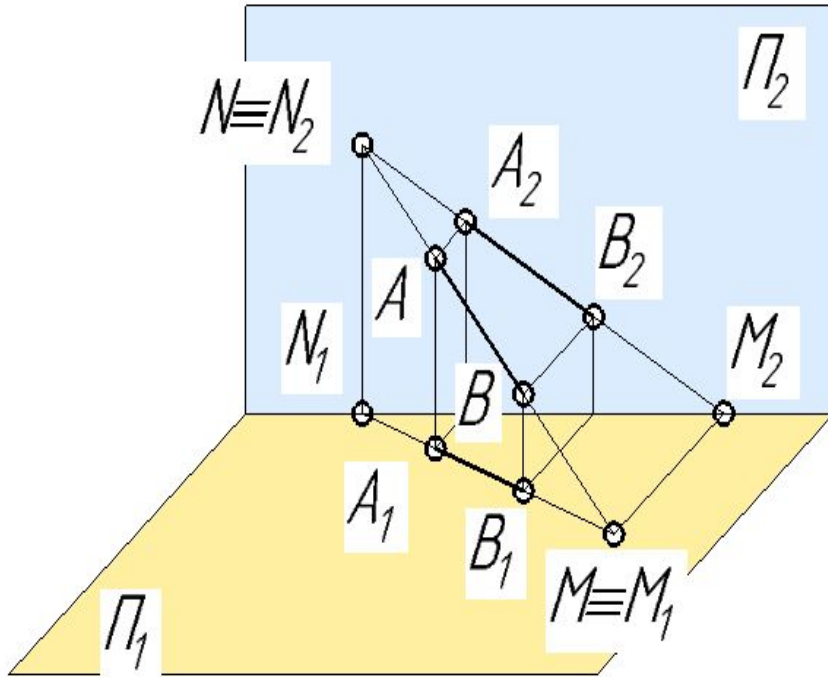
Прямая на комплексном чертеже может быть задана:

- двумя точками (A, B);
- своими проекциями (m_1, m_2).



Следы прямой – точки ее пересечения с плоскостями

1



M – горизонтальный след прямой AB

$$M = AB \cap \Pi_1$$

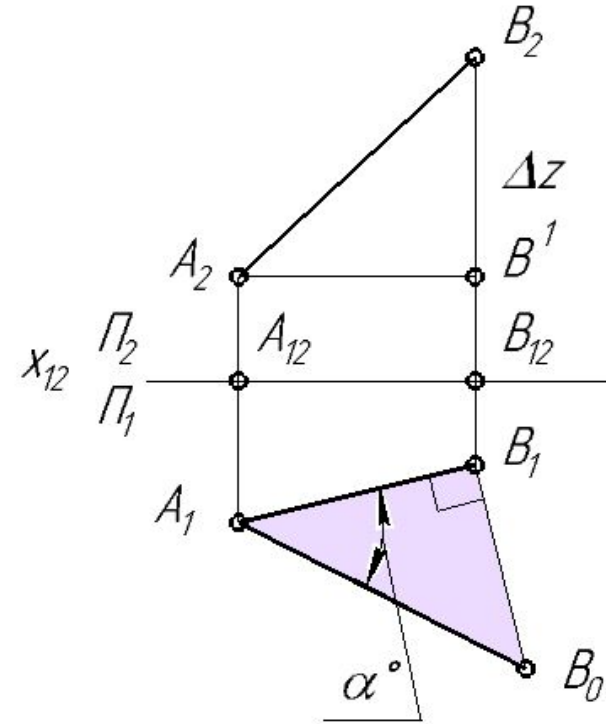
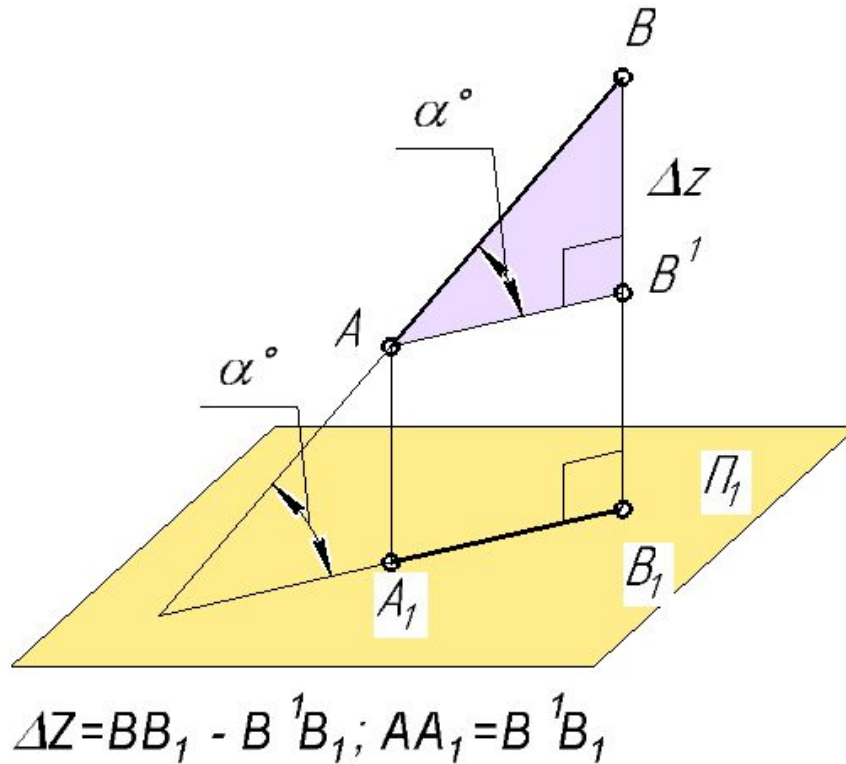
N – фронтальный след прямой AB

$$N = AB \cap \Pi_2$$

1. Для построения горизонтального следа **M** прямой необходимо продолжить ее фронтальную проекцию до пересечения с осью Ox и в этой точке восстановить перпендикуляр к оси до пересечения с горизонтальной проекцией прямой.

2. Для построения фронтального следа **N** прямой нужно из точки пересечения горизонтальной проекции её с осью Ox восстановить перпендикуляр до пересечения с фронтальной проекцией прямой.

Определение длины отрезка способом прямоугольного треугольника

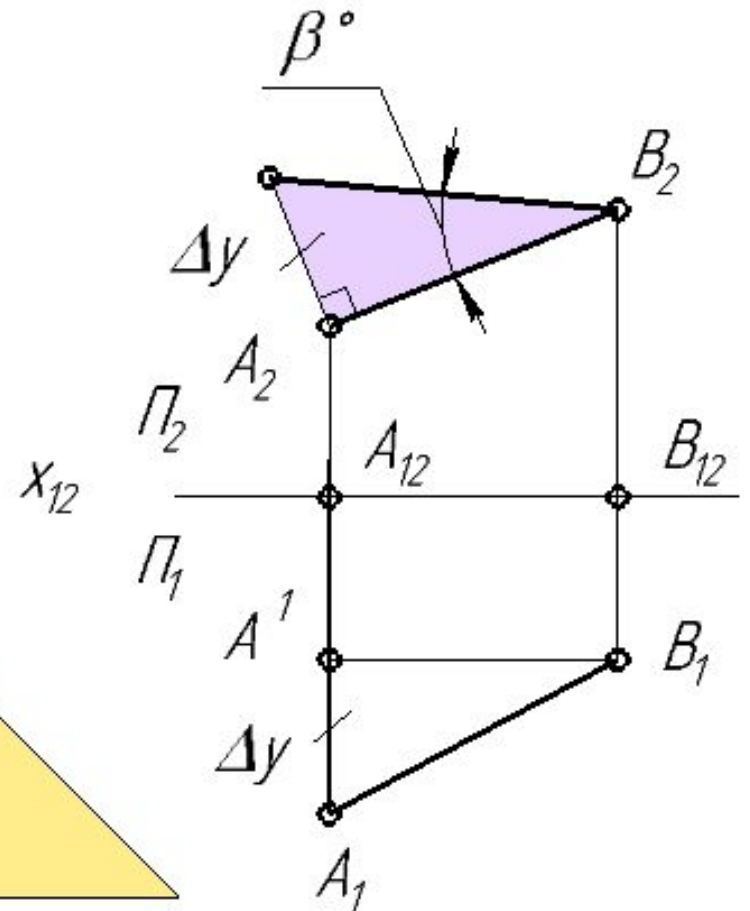
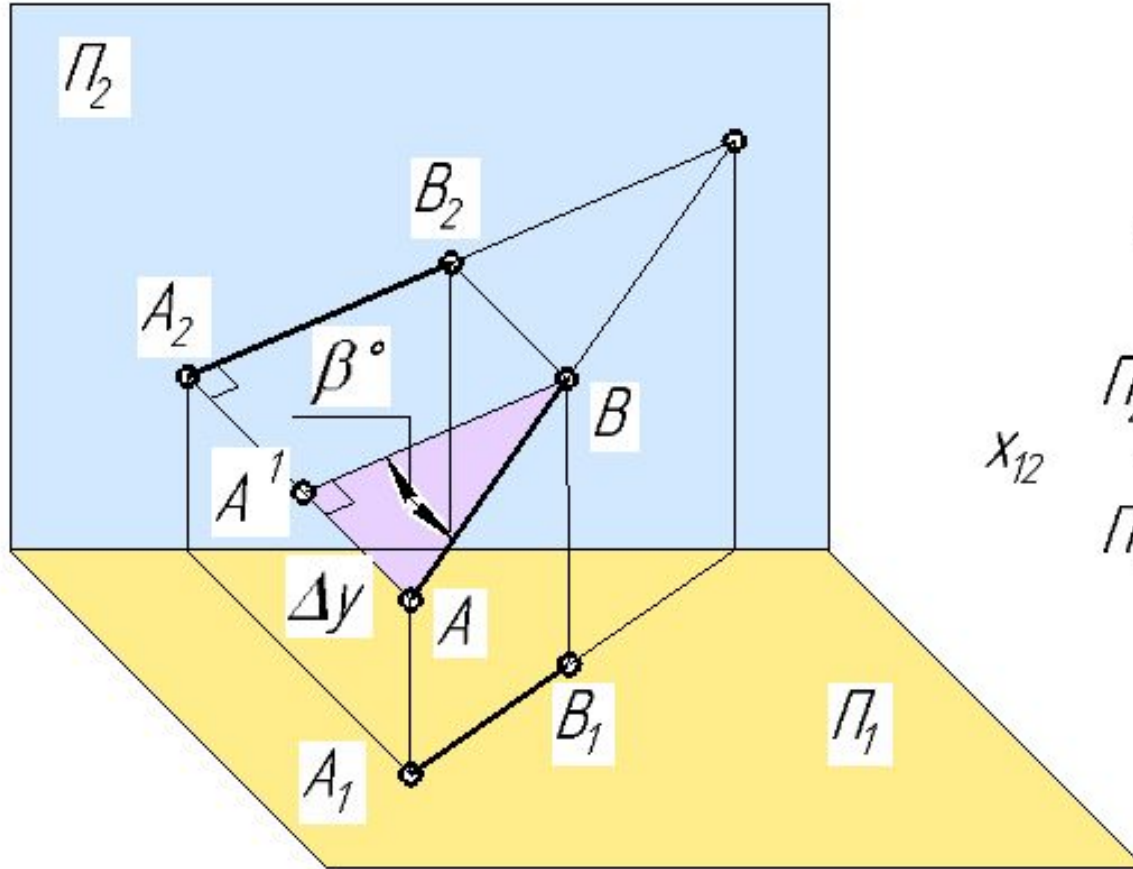


Натуральная величина отрезка прямой – это **гипотенуза** прямоугольного треугольника, у которого один катет – это горизонтальная (фронтальная) проекция отрезка, а другой катет – это разность расстояний концов отрезка до горизонтальной (фронтальной) плоскости проекций.

α - угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций (угол между гипотенузой и горизонтальной проекцией отрезка).

Для определения угла наклона отрезка прямой АВ на фронтальной плоскости проекций П2 строят прямоугольный треугольник аналогичным путем

Угол β в этом же треугольнике $A'B$ является углом наклона прямой АВ к плоскости П2.



Прямые частного положения (прямые уровня и проецирующие)

Прямые частного положения – это прямые параллельные и перпендикулярные плоскостям проекций.

Прямые уровня – прямые параллельные плоскостям проекций.

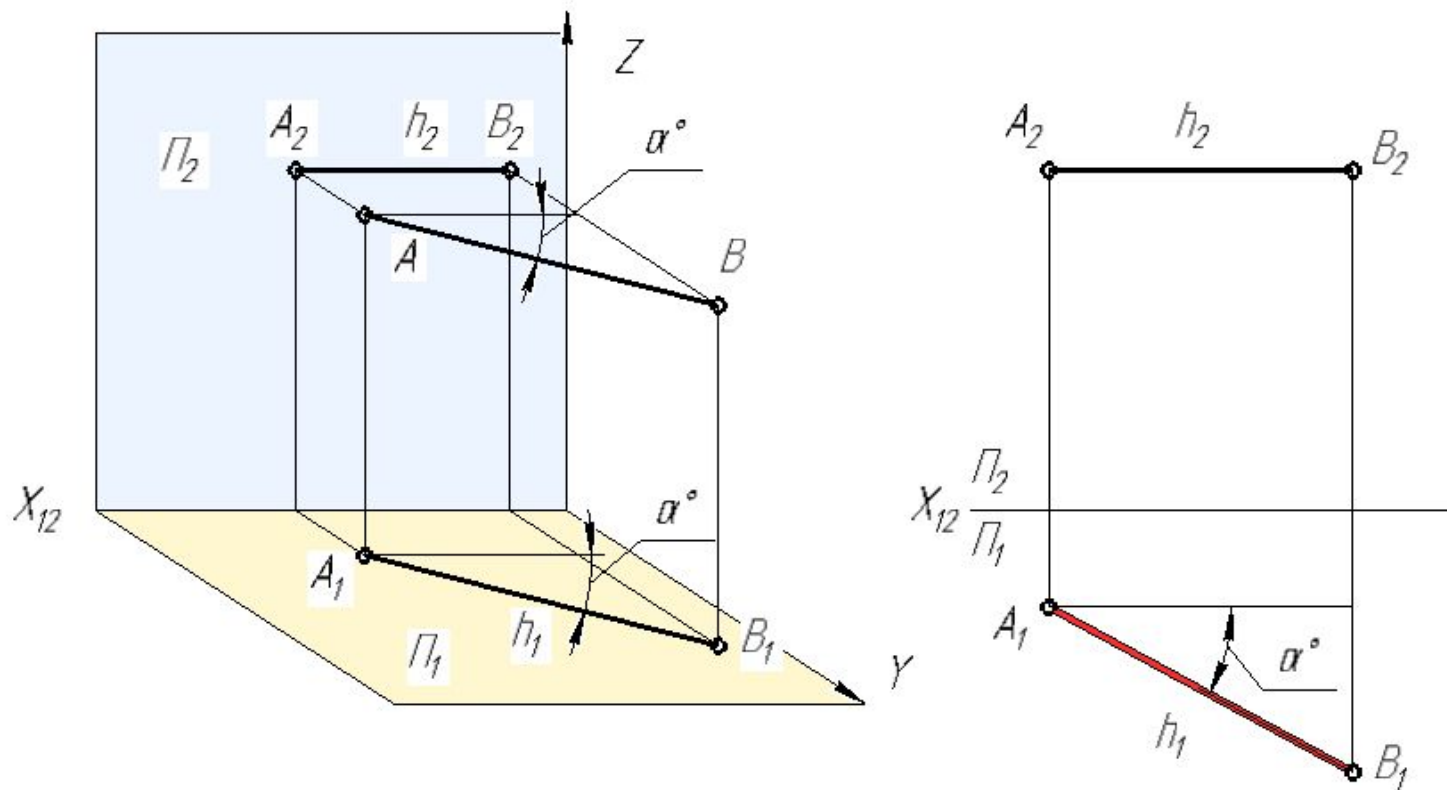
Прямые уровня

Различают три линии уровня:

- 1) прямую, параллельную горизонтальной плоскости проекций; называют горизонтальной или горизонталью h ;
- 2) прямую, параллельную фронтальной плоскости проекций; называют фронтальной или фронталью f ;
- 3) прямую, параллельную профильной плоскости проекций; называют профильной p .

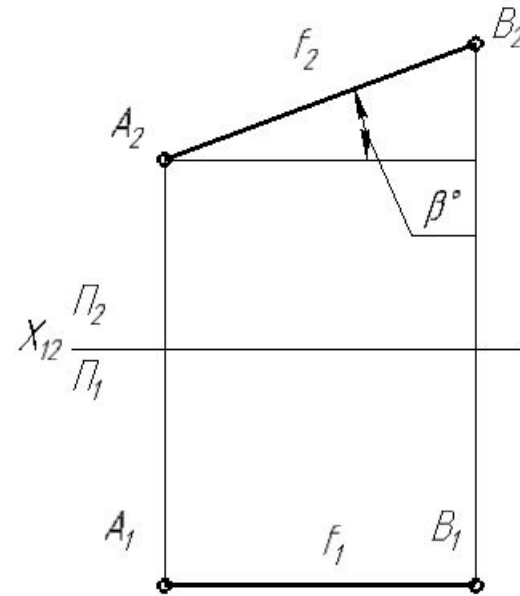
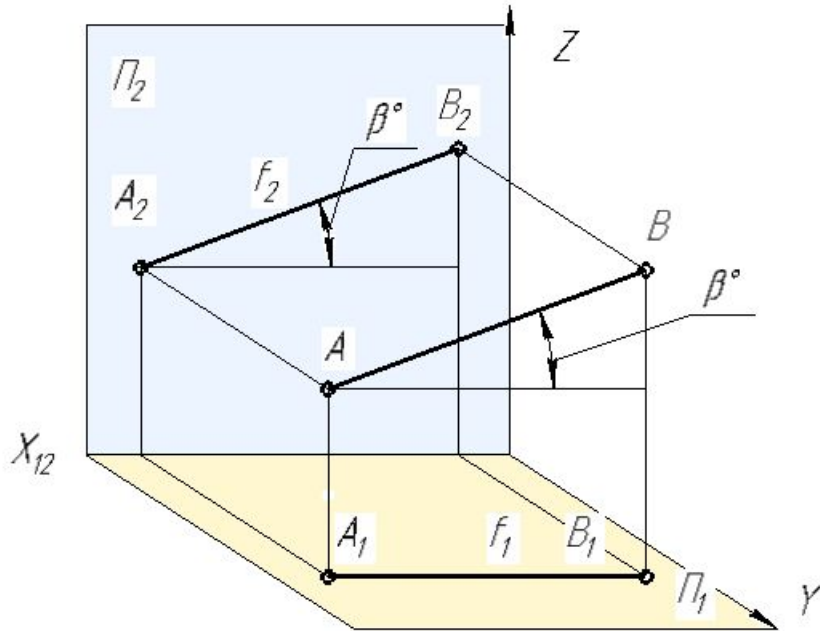
Каждая линия уровня будет проецироваться в натуральную величину на ту плоскость проекций, которой она параллельна, углы наклона, которые эта прямая образует с двумя другими плоскостями проекций, также будут проецироваться на эту плоскость без искажения.

Горизонталь



$h_2 \parallel X_{12}$; h_1 – натуральная величина;
 α° - угол наклона прямой к фронтальной плоскости проекций.

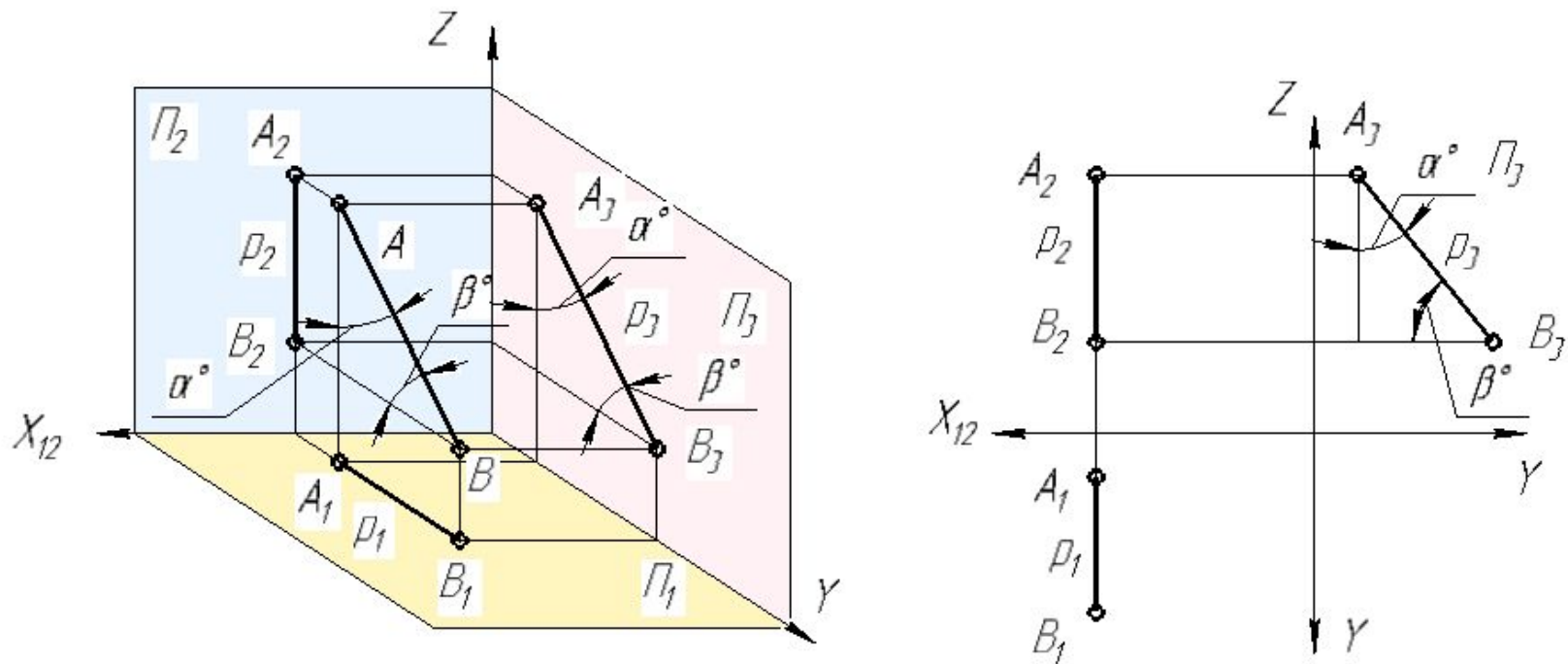
Фронта



$f_1 \parallel X_{12}$; f_2 - натуральная величина;

β° - угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций.

Профильная прямая



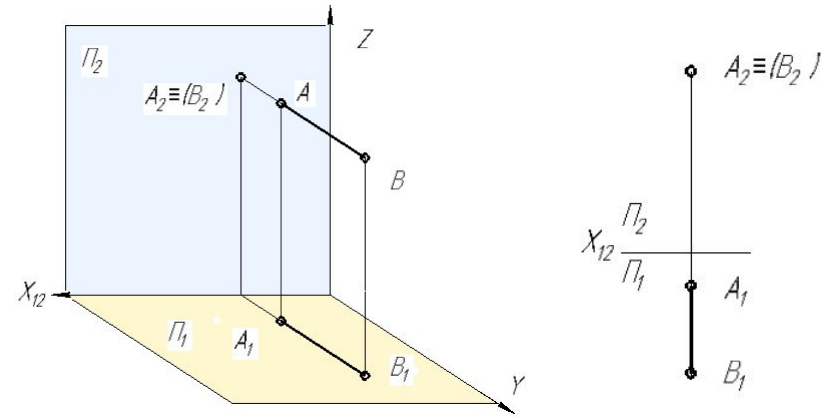
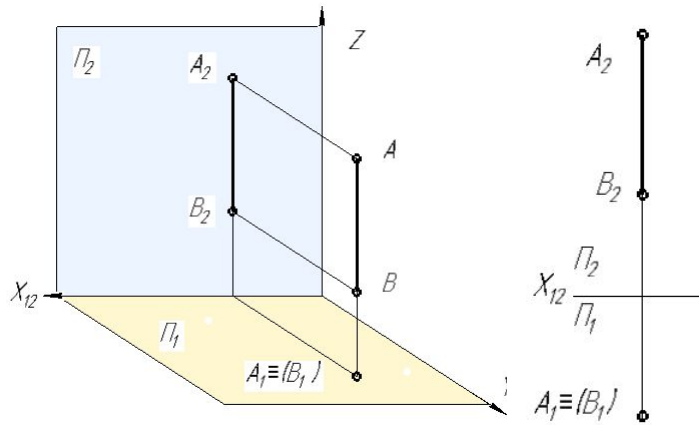
A_3B_3 – натуральная величина;

α° - угол наклона прямой к фронтальной плоскости проекций;

β° - угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций.

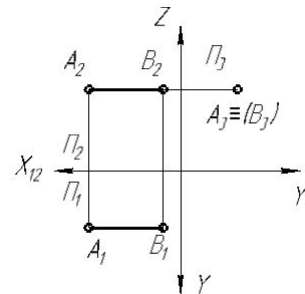
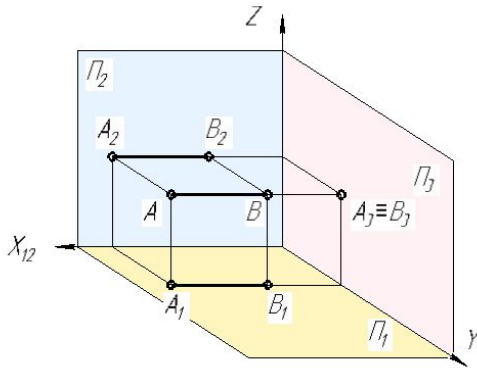
Проецирующие прямые

Проецирующие прямые – прямые перпендикулярные плоскостям



Горизонтально проецирующая прямая – прямая перпендикулярная горизонтальной плоскости.

Фронтально проецирующая прямая – прямая перпендикулярная фронтальной плоскости.

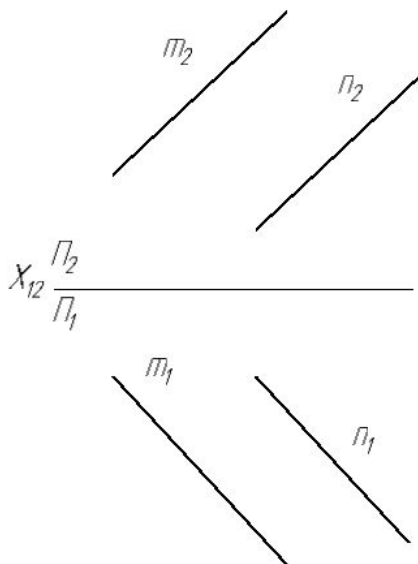


Конкурирующие точки – точки, лежащие на проецирующей прямой.

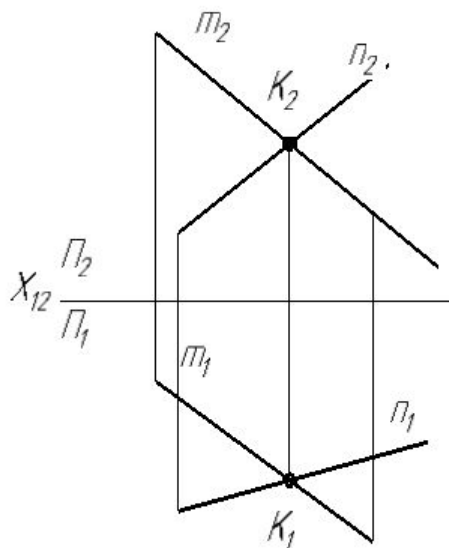
Профильно- проецирующая прямая – прямая перпендикулярная профильной плоскости.

Взаимное расположение прямых

Прямые
параллельны

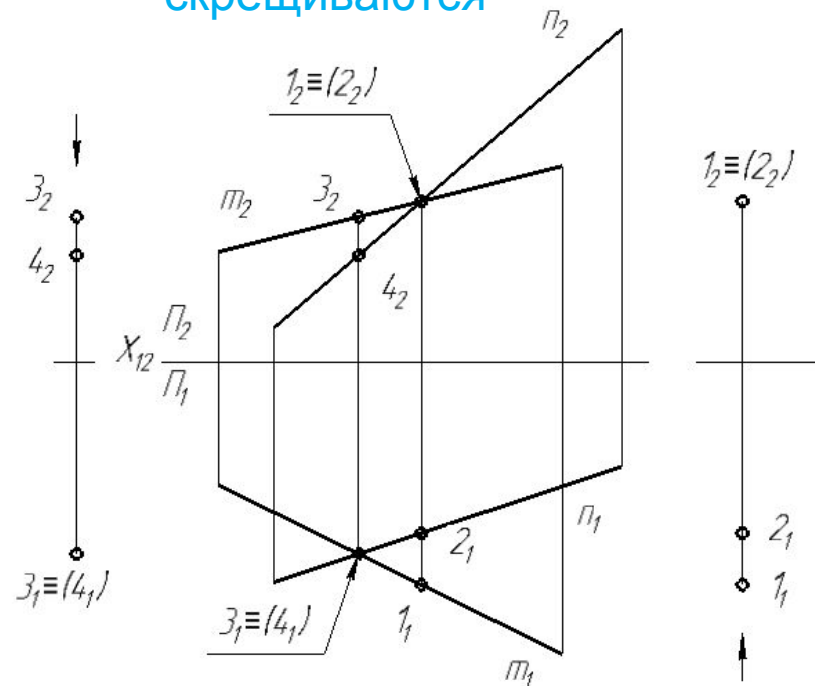


Прямые
пересекаются



$$K = m \cap n$$

Прямые
скрещиваются



Если прямые
параллельны, то их
одноименные
проекции
параллельны.

$m \parallel n$

$m_1 \parallel n_1$

$m_2 \parallel n_2$

Конкурирующие точки – точки,
лежащие на одной проецирующей
прямой.

Конкурирующие точки

