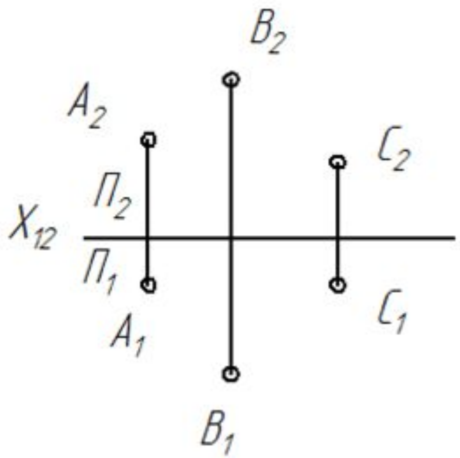
ЛЕКЦИЯ № 2

1. Комплексный чертеж плоскости
2. Принадлежность точки и прямой плоскости
3. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух плоскостей

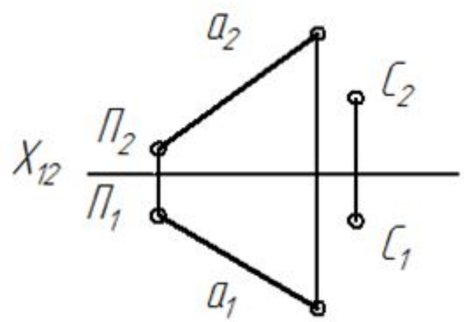
Комплексный чертеж плоскости

Плоскостью общего положения *называется плоскость непараллельная и неперпендикулярная плоскостям проекций.*

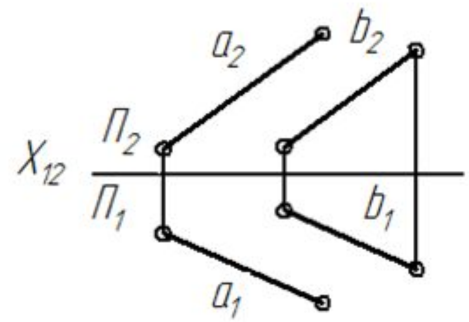
<u>Плоскость может быть задана</u>:



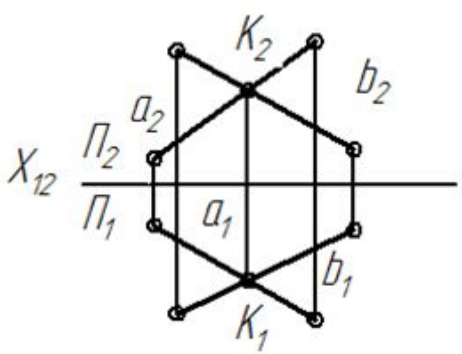
$\Sigma(A,B,C)$



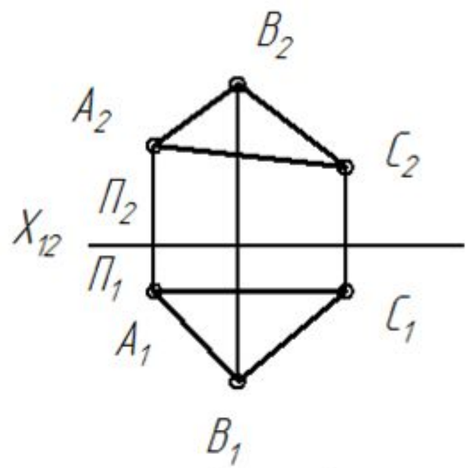
$\Sigma(a,C)$



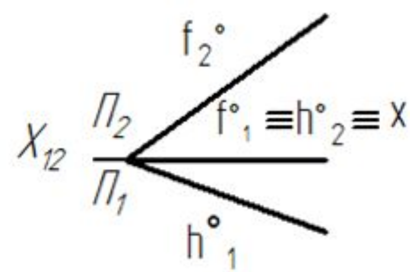
$\Sigma(a \parallel b)$



$\Sigma(a \cap b)$

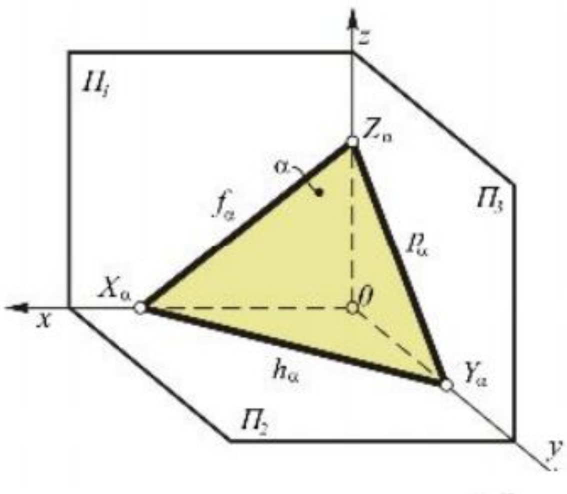


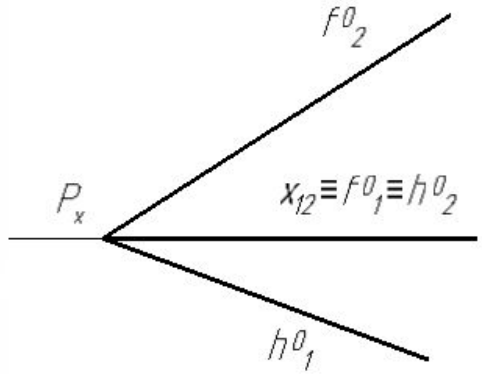
$\Sigma(A,B,C)$

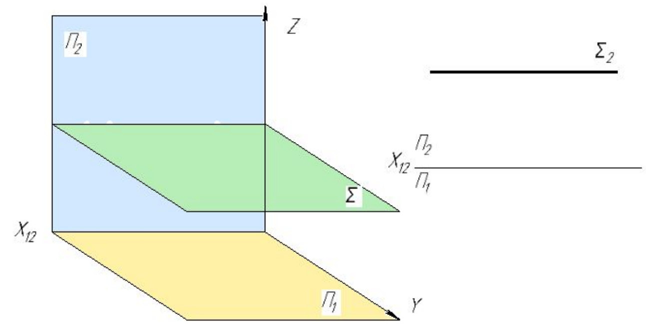


$\Sigma(f^\circ \cap h^\circ)$

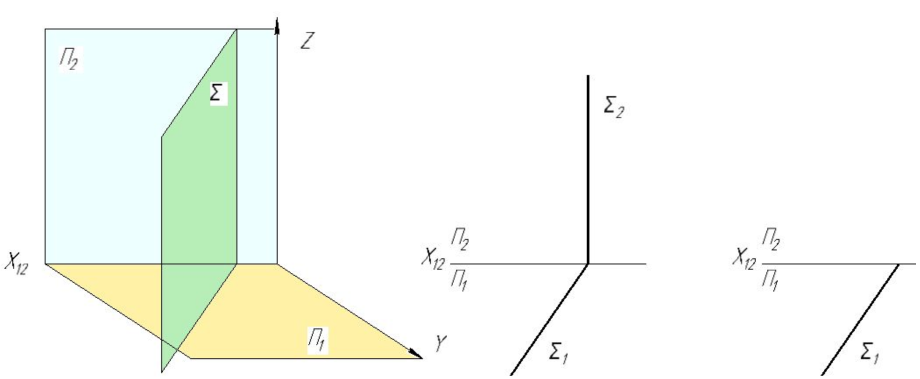
Следами плоскости *называются линии пересечения плоскости с плоскостью проекций (нулевые линии уровня).*





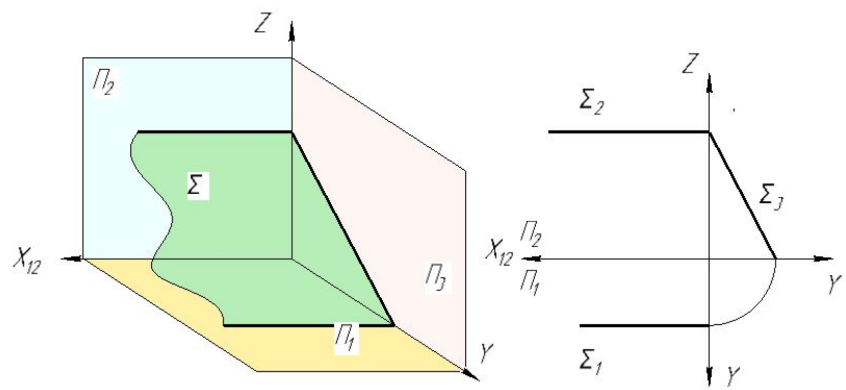


$\Sigma \parallel \Pi_1$



$\Sigma \perp \Pi$

1



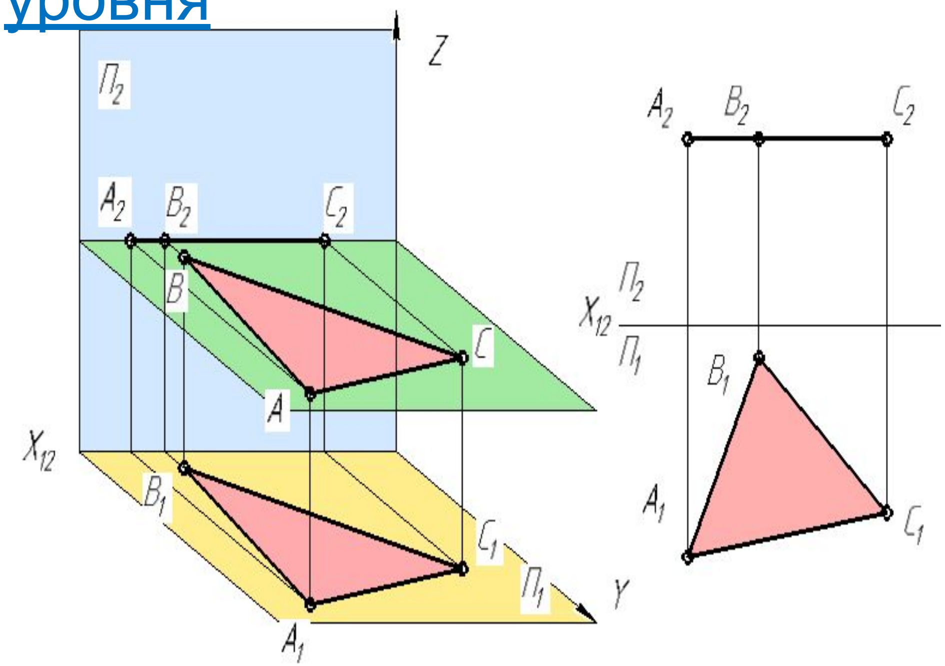
$\Sigma \perp \Pi$

3

Плоскости частного положения

Плоскости уровня – *плоскости параллельные плоскости проекции*

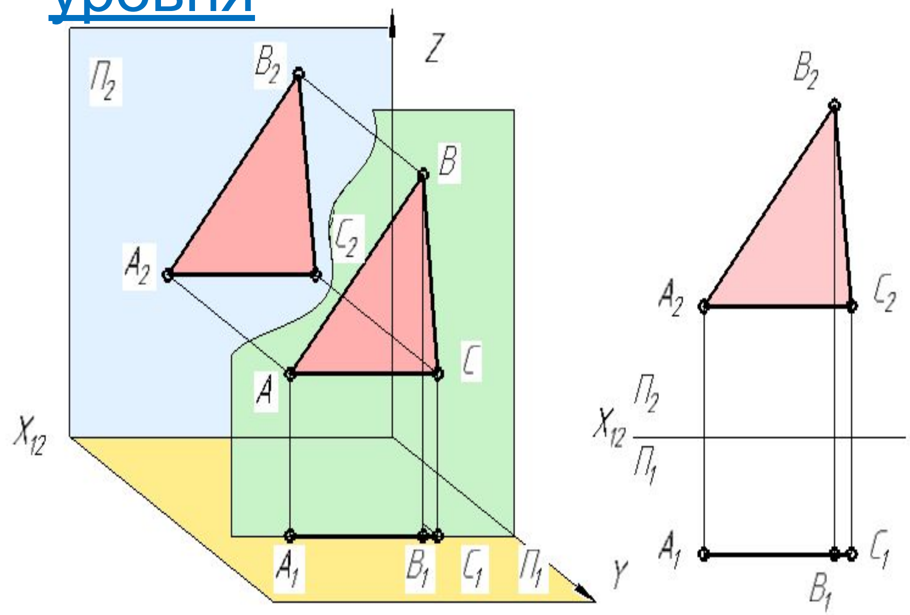
Горизонтальная плоскость уровня



$\Sigma(ABC) \parallel \Pi_1$

$A_1B_1C_1$-натуральная величина

Фронтальная плоскость уровня



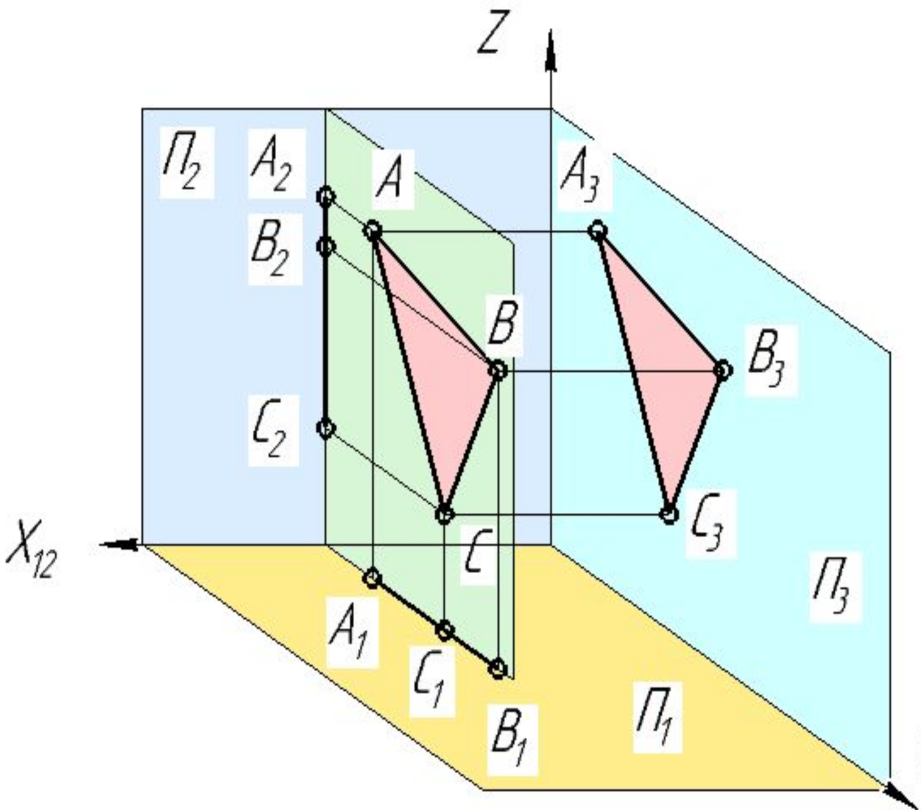
$\Sigma(ABC) \parallel \Pi_2$

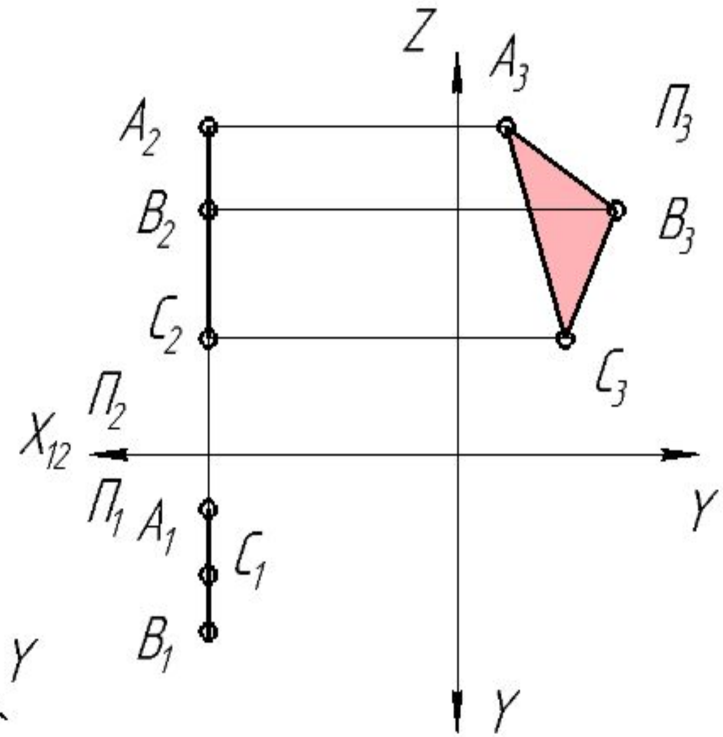
$A_2B_2C_2$-натуральная величина

Профильная плоскость уровня

∑(ABC)||П$_3$

$A_3B_3C_3$-натуральная величина



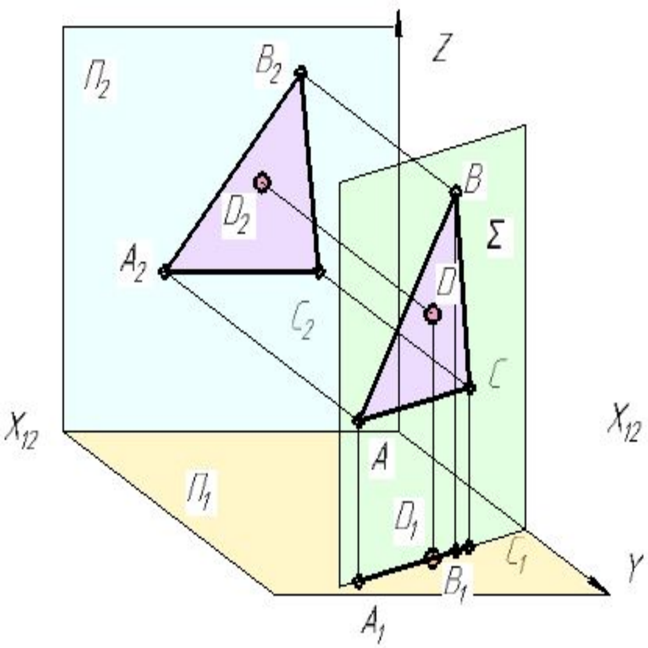


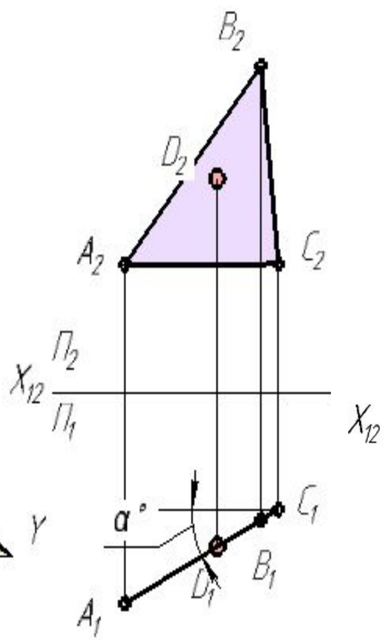
Если плоскость параллельна какой-либо плоскости проекций, то проекции фигур, ей принадлежащих, проецируется на эту плоскость проекций без искажения.

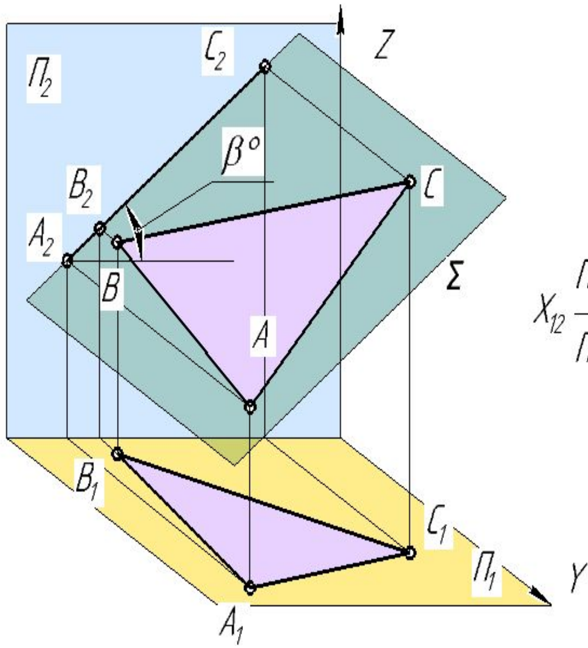
Проецирующие плоскости – *плоскости перпендикулярные плоскости проекции.*

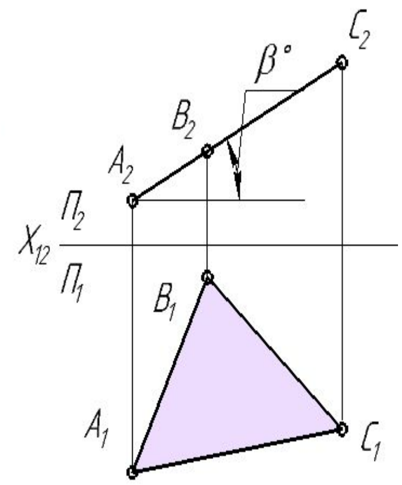
Горизонтально - проецирующая плоскость

Фронтально – проецирующая плоскость







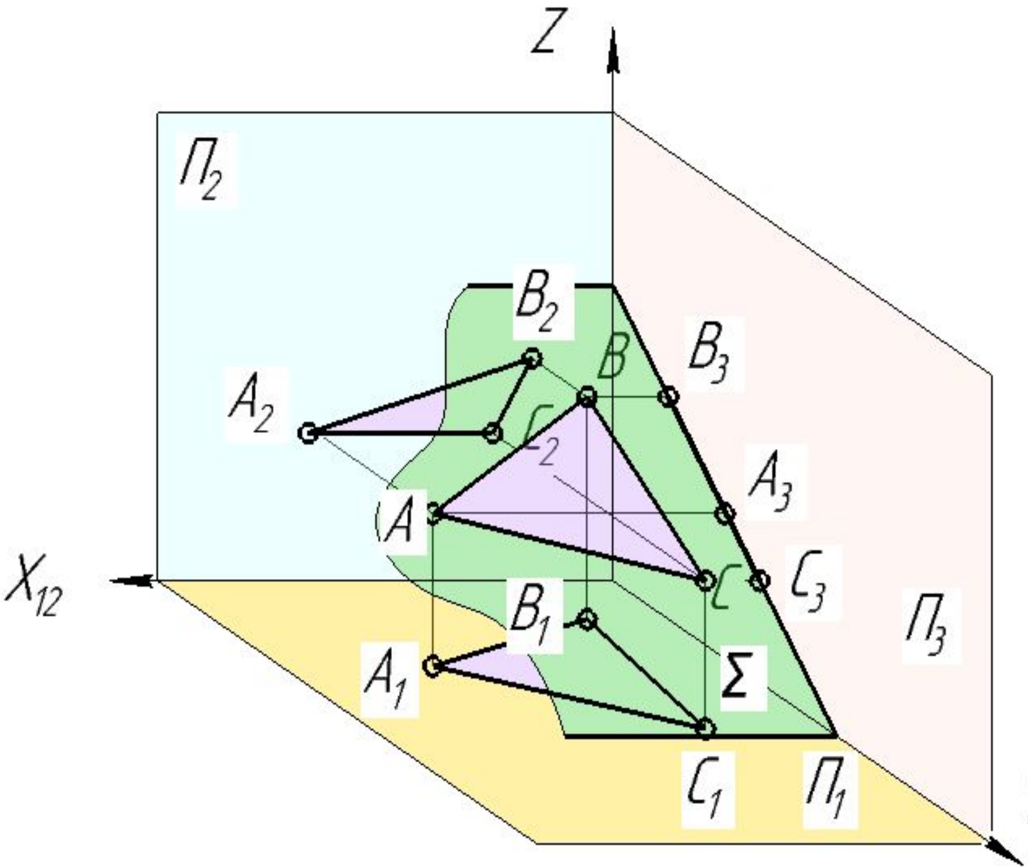


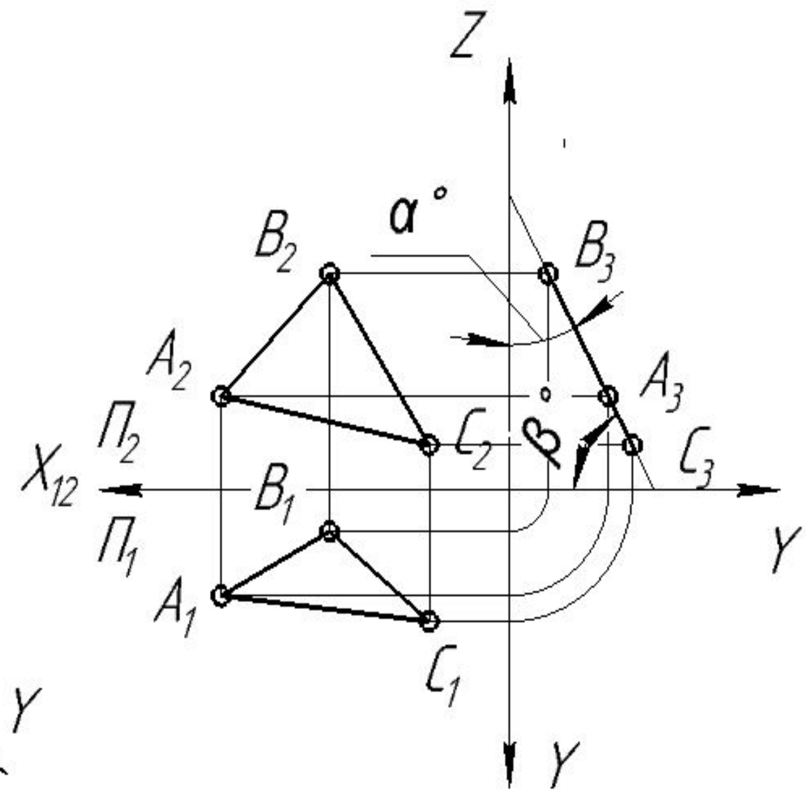
Σ(ABC) ⊥ Π_1

Σ(ABC) ⊥ Π_2

α° – угол наклона к Π_2 β° – угол наклона плоскости к Π_1плоскости

Профильно - проецирующая





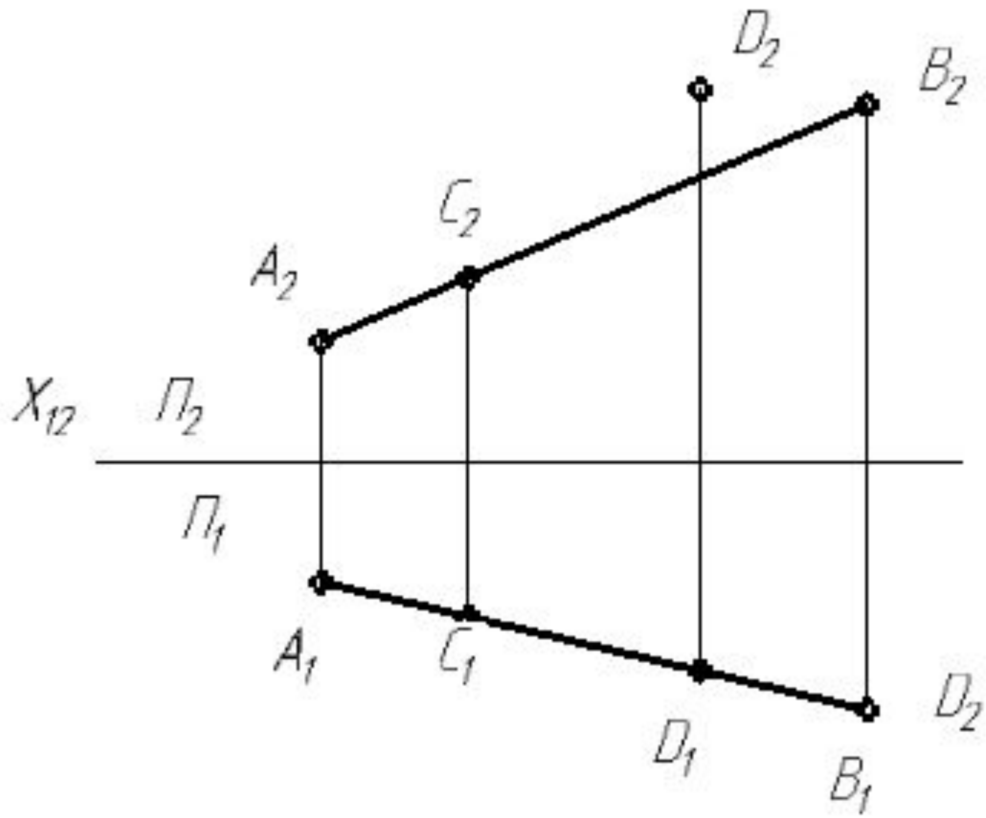
Σ(ABC) ⊥П$_3$

α – угол наклона плоскости к $П_2$ β – угол наклона плоскости к $П_1$

Если плоскость перпендикулярна какой-либо плоскости проекций, то проекции фигур, ей принадлежащих, совпадают с вырожденной проекцией этой плоскости на заданную плоскость.

Принадлежность точки прямой

Если точка принадлежит прямой, то ее проекции принадлежат одноименным проекциям прямой.

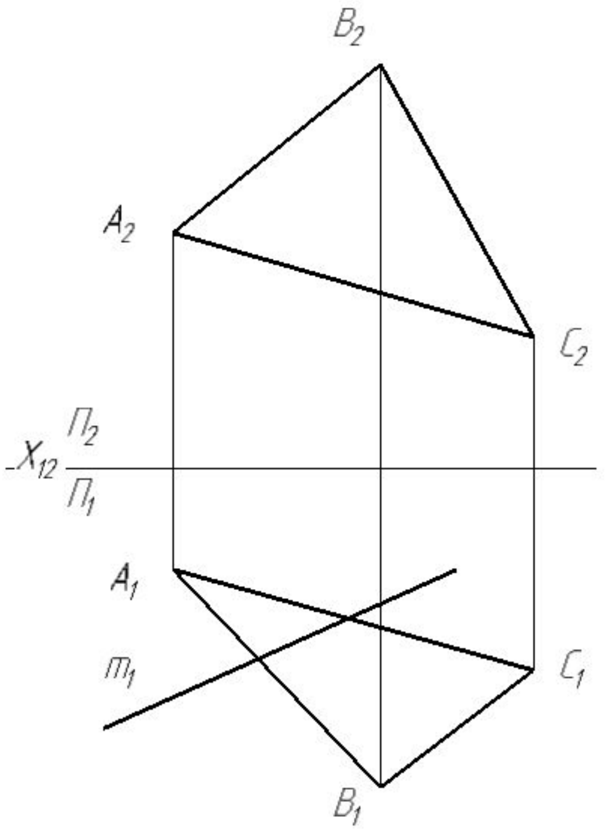


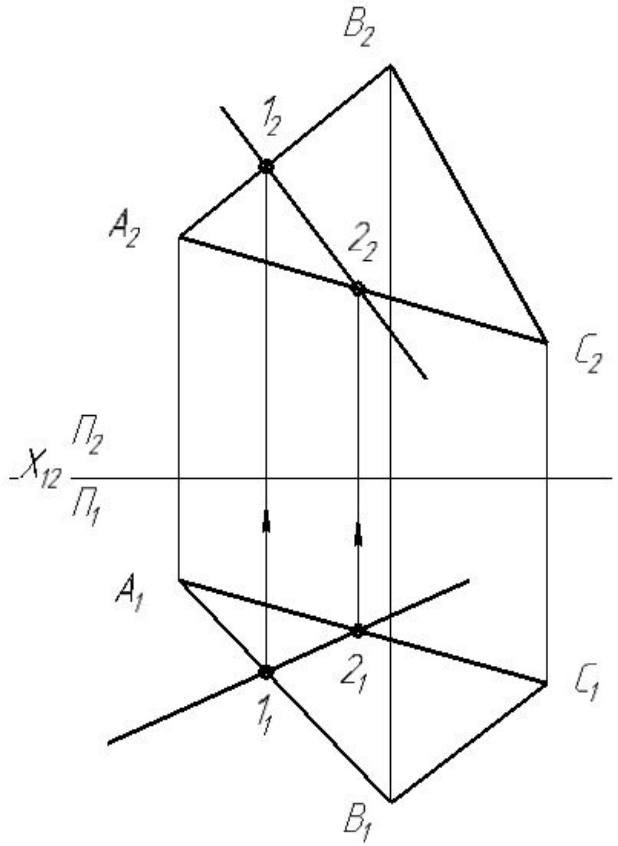
Принадлежность прямой плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, принадлежащие плоскости

Постройте горизонтальную проекцию прямой m, принадлежащей плоскости Σ(ABC)

Σ(ABC)
$m(m_1) \subset \Sigma(ABC)$
m_2 - ?





Принадлежность точки плоскости

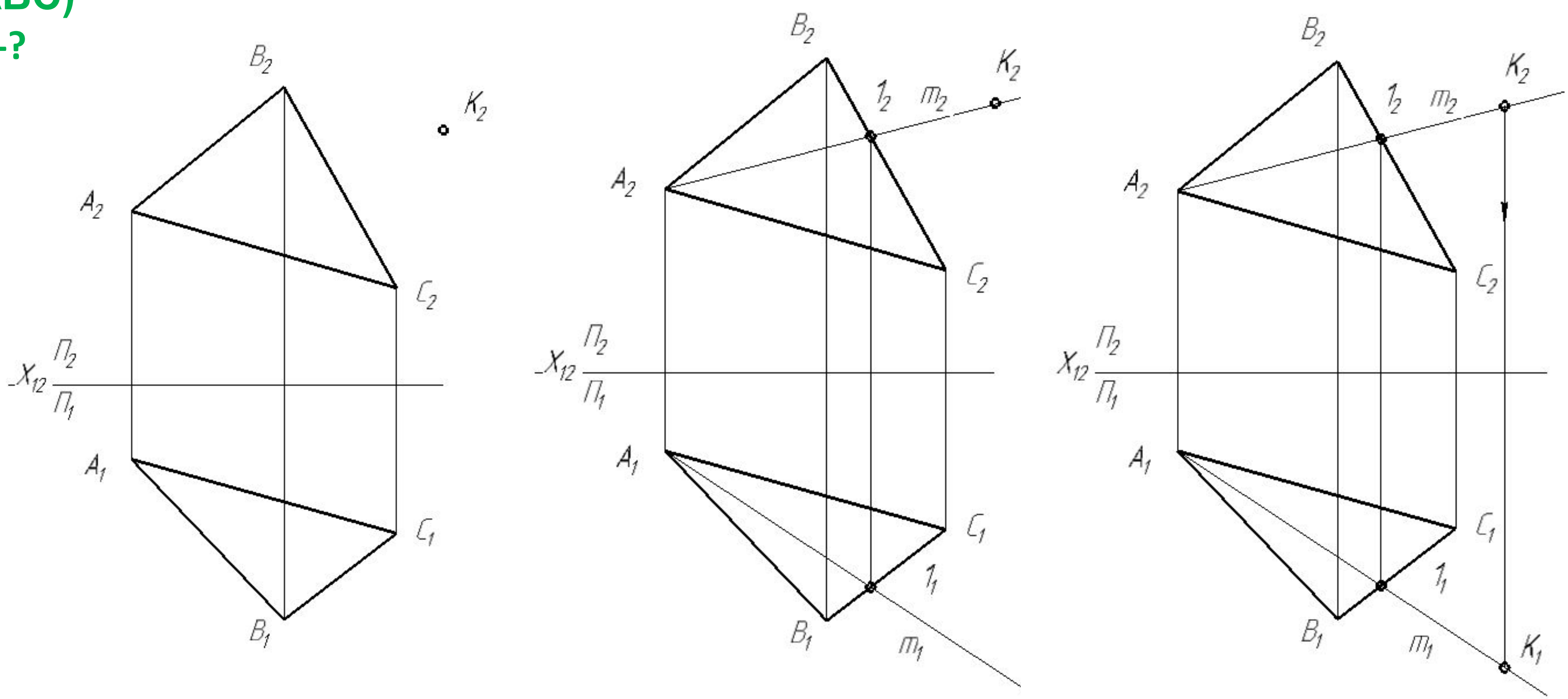
Точка принадлежит плоскости, *если она принадлежит прямой этой плоскости*

Постройте горизонтальную проекцию точки К, принадлежащей плоскости Σ (ABC)

∑(ABC)

К($К_2$) ⊂ Σ (ABC)

$К_1$-?

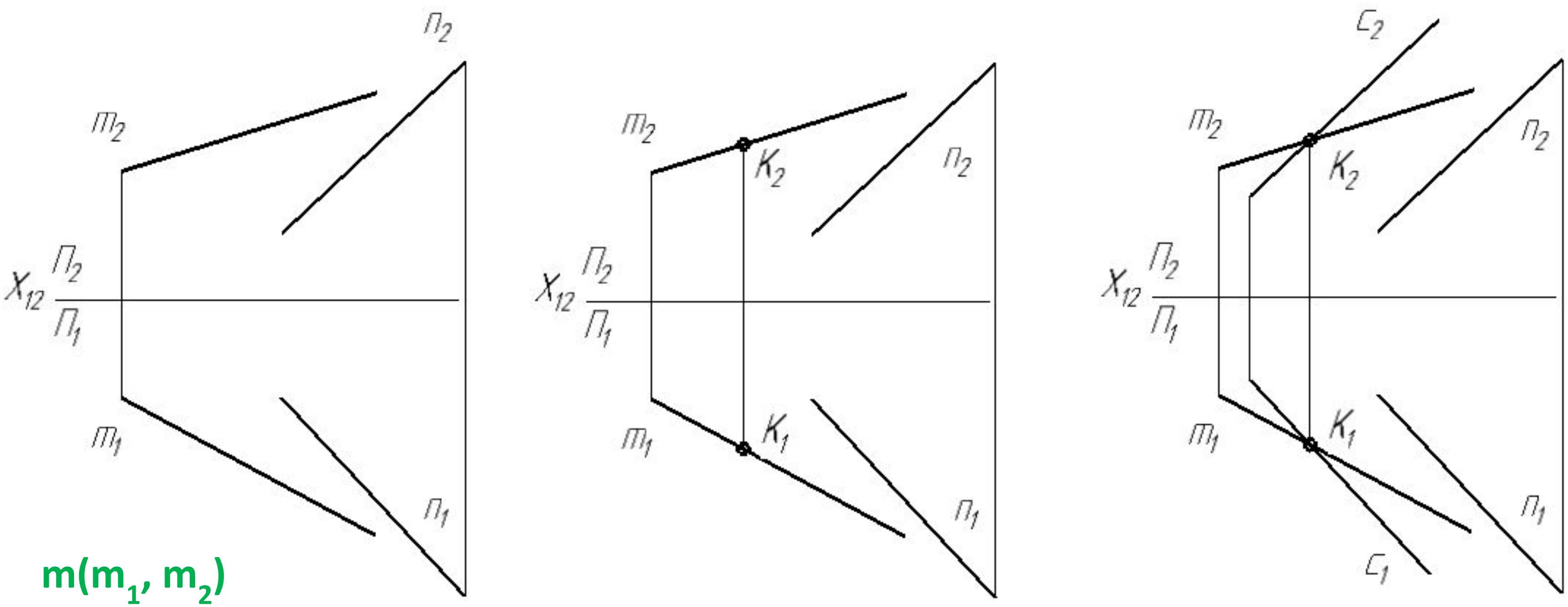


K⊂m, m(AK)⊂∑(ABC), след K⊂Σ (ABC)

Параллельность прямой и плоскости

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна любой прямой, принадлежащей этой плоскости

Через прямую m проведите плоскость параллельную прямой n.



$m(m_1, m_2)$
$n(n_1, n_2)$
$m \subset \Sigma$
$\Sigma \parallel n$
Σ - ?

$\Sigma(m \cap c) \parallel n$
$K = c \cap m$
K – произвольная точка на прямой m

$c \parallel n$
$c_1 \parallel n_1$
$c_2 \parallel n_2$

Параллельность плоскостей

Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум прямым другой плоскости.

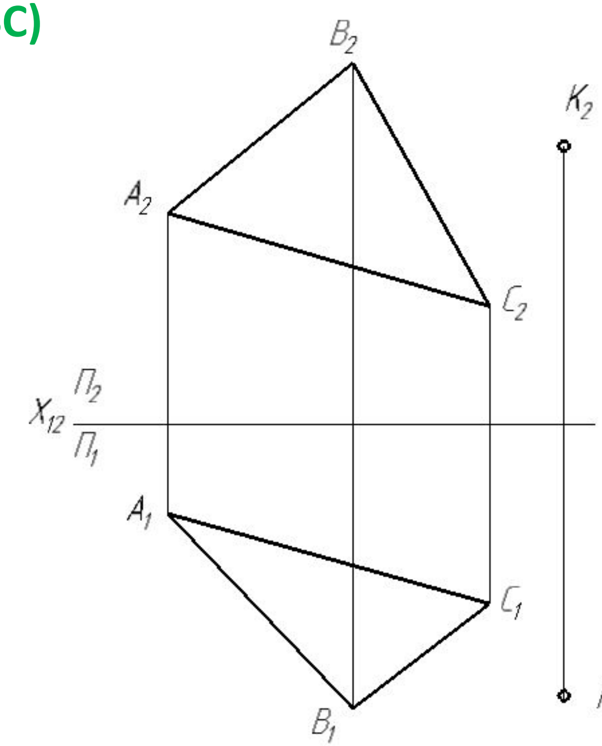
Через точку К проведите плоскость параллельную плоскости ABC.

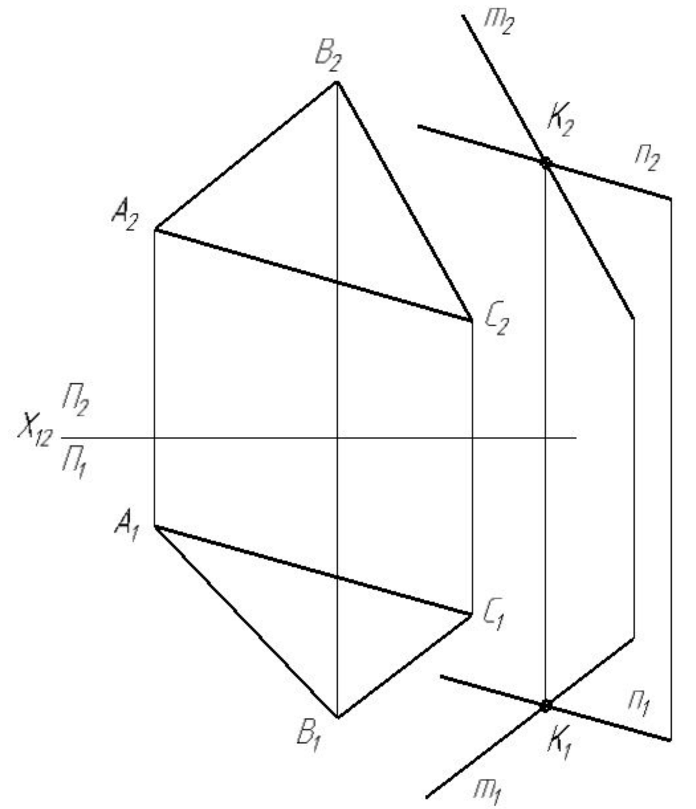
∑(ABC)
K(K_1, K_2)
K(K_1, K_2) ⊂ Ω
Ω‖∑(ABC)
Ω - ?

Ω‖∑(ABC)
Ω(m∩n)‖∑(ABC)

K=n∩m

m‖BC
n‖AC



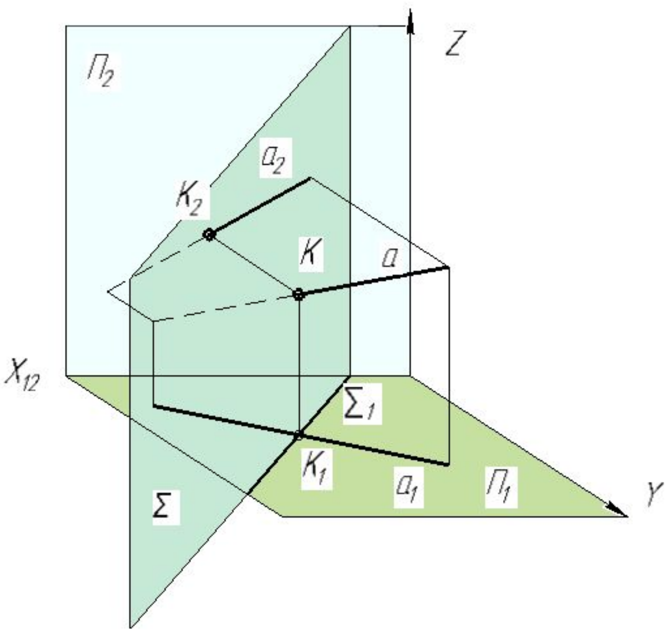


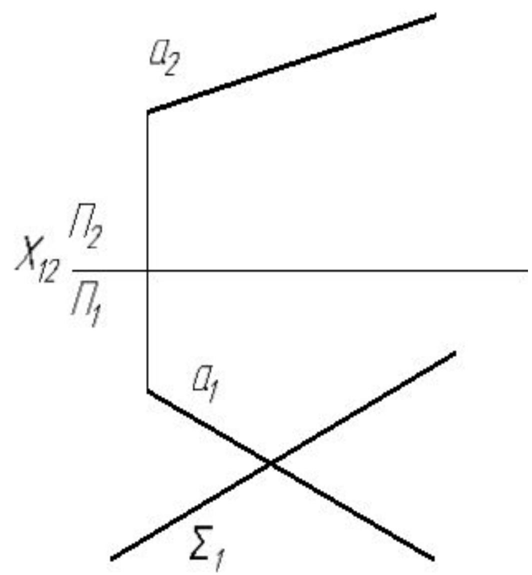
Пересечение прямой с плоскостью

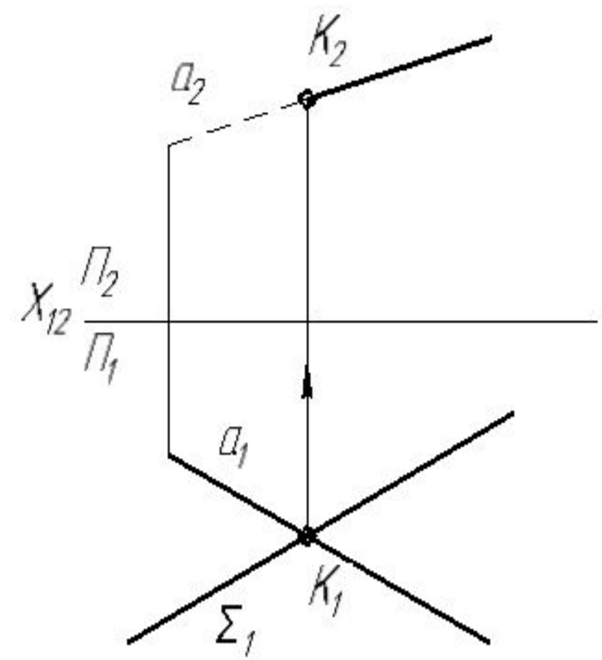
Точка пересечения прямой и плоскости – это такая точка, которая одновременно принадлежит и прямой и плоскости

1. Пересечение плоскости проецирующей с прямой общего положения

Определить точку пересечения прямой а с плоскостью $\Sigma \perp П_1$





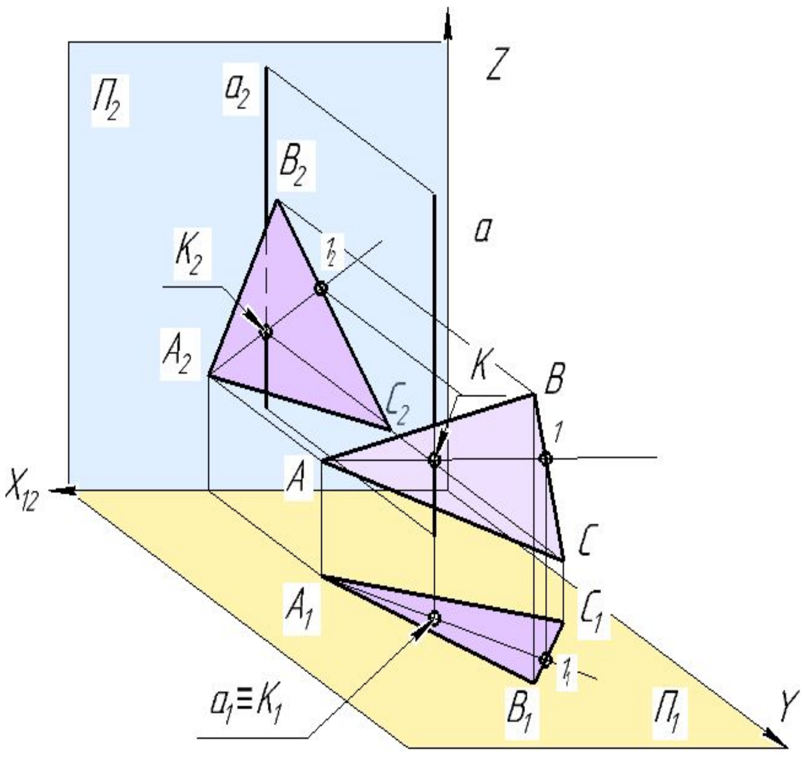


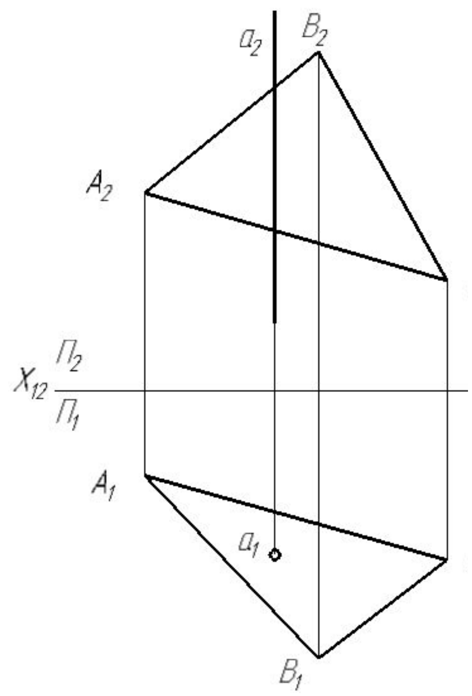
$K = a \cap \Sigma$

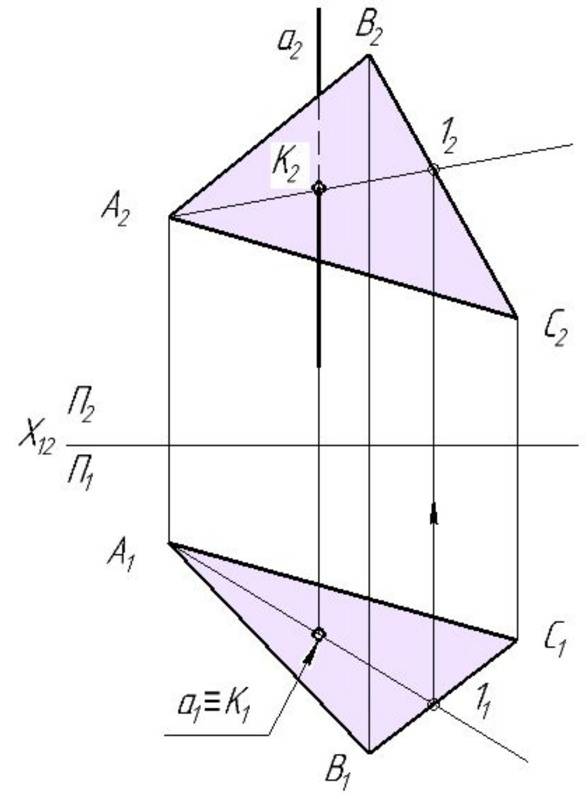
Проекция точки пересечения прямой общего положения с горизонтально-проецирующей плоскостью определяется на горизонтальной проекции, так как $\Sigma \perp П_1$

2. Пересечение прямой проецирующей с общего положения плоскостью

Определить точку пересечения прямой a $\perp \Pi_1$ с плоскостью Σ (ABC)



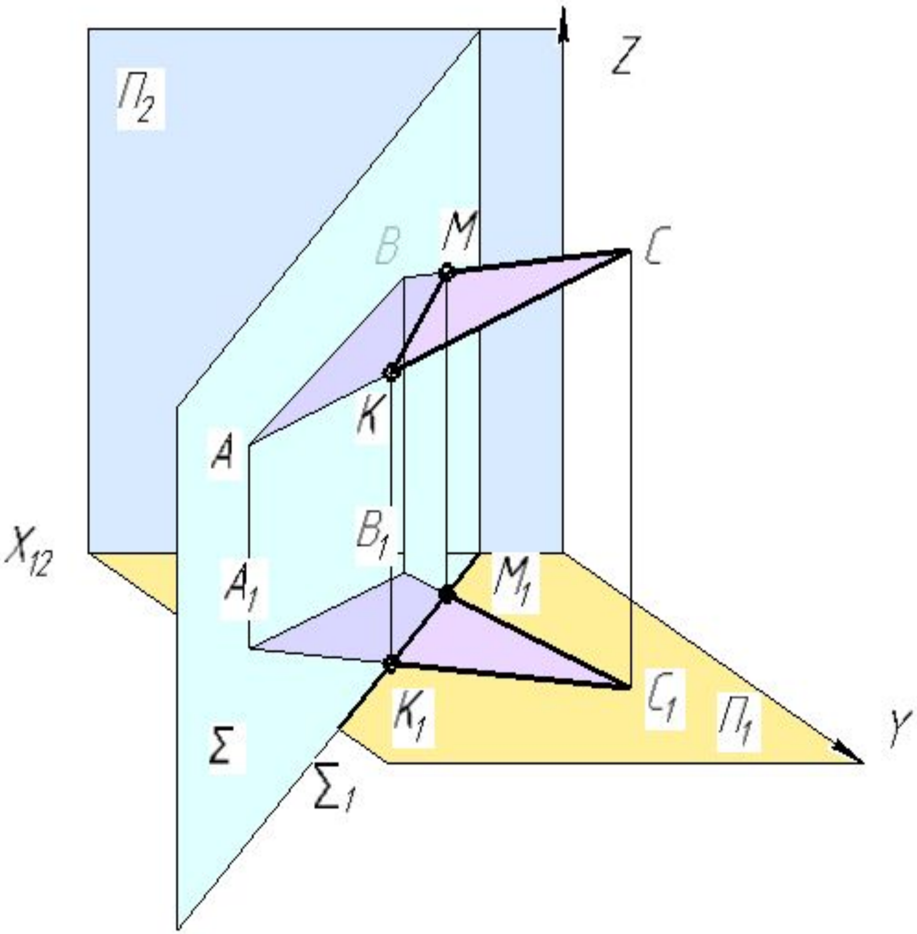


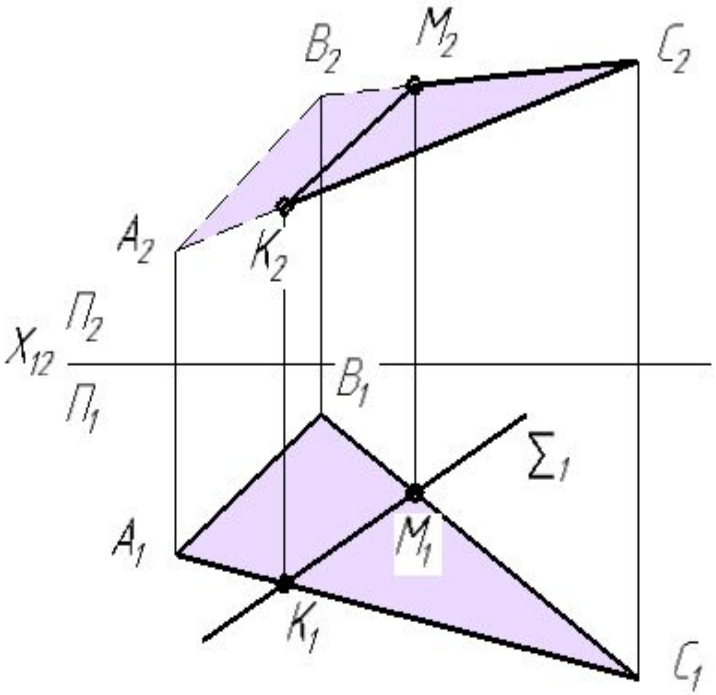


K=a∩Σ

Проекция точки пересечения горизонтально-проецирующей прямой с плоскостью общего положения определяется на горизонтальной проекции, так как a $\perp \Pi_1$ К$\subset$(A-1), $K_1 \subset A_1 1_1$. Ее горизонтальная проекция совпадает с вырожденной проекцией этой прямой на горизонтальную плоскость. Фронтальная проекция точки К определяется на основании принадлежности точки плоскости.

3. Определение линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проецирующая

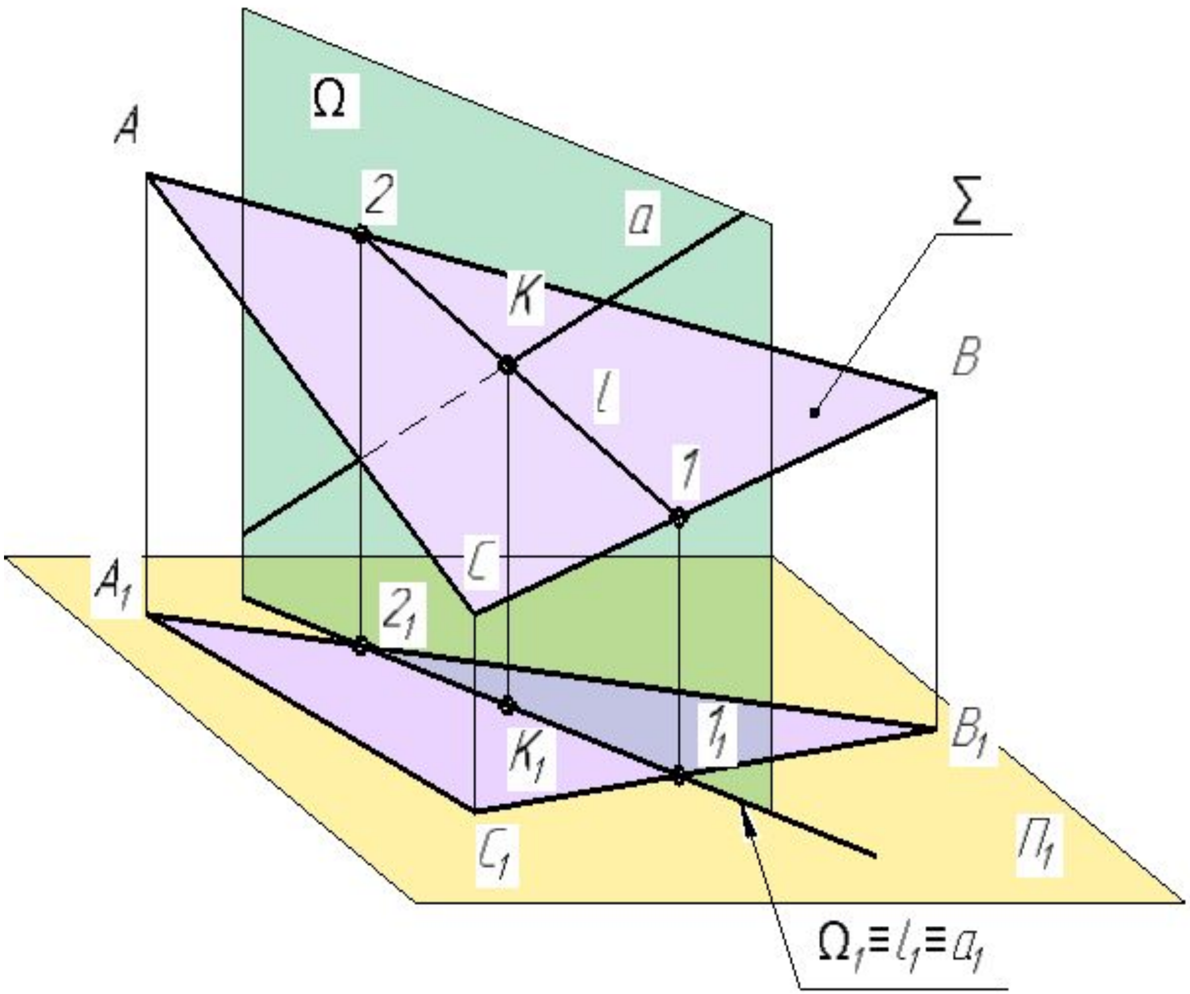




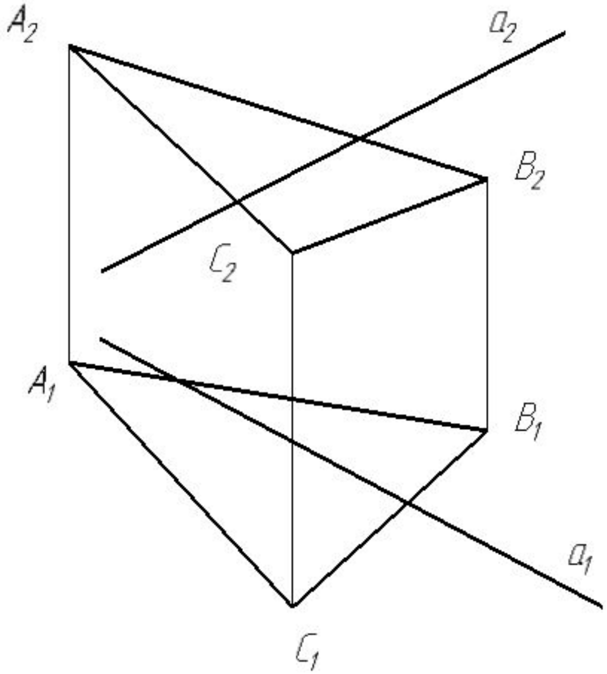
$\Sigma \perp \Pi$

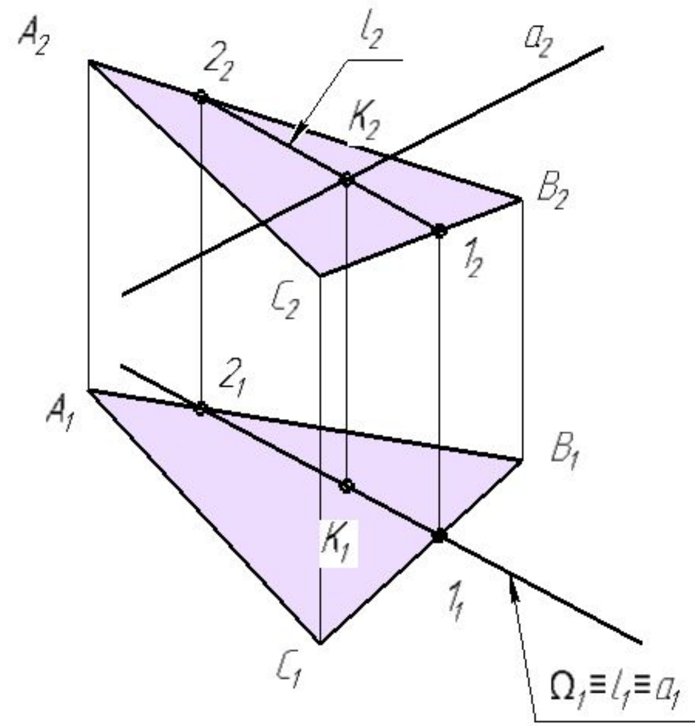
$KM = \Sigma \cap \Omega(ABC)$

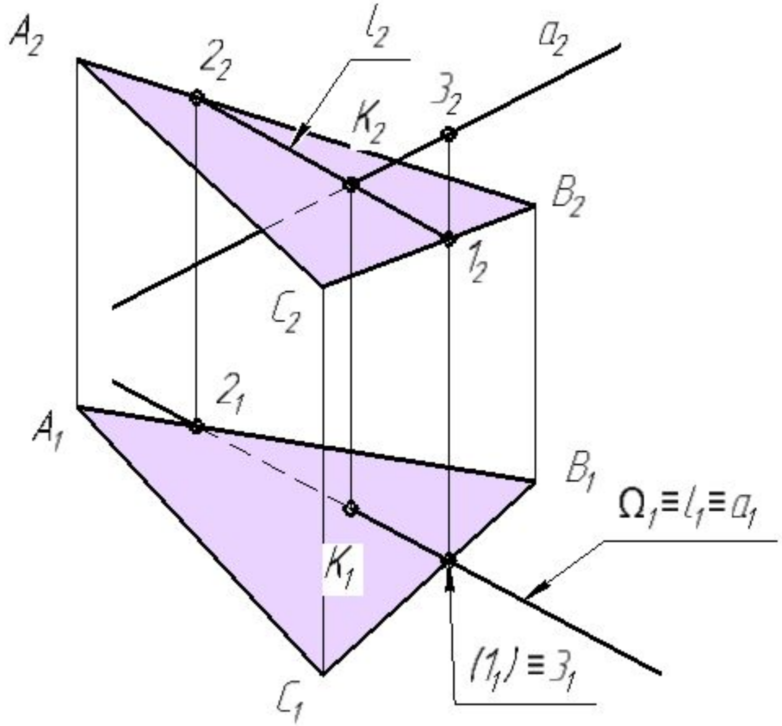
4. Определение точки пересечения прямой и плоскости общего положения

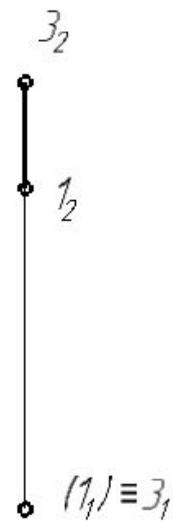


1. Заключить прямую а в проецирующую плоскость $Ω \perp П_1$ ($Ω \perp П_2$)
2. Найдите линию пересечения l(1,2)= Ω∩Σ(ABC)
3. Определите точку пересечения К=l∩a
4. Определите относительную видимость элементов.


A_2
a_2
B_2
C_2
A_1
B_1
a_1
C_1

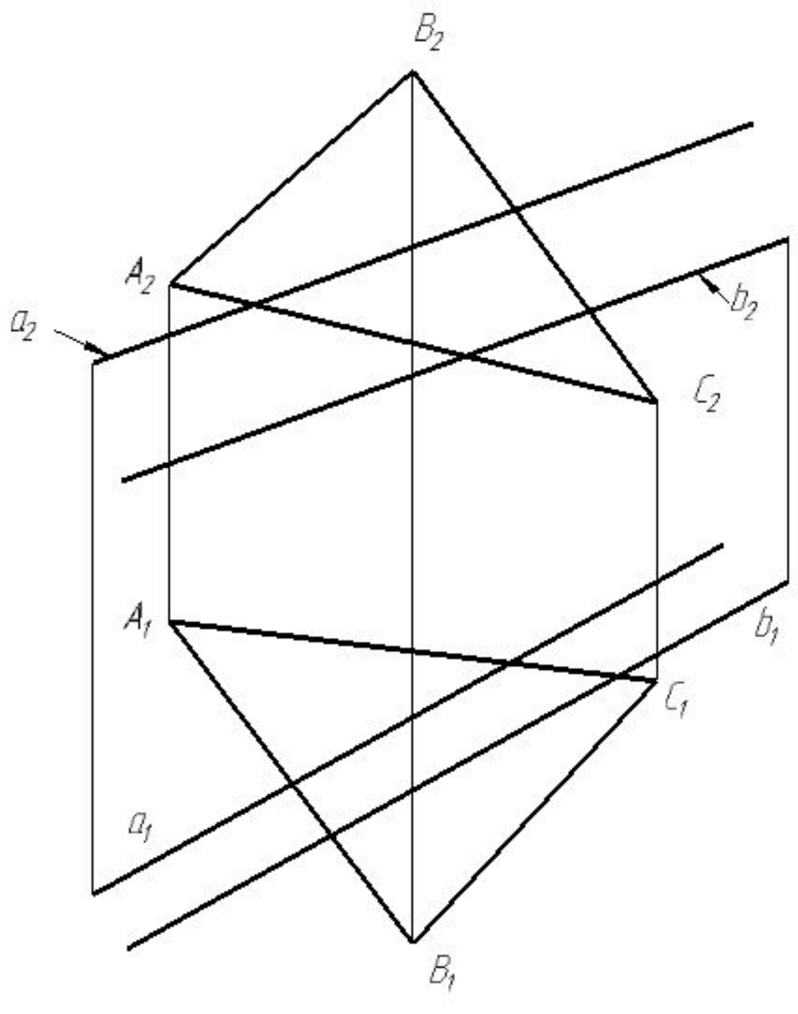

A_2
l_2
a_2
2_2
K_2
B_2
1_2
C_2
2_1
A_1
B_1
K_1
1_1
C_1
$\Omega_1 \equiv l_1 \equiv a_1$

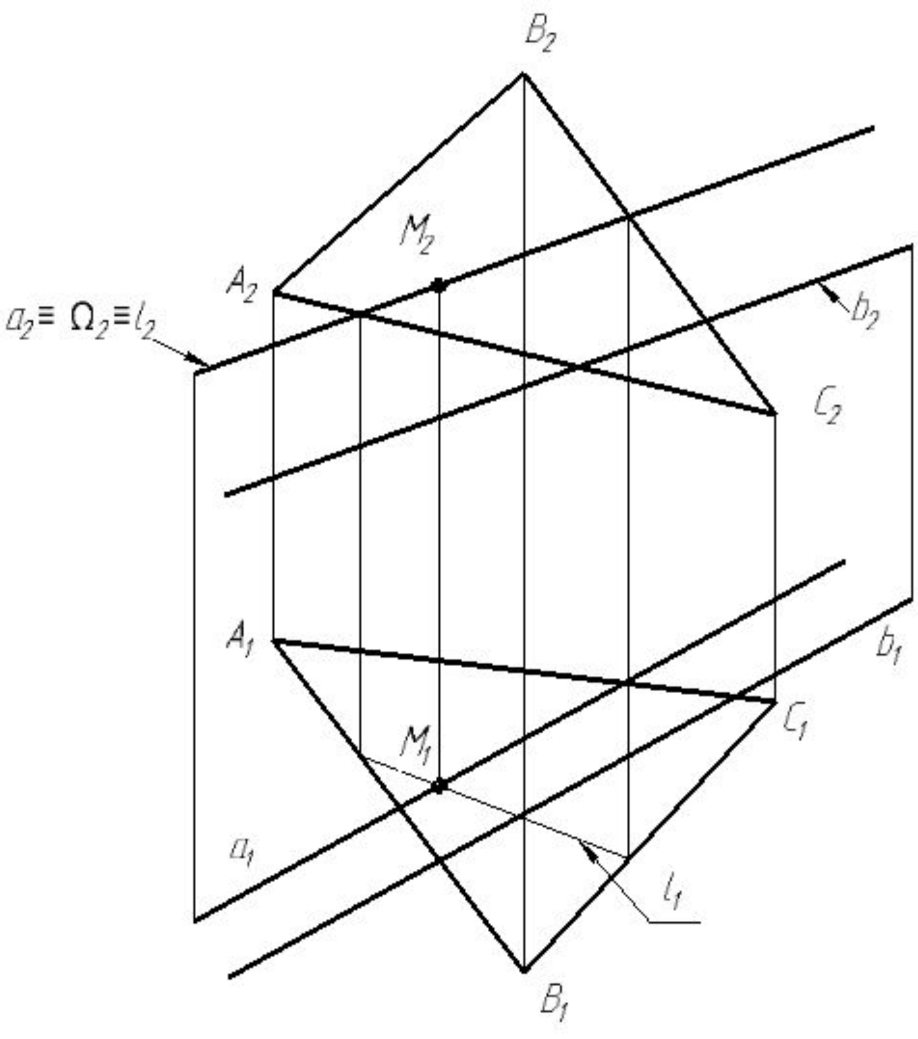

A_2
2_2
l_2
a_2
3_2
K_2
B_2
1_2
C_2
2_1
A_1
B_1
$\Omega_1 \equiv l_1 \equiv a_1$
K_1
$(1_1) \equiv 3_1$
C_1


3_2
1_2
$(1_1) \equiv 3_1$

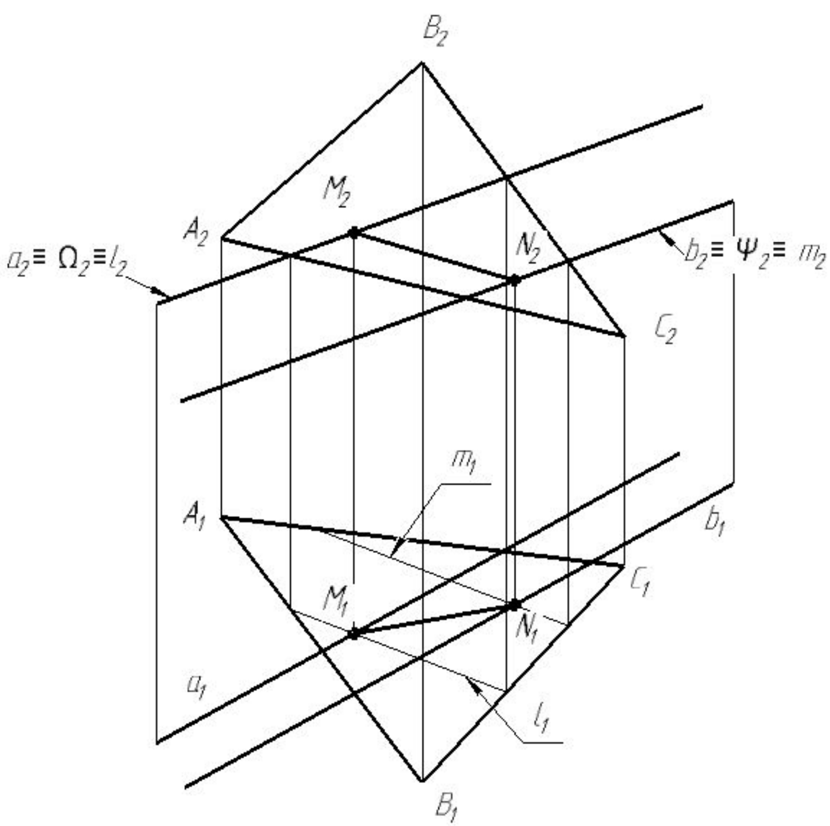
5. Определение линии пересечения двух плоскостей

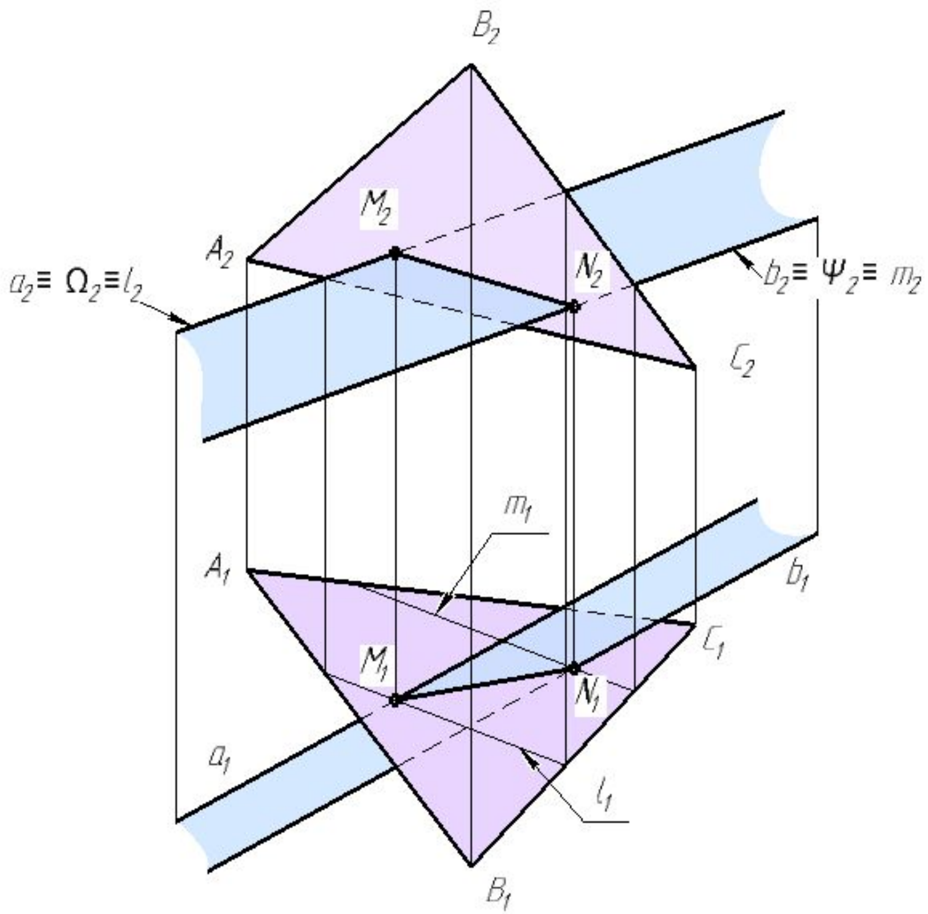
1. Заключить прямую **а** в плоскость $\Omega \perp \Pi_1$ ($\Omega \perp \Pi_2$)
2. Найдите линию пересечения l= $\Omega \cap \Sigma(ABC)$
3. Определите точку пересечения M=l∩a



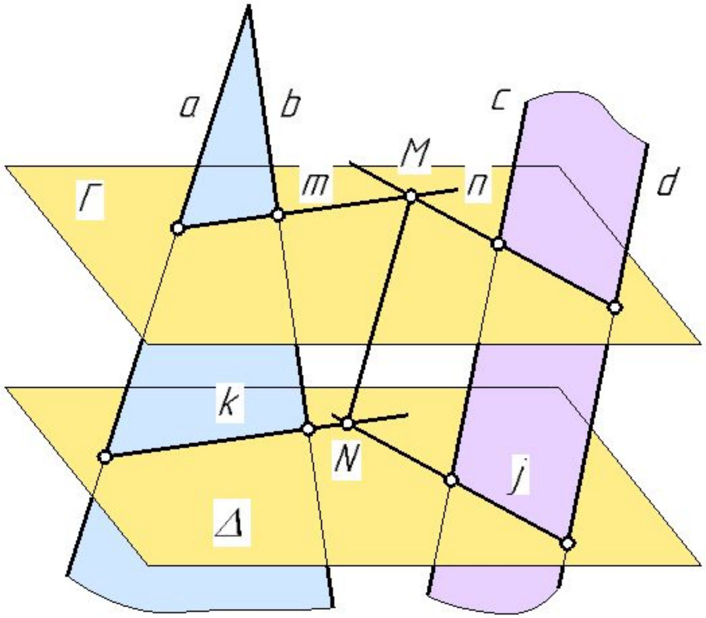


4. Заключить прямую **b** в плоскость $\Psi\perp\Pi_1$ ($\Psi\perp\Pi_2$)
5. Найдите линию пересечения m= $\Psi\cap\Sigma$(ABC)
6. Определите точку пересечения N=m$\cap$b
7. Определите относительную видимость элементов.

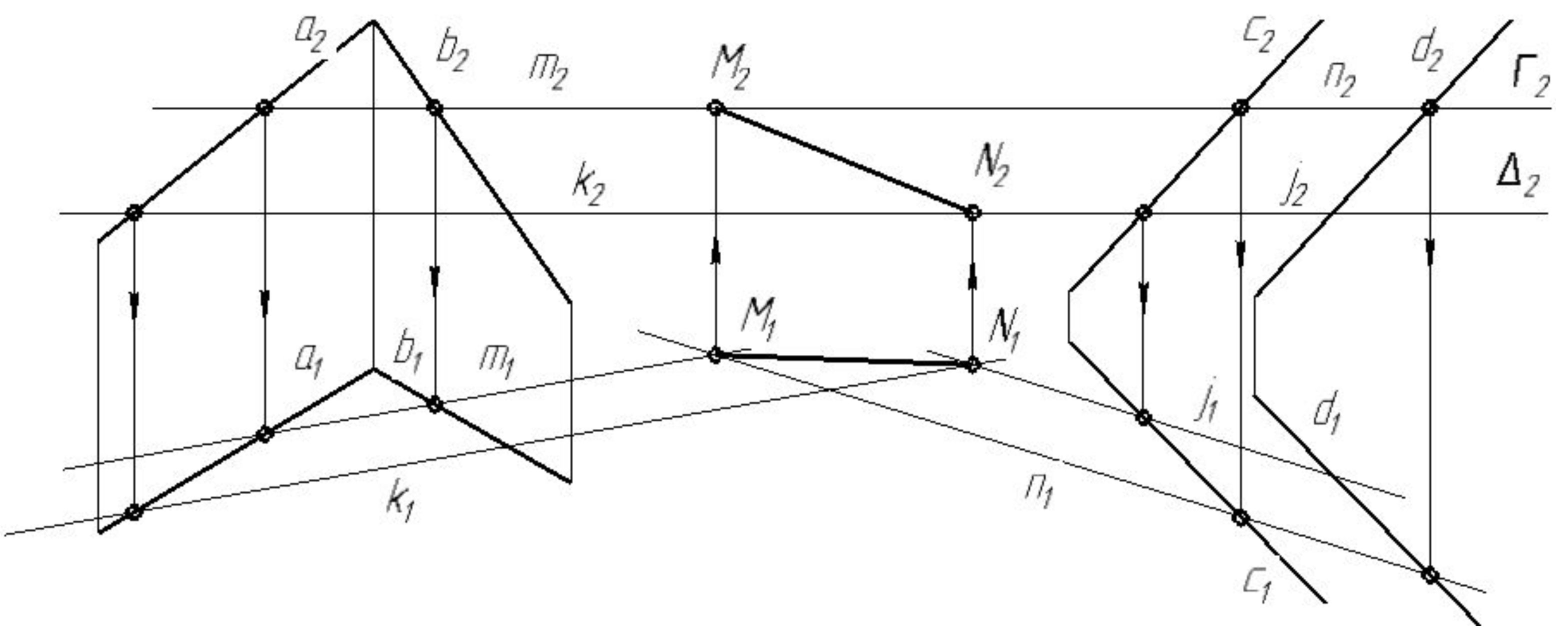




6. Определение линии пересечения двух плоскостей методом секущих плоскостей

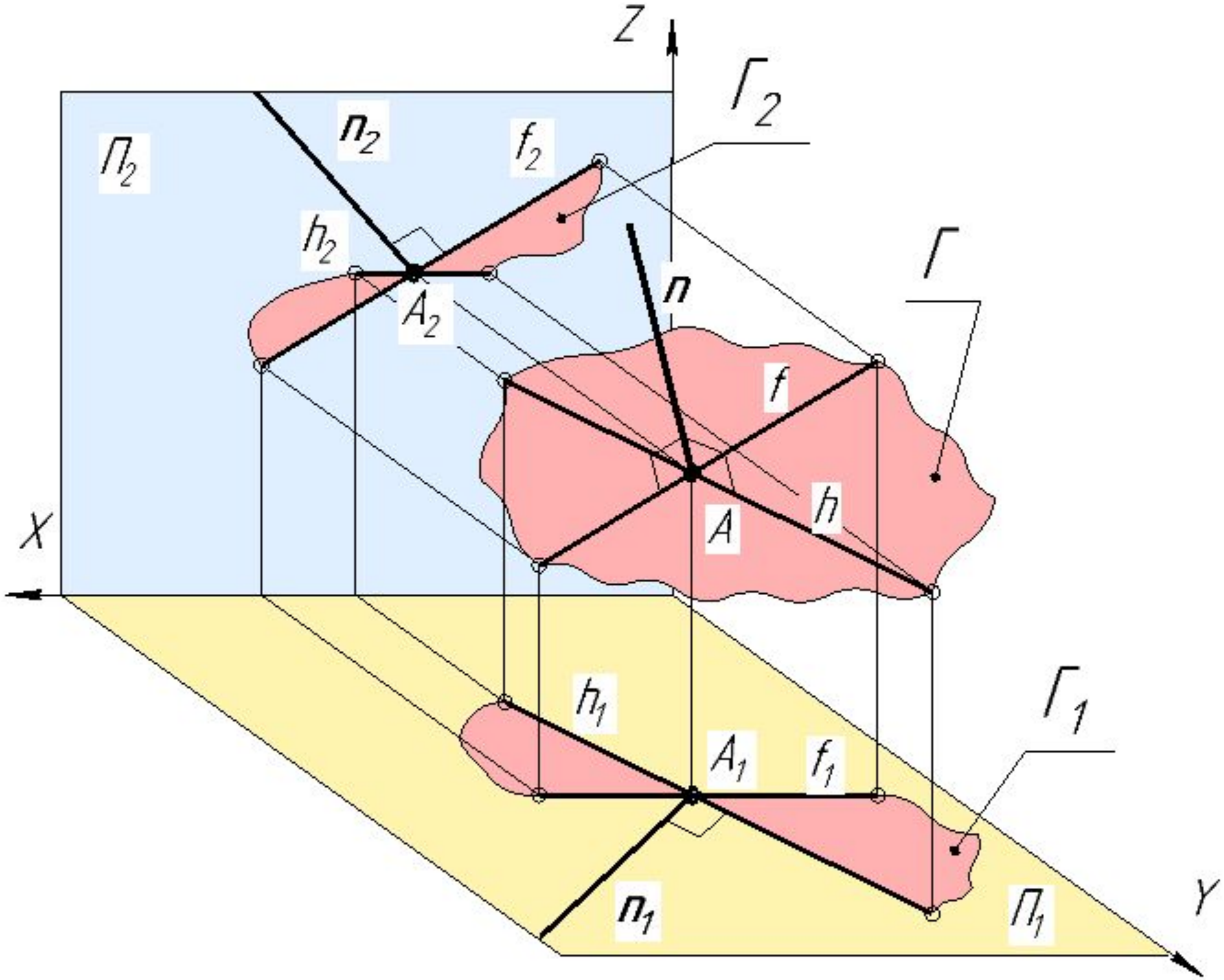


1. Проведите плоскость $\Gamma // \Pi_1$
2. Постройте линии пересечения: $m = \Gamma \cap \Sigma(a \cap b)$; $n = \Gamma \cap \Omega$
3. Определите точку пересечения $M = m \cap n$
4. Проведите плоскость $\Delta // \Pi_1$
5. Постройте линии пересечения: $k = \Delta \cap \Sigma(a \cap b)$; $j = \Delta \cap \Omega$
6. Определите точку пересечения $N = k \cap j$
7. $MN = \Gamma \cap \Delta$



Перпендикулярность прямой и плоскости

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости

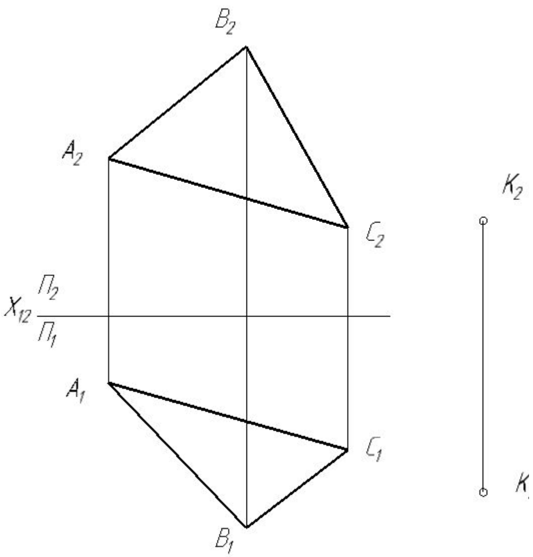


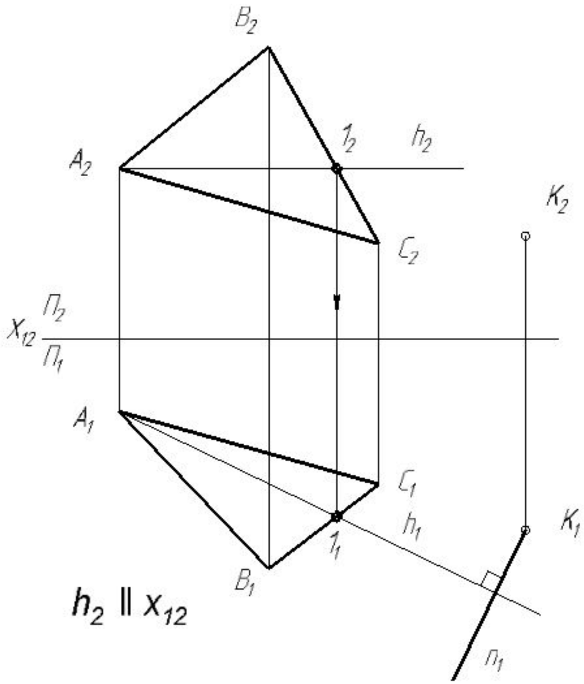
$n \perp \Sigma$ (ABC):

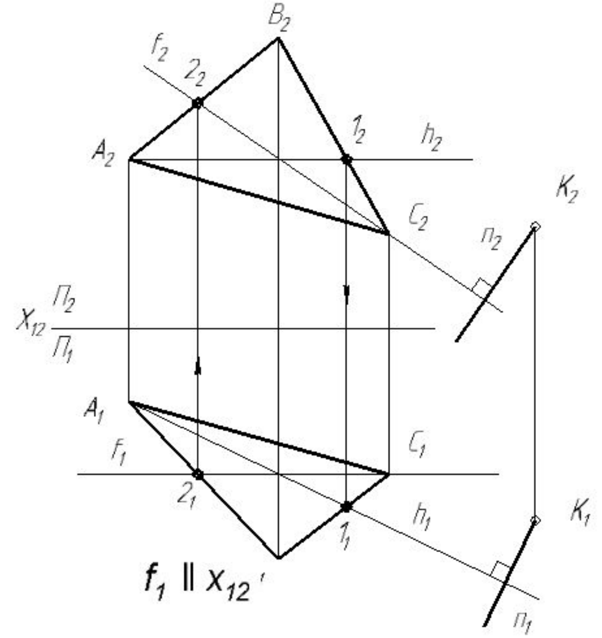
$n_1 \perp h_1$;

$n_2 \perp f_2$

Из точки К проведите прямую перпендикулярно плоскости Σ(ABC)







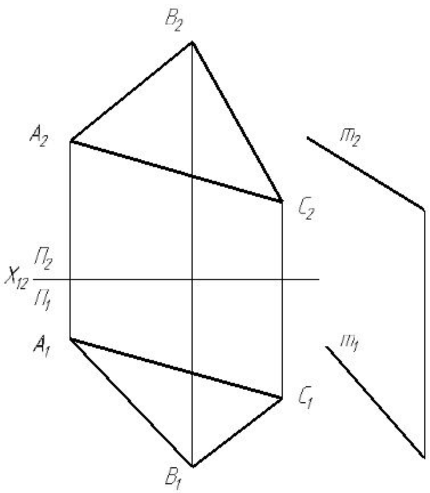
$n \perp \Sigma$ (ABC)

$n_1 \perp h_1$,

3. Перпендикулярность двух плоскостей

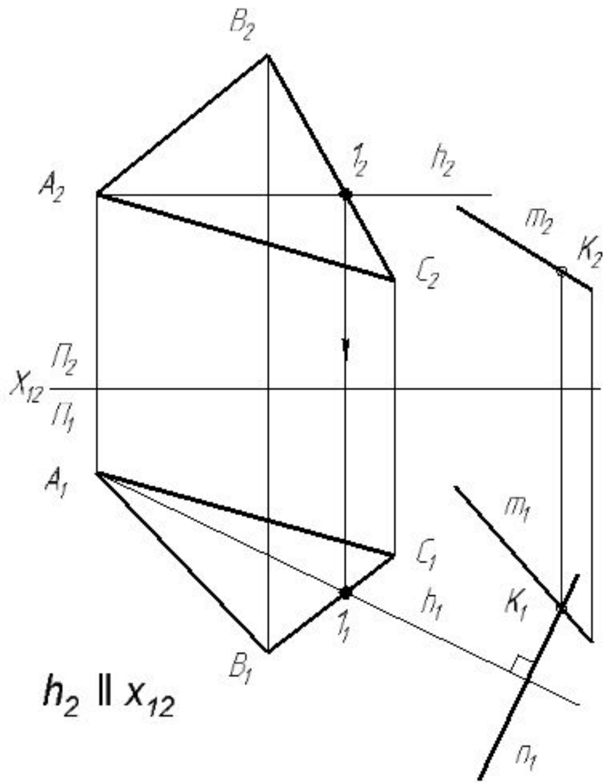
Две плоскости перпендикулярны, если одна из них содержит прямую, перпендикулярную к другой плоскости.

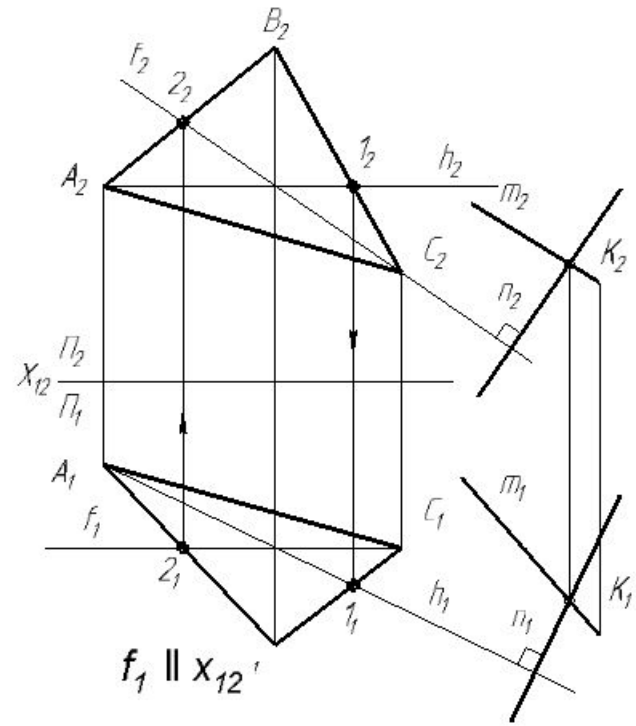
Через прямую m проведите плоскость, перпендикулярную плоскости Σ(ABC)



$\Sigma(ABC)$; $m(m_1, m_2)$

$\Omega \supset m$; $\Omega \perp \Sigma(ABC)$





$\Omega(m \cap$ **n**$) \perp \Sigma(ABC)$

n $\perp \Sigma(ABC)$: $n_1 \perp h_1$, $n_2 \perp f_2$

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости.

$K \subset m$, $K = m \cap n$

Точка К выбрана произвольно

$h \subset \Sigma(ABC)$

$f \subset \Sigma(ABC)$

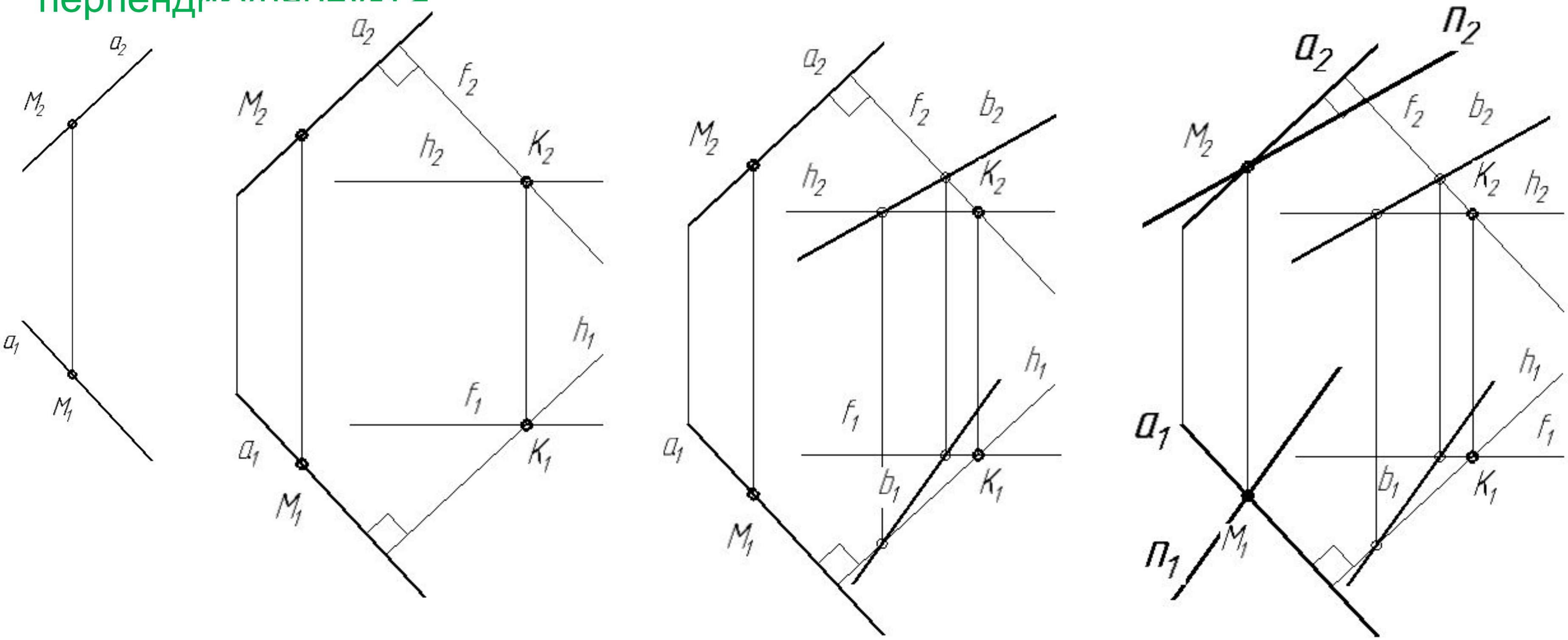
$\mathbf{n_2 \perp f_2}$

$\mathbf{n_1 \perp h_1}$

4. Перпендикулярность прямых

Две прямые перпендикулярны, если одну из них можно заключить в плоскость, перпендикулярно другой прямой.

Через точку М проведите прямую перпендикулярную а



Через произвольную точку К проведите плоскость Σ(h∩f) ⊥a;

В плоскости Σ(h∩f) проведите прямую b⊂Σ(h∩f).

Через точку М проведите n параллельно b.