Историческая справка

Основоположником начертательной геометрии считается видный французский ученый и политический деятель **Гаспар Монж** (1746 - 1818 гг.). Его учение о ортогональном методе проецированная сохранилось до нашего времени .

В России курс начертательной геометрии впервые начал читать в 1810г. **К. И. Потье**, ученик Монжа.

В 1812 г вышел в свет первый в России оригинальный курс начертательной геометрии **Я. А.Севастьянова**.

Большой вклад внесли в развитие начертательной геометрии проф. Н. И.Макаров, В.И Курдюмов, Н.А Рынин, И. И. Котов, Н.С. Кузнецов и др.

Символика и обозначение

Точки - прописными буквами латинского алфавита(A,B,C) или арабскими цифрами($1,2,3$).

Линии - строчными буквами латинского алфавита (a, b, c...)

Поверхности - прописными буквами греческого алфавита: Γ - гамма, Δ - дельта, Λ - лямбда, Σ - сигма, Φ - фи, Ψ - пси, Ω - омега...

Углы - $\angle ABC$, $a \wedge b$, $m \wedge AB$ или α, β, γ...

Параллельность - $//$

Перпендикулярность - $\perp$

Пересечение - $\cap$ -

Вращение - ↺

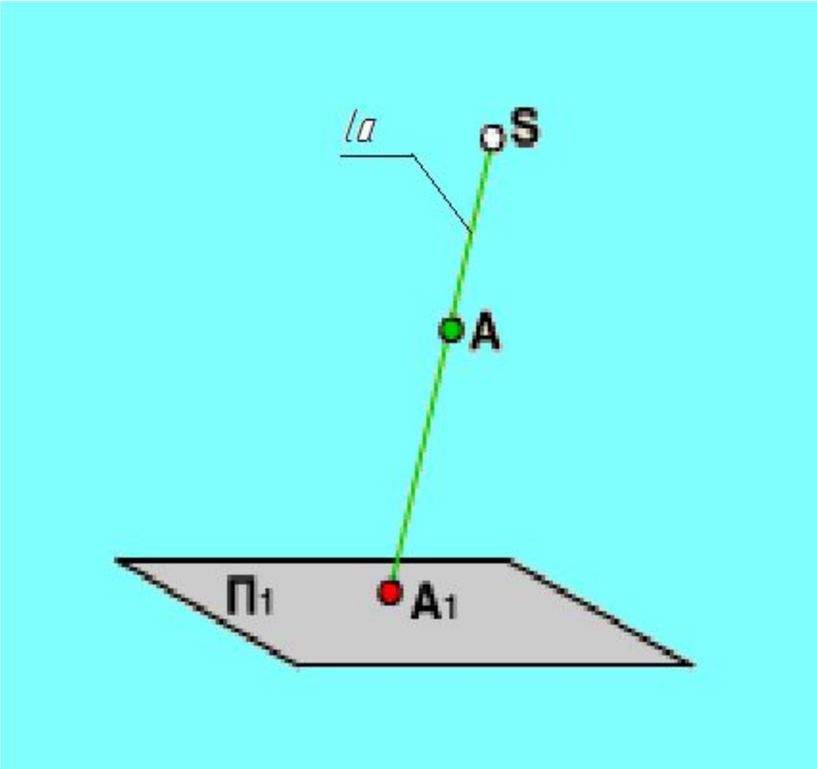
Логическое следствие - $\Rightarrow$

Предмет «Начертательная геометрия»

Задачи курса:
1. Моделирование пространства - это умение по оригиналу построить его плоское изображение;
2. Реконструирование пространства - это умение по плоскому изображению восстановить оригинал.

Начертательная геометрия изучает пространственные формы и их отношения, используя **метод проецирования** с помощью которого строятся различные изображения, в том числе и технические чертежи.

Аппарат проецирования



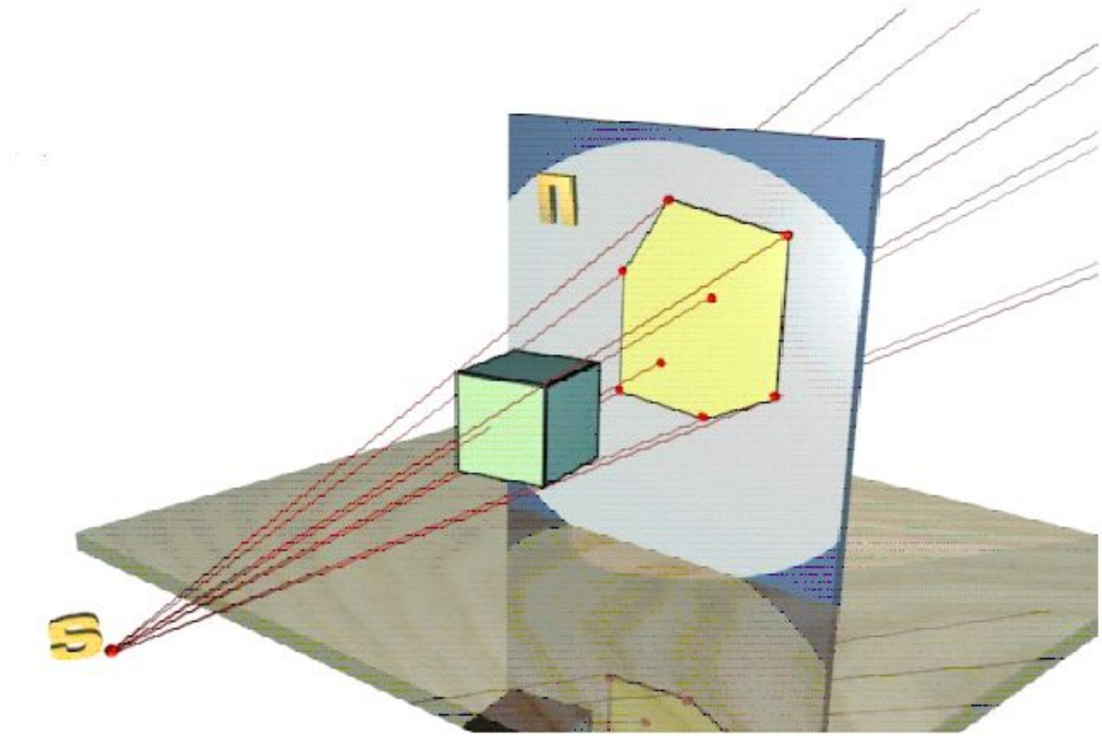
A – точка пространства (объект проецирования)
S – центр проецирования
l_a **-** проецирующий луч
A_1 – проекция точки А на $П_1$

Различают:

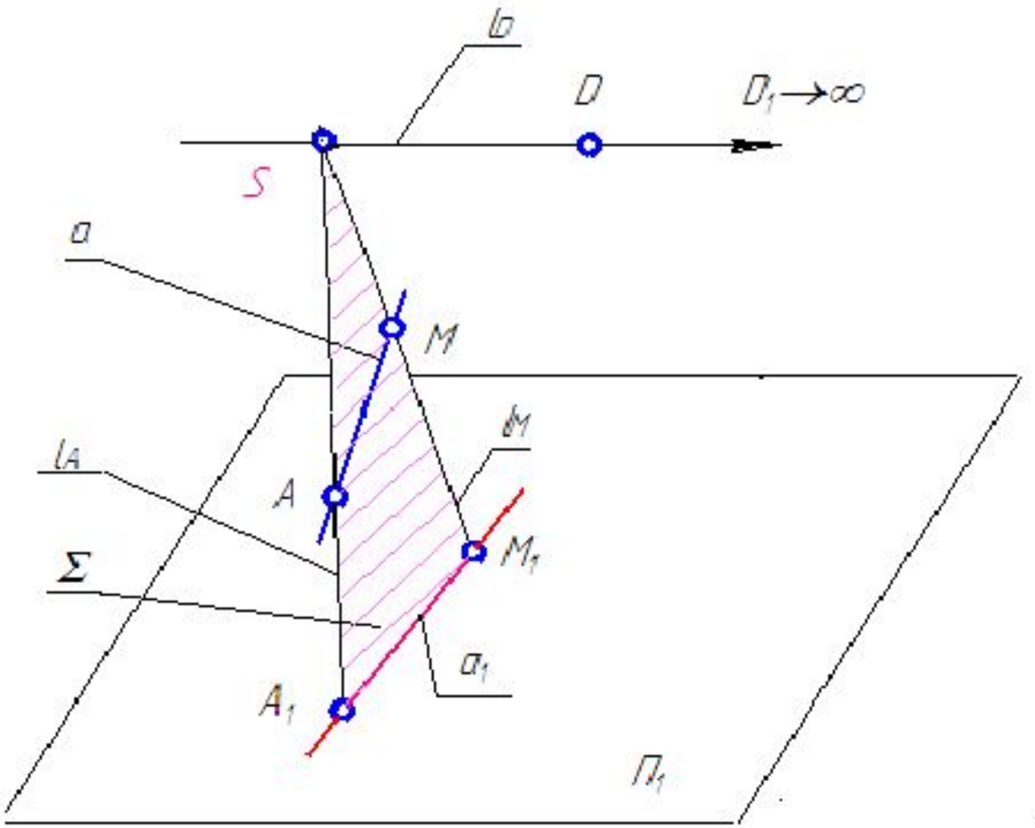
1. Центральное проецирование
2. Параллельное проецирование
3. Ортогональное проецирование

Центральное проецирование

Проецирование, когда проецирующий луч проходит через фиксированную точку S, называется **центральным**.



Свойства центрального проецирования

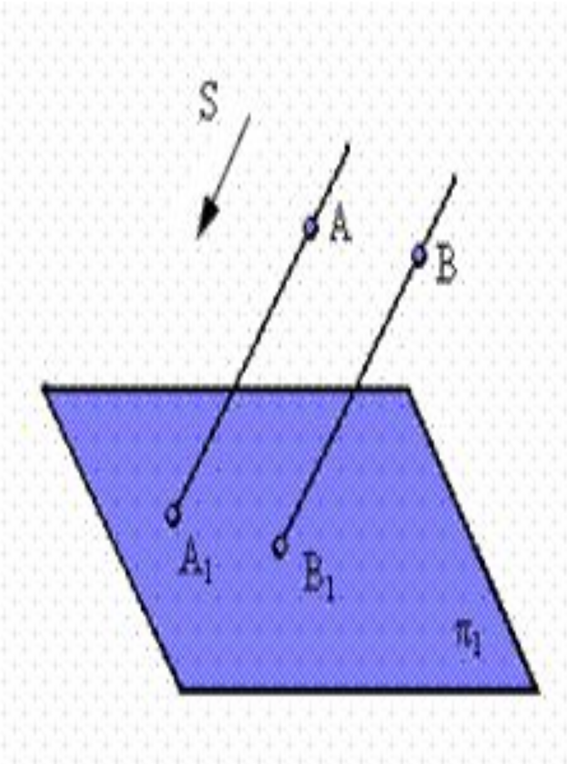


1.Проекцией точки является точка.

2.Проекцией прямой в общем случае является прямая.

3.Если точка принадлежит прямой, то проекция точки принадлежит проекции данной прямой.

Параллельное проецирование



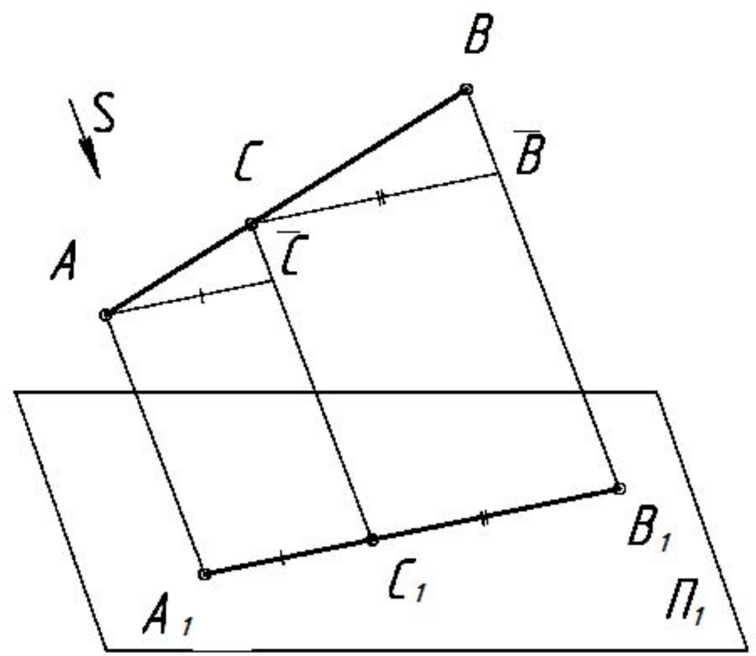
Проецирование называется **параллельным**, если центр проецирования удален в бесконечность, а все проецирующие лучи параллельны заданному направлению **s**.

s - направление проецирования

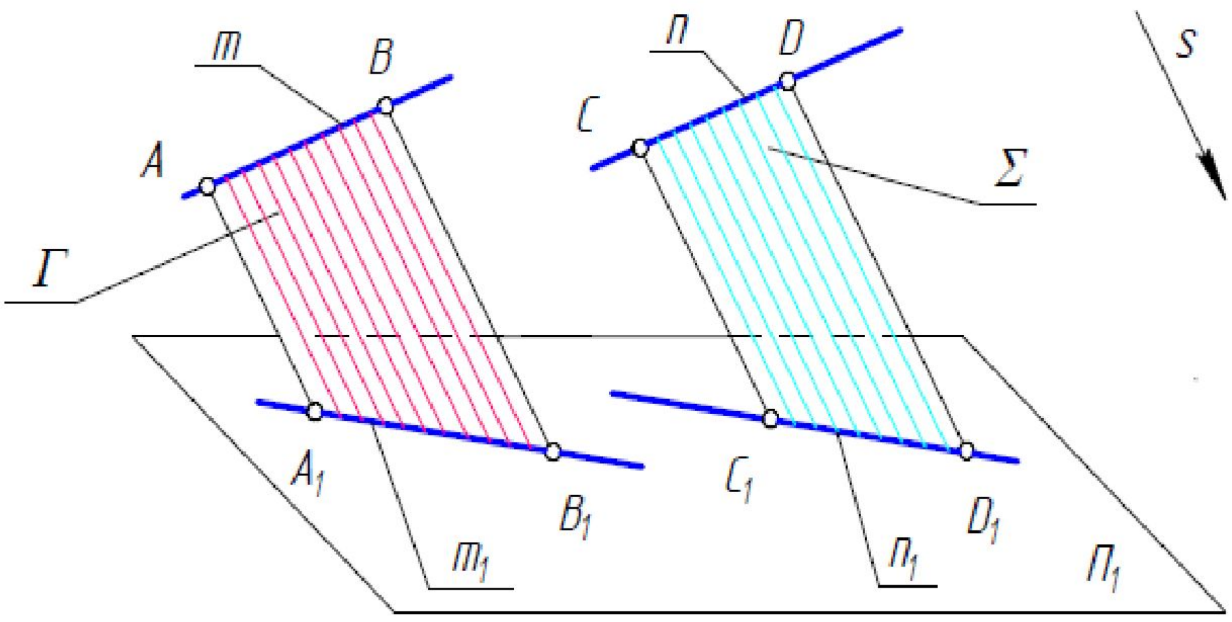
СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

4. Если точка делит отрезок в пространстве в каком-либо отношении, то проекция точки делит проекцию отрезка в том же отношении.

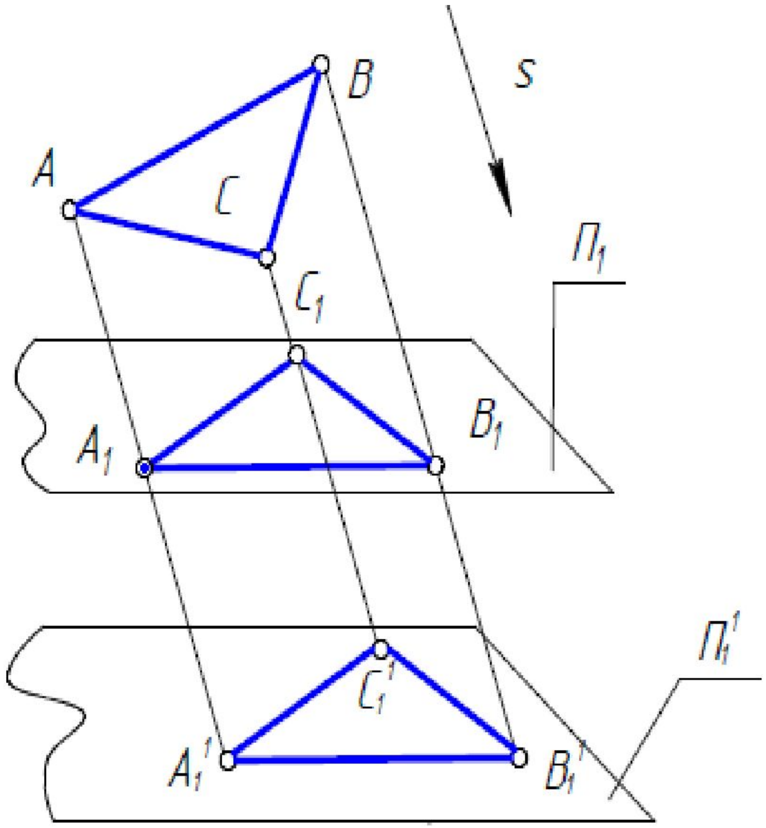
$$\frac{AC}{CB} = \frac{A_1C_1}{C_1B_1}$$



5.Проекциями параллельных прямых являются параллельные прямые.

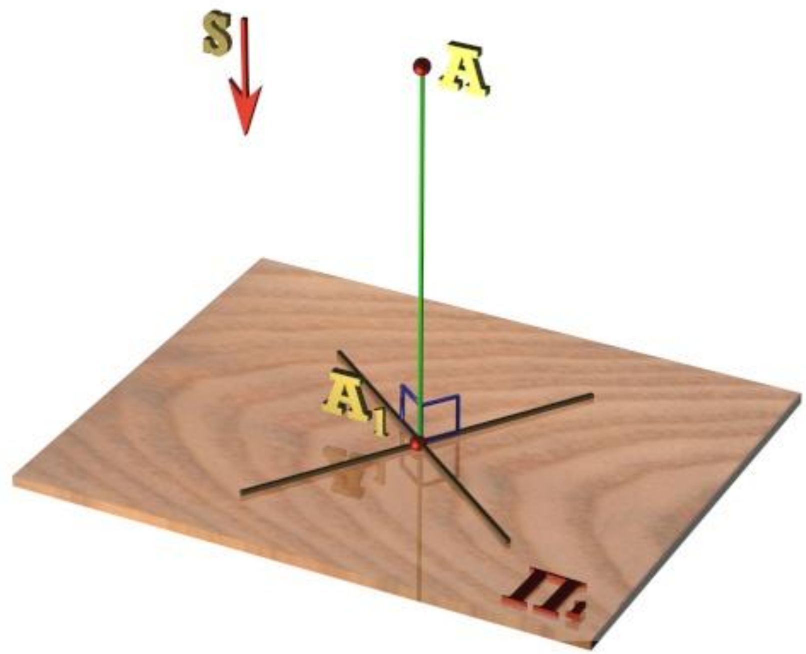


6.При параллельном переносе плоскостей проекций проекция геометрической фигуры не изменяет своего вида и размеров.

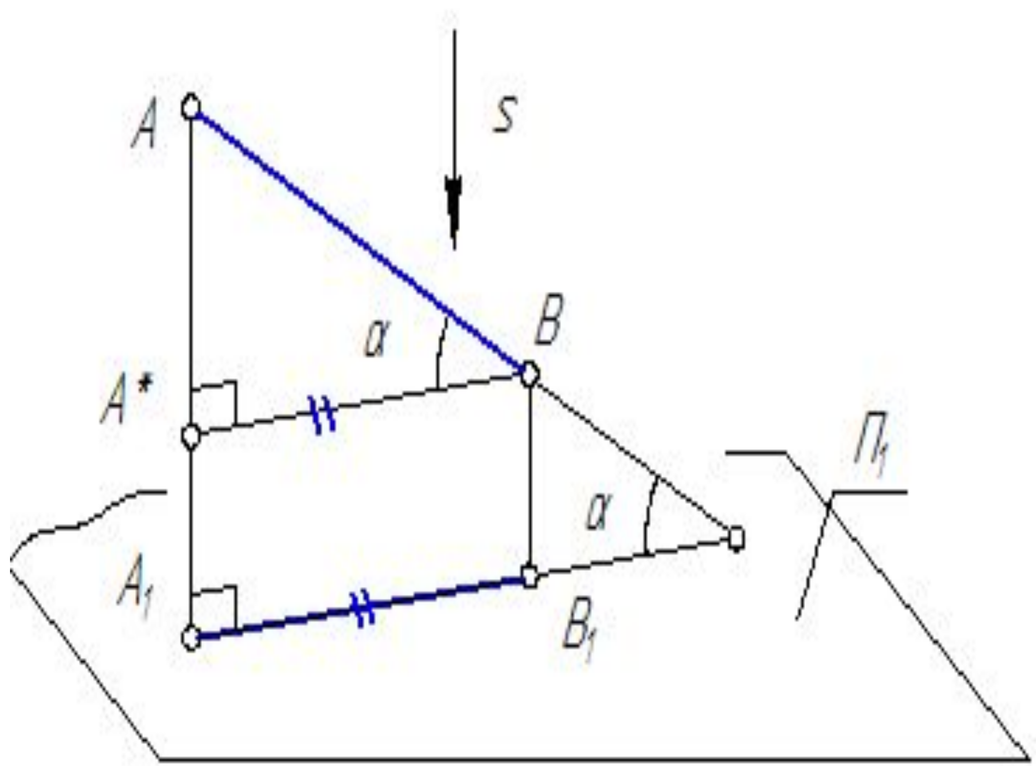


ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

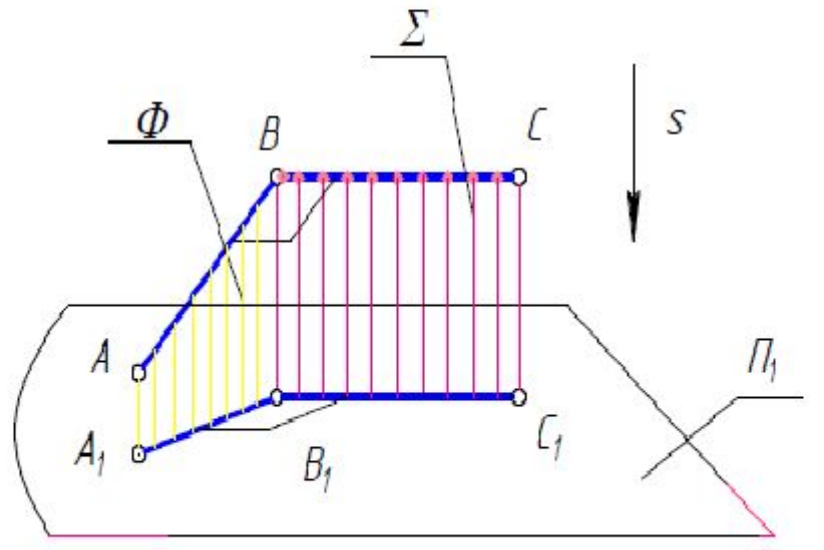
- **Ортогональное** (прямоугольное) проецирование является частным случаем параллельного проецирования, когда направление проецирования перпендикулярно плоскости проекций.



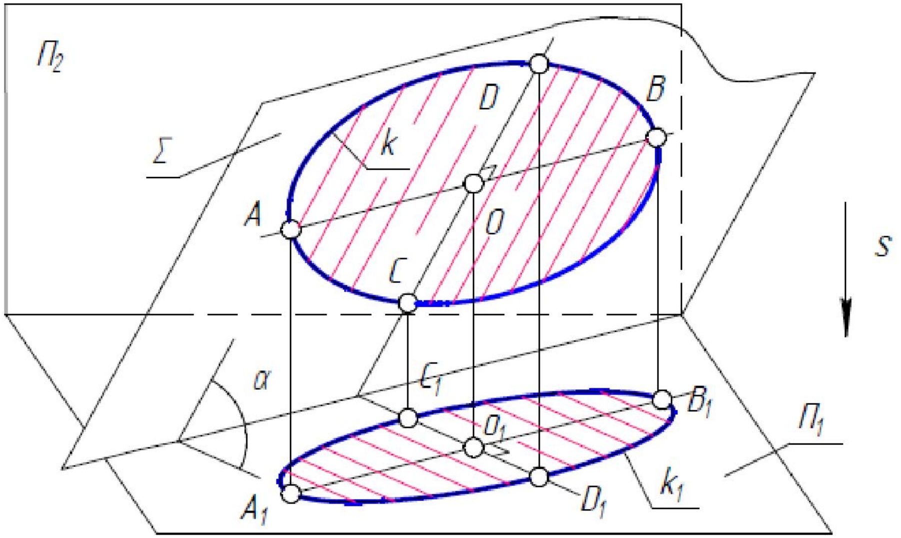
7. В общем случае ортогональная проекция отрезка меньше его натуральной величины.



8. Если одна сторона прямого угла параллельна какой-нибудь плоскости проекций, а вторая сторона не параллельна ей, то на эту плоскость проекций прямой угол проецируется без искажения.



9.Ортогональная проекция окружности в общем случае есть эллипс.

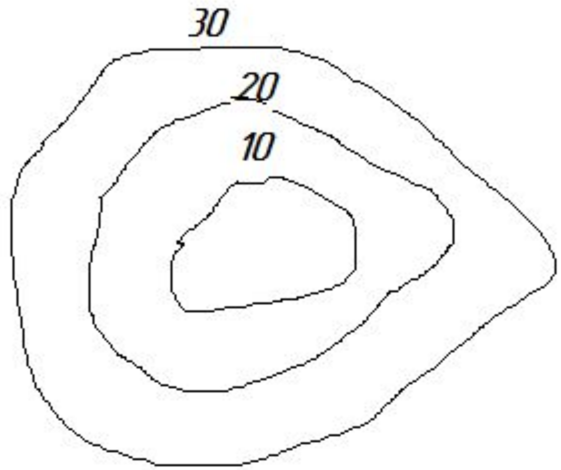


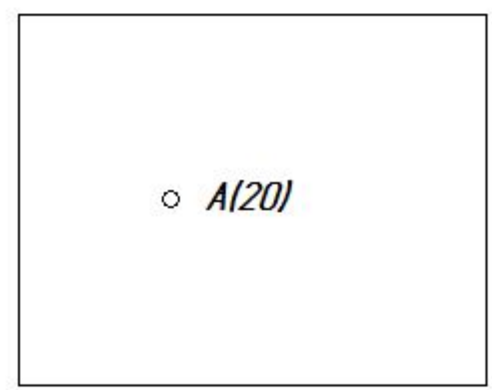
Чтобы однозначно решить две основные задачи курса начертательной геометрии, чертежи должны удовлетворять следующим требованиям:

1. **Простота и наглядность;**
2. **Обратимость чертежа.**

Однокартинные чертежи эту задачу не решают.

Для получения обратимых однокартинных чертежей их дополняют необходимыми данными. Существуют различные способы такого дополнения. Например, **чертежи с числовыми отметками.**

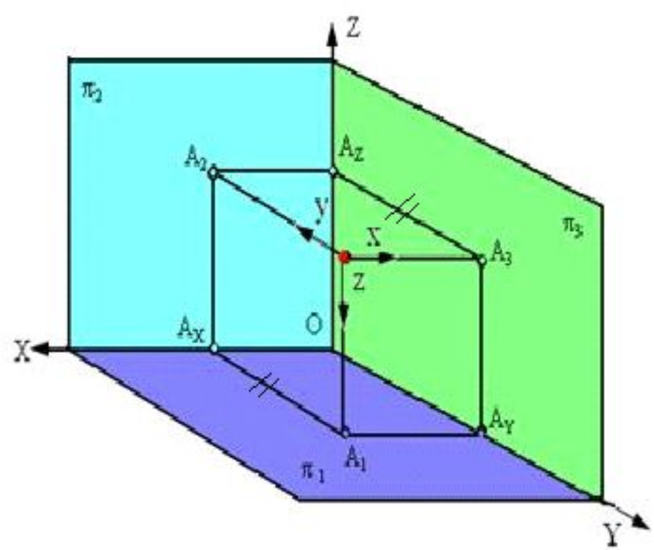




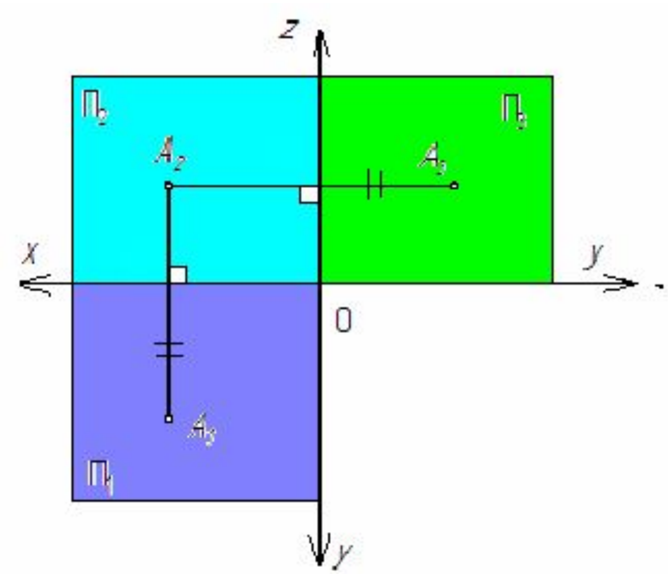
Трехкартинный эпюр (чертеж) Монжа.
Комплексный чертеж точки.

Для построения плоской модели пространственной геометрической фигуры каждая ее точка проецируется ортогонально на основные плоскости проекций, которые затем совмещаются в одну плоскость. Полученная таким образом плоская модель пространственной геометрической фигуры называется **эпюром Монжа** (комплексным чертежом).

Пространственный чертеж

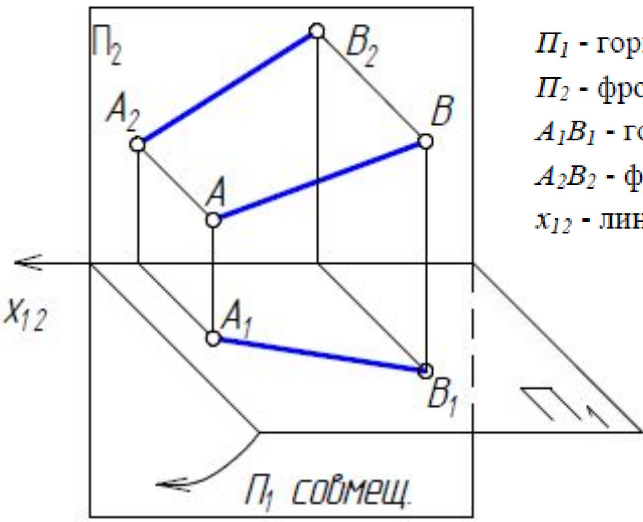


Плоский чертеж



Двухкартинный эпюр (чертеж) Монжа.
Комплексный чертеж отрезка прямой

Пространственный чертеж



Π_1 - горизонтальная плоскость проекций;

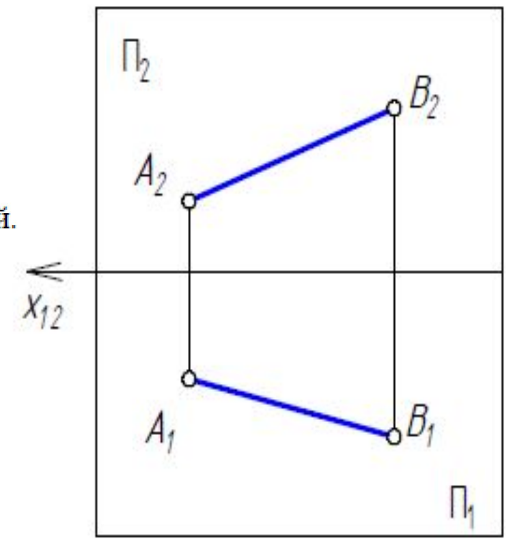
Π_2 - фронтальная плоскость проекций.

A_1B_1 - горизонтальная проекция отрезка;

A_2B_2 - фронтальная проекция отрезка.

x_{12} - линия пересечения плоскостей проекций.

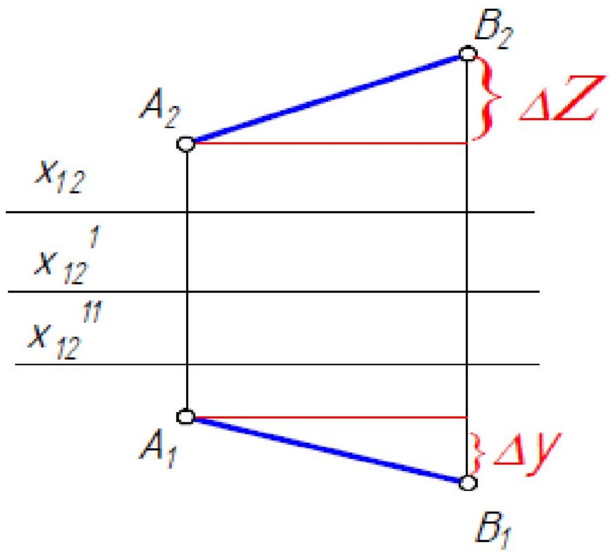
Плоский чертеж



Свойства двухкартинного комплексного чертежа Монжа:

1. Две проекции точки всегда лежат на одной линии связи установленного направления.
2. Все линии связи одного установленного направления параллельны между собой.

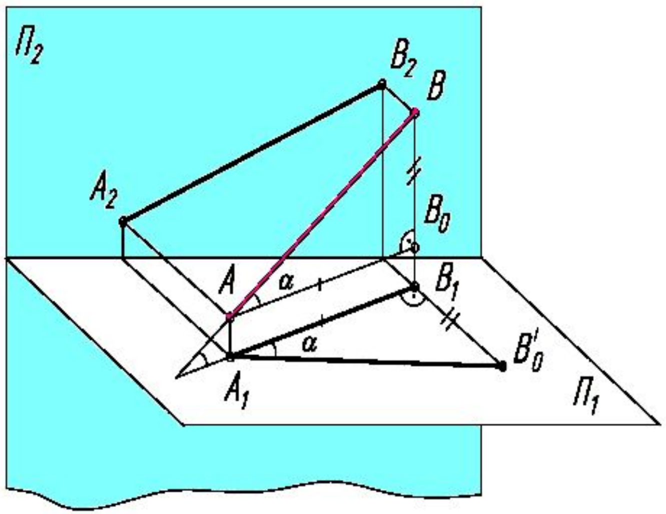
Безосный чертёж.

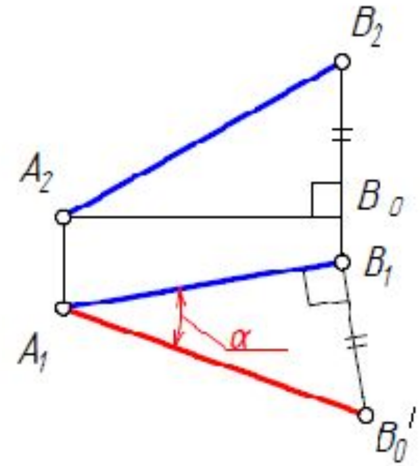


Если совмещённые плоскости $П_1$ и $П_2$ перемещать параллельно самим себе на произвольные расстояния, то будут меняться расстояния от отрезка до плоскостей проекций.

Однако, сами проекции отрезка *AB* при параллельном перемещении плоскостей проекций не меняются.

Доказательство обратимости чертежа Монжа. Метод прямоугольного треугольника



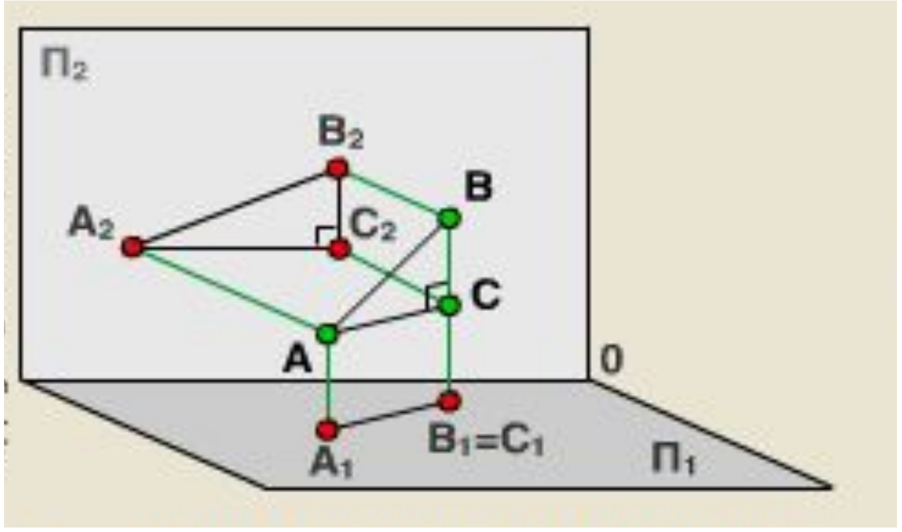


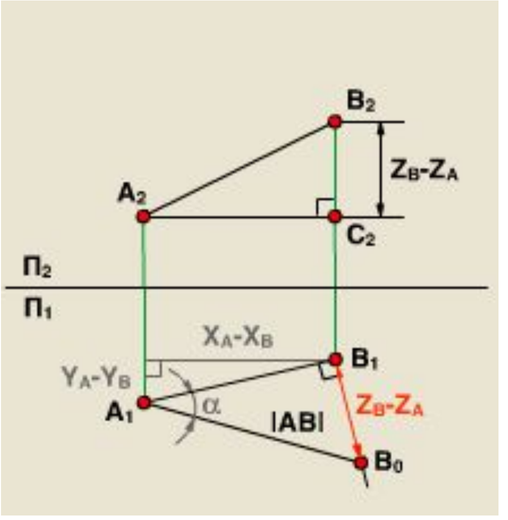
1. *AB* - отрезок прямой в пространстве.
2. *A_1B_1* - горизонтальная проекция отрезка.

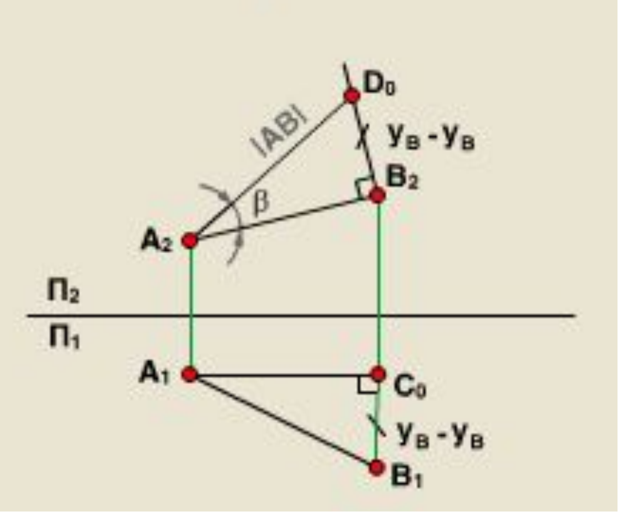
   Через точку *A* проведём *AB_0* || *A_1B_1*.

2. *AB* - гипотенуза треугольника - натуральная величина отрезка;
3. *AB_0*= *A_1B_1* - один из катетов равен проекции отрезка *AB* на плоскость проекций *$П_1$*.
4. Второй катет B_2B_0 есть разность удалений концов отрезка от плоскости проекций *$П_1$*.

Определение натуральной величины отрезка прямой общего положения методом прямоугольного треугольника

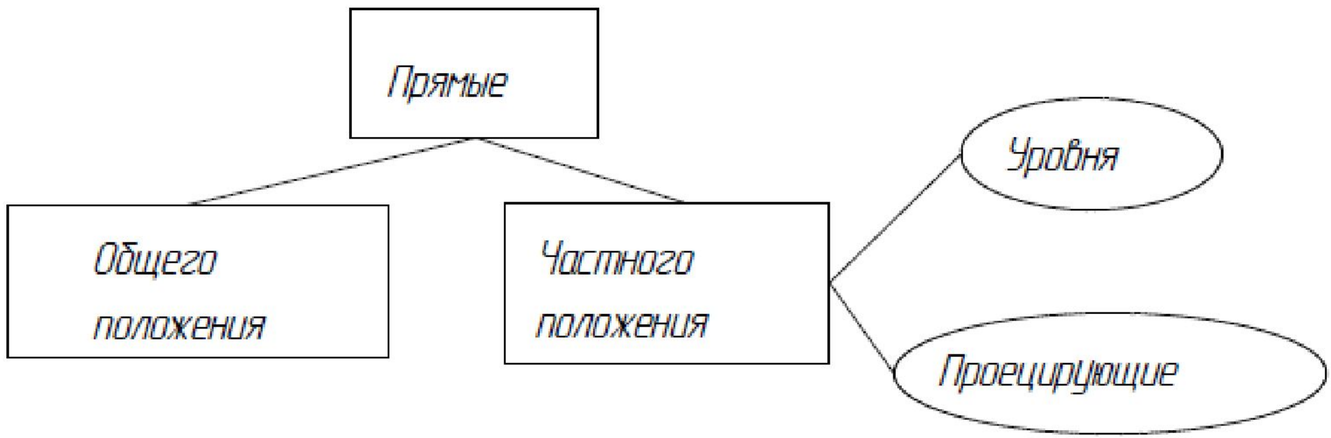






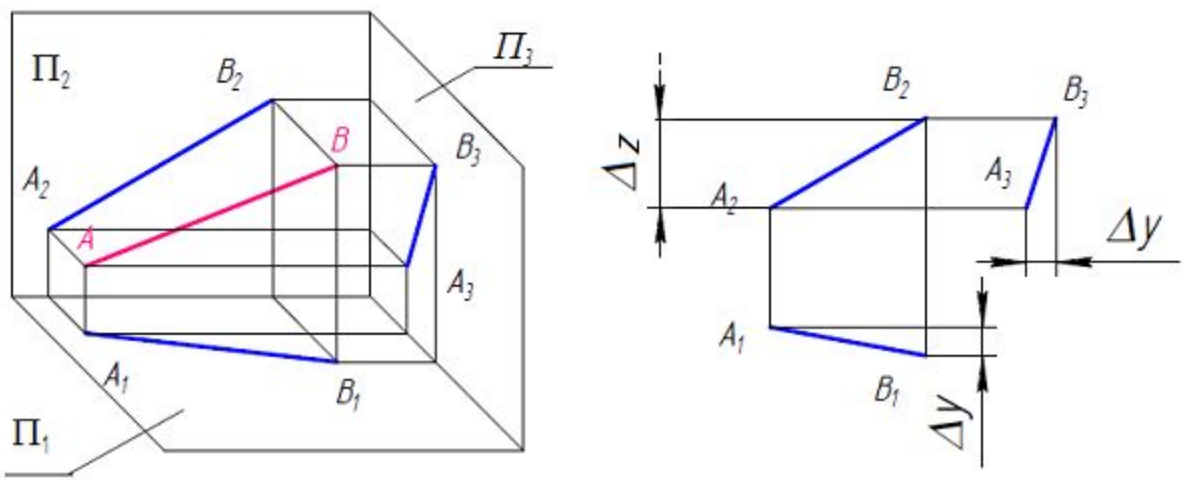
Комплексный чертеж прямых и кривых линий

Прямые общего и частного положения



Прямые общего положения

Прямая (отрезок), не параллельная и не перпендикулярная ни к одной из плоскостей проекций, называется прямой общего положения.



Особенности задания чертежа прямой общего положения.

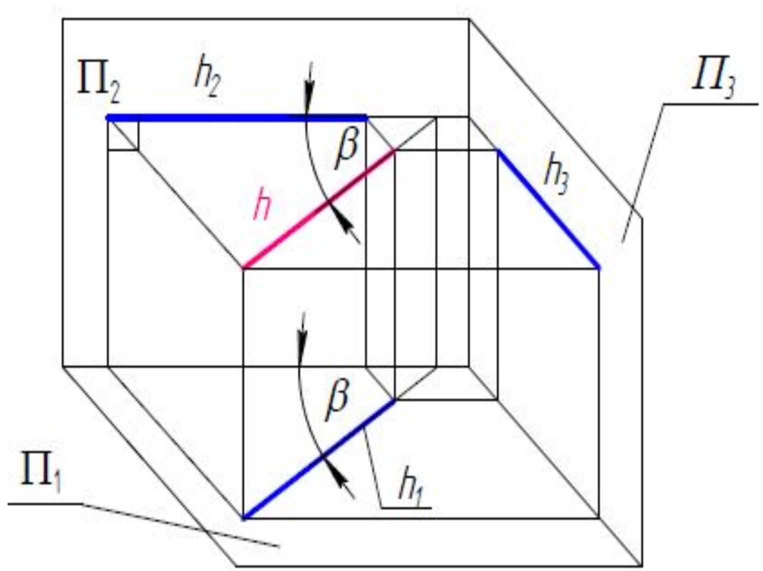
1. Любая проекция прямой общего положения искажает натуральную длину.
2. Любая проекция прямой общего положения наклонена к линиям связи под углом, отличным от 90°. Ни один из них не показывает натуральную величину углов наклона к плоскостям проекций.

Прямые уровня

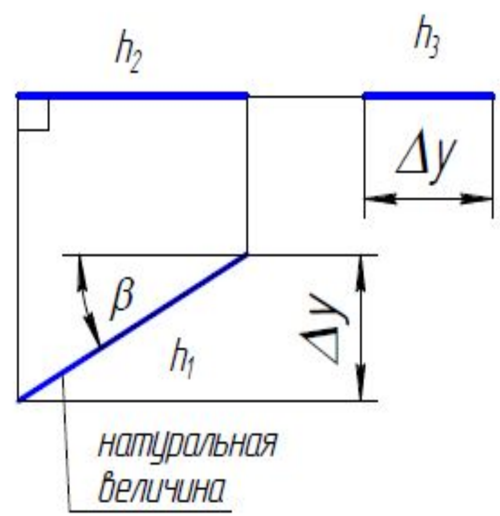
Прямые, параллельные какой-либо плоскости проекций, называются прямыми уровня.

Горизонталь (*h*) – прямая // П1

Пространственный чертеж



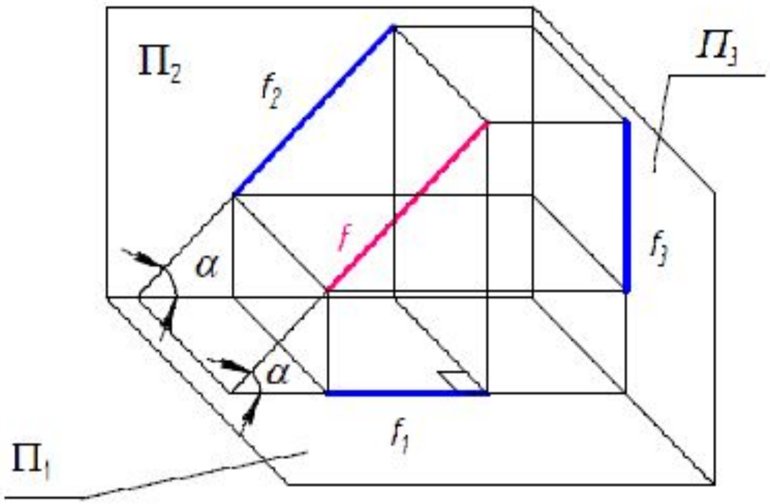
Плоский чертеж



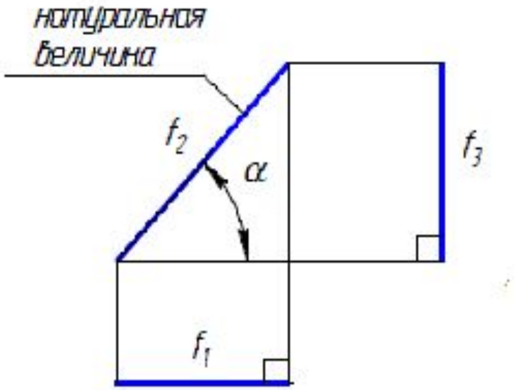
β - угол наклона h к П2

Фронталь (*f*) – прямая // $П_2$

Пространственный чертеж



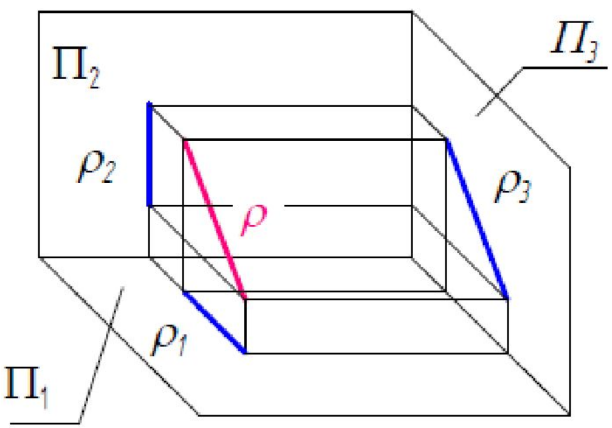
Плоский чертеж



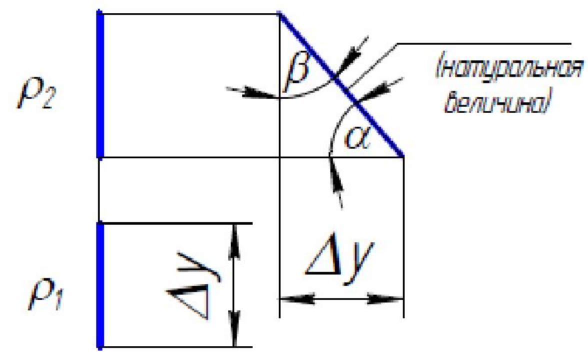
α - угол наклона f к $П_1$

Профильная прямая (*p*) – прямая // $П_3$

Пространственный чертеж



Плоский чертеж



α - угол наклона p к $П_1$
β - угол наклона p к $П_2$

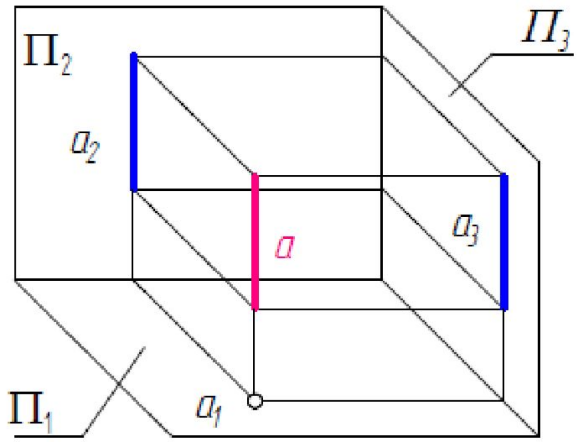
Особенности задания прямых уровня на комплексном чертеже

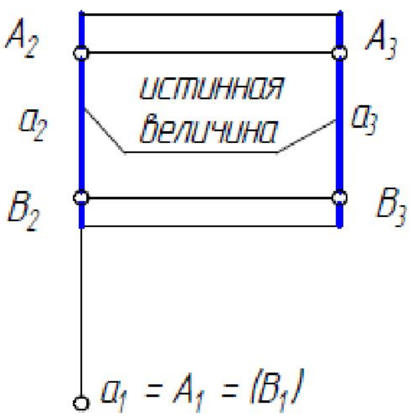
- 1. Одна из проекций прямых уровня перпендикулярна линиям связи установленного направления
- 2. Одна из проекций прямой уровня параллельна самой прямой и дает истинную величину, а также показывает без вспомогательных построений угол наклона к одной из плоскостей проекций

Проецирующие прямые

Прямые, перпендикулярные какой - либо плоскости проекций, называются проецирующими прямыми.

Горизонтально проецирующая прямая



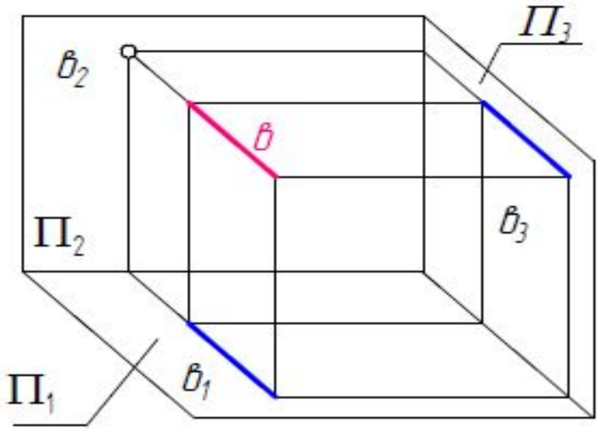


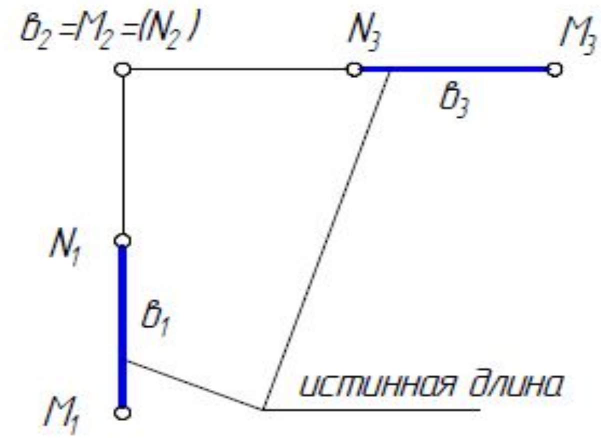
A и B горизонтально конкурирующие точки.

Конкурирующие точки – точки, проекции которых совпадают на одной из плоскостей проекций.

Фронтально проецирующая прямая

$в(в_1, в_2, в_3) \perp П_2$ ($в \parallel П_1$ и $П_3$)

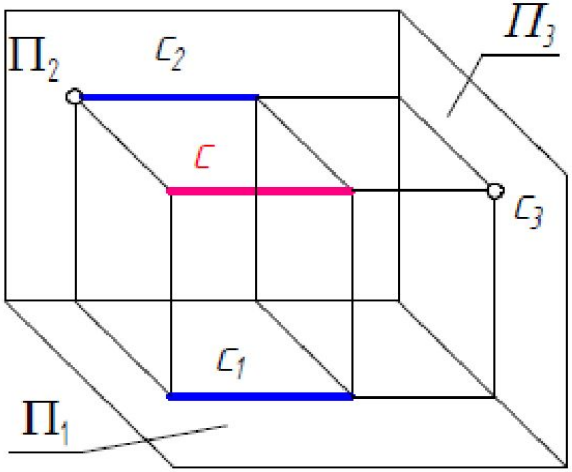


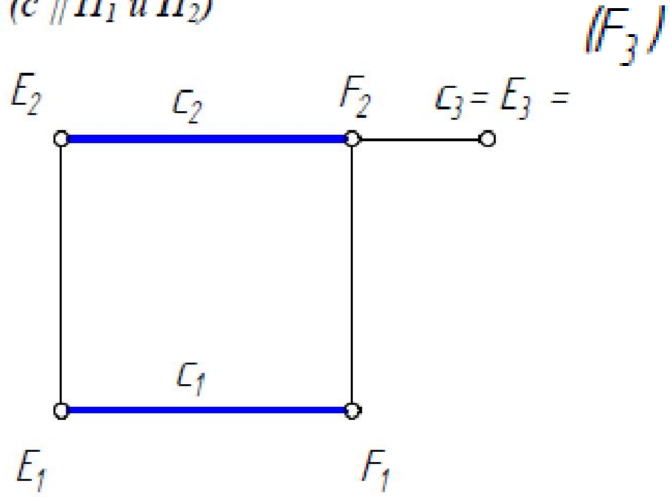


M и N фронтально конкурирующие точки

Профильно проецирующая прямая

$c(c_1, c_2, c_3) \perp \Pi_3$ ($c \parallel \Pi_1$ и Π_2)





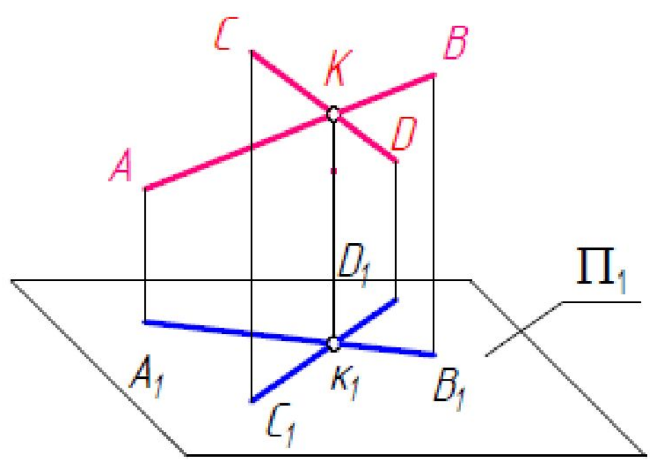
E и F профильно конкурирующие точки

Взаимное положение прямых на комплексном чертеже

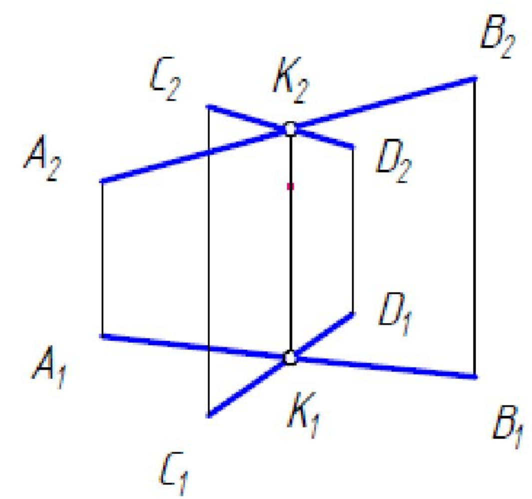
Пресекающиеся прямые

Прямые называются пересекающимися, если они имеют единственную общую точку. Они всегда лежат в одной плоскости.

Пространственный чертеж

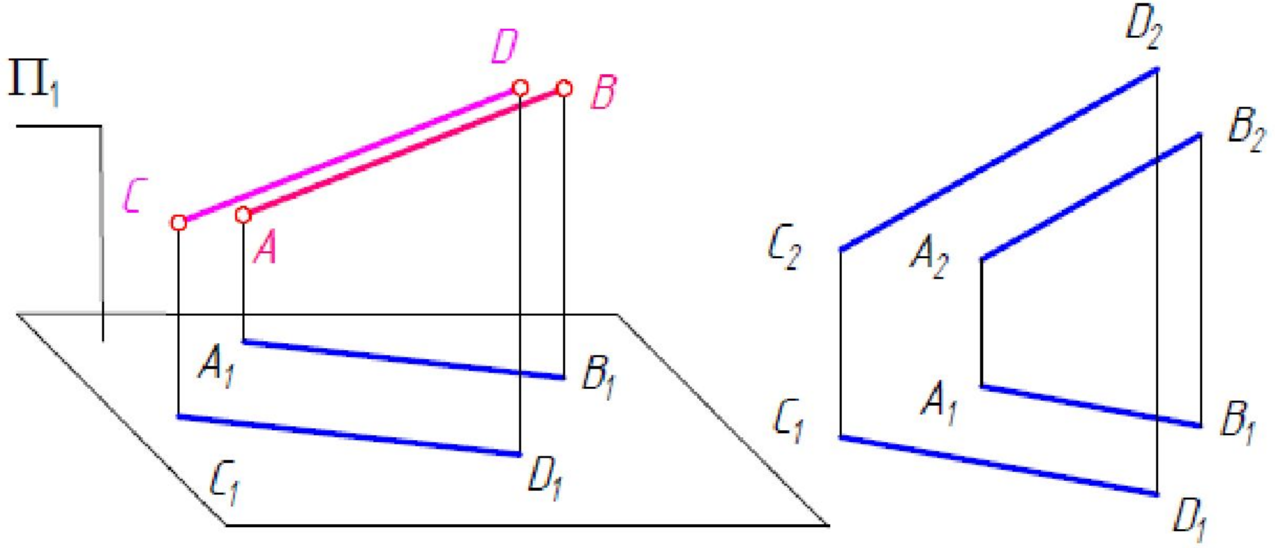


Плоский чертеж



$AB \cap CB = К \Rightarrow A_1B_1 \cap C_1D_1 = К_1\ ;\ A_2B_2 \cap C_2D_2 = К_2$

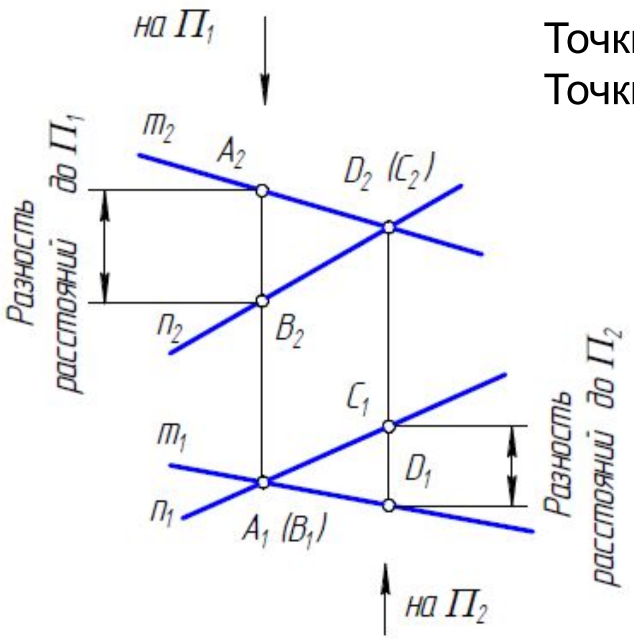
Параллельные прямые



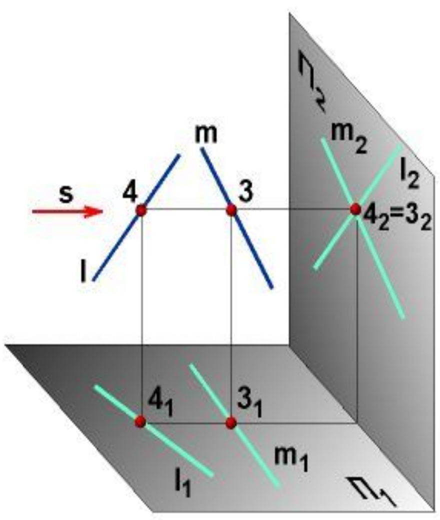
$AB \parallel CB \Rightarrow A_1B_1 \parallel C_1D_1\ ;\ A_2B_2 \parallel C_2D_2$

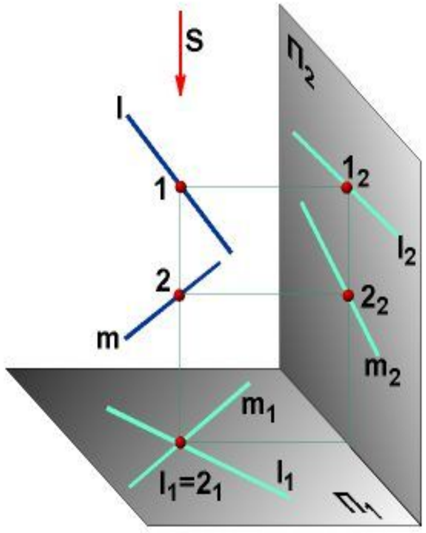
Скрещивающиеся прямые

Если прямые не параллельны и не пересекаются, то они называются скрещивающимися прямыми.

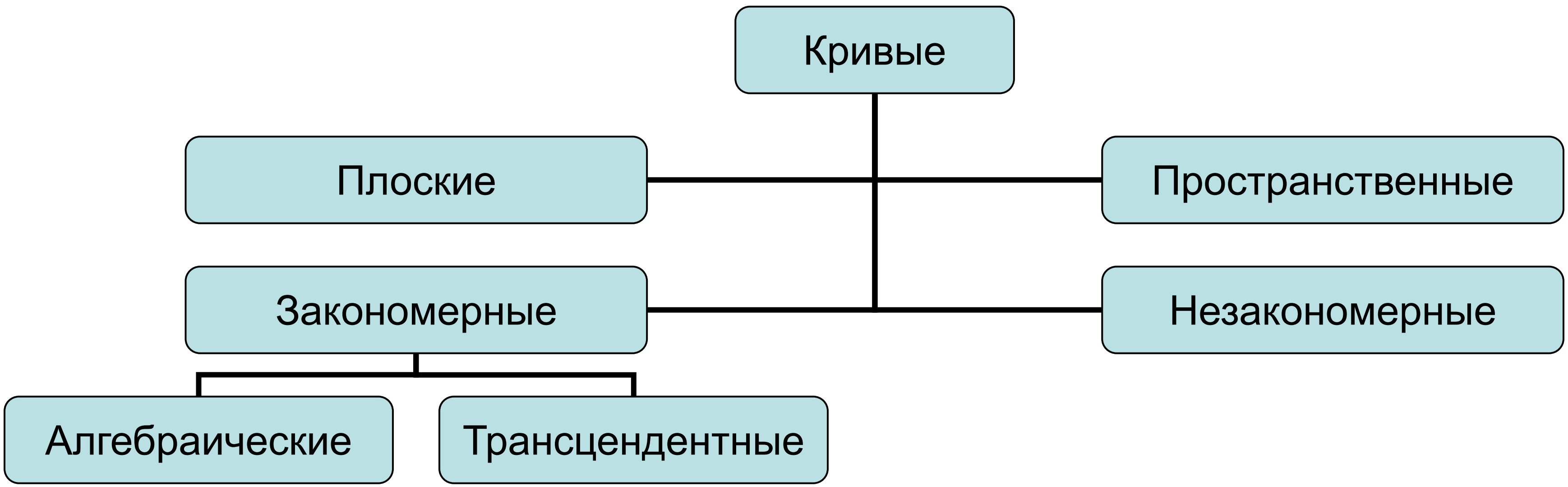


Точки *A* и *B* - горизонтально конкурирующие.
Точки *C* и *D* - фронтально конкурирующие.





Комплексный чертеж кривых линий



Если все точки кривой расположены в одной плоскости, то такую кривую называют **плоской** (например эллипс, окружность).

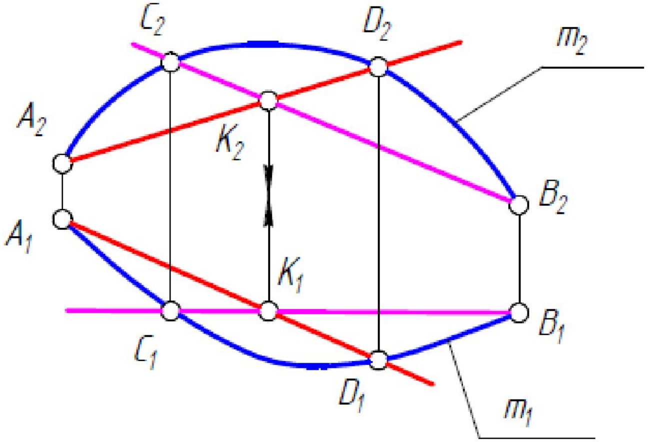
Если все точки кривой невозможно совместить с одной плоскостью, то такую кривую называют **пространственной** (например,винтовая линия).

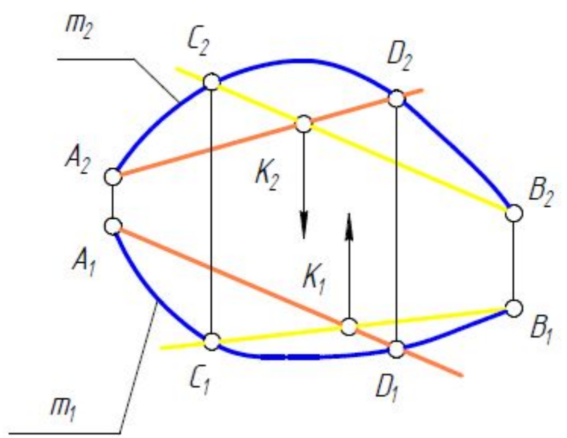
Если существует математическое уравнение, описывающее движение точки, то кривую называют **закономерной**.

Порядок алгебраической кривой равен степени ее уравнения или определяется графически, т.е. числом точек ее возможного пересечения с произвольной прямой.

Метод хорд

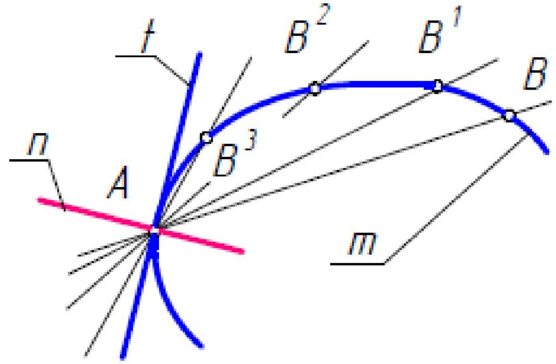
Если хорды кривой пересекаются значит, кривая линия - плоская.





Хорды не пересекаются, а скрещиваются значит кривая линия - пространственная.

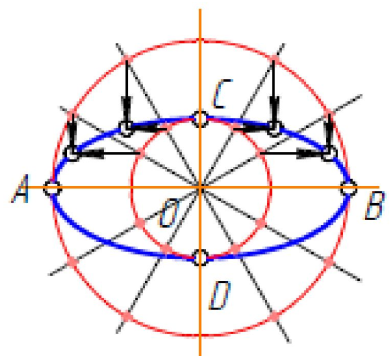
Касательная, нормаль к кривой



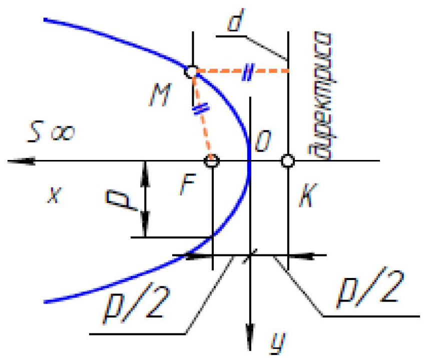
Касательную (*t* в точке *A*) можно рассматривать как предельное положение секущей, если т.В →т.А.
n - нормаль кривой линии в данной точке, $n \perp t$.

Некоторые алгебраические плоские кривые линии

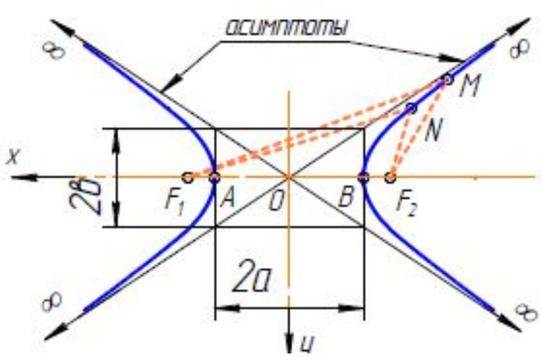
Эллипс



Парабола



Гипербола



Комплексный чертеж пространственной кривой. Цилиндрическая винтовая линия