

# Инженерная графика



**Калашникова  
Татьяна Григорьевна**

---

кандидат технических наук,  
доцент кафедры ИГиКД,  
член-корр. Академии  
информатизации образования

<http://incampus.ru/campus.aspx?id=9768998>

[http://egf.tti.sfedu.ru/departments/graphics/staff/staff\\_56.html](http://egf.tti.sfedu.ru/departments/graphics/staff/staff_56.html)

# обозначения

- Точки: **A, B, C, ...; 1, 2, 3, ...** .
- Прямые и кривые линии - **a, b, c, d, ..., z**.
- Горизонталь – **h**, фронталь – **f**, профильная прямая – **p**.
- Поверхности (плоскости): **Θ, Γ, Λ, Ω, Σ, Φ, ...**
- Углы: **α, β, γ, φ, ...** .
- Основные плоскости проекций:
  - горизонтальная –  $\Pi_1$ ;
  - фронтальная –  $\Pi_2$ ;
  - профильная –  $\Pi_3$ .
- Дополнительные плоскости проекций:  
 $\Pi_{4'}, \Pi_{5'}, \Pi_{6'} \dots$  .
- Плоскость аксонометрических проекций – **П'**.
- Оси проекций: **x, y, z** с индексами (например, ось  $x_{12}$ ).
- $A \in \Phi$  – точка A принадлежит фигуре  $\Phi$ .
- $\Phi^k \equiv \Phi'$  – фигуры  $\Phi^k$  и  $\Phi'$  совпадают.
- $\Phi^k \cap \Phi'$  – фигуры  $\Phi^k$  и  $\Phi'$  пересекаются.
- Параллельность элементов – **//** .
- Перпендикулярность элементов – **⊥** .
- $\sphericalangle$  – угол, двугранный угол.
- $\wedge$  – значение угла.

## *Приняты следующие сокращения:*

- Вспомогательная плоскость-посредник – **в. п. п.**
- Натуральная величина – **н.в.**

# Методы проецирования

# Методы проецирования

При изображении пространственной фигуры к ее изображению предъявляются два требования:

- **наглядность** - изображение должно быть похоже на оригинал.
- **удобоизмеримость** - возможность легко (с минимумом геометрических построений и вычислений) узнать все размеры оригинала.

Для выполнения чертежей, которые обеспечивают удобоизмеримость и достаточную наглядность, в инженерной графике обычно используются **проекционные методы**.

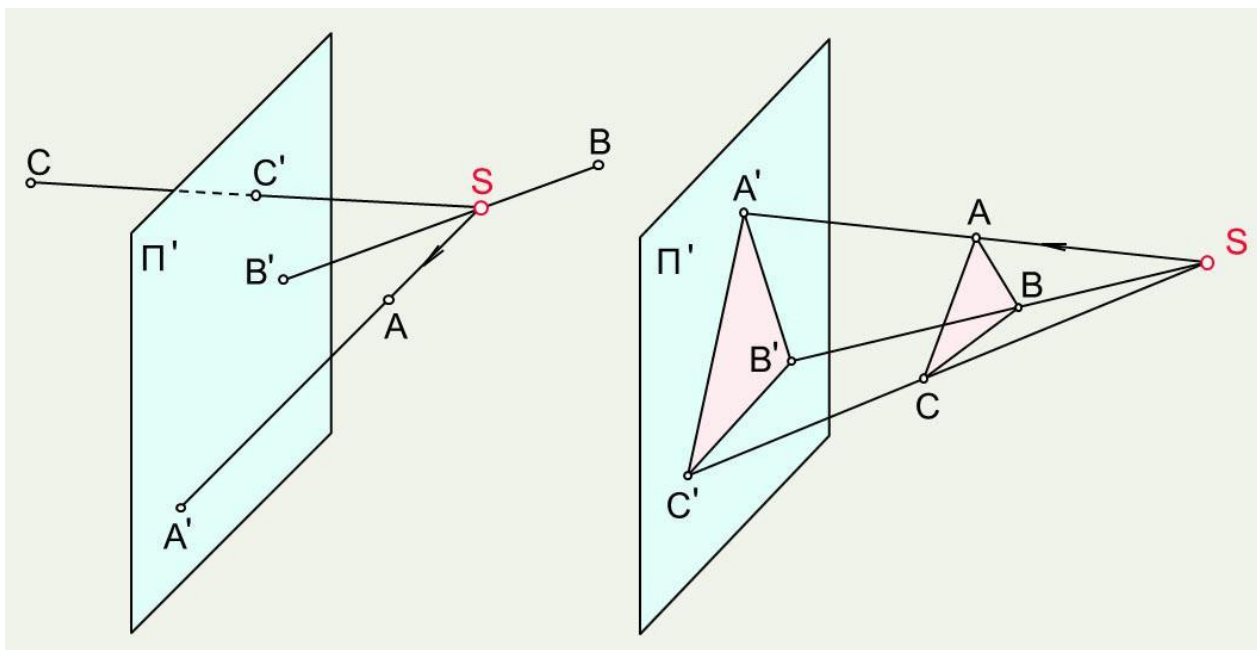
## Метод центральных проекций

$S$  - центр проекций,

$\Pi'$  - плоскость проекций,

$SA$  - проектирующая прямая,

$A'$  - проекция точки  $A$ .

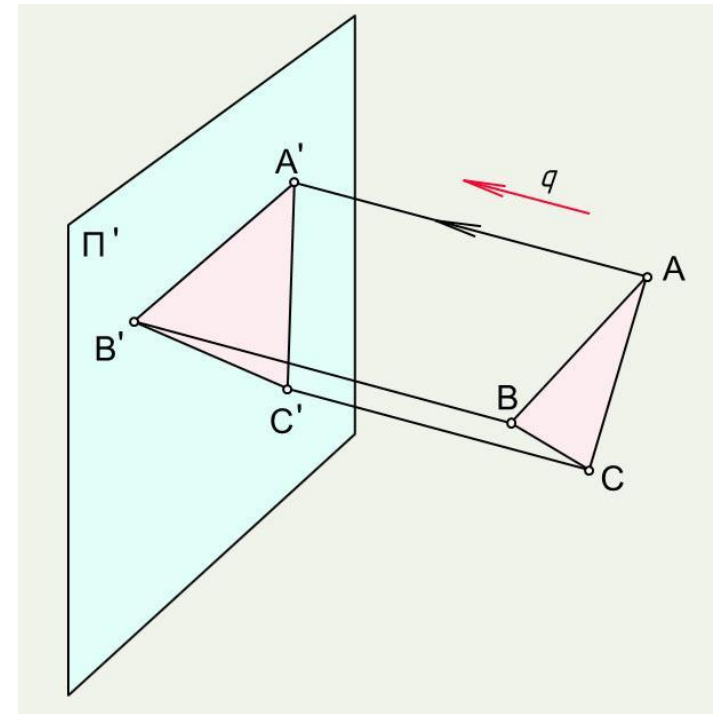


## Параллельное проецирование

- частный случай центрального проецирования, если центр проецирования  $S$  удален в бесконечность.

Точки пространства проецируются на плоскость  $\Pi'$  по единому направлению проецирования  $q$ .

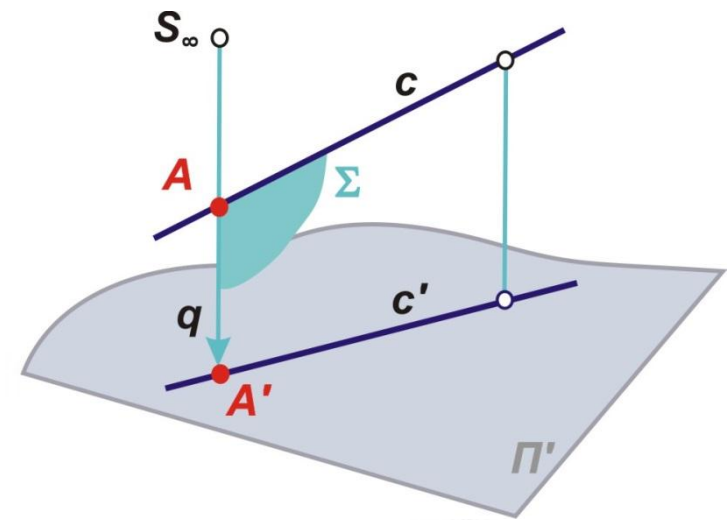
- Если  $q \perp \Pi'$ , то проекции называют **прямоугольными** или **ортогональными**.
- Если вектор  $q$  составляет с плоскостью  $\Pi'$  угол, не равный  $90^\circ$ , то проецирование называется **косоугольным**.



# Основные свойства ортогонального параллельного проецирования

- **Свойство 1.** Проекция точки  $A$  есть точка  $A'$ .

- **Свойство 2.** Проекция прямой  $c$ , которая не ортогональна плоскости проекций  $\Pi'$  - есть прямая  $c'$ .

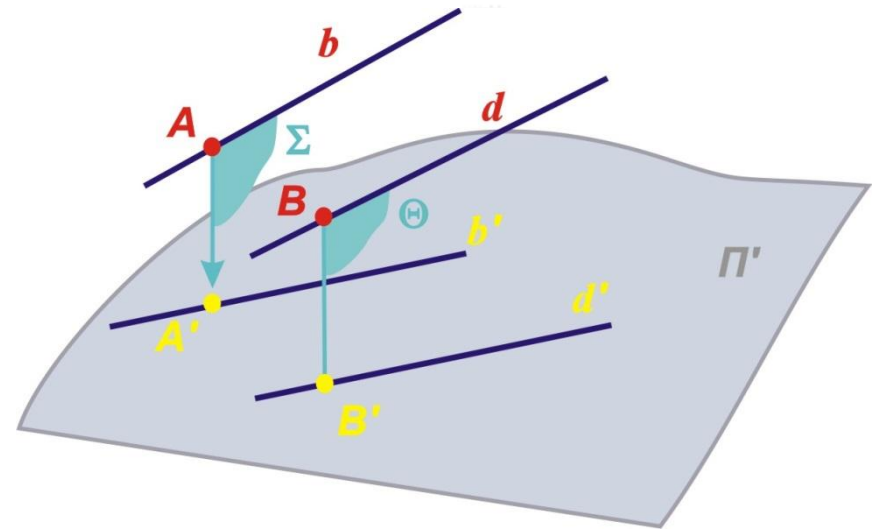
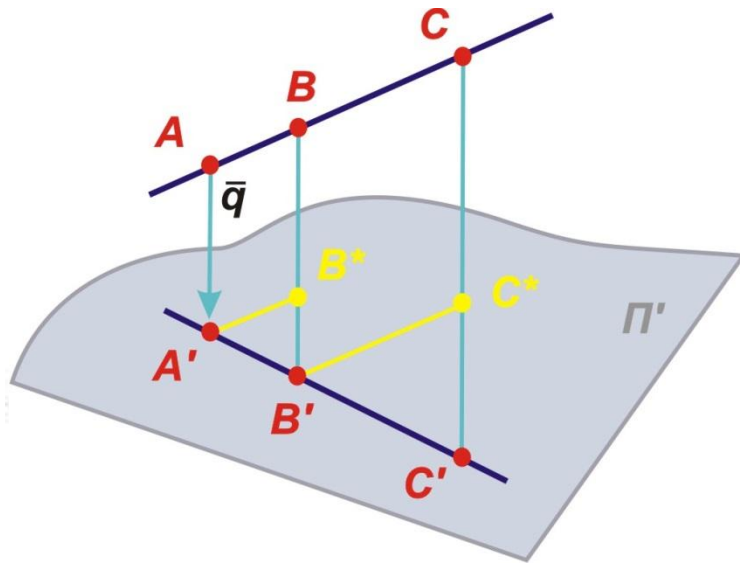


*Из этого свойства имеют место два важных следствия:*

1. Точка, принадлежащая прямой, проецируется в точку, которая принадлежит проекции этой прямой.
2. Общая точка двух прямых проецируется в точку пересечения проекций этих двух прямых.

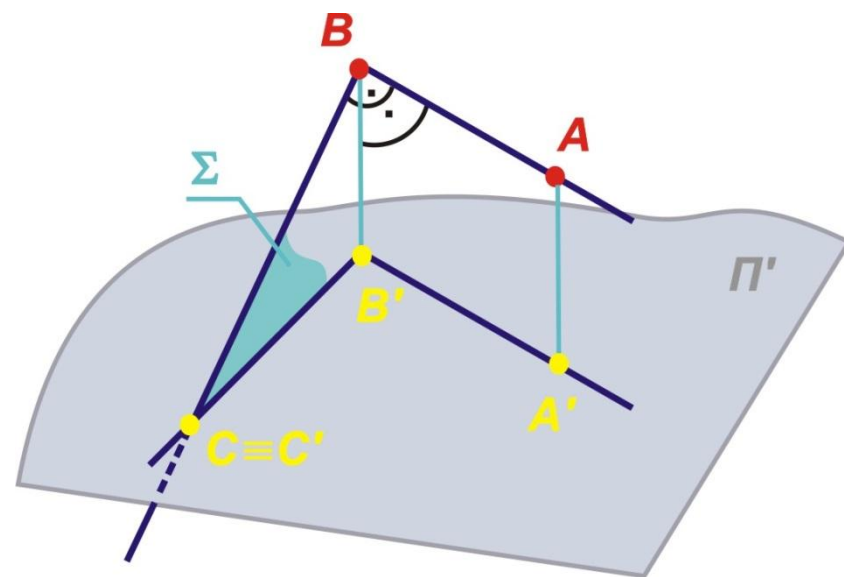


- **Свойство 3.** Отношение проекций отрезков прямой равно отношению этих отрезков («простое отношение трех точек при ортогональном проецировании сохраняется»).



- **Свойство 4.** Проекции параллельных прямых, которые не ортогональны плоскости проекции – параллельные прямые.

- **Свойство 5.** Ортогональная проекция прямого угла – есть прямой угол тогда и только тогда, когда хотя бы одна его сторона параллельна плоскости проекций, а вторая располагается к ней не перпендикулярно.

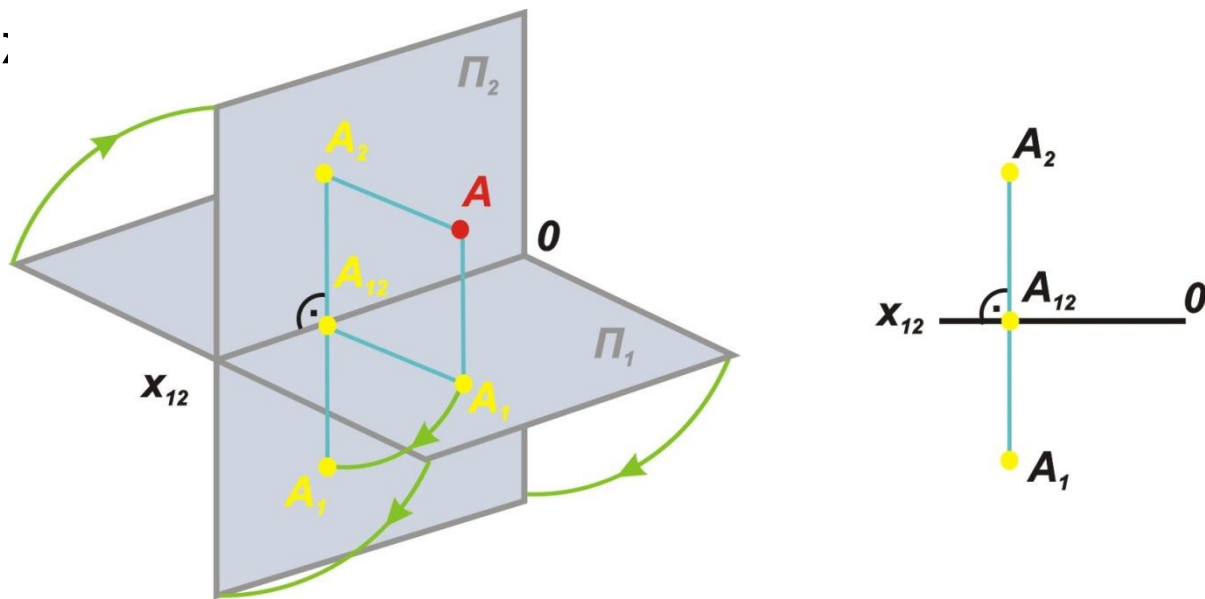


Эпюр Монжа

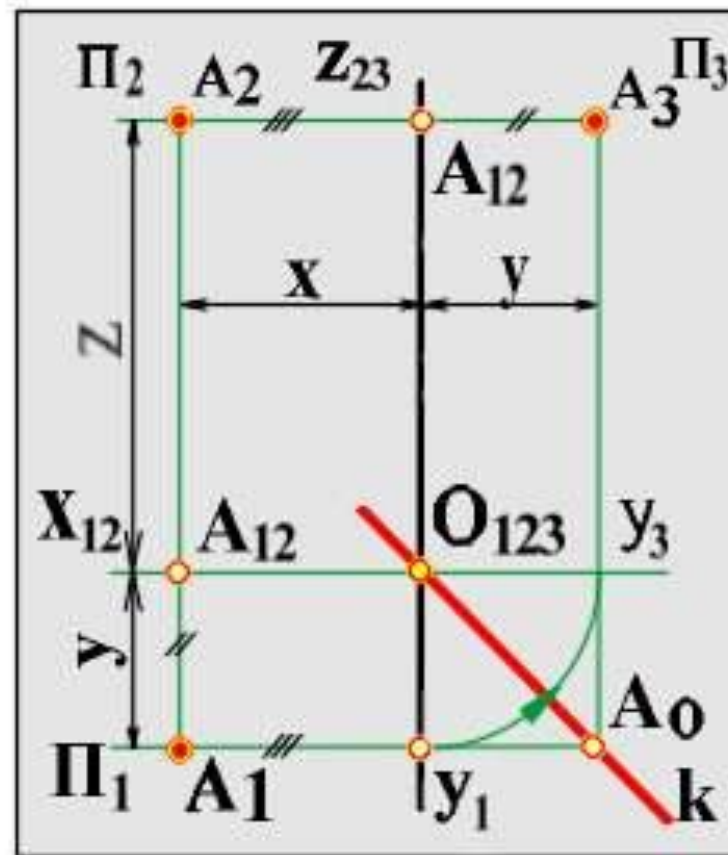
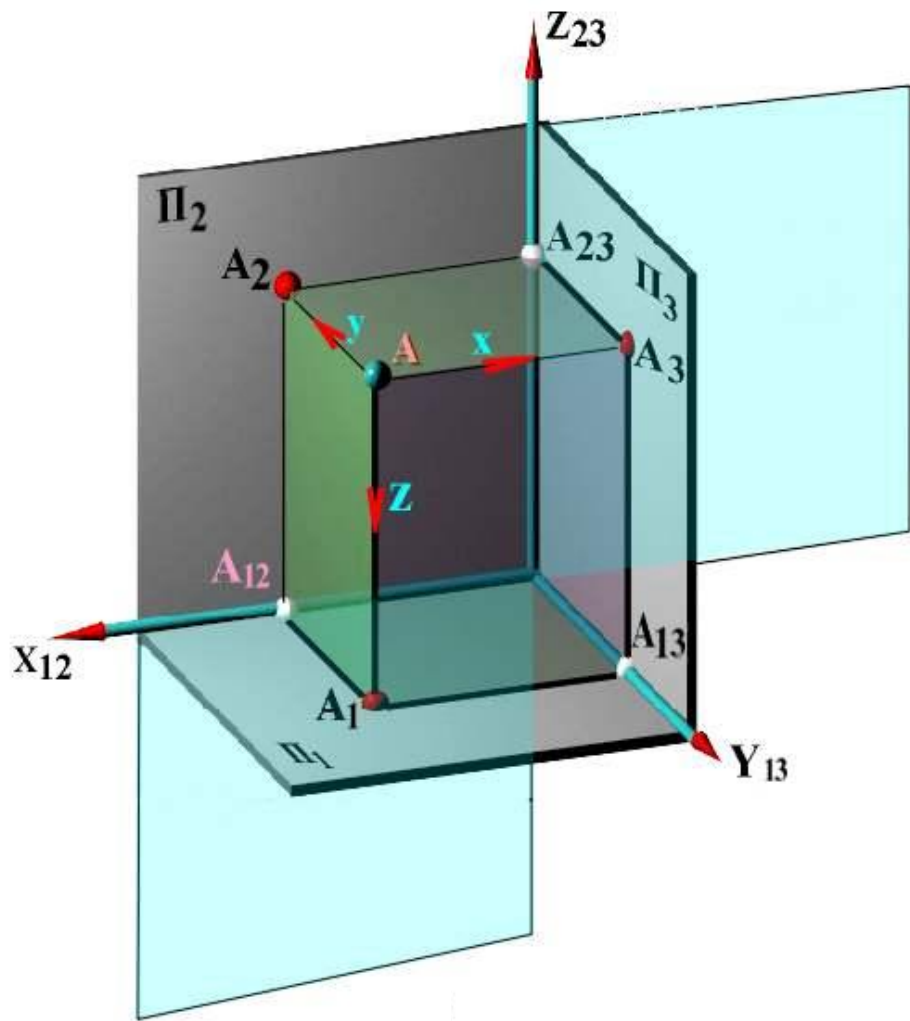
# Эпюр Монжа

- Чертеж, состоящий из нескольких (минимум двух) связанных между собой проекций изображаемой фигуры, называется *комплексным чертежом*. Метод комплексного чертежа в прямоугольных проекциях называется *методом Монжа*.
- Метод прямоугольного (ортогонального) проецирования на две плоскости проекций был впервые в 1799 г. научно изложен французским ученым Гаспаром Монжем. Чертежи, построенные по этому методу, называют чертежами Монжа или *эпюрами Монжа* (Эпюр - от французского глагола ***epurer*** - улучшать, исправлять рисунок).

- Ортогональное параллельное проецирование геометрической фигуры последовательно осуществляется на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций ( $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ ). После построения изображений эти плоскости проекций с целью получения плоского чертежа совмещают друг с другом. При этом, плоскость  $\Pi_2$  принимается за плоскость чертежа, а плоскость  $\Pi_1$  поворачивают вокруг оси  $x_{12}$ , по направлению часовой стрелки до совмещения ее с плоскостью чертежа. После совмещения плоскости не обозначают, а границы их не изображают:

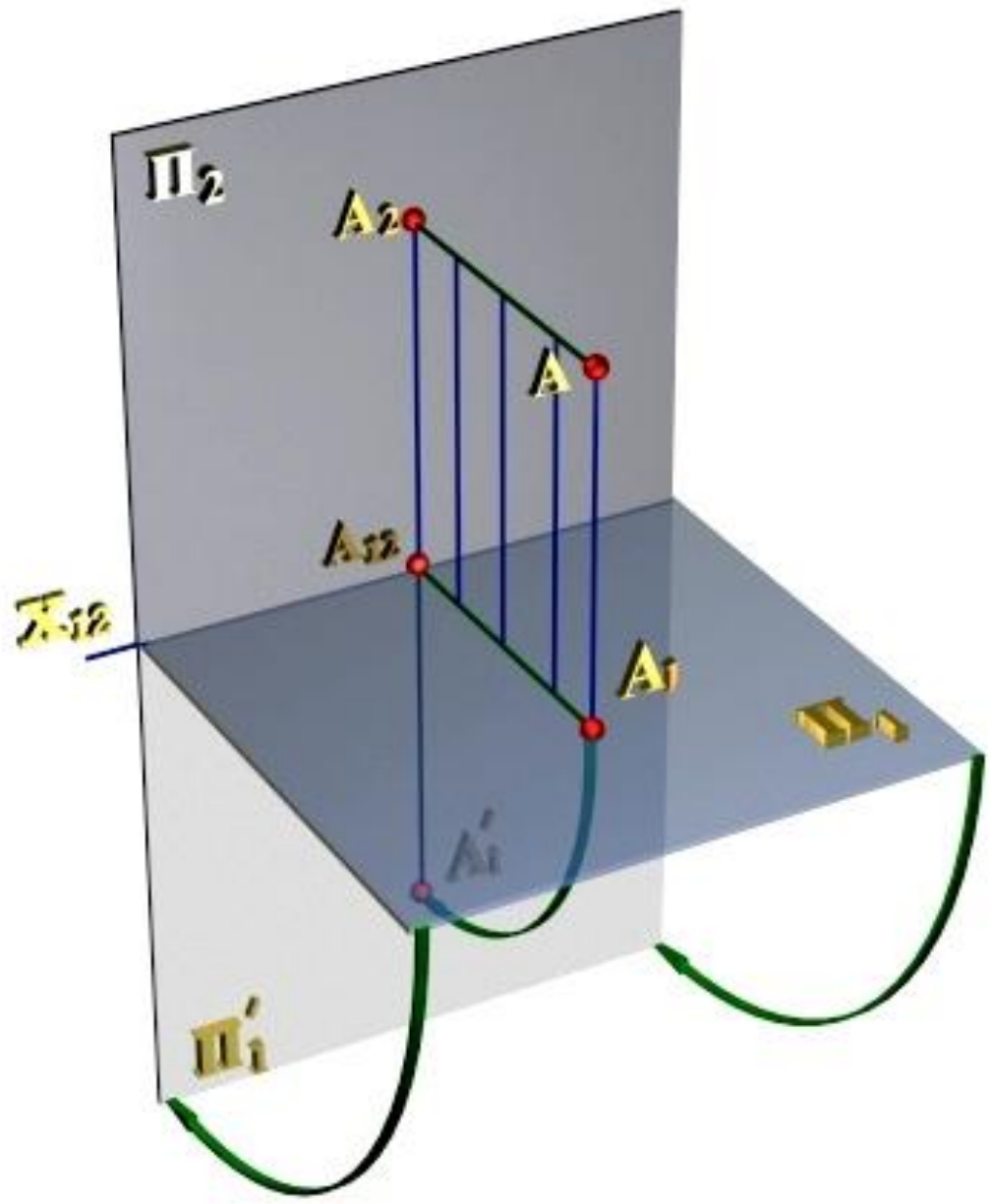


# Эпюр Монжа

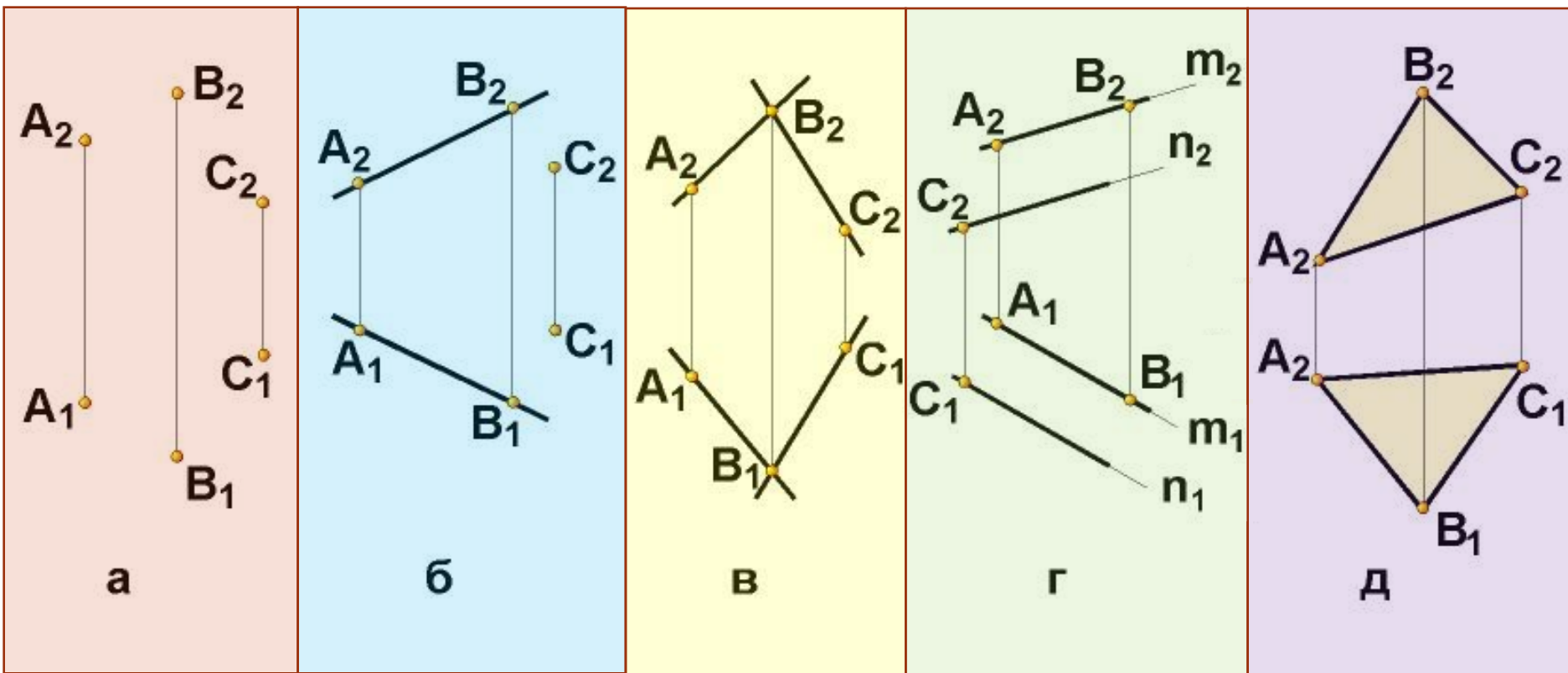


$\Pi_2$   
 $\Pi_1$

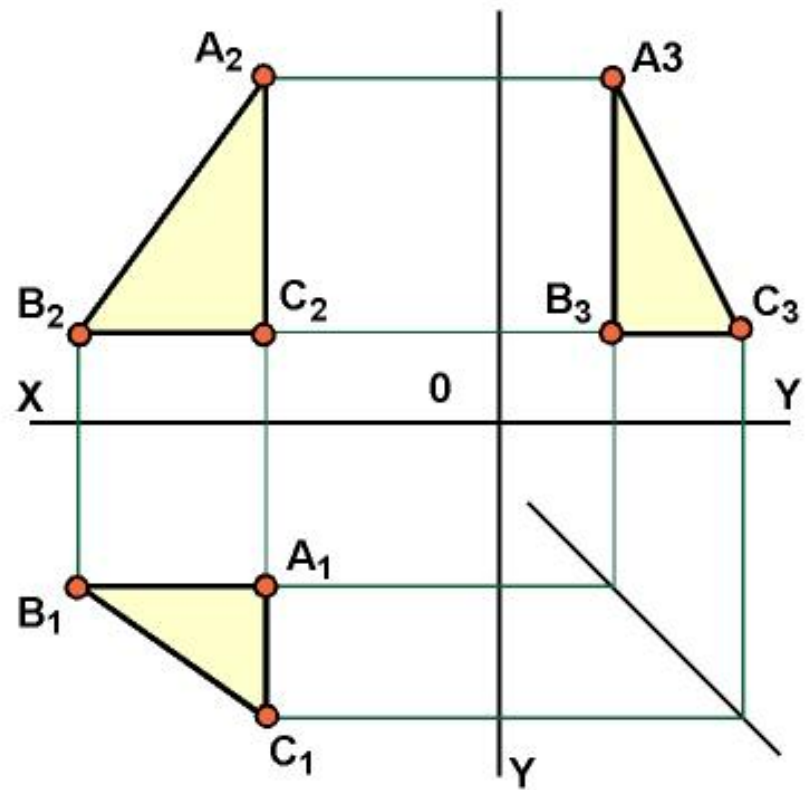
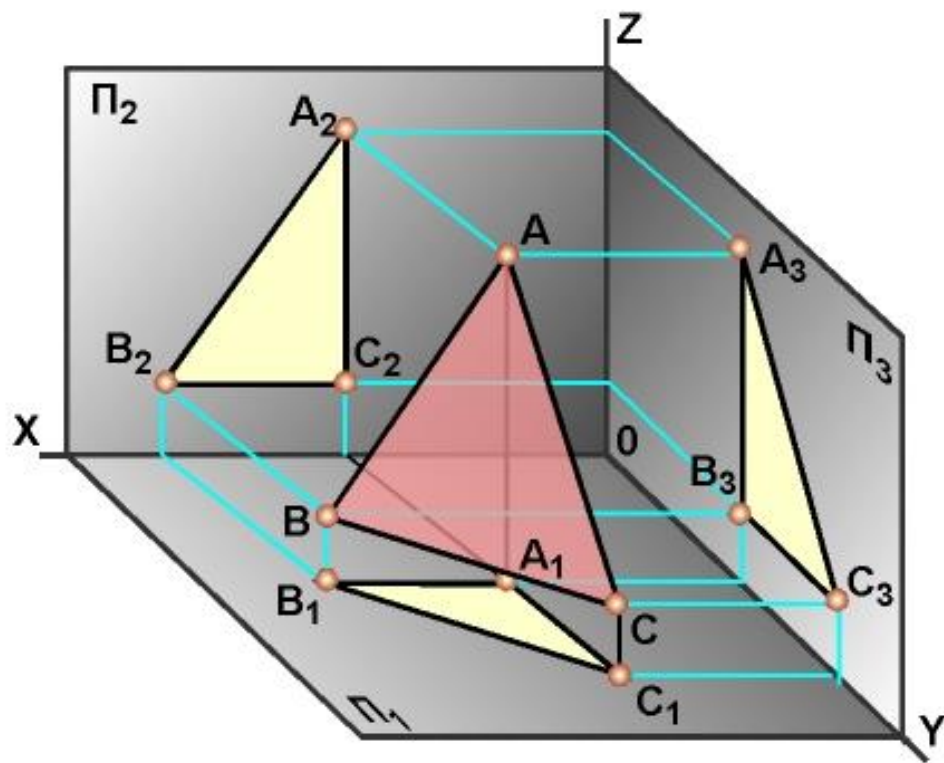
$A_1, A_2$   
 $A_1 A_2 \perp X_{12}$

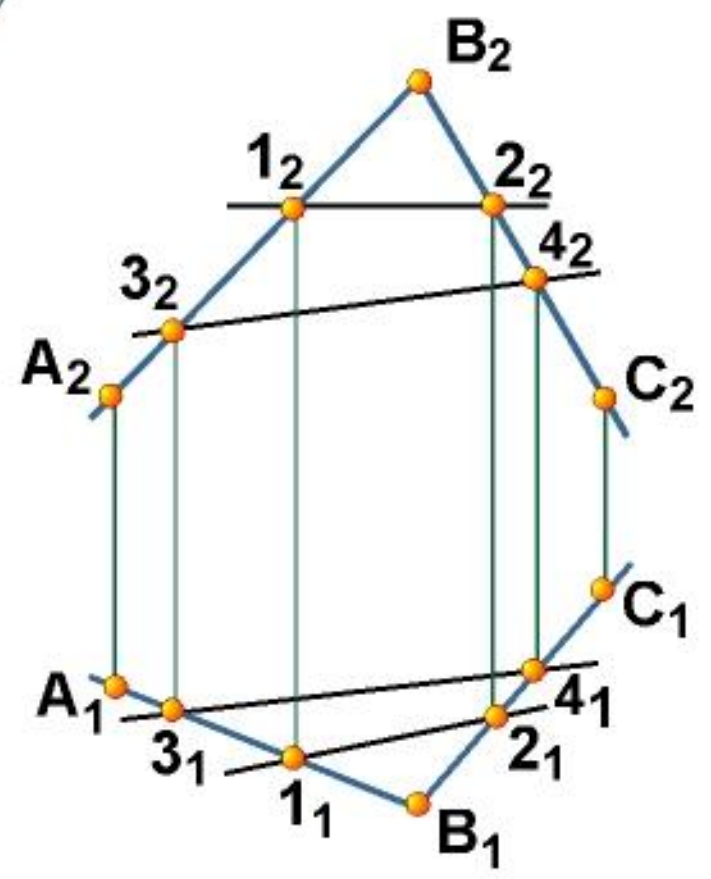
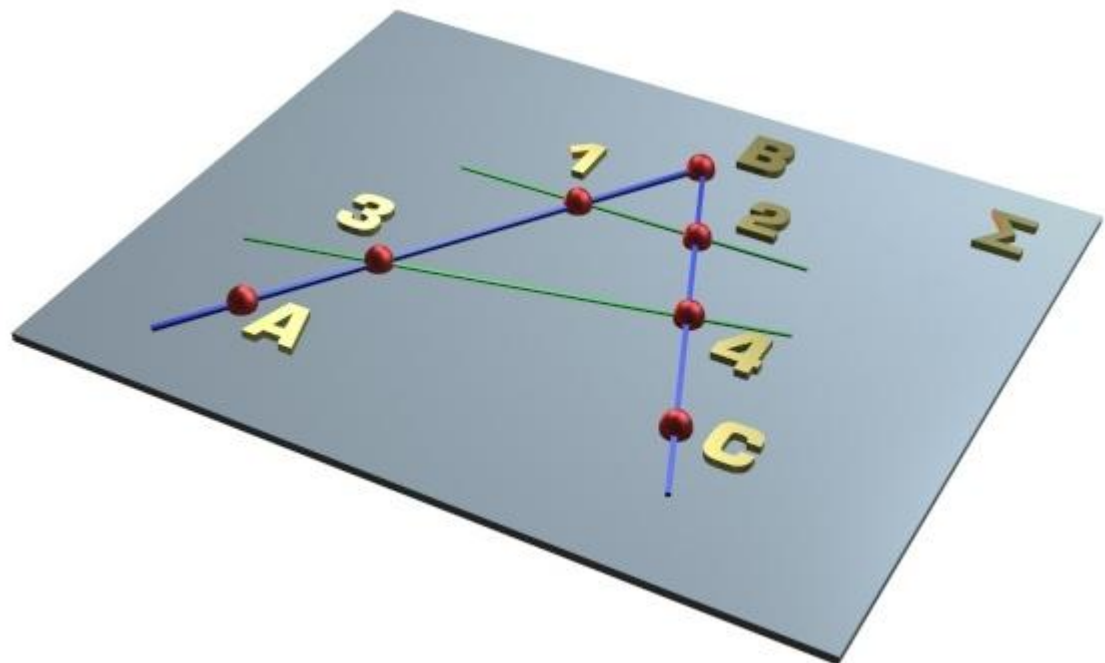


# Способы задания плоскости на эюре Монжа



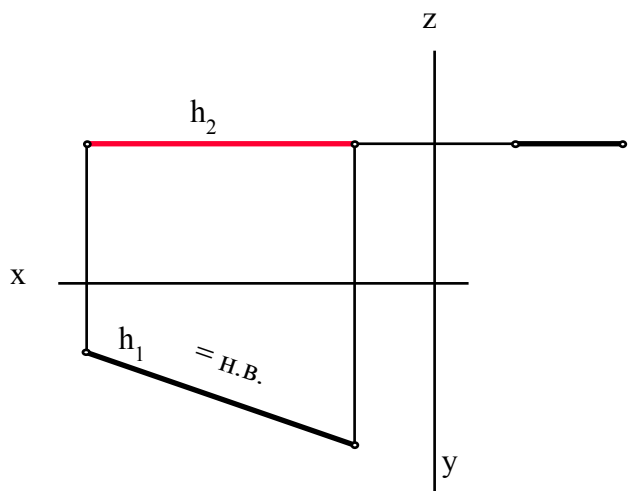
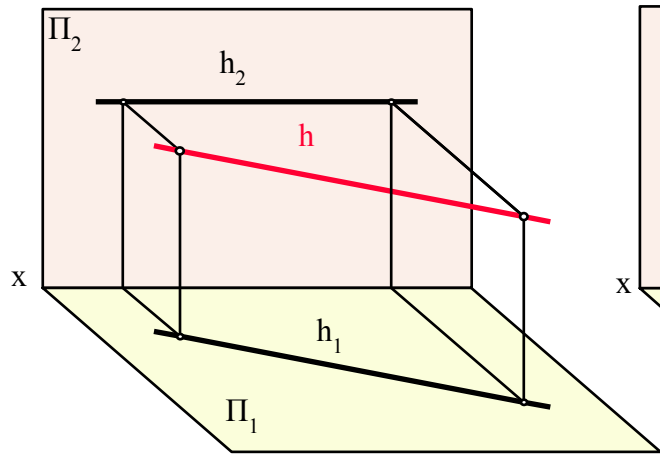




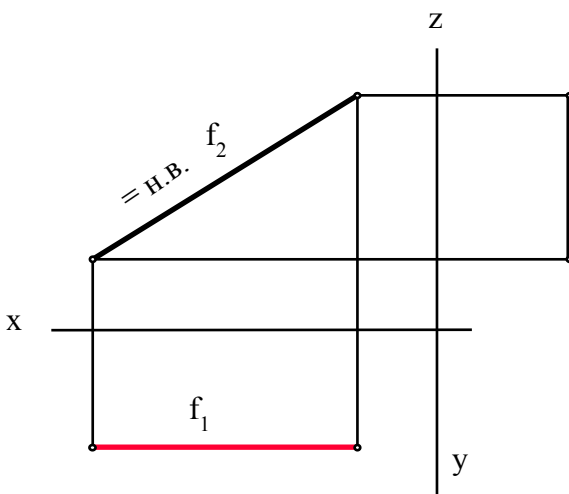
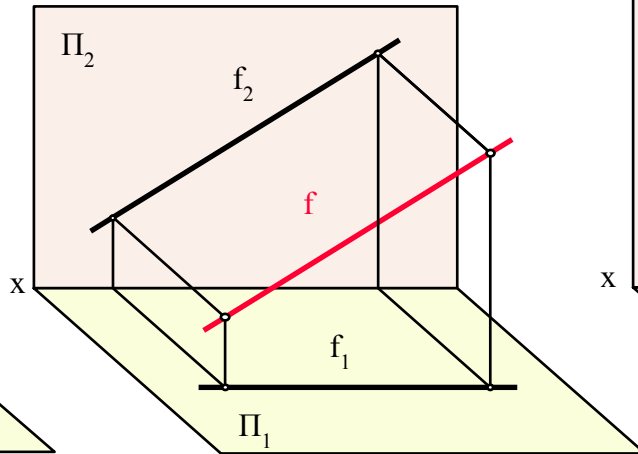


# Частные случаи расположения прямой

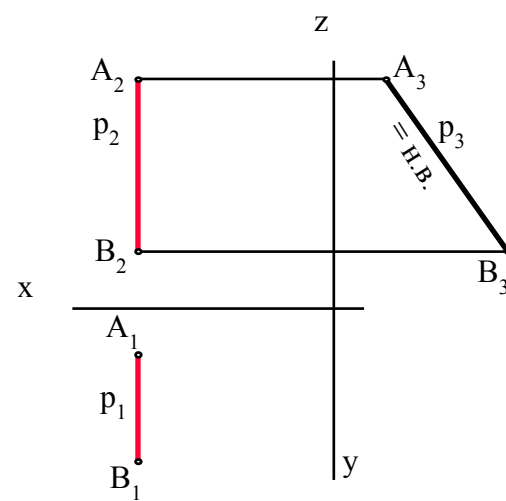
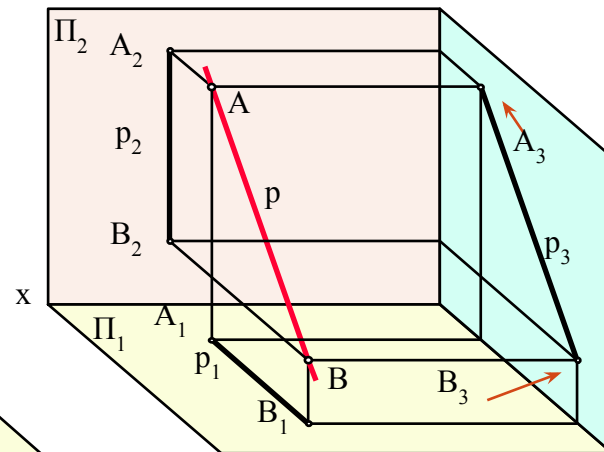
# Горизонталь



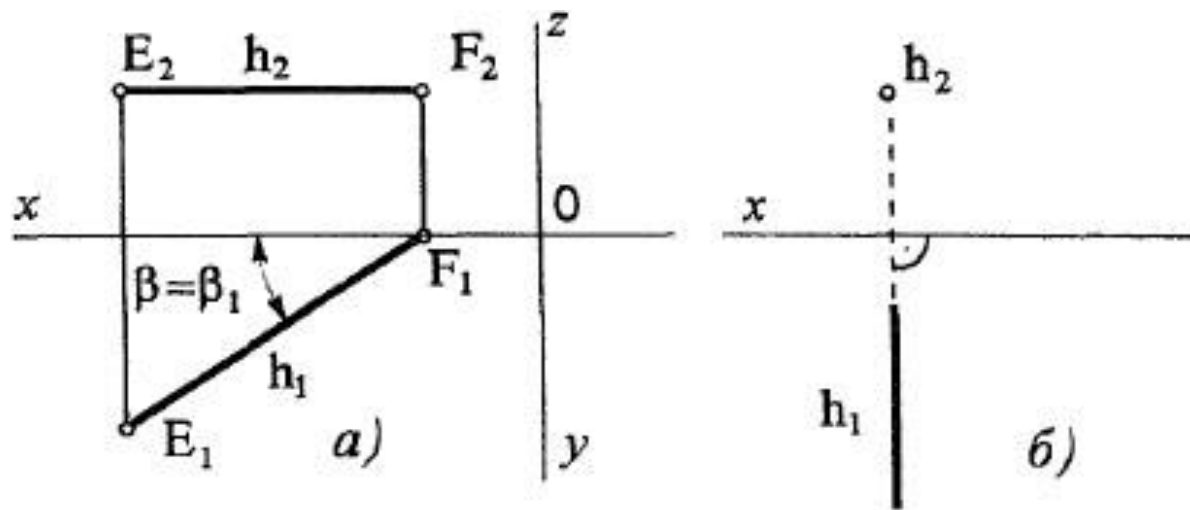
# Фронталь



# Профильная прямая



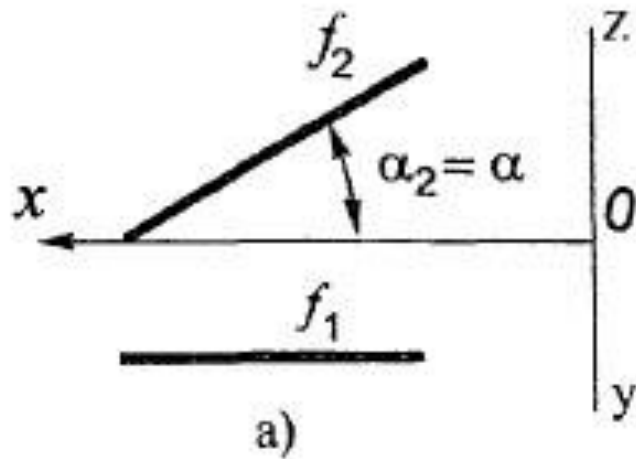
**Горизонталь** – прямая параллельная горизонтальной плоскости проекций –  $h(h_1, h_2)$ .



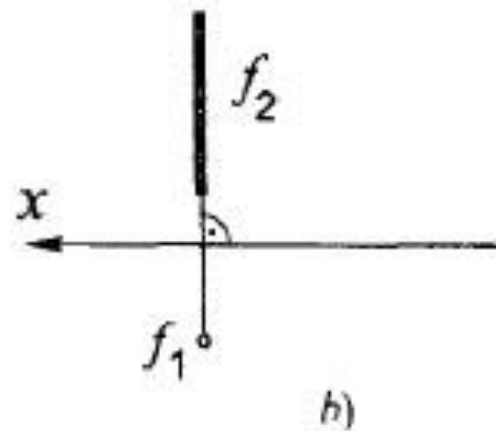
а)  $\beta = \Pi_2 \hat{h}$   
 $E_1 F_1 = \text{н.в. } EF$

б)  $h \perp \Pi_2$   
 $h_1 \perp x$ ;  $h_2$  - точка .

**Фронталь** – прямая параллельная фронтальной плоскости проекций –  $f(f_1, f_2)$ .

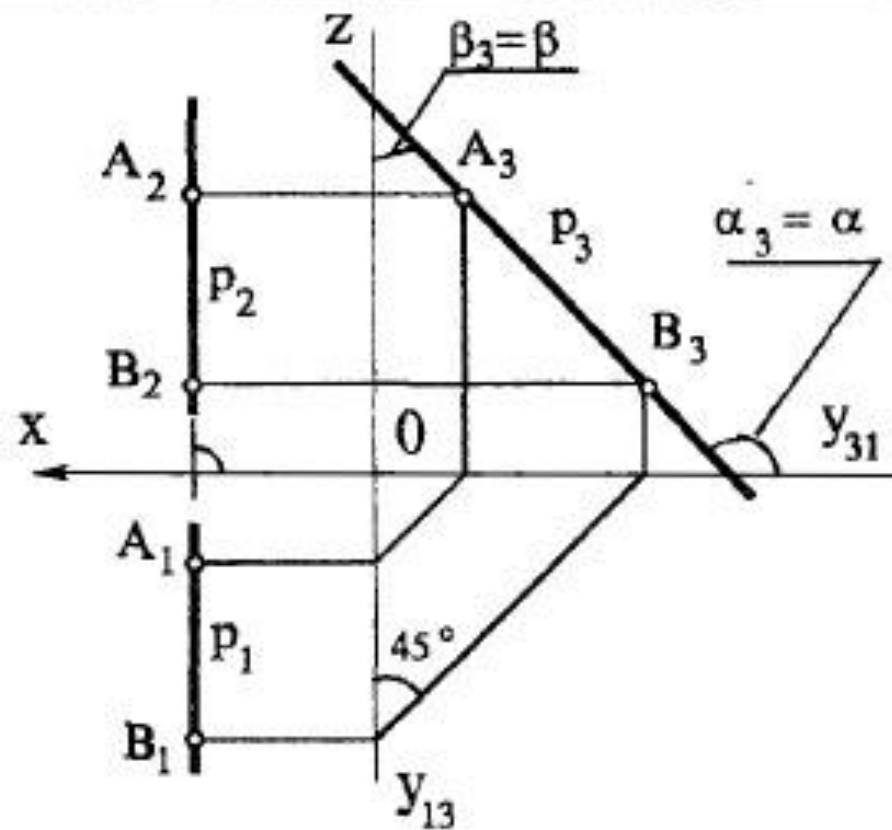


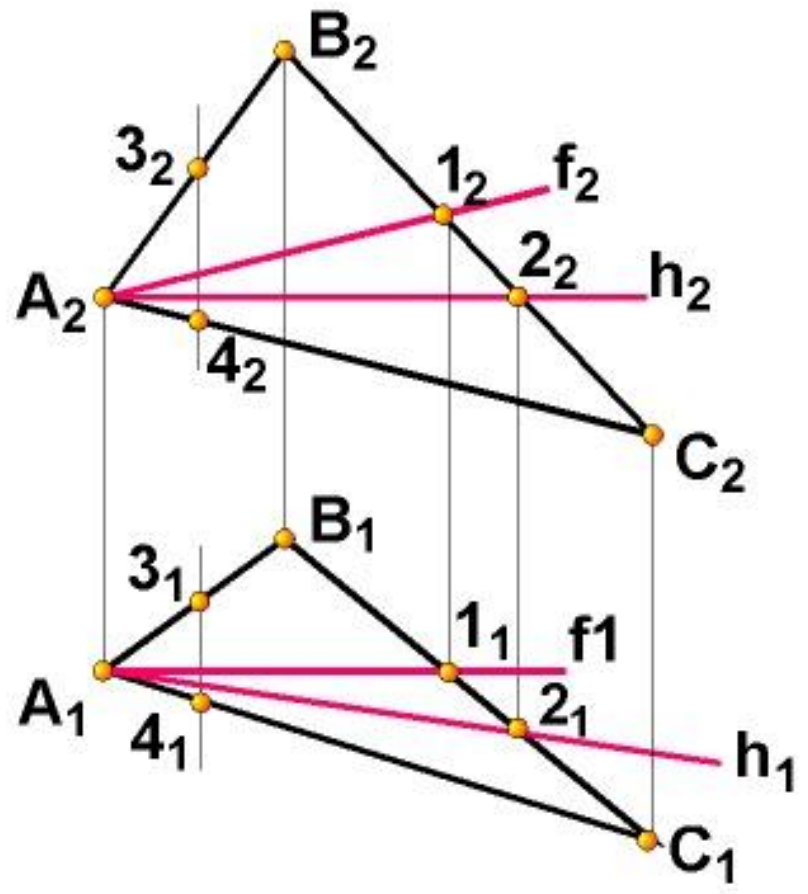
a)  $\alpha = f \wedge \Pi_1$ ;  
 $f_2$  - н.в. фронтали



b)  $f \perp \Pi_1 \Rightarrow f_2 \perp x$ ;  $f_1$  - точка .

**Профильная прямая** – прямая параллельная профильной плоскости проекций –  $p(p_1, p_2)$ .







# Плоскость

**Плоскость** является простейшей поверхностью.

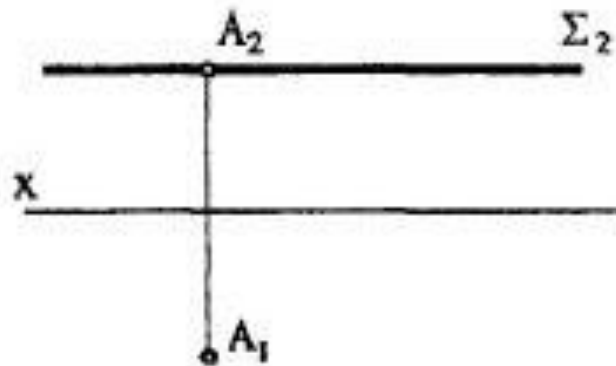
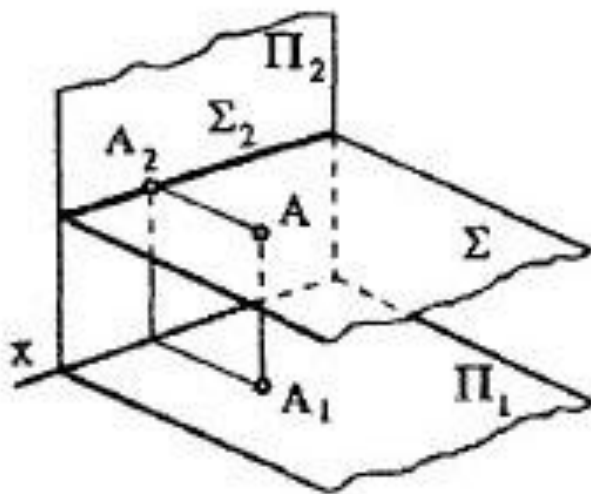
На эюре плоскость общего положения обычно задается парами проекций трех ее точек или любой фигурой, которая построена на этих точках (пара прямых, треугольник, окружность, квадрат и т.п.).

***Частные случаи расположения плоскости:***

- а) параллельное к плоскости проекций;
- б) перпендикулярное к плоскости проекций.

**Плоскость уровня.** Плоскость параллельная плоскости проекции называется плоскостью уровня.

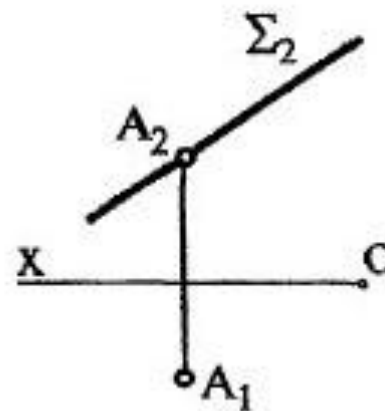
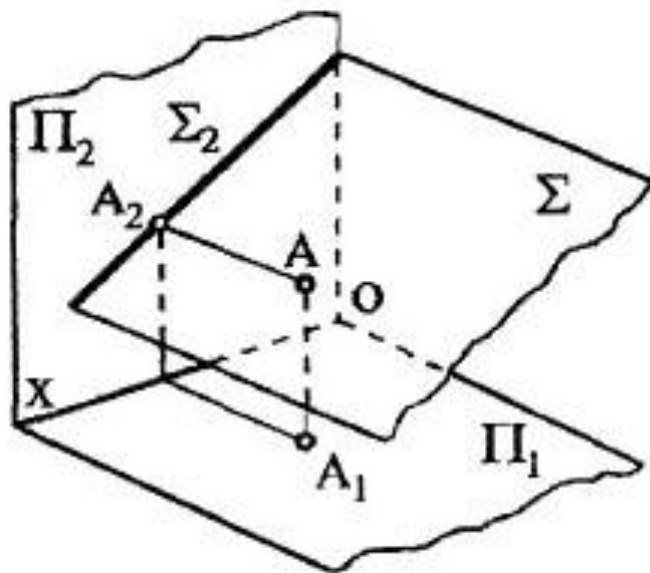
Плоскость параллельная горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$  называется *горизонтальной плоскостью*, а плоскость параллельная  $\Pi_2$  – *фронтальной*.



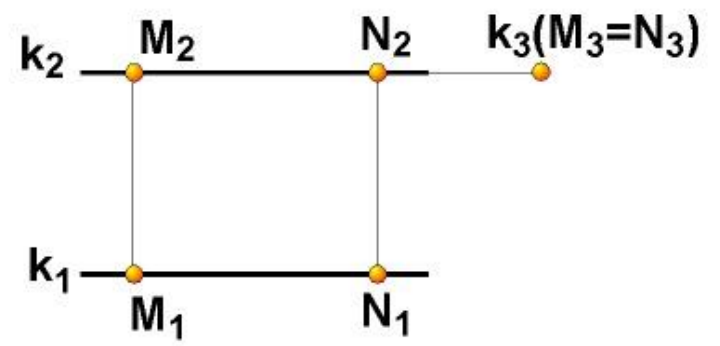
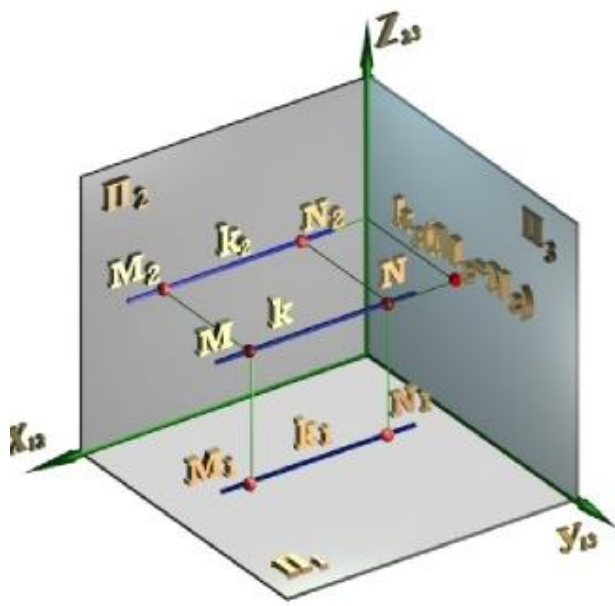
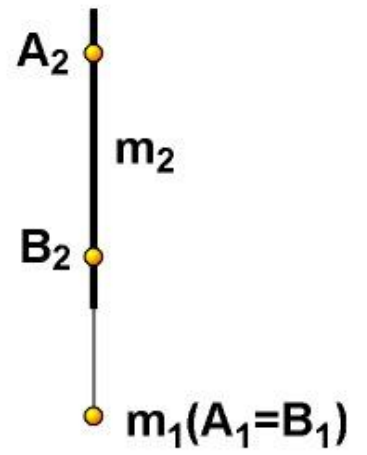
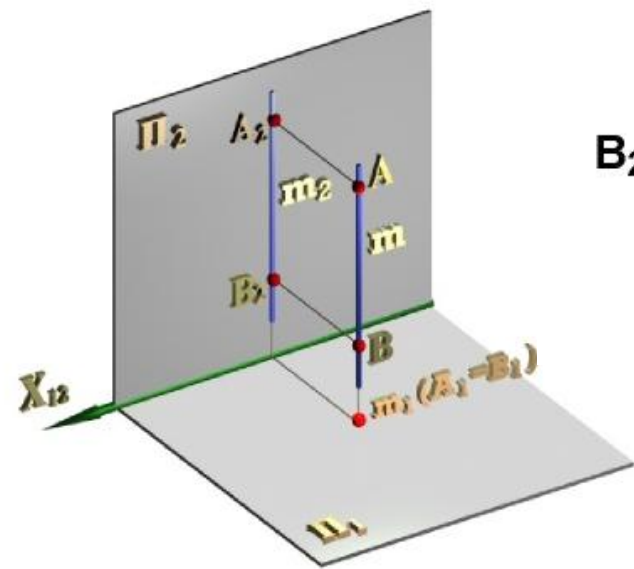
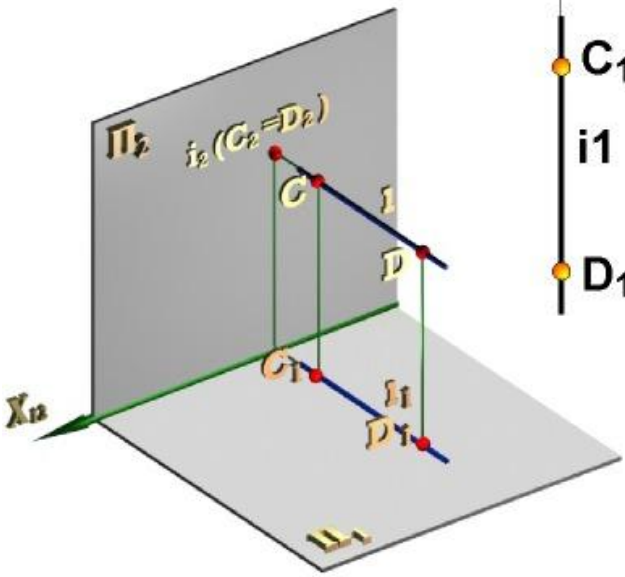
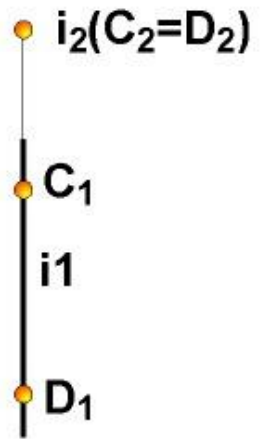
**Проецирующие плоскости.** Плоскость, перпендикулярная к плоскости проекций называется проецирующей, при этом различают:

- горизонтально-проецирующую плоскость
- фронтально-проецирующую плоскость.

На рисунке представлена фронтально-проецирующая плоскость, содержащая в себе точку  $A$  (справа - на эюре Монжа).



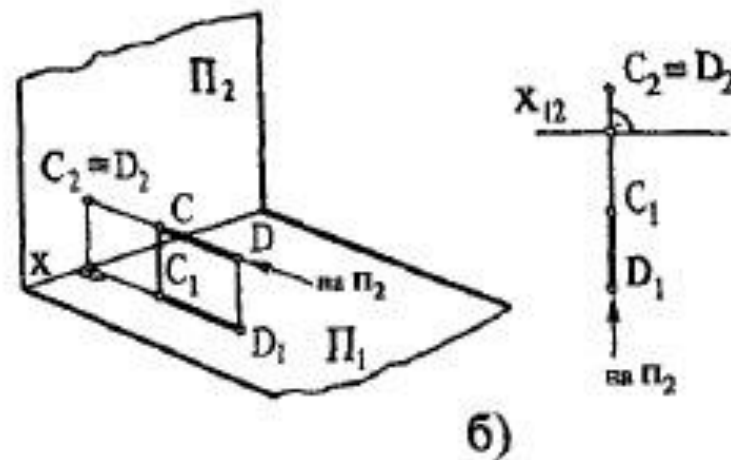
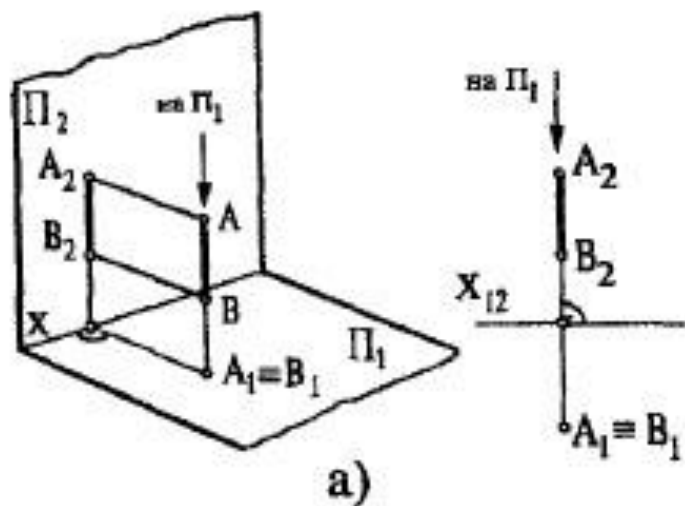
# Конкурирующие точки



При решении позиционных задач возникает необходимость определения видимых и невидимых участков геометрических фигур.

Определение видимых и невидимых участков на эюре Монжа производится отдельно на плоскости проекций  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , с помощью так называемых конкурирующих точек.

**"Конкурирующими точками"** называются точки, которые принадлежат разным геометрическим фигурам, но одному проецирующему лучу. На одной из плоскостей проекций их изображения совпадают, а на другой плоскости проекций - не совпадают.

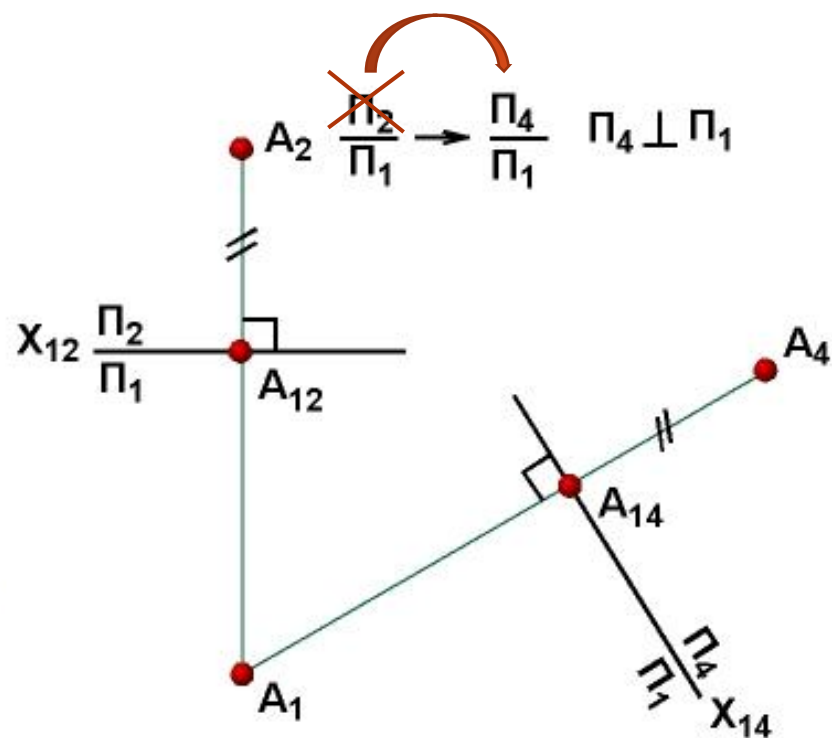
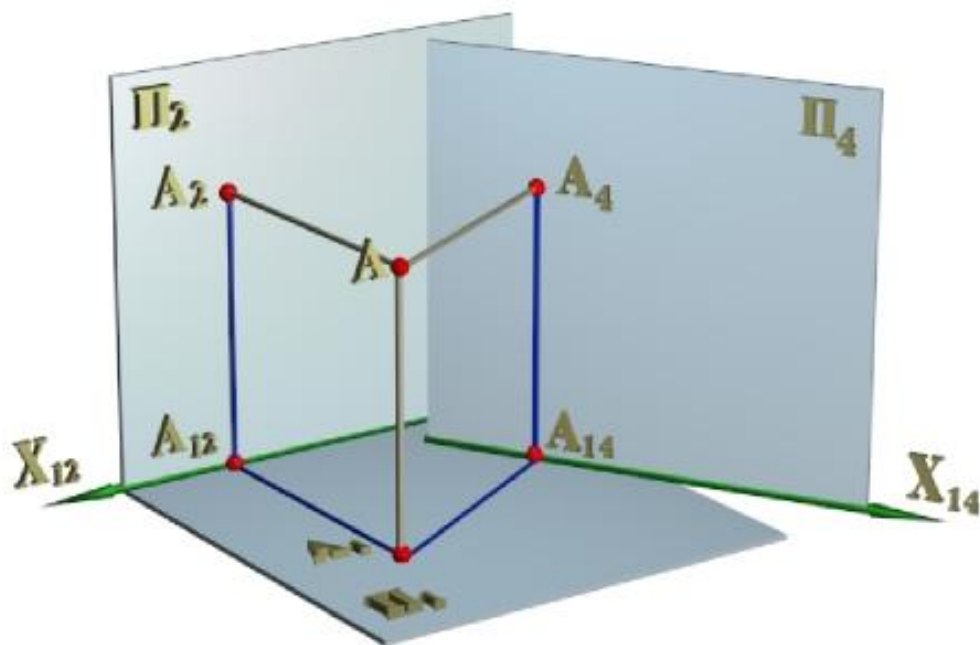


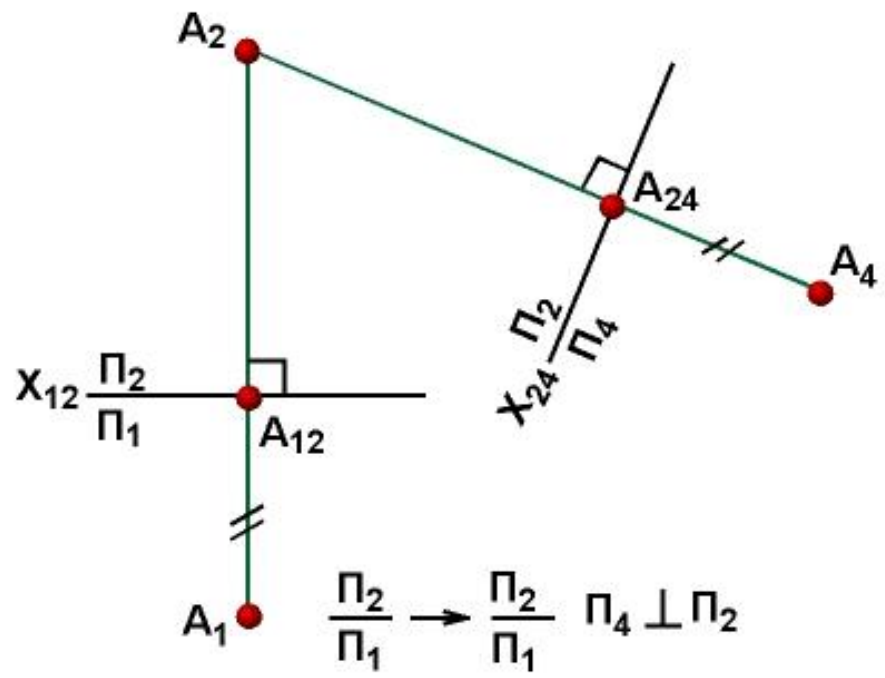
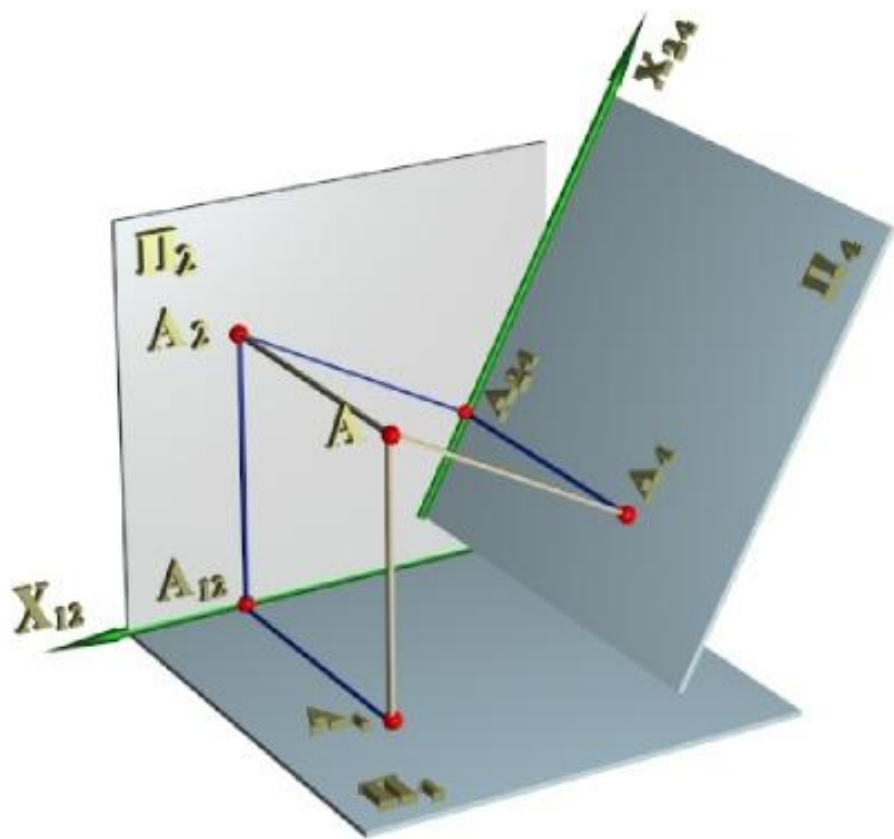
# Способ замены плоскостей проекций



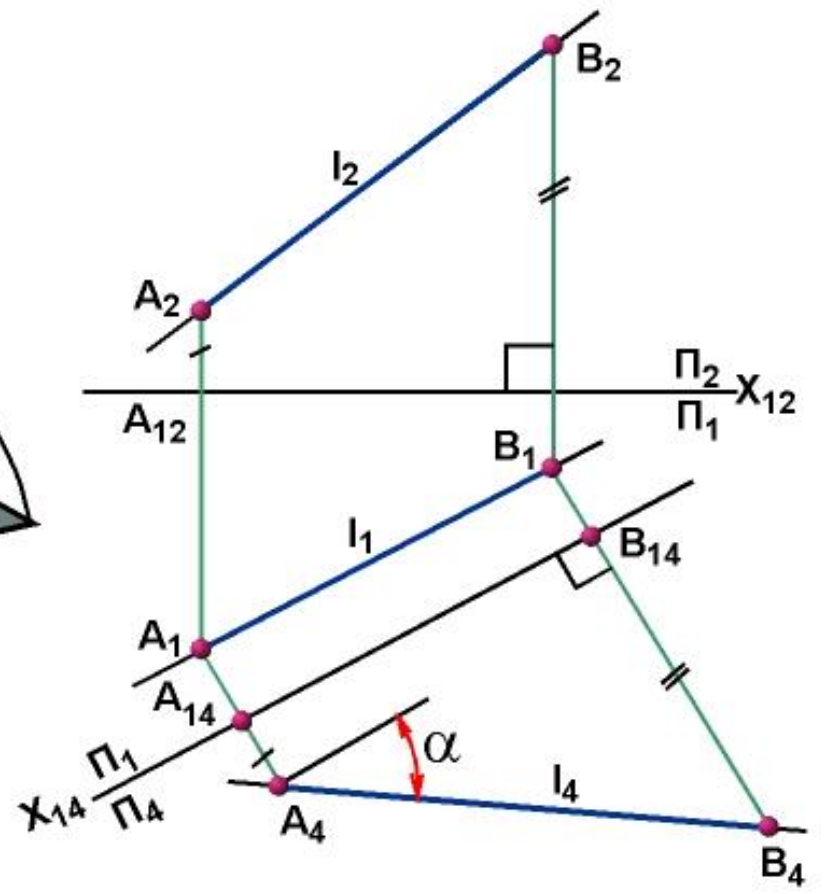
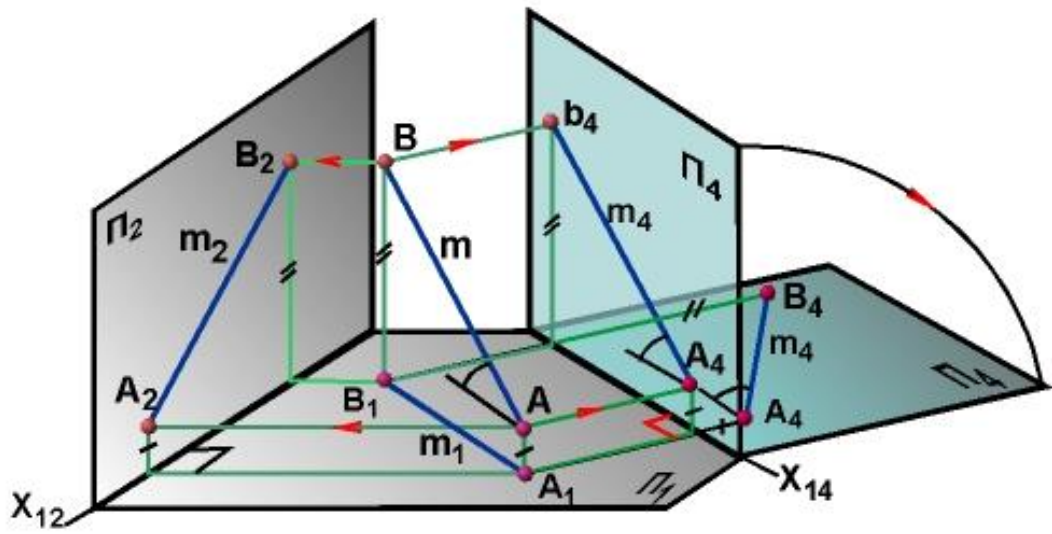
Изменение взаимного положения проецируемой фигуры и плоскостей проекций достигается путем перехода от исходных плоскостей проекций к новым.

При этом проецируемые геометрические фигуры не меняют своего положения в пространстве, а новая плоскость проекций выбирается перпендикулярно к одной из старых.



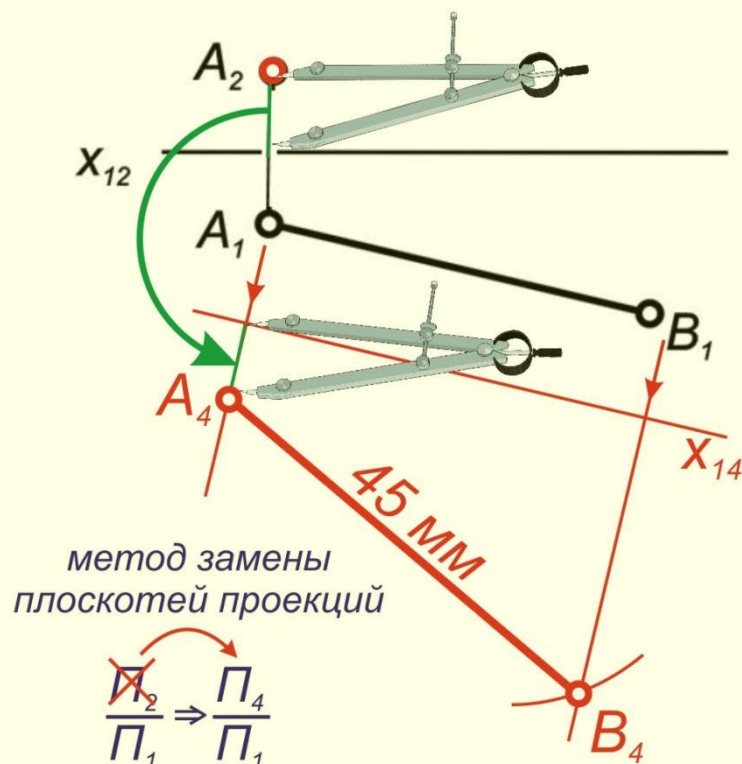


$$\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \quad \Pi_4 \perp \Pi_2$$



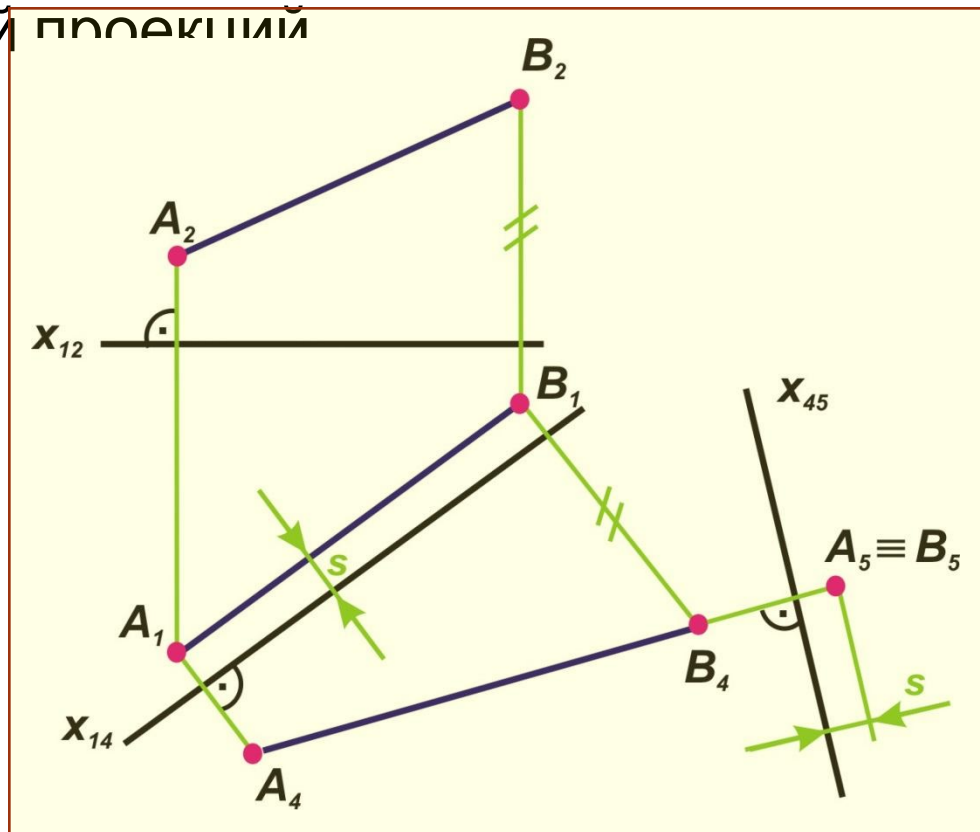
1. Новая плоскость проекций всегда перпендикулярна к одной из старых плоскостей проекций.
2. Новая линия связи всегда перпендикулярна к новой оси проекций.
3. Координатные отрезки на новой плоскости проекций равны координатным отрезкам той плоскости старой системы плоскостей проекций, которая после текущего преобразования чертежа не входит в новую систему плоскостей проекций.

7. Построить фронтальную проекцию отрезка  $AB$ , длина которого 45 мм.



Часто требуется выполнить последовательно несколько замен плоскостей проекций

На рисунке показаны 2 замены плоскостей проекций, позволяющие превратить прямую общего положения в проецирующую прямую.



В символической записи эти два преобразования можно записать:

$$1) \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \Rightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_1} \Rightarrow x_{12} // A_1B_1 \Rightarrow A_4B_4 = \text{н.с. } AB;$$

$$2) \frac{\Pi_4}{\Pi_1} \Rightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_5} \Rightarrow x_{14} \perp A_4B_4 \Rightarrow A_5B_5 - \text{точка.}$$

## ИСТОЧНИКИ:

- Ли В.Г., Калашникова Т.Г. Начертательная геометрия: Рабочая тетрадь для практических занятий по инженерно-графическим дисциплинам. – Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2013. – 36 с.
- Иллюстрации: Калашникова Т.Г., Ли В.Г.

## Рекомендуемая литература:

- Материалы дисциплины опубликованы на Цифровом кампусе ТТИ ЮФУ <http://incampus.ru/campus.aspx?id=9768998>
- Вареца В.П. Проекционное моделирование в инженерной графике: Учебное пособие. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2001.
- №871. Утишев Е.Г. Методические указания к домашней работе № 1 "Позиционные и метрические задачи по начертательной геометрии". Таганрог: ТРТУ. 1999.