

Поверхности

Основные понятия и определения



Калашникова Татьяна Григорьевна

к.т.н., доцент кафедры ИГиКД ТТИ ЮФУ,
член-корр. Академии информатизации образования

<http://incampus.ru/campus.aspx?id=9768998>

http://egf.tti.sfedu.ru/departments/graphics/staff/staff_56.html

Поверхности

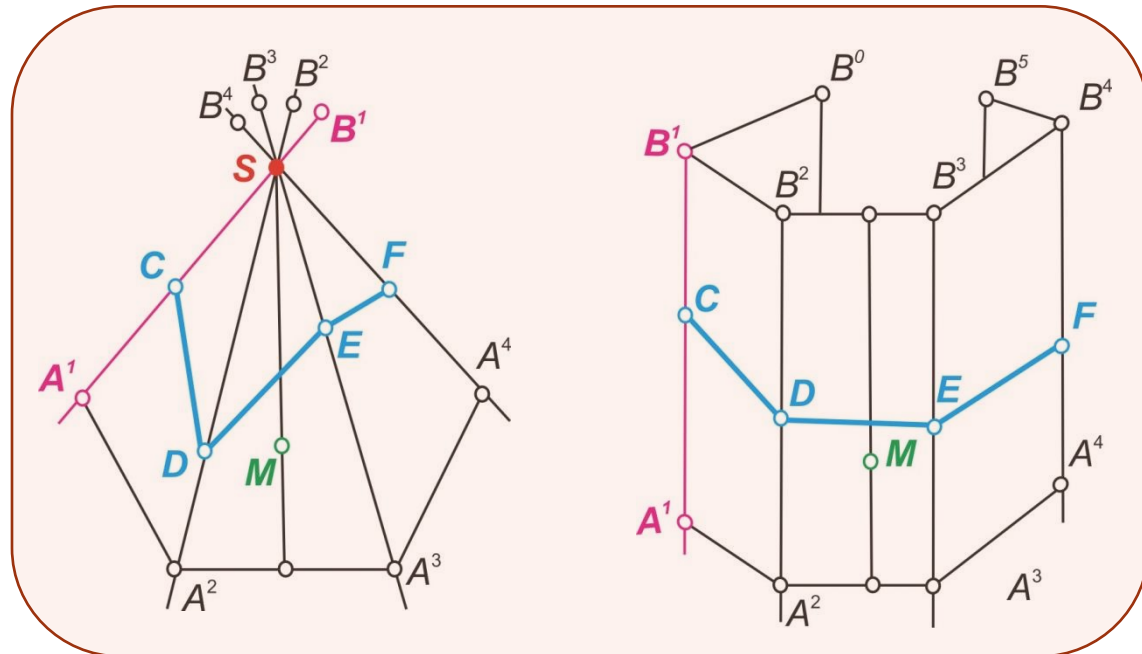
Основные понятия и определения

В начертательной геометрии геометрические фигуры, включая и поверхности, задаются графически.

Поверхность - совокупность всех последовательных положений некоторой линии, перемещающейся в пространстве по определенному закону.

- При этом, в процессе образования поверхности линия может оставаться неизменной или менять свою форму. Данная подвижная линия называется образующей поверхности.
- Неподвижные линии и поверхности, также участвующие в образовании данной поверхности, называются направляющими.

Указанный способ образования поверхности называется кинематическим.



Поверхности *по виду образующей* можно разделить на:

- **линейчатые**, у которых образующая - прямая линия, и
- **нелинейчатые**, у которых образующая - кривая линия.

Все линейчатые поверхности в свою очередь делятся на два вида:

- **развертываемые поверхности** - поверхности, которые без разрывов и складок можно развернуть на плоскость.

К ним относятся: конические, цилиндрические поверхности и поверхности с ребром возврата (торсы). У р. поверхностей бесконечно малую часть поверхности, ограниченную смежными образующими, можно совместить с плоскостью.

- **неразвертываемые (косые) поверхности** - это такие поверхности, которые не могут быть развернуты на плоскость. У таких поверхностей две смежные образующие скрещиваются, а скрещивающиеся прямые не определяют одну плоскость.

Существуют и другие способы задания поверхностей.
Широкое распространение получили **каркасные поверхности** и **обводы**.

Поверхности, **заданные каркасом**, также делятся на два подкласса:

- заданные **каркасом из линий**
- заданные **каркасом из точек**.

● **Каркас** - это упорядоченное множество точек или линий, принадлежащих поверхности. При этом точки или линии выбирают так, чтобы они давали возможность с достаточной степенью точности определять форму поверхности и решать на ней различные задачи.

● **Обвод поверхности** - совокупность поверхностей, которые соприкасаются или пересекаются между собой (обводы летательных аппаратов, кузовов автомобиля и т. п.).

Задание на чертеже гранных поверхностей

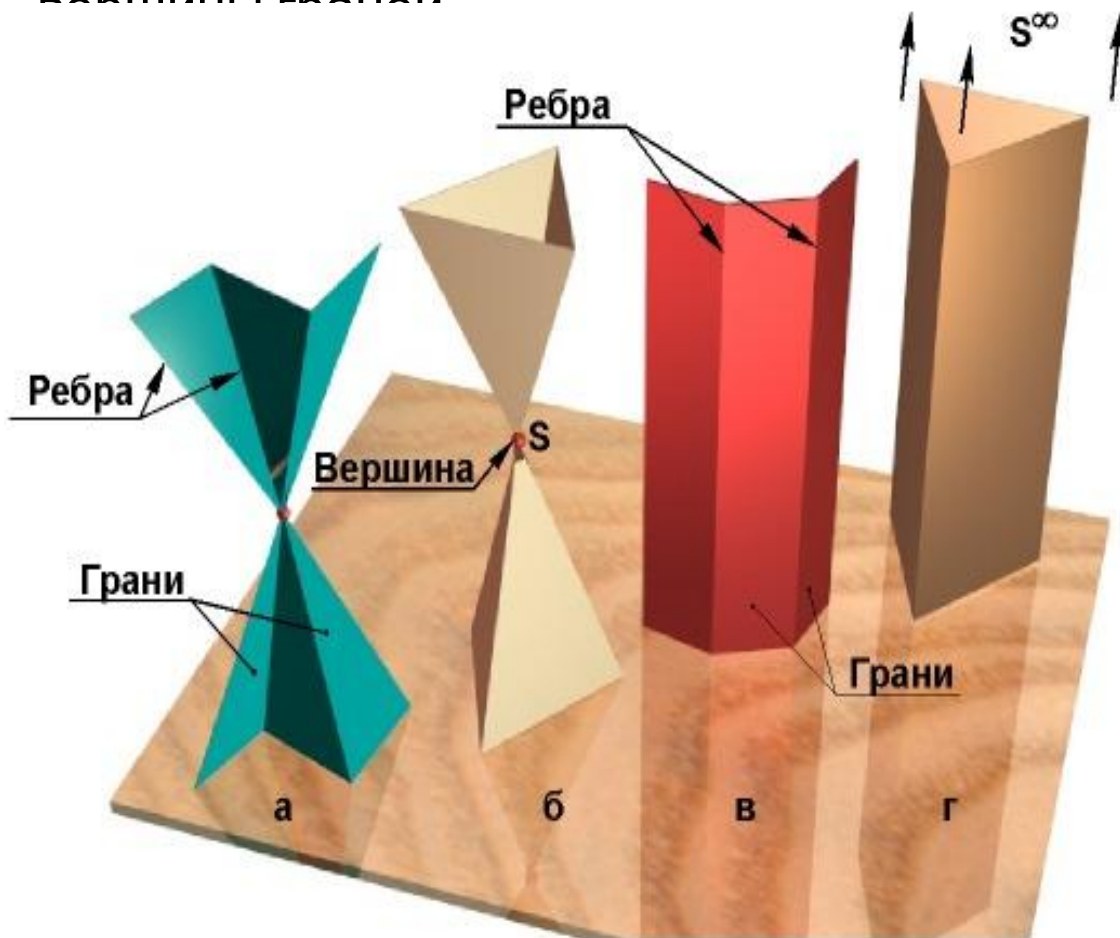
Многогранником называют тело, ограниченное плоскими многоугольниками.

- **Грани** - многоугольники, ограничивающие многогранник.
- **Ребра** - стороны граней.
- **Вершины многогранника** - вершины граней.

Совокупность всех вершин и ребер многогранника называют его **сеткой**.

Построение проекций многогранника на чертеже сводится к построению проекций его сетки.

Однако такой способ задания многогранной поверхности не единственный.



Правильные выпуклые многогранники называют **телами Платона**.

У таких многогранников все ребра, грани, плоские двухгранные и пространственные углы равны между собой.

Вокруг них можно провести сферу

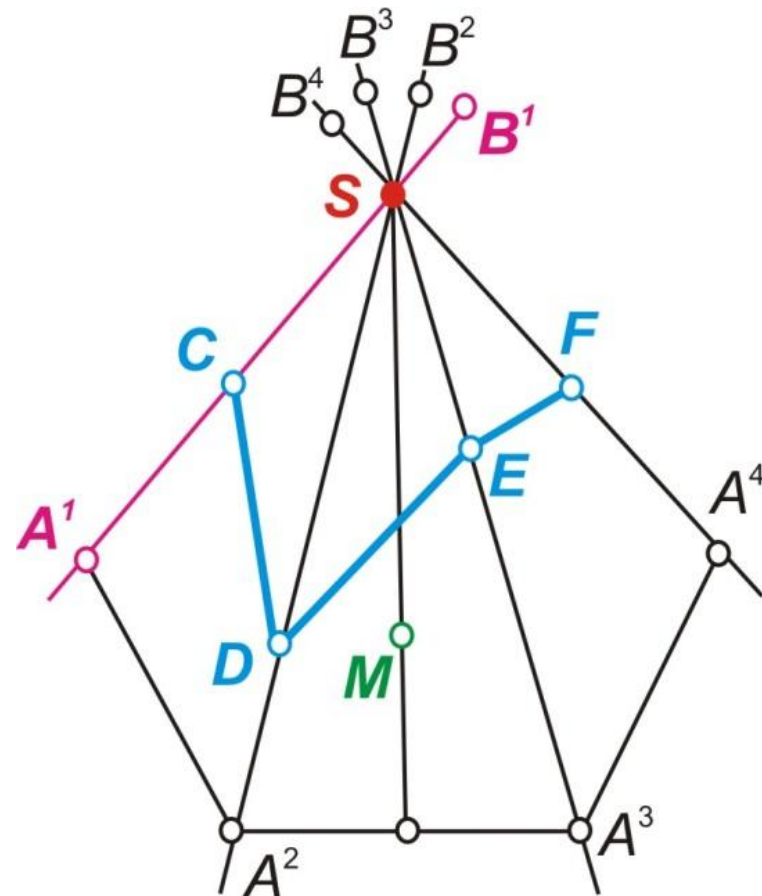


- **Пирамидальные поверхности** – образуются движением прямой **(AB)** – *образующей*, проходящей через неподвижную точку **S**, и скользящей по ломаной линии **CDEF** - *направляющей*. Точка **S** – *вершина* пирамидальной поверхности.

Часть пирамидальной поверхности, ограниченная вершиной и плоской фигурой (основанием), называется **пирамидой**.

Пирамида *правильная* –

- в основании правильный многоугольник,
- а его центр - основание высоты пирамиды.



● Призматические поверхности –

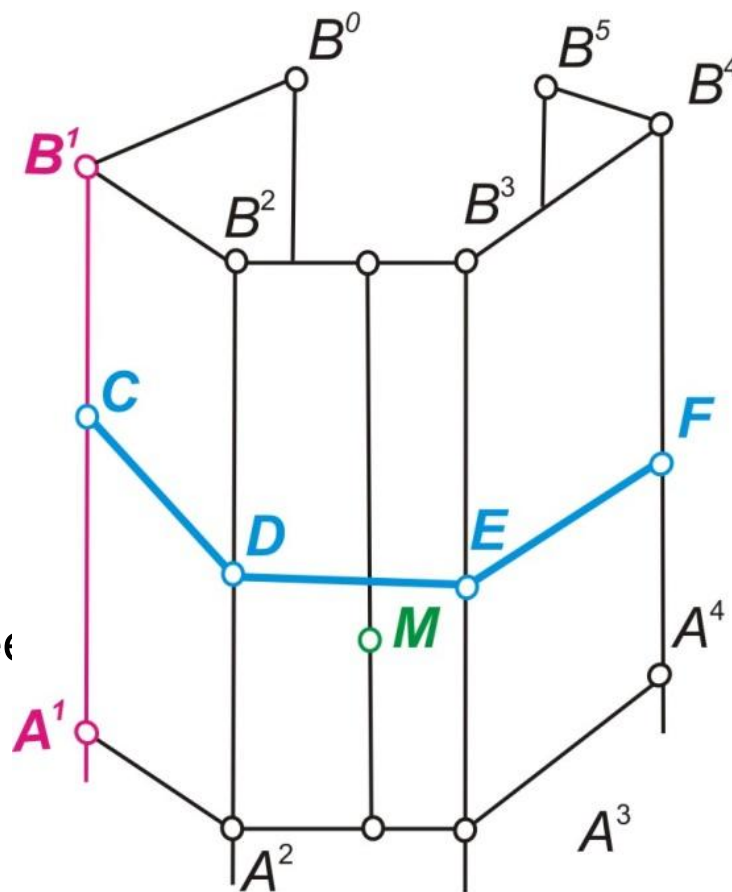
образуются движением *образующей* **AB** по *направляющей* ломаной **CDEF**, когда образующая **AB** перемещается *параллельно самой себе*.

Данную поверхность можно считать частным случаем пирамидальной поверхности, у которой вершина **S** удалена в бесконечность.

Часть призматической поверхности, ограниченная двумя основаниями, называется **призмой**.

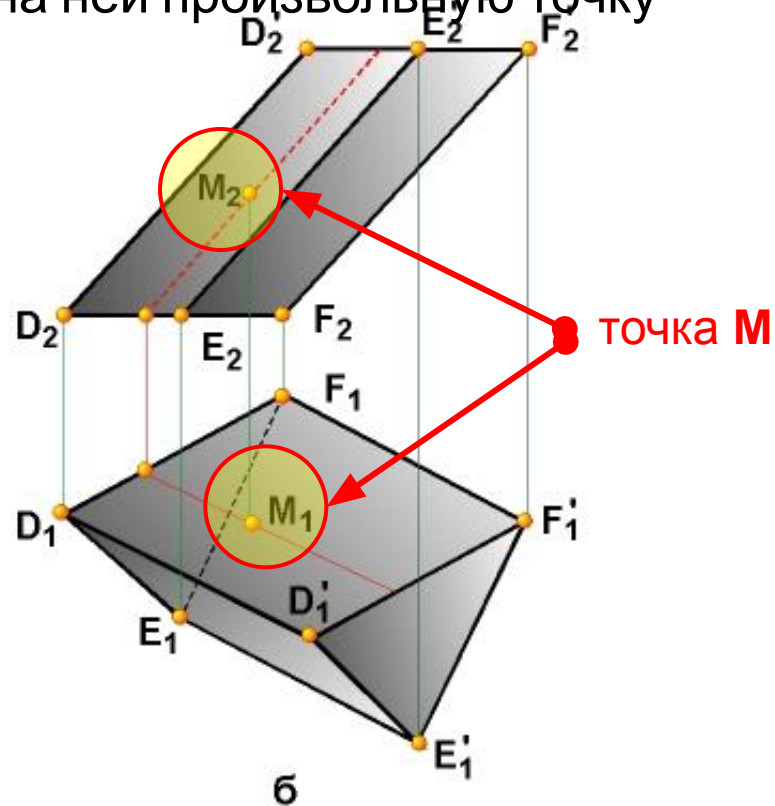
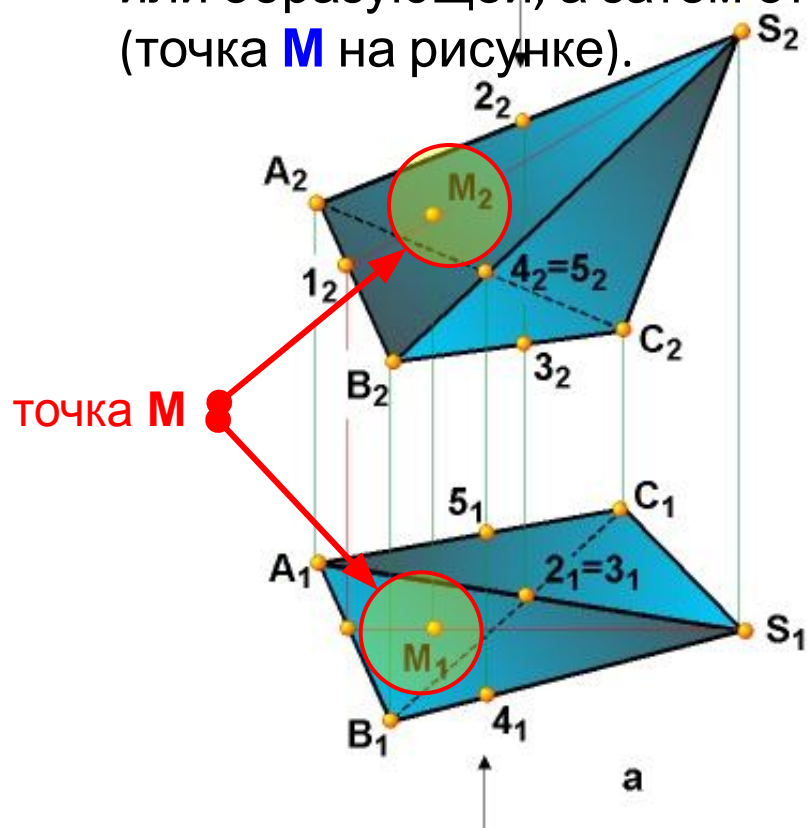
Призму называют *прямой*, если боковые ребра перпендикулярны основаниям, в противном случае ее называют *наклонной*.

Призма называется *правильной*, если в ее основании лежит правильный многоугольник. Если основания призмы не параллельны, то призму называют *усеченной*.



Чтобы **на поверхности взять точку**, необходимо:

- в случае *пирамидальной (или конической)* поверхности, сначала, провести вспомогательную прямую через вершину и точку основания, а затем отметить на ней произвольную точку (точка **M** на рисунке).
- в случае *призматической (или цилиндрической)* поверхности, сначала, провести вспомогательную прямую, параллельную ребру или образующей, а затем отметить на ней произвольную точку (точка **M** на рисунке).



Позиционные и метрические задачи для многогранников

При пересечении пространственных геометрических поверхностей плоскостью образуется **плоская фигура - сечение**.

В зависимости от вида пересекаемых поверхностей это может быть: **ломанная линия** (гранная поверхность) или **кривая линия** (кривая поверхность).

Построение фигуры сечения многогранника является одним из основных этапов при решении многих позиционных и метрических задач.

ГОСТ 2.305-68. СЕЧЕНИЕ *есть изображение фигуры, которая получается при мысленном рассечении предмета одной или несколькими плоскостями. На сечении показывается только то, что получается непосредственно в секущей плоскости.*

При выполнении чертежей согласно ГОСТов ЕСКД строят:

- 1) **наложенные сечения** (тип линий - тонкие, сплошные; толщина - $S/2$ или $S/3$),
- 2) **вынесенные сечения** (тип линий - сплошные, основные; толщина - S).

Фигура сечения **всегда штрихуется**. Штриховка выполняется параллельными линиями **под углом 45°** к линии контура изображения или к его оси, или к линиям рамки чертежа.

ПЛОСКОСТЬЮ

При пересечении многогранника плоскостью в сечении получается **плоский многоугольник**.

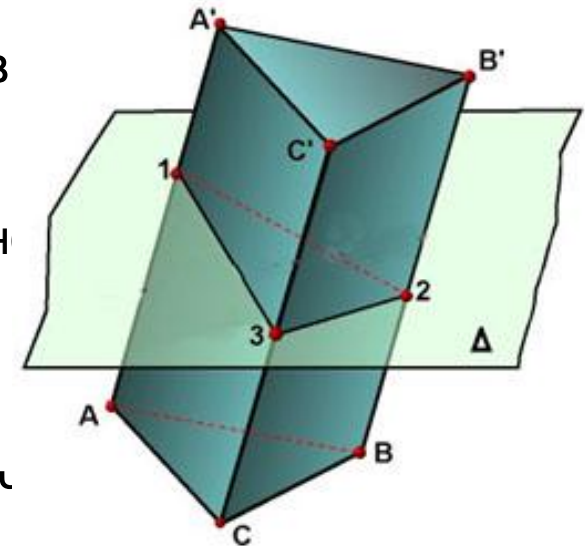
Число сторон многоугольника фигуры сечения равно числу его граней, пересекаемых секущей плоскостью.

2 способа:

- **способом ребер** - многократное решение задачи пересечения прямой (ребра) с плоскостью;
- **способом граней** - многократное решение задачи на построение линии пересечения двух плоскостей (каждой отдельной грани многогранника с секущей плоскостью).

Если секущая плоскость параллельна плоскости проекций (Π_1 или Π_2), то на эту плоскость проекций фигура сечения проецируется без искажения.

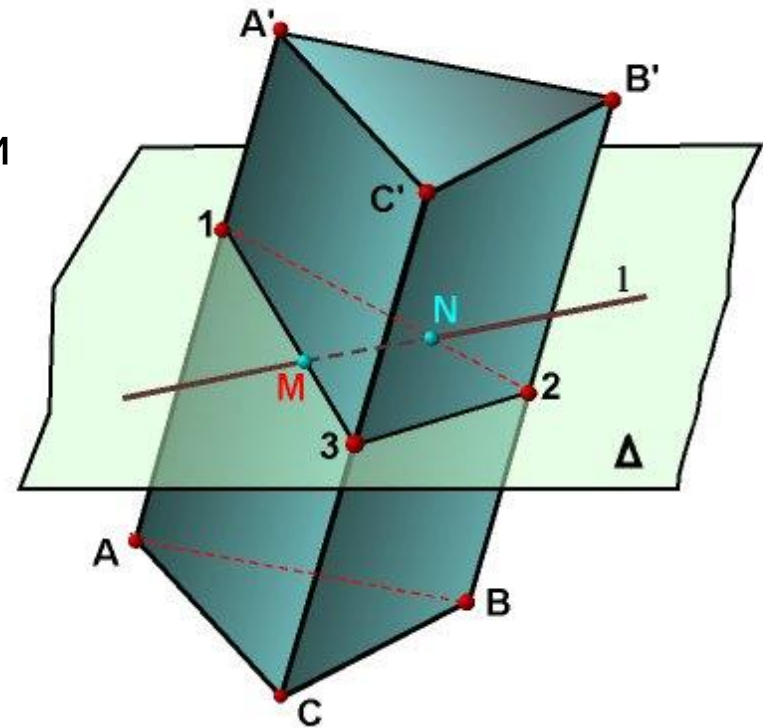
Во всех остальных случаях - с искажением (натуральная величина может быть определена одним из способов преобразования чертежа: вращением, заменой плоскостей проекций и др.).



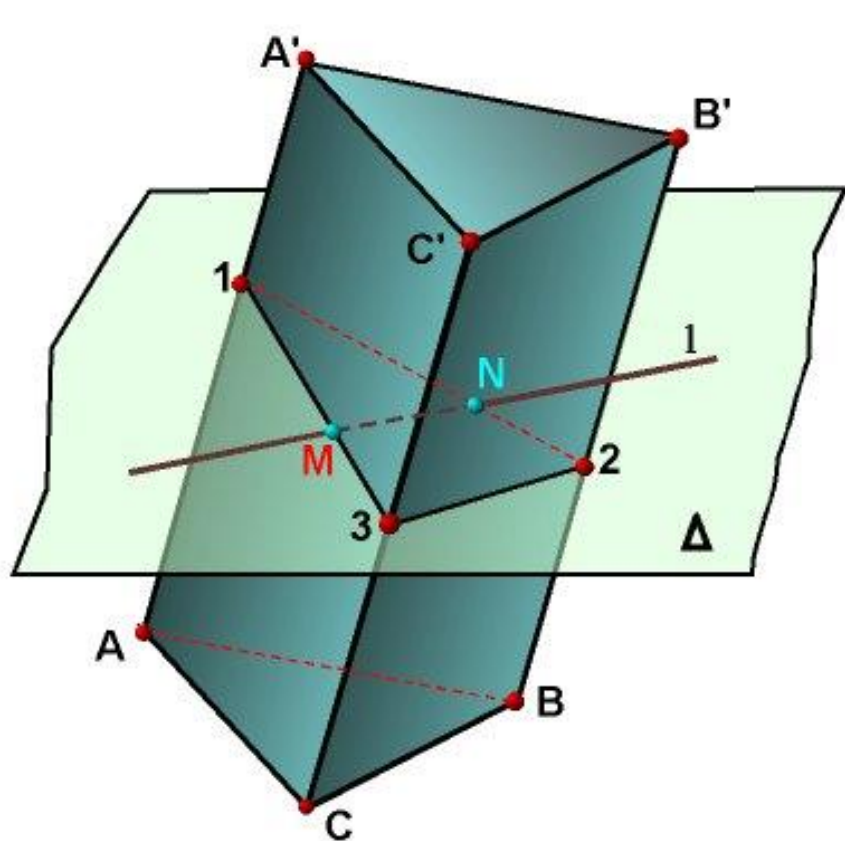
Пересечение многогранника прямой линией

1. Через прямую проводится **вспомогательная плоскость посредник** (обычно применяют проецирующую плоскость).
2. Строится **фигура сечения** многогранника этой секущей плоскостью.
3. На второй плоскости проекций отмечаются **точки пересечения** проекции данной **прямой** со сторонами многоугольника, являющегося проекцией **фигуры сечения**.

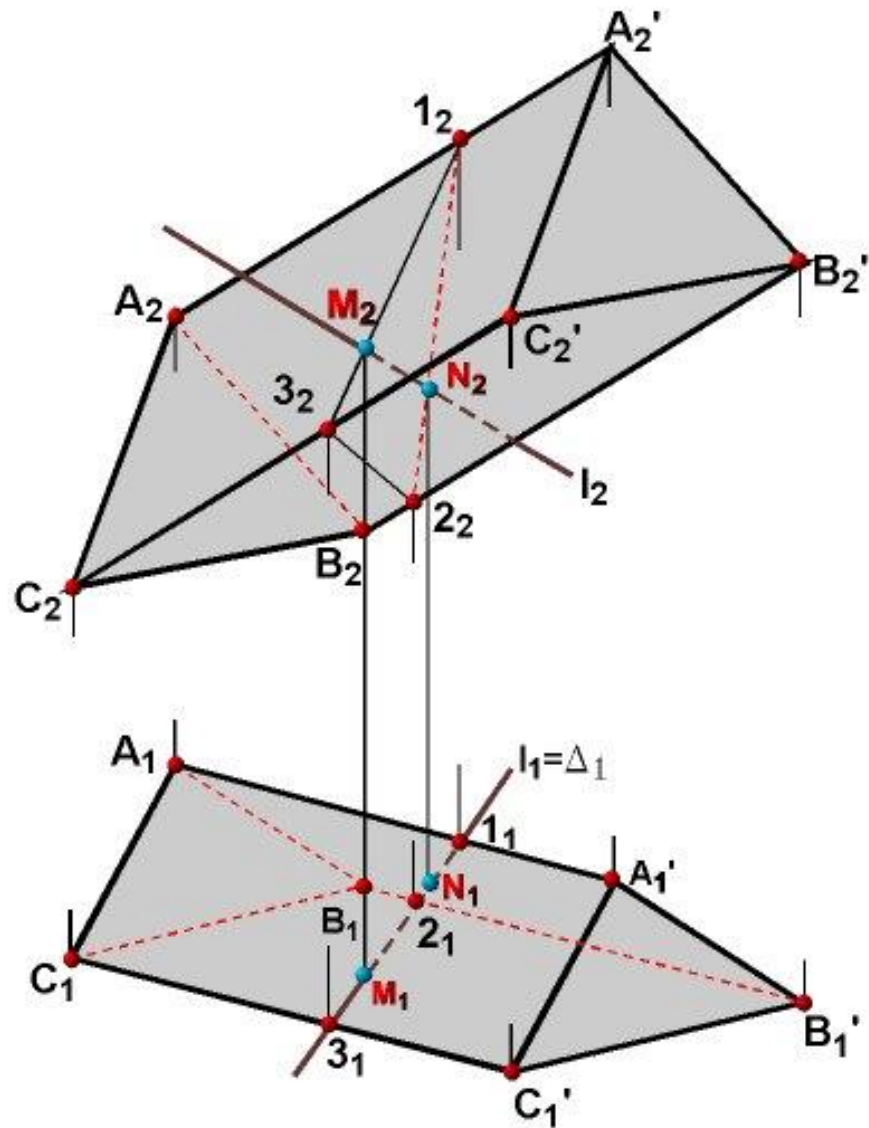
По линиям связи на прямой r находят **вторые проекции этих точек**. Одна из полученных точек называется **точкой входа**, другая - **точкой выхода**.



Пересечение многогранника прямой линией



- 1) $\Delta \ni L, \Delta \perp \Pi_1$;
- 2) $(1-2-3) = \Phi \cap \Delta$;
- 3) $M = (1-2-3) \cap l = \Phi \cap l, N = (1-2-3) \cap l = \Phi \cap l$



Пересечение многогранника прямой линией

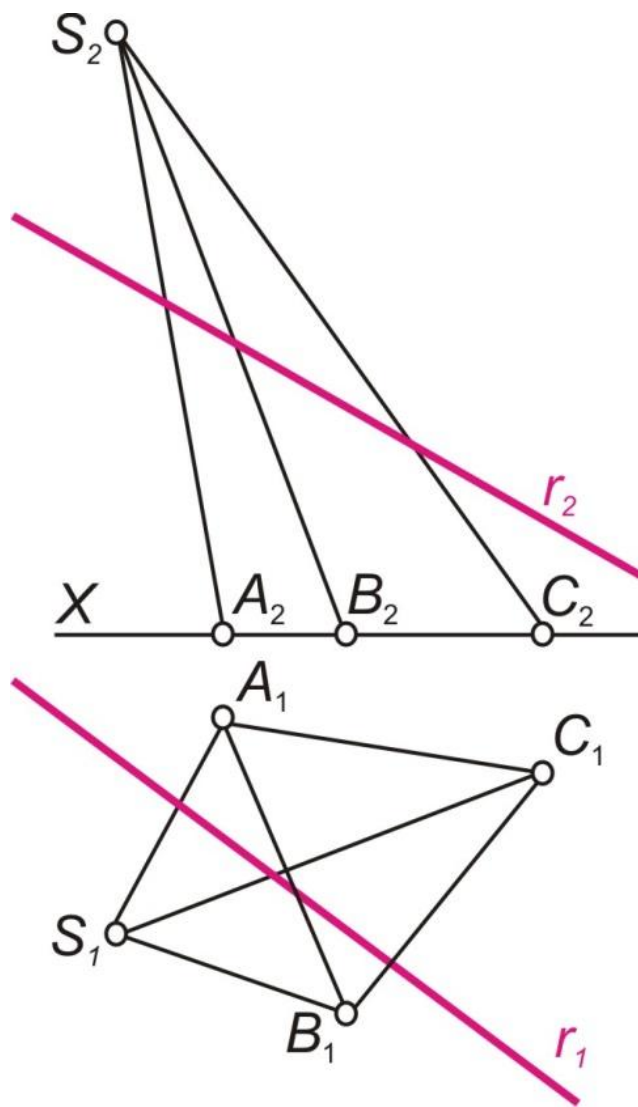
Пример.

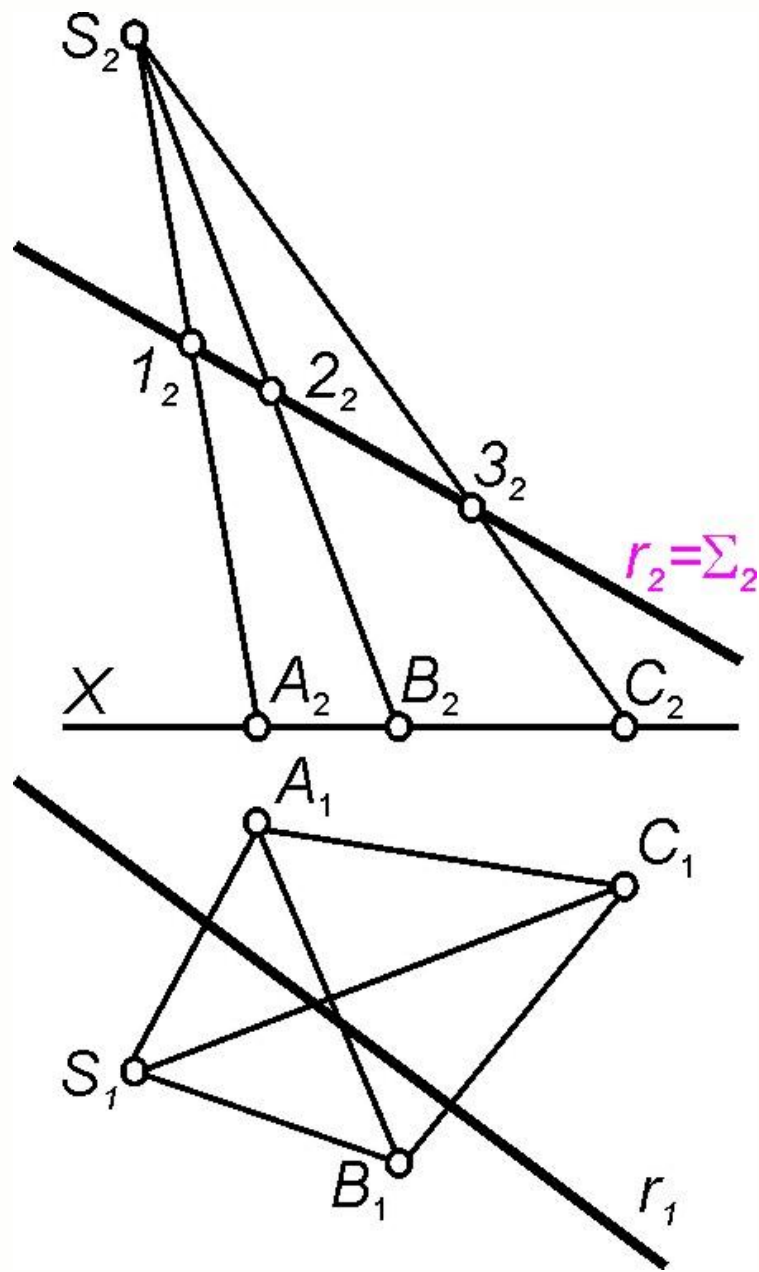
● Дано: пирамида

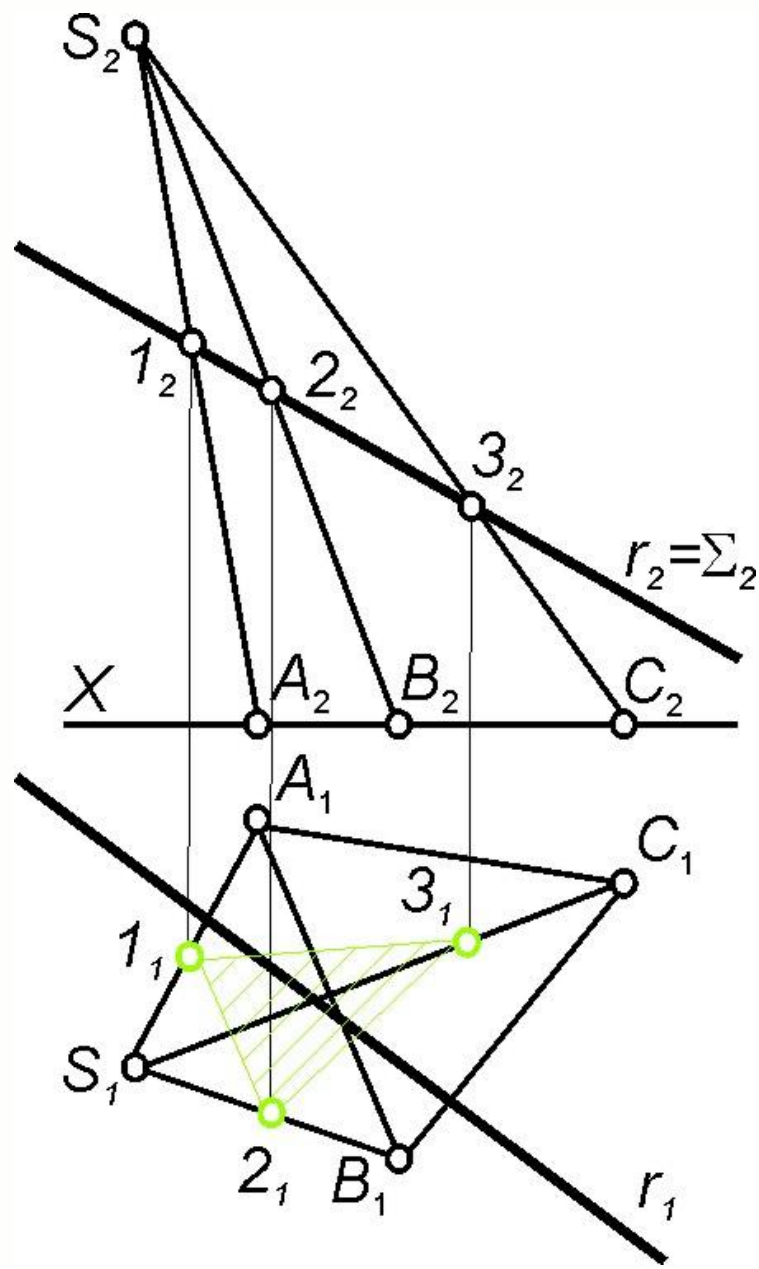
$SABC (S_1A_1B_1C_1, S_2A_2B_2C_2)$

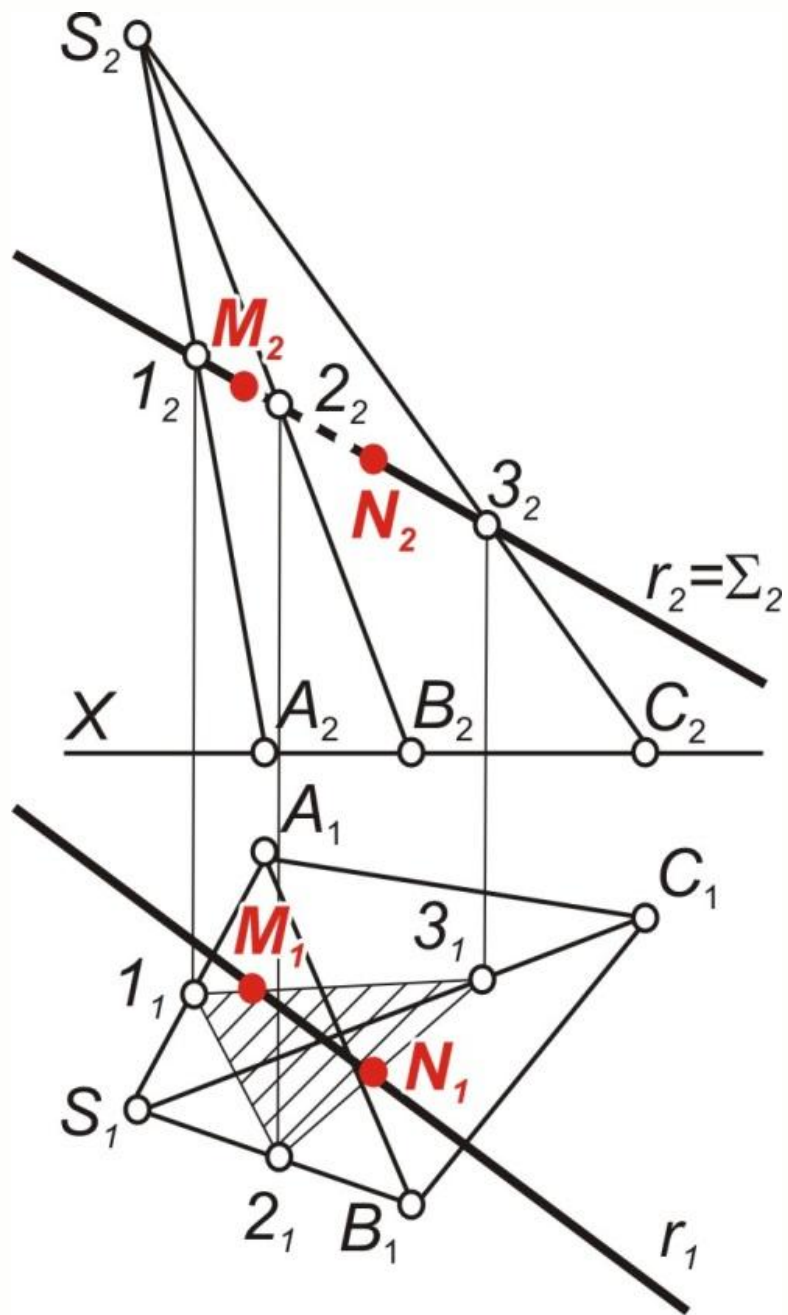
и прямая $r(r_1, r_2)$.

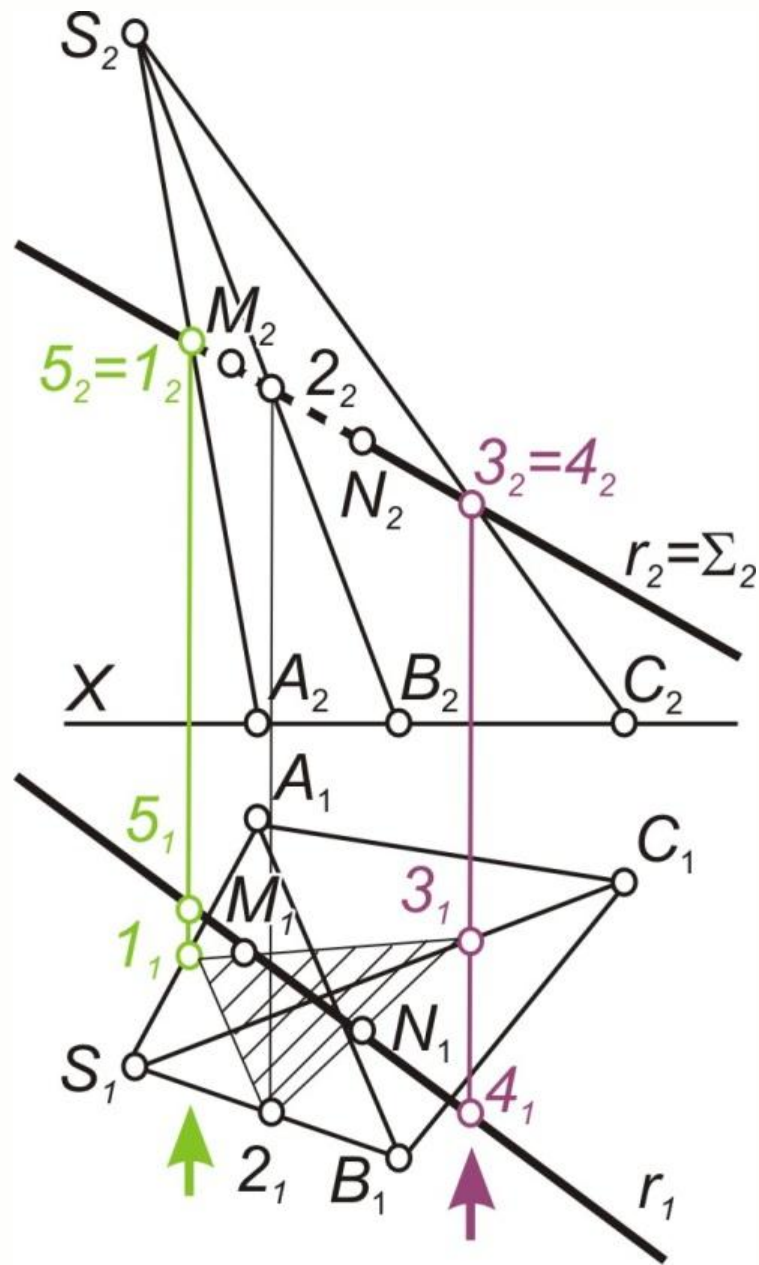
● Построить: $M, N = r \cap \Phi(SABC)$.











Развертывание гранных поверхностей

Разверткой гранной поверхности называется **плоская фигура**, полученная при совмещении граней многогранника с одной плоскостью путем последовательного вращения их вокруг ребер.

Все грани многогранника **на развертке** изображаются **в натуральную величину**.

Существуют **три способа** построения разверток многогранных поверхностей:

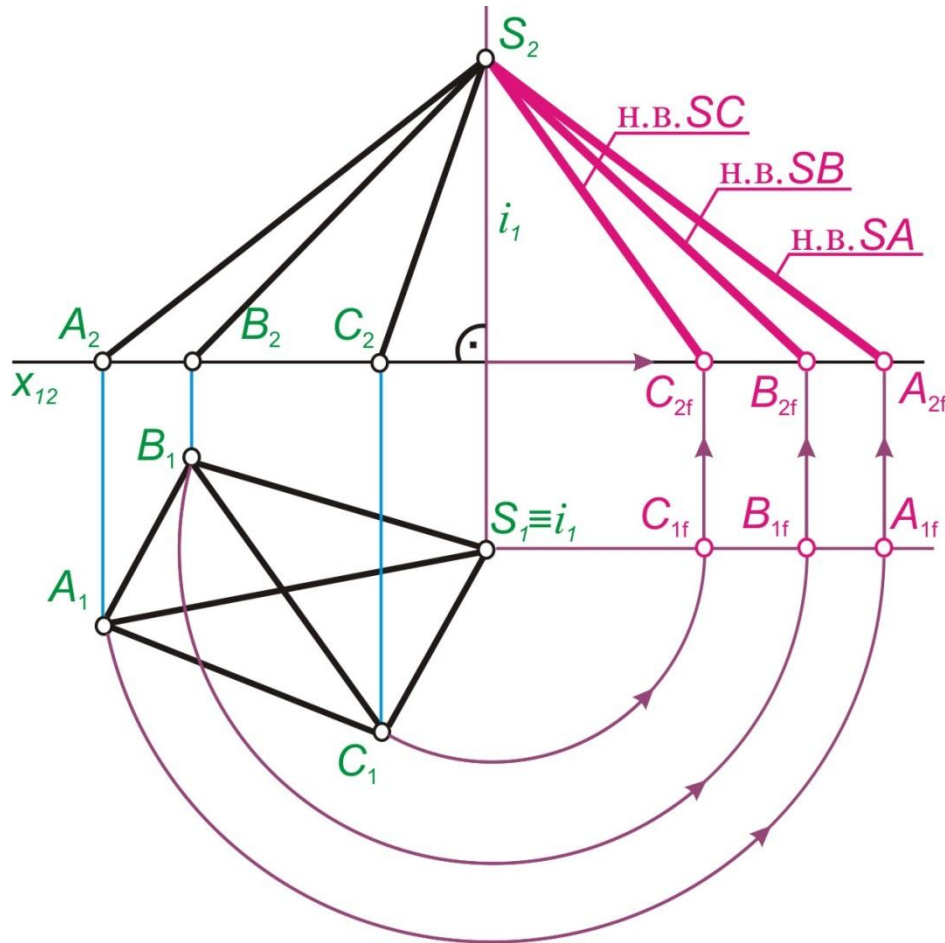
- 1) **способ треугольников** (способ триангуляции) - применяют в основном для построения разверток пирамидальных поверхностей;
- 2) **способ нормального сечения** - для призматических;
- 3) **способ раскатки** - для призматических.

Способ треугольников (триангуляции)

- Основан на построении натуральных величин треугольников по трем сторонам с помощью циркуля.
- Применим для построения развертки любого многогранника, т.к. любой многоугольник (грань) можно разделить диагоналями на треугольники.

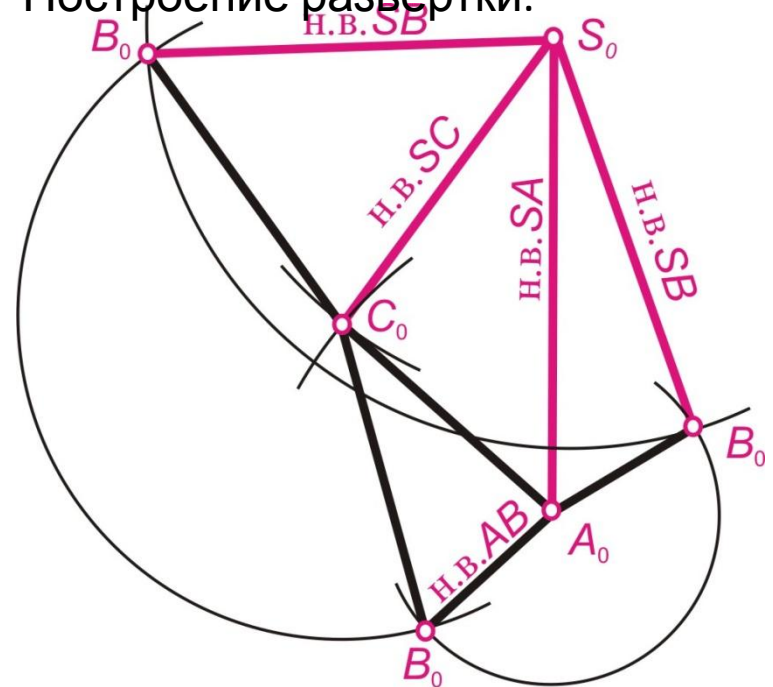
Способ треугольников (триангуляции)

Пример: построить развертку поверхности пирамиды $SABC$.



- 1) Определим натуральные величины всех ее ребер. Поскольку основание пирамиды располагается в плоскости Π_1 : н.в. $AB = A_1B_1$; н.в. $BC = B_1C_1$; н.в. $AC = A_1C_1$.

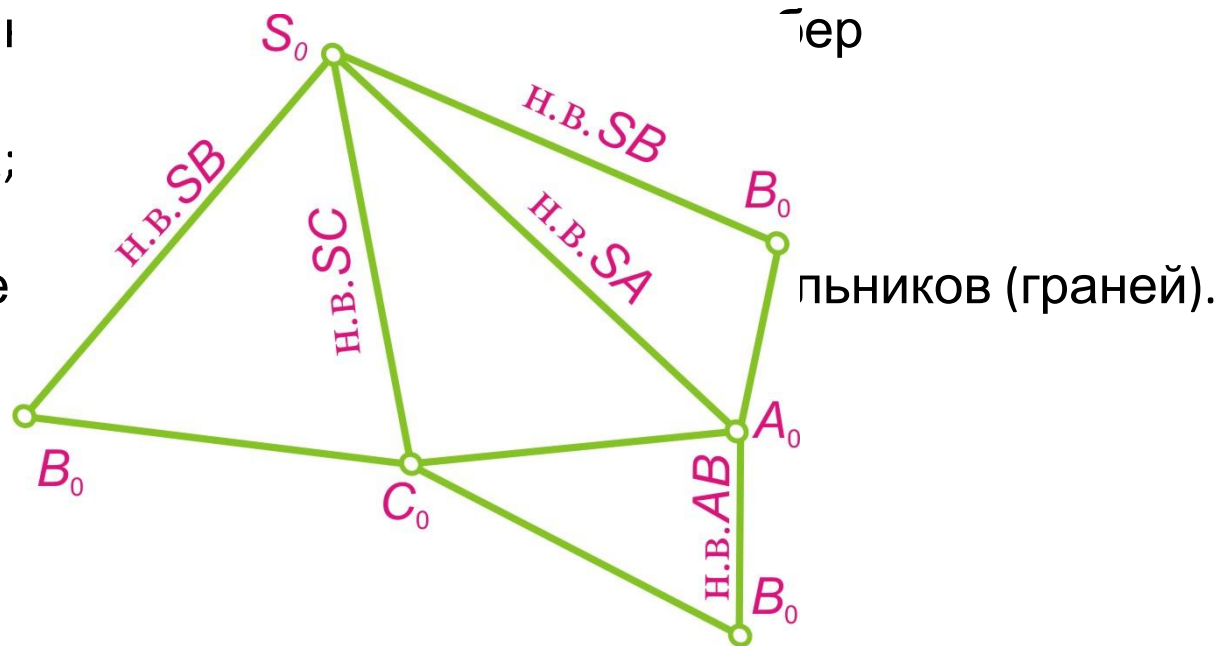
- 2) Построение развертки.



Алгоритм построения развертки способом

триангуляции:

- 1) на эюре строятся проекции сетки многогранника;
- 2) определяется порядок его разрезания и разгибания (склеивания);
- 3) определяются и
многогранника;
- 4) строится разв



Способы нормального сечения и раскатки

Данные способы применяют для построения разверток
призматических поверхностей,
если на проекционном чертеже выполняется следующее условие:

*боковые ребра призмы являются отрезками прямых уровня, т.е.
параллельны какой либо из плоскостей проекций.*

Если указанное условие не выполняется, то предварительно нужно преобразовать чертеж (обычно способом замены плоскостей проекций), чтобы боковые ребра стали параллельны уже новой плоскости проекций.

Способ нормального сечения

Поскольку боковые грани призмы в общем случае являются трапециями, а чаще - параллелограммами (если основания призмы параллельны друг другу), то построение натуральных величин этих граней (параллелограммов) проще всего произвести по их основаниям (боковые ребра призмы) и высотам, при этом необходимо знать отрезки оснований, на которые они делятся высотой.

Отсюда для построения развертки призмы необходимо вначале определить натуральный вид нормального сечения данной поверхности.

Стороны этого нормального сечения и будут являться высотами трапеций или параллелограммов, из которых состоит боковая поверхность.

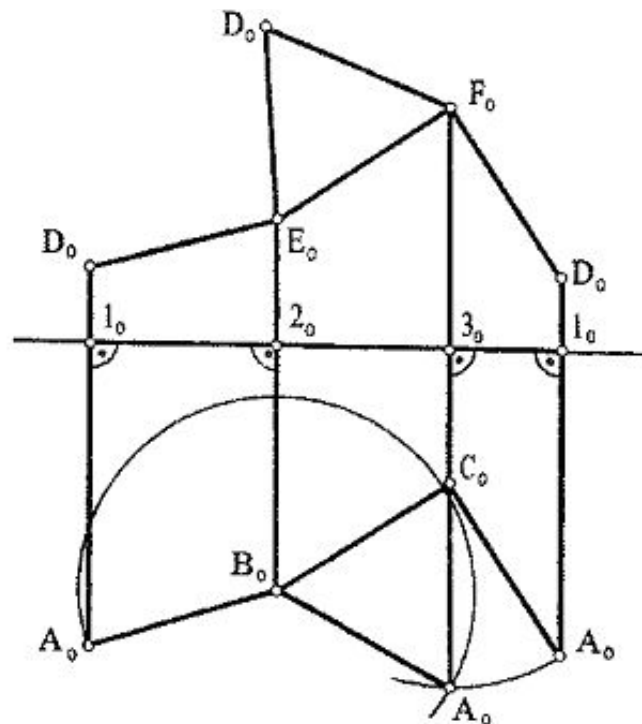
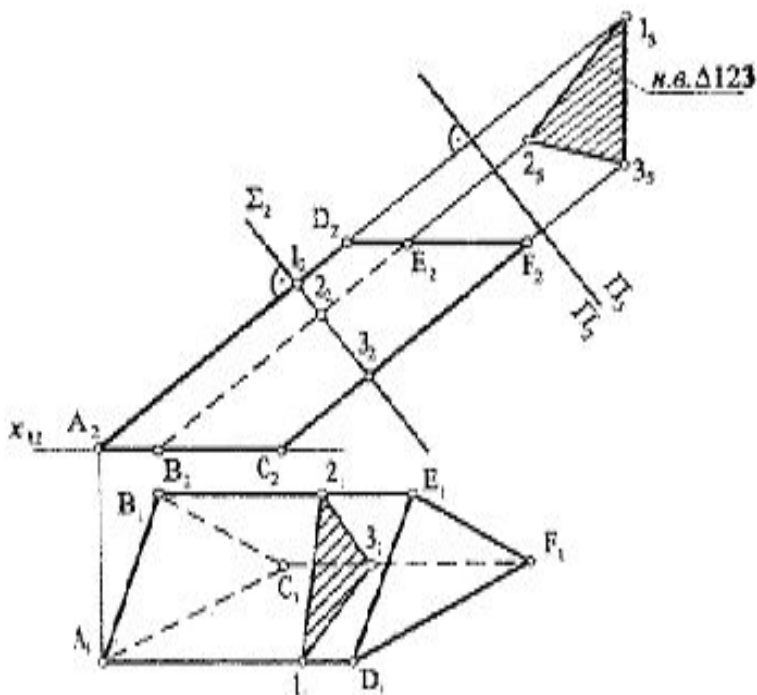
Пример: построить полную развертку призмы ABCDEF.

Алгоритм решения задачи:

- 1) Строим плоскость нормального сечения Σ : т. к. $AD // BE // CF // \Pi_2$, то фронтальная проекция следа секущей плоскости $\Sigma_2 \perp A_2 D_2$.
- 2) Определяем проекции и натуральную величину сечения ($\Delta 123$):

$$\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \Rightarrow \frac{\Pi_2}{\Pi_5} ; \Pi_5 // \Sigma_2 \Rightarrow \Delta 1_5 2_5 3_5 = \text{н.в. } \Delta 123.$$

- 3) Построение развертки. Поскольку призма трехгранная, строим три параллелограмма (боковые грани) и два треугольника (основания).

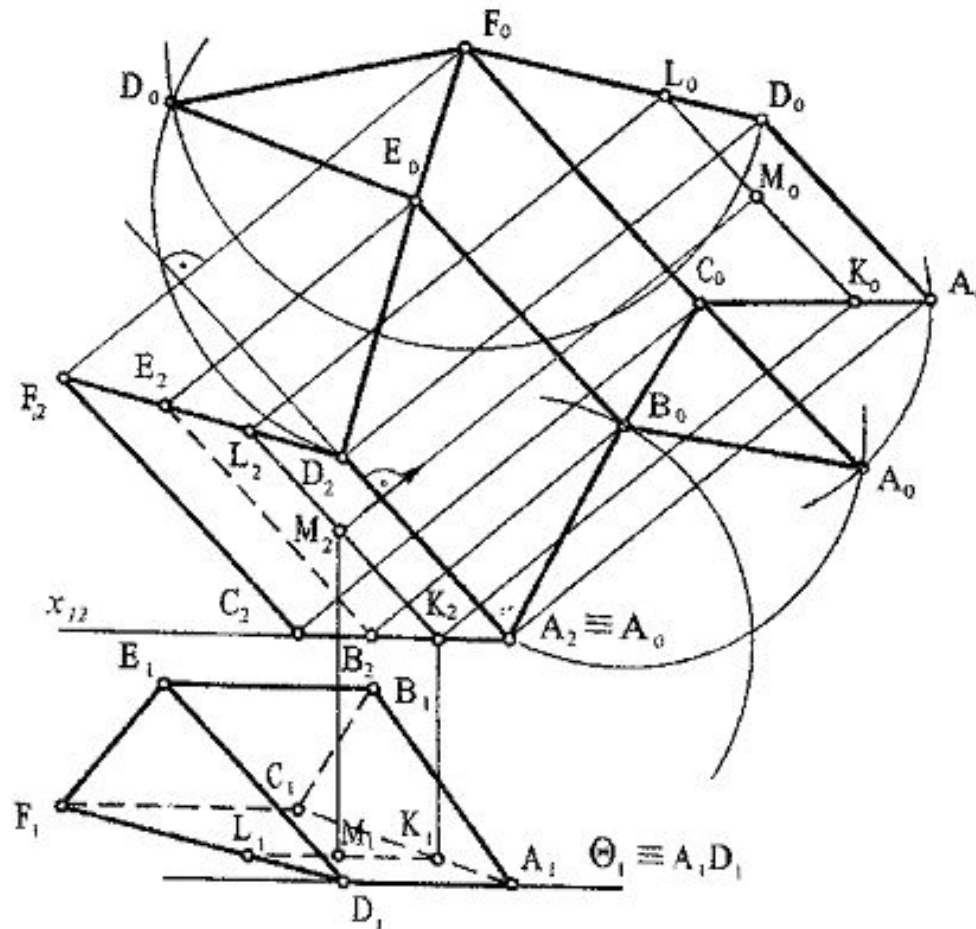


Пример: Построить развертку поверхности наклонной призмы ABCDEF способом раскатки и нанести на ней точку M, принадлежащую поверхности призмы.

Решение выполним в несколько этапов:

- 1) Вначале проведем через ребро AD фронтальную плоскость уровня Θ ($AD \subset \Theta$; $A_1D_1 \equiv \Theta_1$).
- 2) Разрежем призму по ребру AD и повернем грань ADEB вокруг ребра AD до совмещения ее с плоскостью уровня Θ . Для этого на фронтальной проекции из точек B_2 и E_2 проведем прямые линии (следы плоскостей вращения точек B и E), перпендикулярные проекции ребра A_2D_2 . Из точки A_2 радиусом, равным горизонтальной проекции стороны основания A_1D_1 , проводим засечку до пересечения с ранее проведенной прямой из точки B_2 и определяем совмещенное положение точки B_0 на плоскости Θ . Через полученную точку B_0 проводим прямую, параллельную A_2D_2 до пересечения ее с траекторией вращения точки E и получаем совмещенное положение точки E_0 . Соединяем полученные точки A_0 и B_0 , B_0 и E_0 , E_0 и D_0 и получаем натуральную величину грани ADEB, совмещенную с плоскостью Θ .

- 3) После этого строим вторую грань $BCFE$, для чего из точек C_2 и F_2 проводим прямые, перпендикулярные к A_2D_2 , и с помощью засечки радиусом B_1C_1 (н. в. BC) определяем совмещенное положение точки C_0 , а затем и точки F_0 . Соединив полученные точки получаем совмещенное положение грани $BCFE$.
- 4) Аналогично определяем совмещенное положение грани $CFDA$.
- 5) Чтобы построить полную развертку поверхности данной призмы нужно добавить к развертке боковой поверхности два основания.



Источники:

- Ли В.Г., Калашникова Т.Г. Начертательная геометрия: Рабочая тетрадь для практических занятий по инженерно-графическим дисциплинам. – Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2013. – 36 с.
- Иллюстрации: Калашникова Т.Г., Ли В.Г.

Рекомендуемая литература:

- Материалы дисциплины опубликованы на Цифровом кампусе ТТИ ЮФУ <http://incampus.ru/campus.aspx?id=9768998>
- Варца В.П. Проекционное моделирование в инженерной графике: Учебное пособие. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2001.

Научно-техническая библиотека ТТИ ЮФУ <http://ntb.tsure.ru>:

- Королев Ю. И. Начертательная геометрия: учебник для студ. вузов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Архитектура-С, 2007. - 422 с. : ил. - (Специальность "Архитектура").
- Фролов С. А. Начертательная геометрия: учебник для студ. вузов. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: ИНФРА-М, 2008. - 285 с.
- Талалай П. Г. Начертательная геометрия. Инженерная графика: Интернет-тестирование базовых знаний : учеб. пособие. - СПб. : Лань, 2010. - 254 с.

Благодарю за внимание

<http://incampus.ru/campus.aspx?id=9768998>