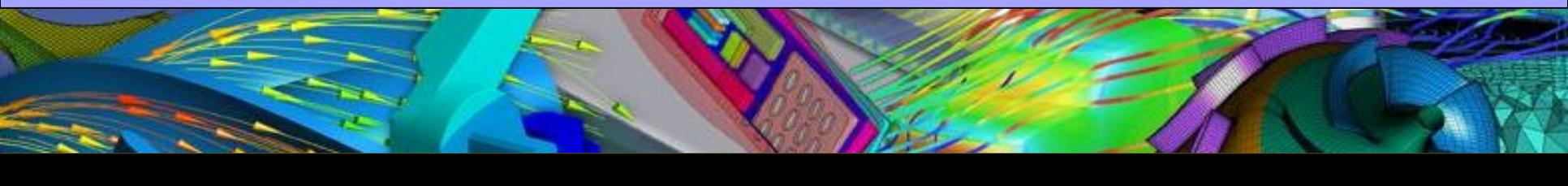




ANSYS в инженерных задачах

Наталья Анатольевна Лыкова



Система уравнений Навье-Стокса

- Уравнение неразрывности (сохранения массы)

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0;$$

- Уравнение количества движения (сохранения импульса)

$$\frac{\partial U_k}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_k}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_k} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_k}{\partial x_j} \right);$$

где μ - коэффициент динамической вязкости.

Система уравнений Навье-Стокса

- Уравнение энергии (сохранения энергии)

$$\frac{\partial(\rho h_{\text{tot}})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} h_{\text{tot}}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\tau}) + \mathbf{V} \cdot \mathbf{S}_M + S_E$$

$$h_{\text{tot}} = h_{\text{stat}} + \frac{\mathbf{V}^2}{2}$$

$$h_{\text{stat}} = h_{\text{stat}}(T, p)$$

- Уравнение состояния

$$\rho = \rho(T, p)$$

$$p_{\text{tot}} = p_{\text{stat}} + \frac{1}{2} \rho (\mathbf{U} \cdot \mathbf{U})$$

p
 ρ
 \mathbf{V}
 T
 t
 h_{tot}
 h_{stat}
 \mathbf{S}_M
 S_E
 μ
 λ
 ∇
 $\boldsymbol{\tau}$

- дифференциальные уравнения в частных производных как первого, так и второго порядка
- наличие нелинейной зависимости членов уравнений от переменных

«Проблема тысячелетия»



- Необходимо доказать или опровергнуть существование глобального гладкого решения задачи Коши для трёхмерных уравнений Навье — Стокса.

Найти вектор скорости и давление, которые удовлетворяют системе уравнений Навье-Стокса и начальному условию $v(0, x) = g(x)$.

- за решение Математический институт Клэя назначил премию в 1 млн долларов США

Решение уравнений



- 10 января 2014 года математик Мухтарбай Отелбаев опубликовал статью, в которой утверждает, что дал полное решение проблемы.
- 6 февраля 2014 года Лауреатом Филдсовской медали Теренсом Тао была опубликована работа, доказывающая невозможность решения проблемы тысячелетия, посвященной задаче Навье-Стокса, существующими на настоящий момент средствами [2].
- По состоянию на 2014 год подтверждённые решения этих уравнений найдены лишь в некоторых частных случаях.
- В остальных случаях используется **численное моделирование**.

Пример точного решения

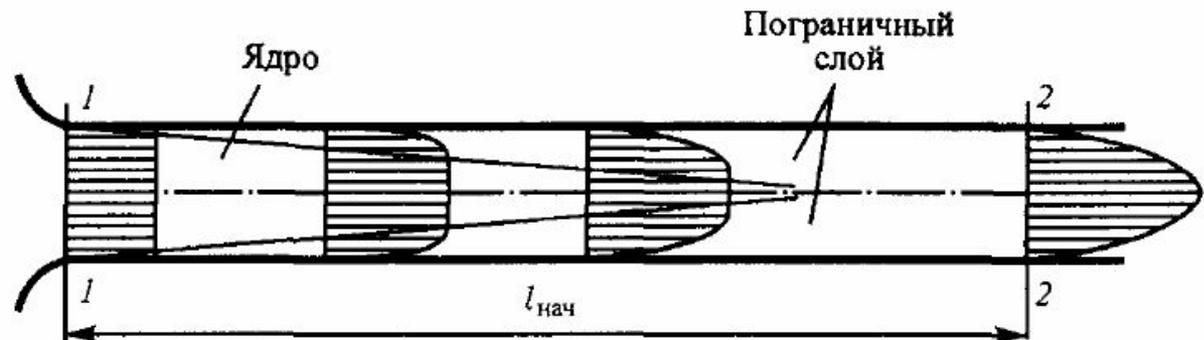
■ Течение Пуазейля

ламинарное течение жидкости через каналы в виде прямого кругового цилиндра или слоя между параллельными плоскостями

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L} (R^2 - r^2),$$

где

- v — скорость жидкости вдоль трубопровода;
- r — расстояние от оси трубопровода;
- R — радиус трубопровода;
- $p_1 - p_2$ — разность давлений на входе и на выходе из трубы;
- η — вязкость жидкости;
- L — длина трубы.





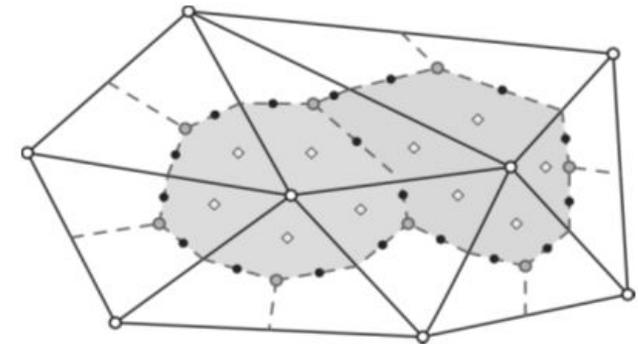
Дискретизация

- метод конечных разностей (МКР)
- метод конечных элементов (МКЭ)
- метод конечных объемов (МКО)

- Уравнение неразрывности и количества движения в координатной форме

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho V_i) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho V_j) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho V_i V_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \left(\frac{\partial V_j}{\partial x_i} + \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) \right]$$



- Интегрирование по контрольному объему Ω

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \int_S \rho V_i dn_i = 0$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho V_j d\Omega + \int_S \rho V_i V_j dn_i = -\int_S P dn_i + \int_S \mu \left(\frac{\partial V_j}{\partial x_i} + \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) dn_i + \int_{\Omega} S_{V_j} d\Omega$$

Ω - контрольный объем

S - контрольная поверхность, ограничивающая контрольный объем

dn_i - дифференциал декартовой составляющей вектора внешней нормали к поверхности

Метод конечных объёмов

- Дискретная форма интегральных соотношений

$$\Omega \left(\frac{\rho - \rho^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} (\rho V_i \Delta n_i)_{ip} = 0$$

$$\Omega \left(\frac{\rho V_j - \rho^0 V_j^i}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} (V_j)_{ip} = \sum_{ip} (P \Delta n_j)_{ip} + \sum_{ip} \left(\mu \left(\frac{\partial V_j}{\partial x_i} + \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) \Delta n_i \right) + \overline{S_{V_j}} \Omega$$

Δt

Δn_i

ip - вычисление для точки интегрирования и суммирование по всем точкам интегрирования данного контрольного объема

0 - величина соответствует предыдущему значению времени

$\dot{m}_{ip} = (\rho V_i \Delta n_i)_{ip}$ - изменение массы через поверхность элемента

Метод конечных элементов

Переменная ϕ внутри объема

$$\phi = \sum_{i=1}^n N_i \phi_i$$

где

N_i - аппроксимирующая функция для i -го узла;

ϕ_i - значение переменной в i -м узле;

n - число узлов элемента.

$$\sum_{i=1}^n N_i = 1$$

- В МКО заложено точное интегральное сохранение таких величин, как масса, количество движения и энергия на всей расчетной области

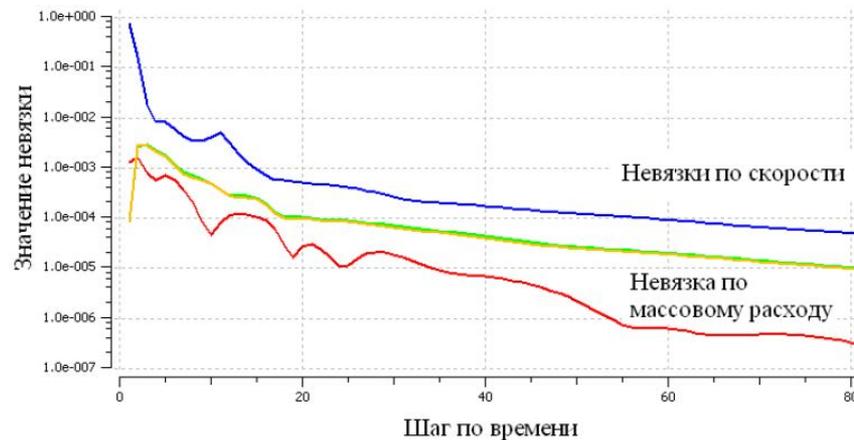
Шаг по времени и невязки

Шаг по времени равен: $\Delta t \leq 0.3 \frac{h}{u}$,

где: h - минимальный размер ячейки в расчётной сетке,
 u - средняя скорость потока.

Невязки:

$$nev = \sqrt{\sum_m \frac{(u_i - u_{i-1})^2}{m}}$$



Уравнения Рейнольдса

$$U_j = \bar{U}_j + u_j, \quad p = \bar{p} + p',$$

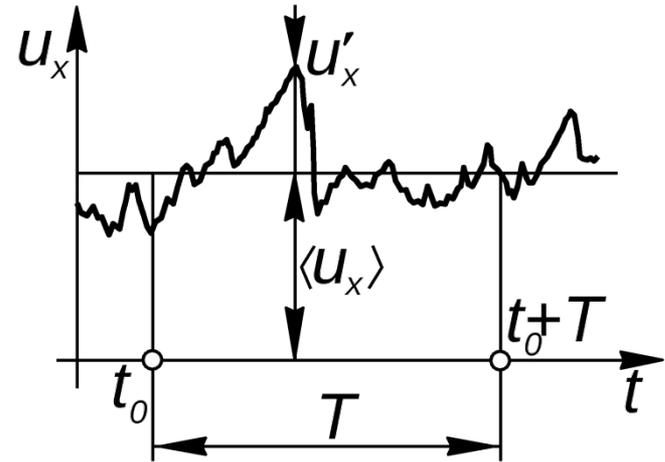
$$\bar{U}_i(t, x_j) = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} U_i(t, x_j) dt;$$

Уравнения Навье-Стокса, осреднённые по Рейнольдсу

$$\frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_j} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{U}_k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{U}_j \bar{U}_k) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_j} \right) - \rho \overline{u_j u_k};$$

$\rho \overline{u_j u_k}$ - напряжения Рейнольдса



Модели турбулентности

- Модели вихревой вязкости:
 - Однопараметрическая модель Колмогорова-Прандтля
 - Стандартная модель $k - \varepsilon$
 - RNG - $k - \varepsilon$ модель
 - Стандартная модель $k - \omega$
 - Зонная модель BSL - $k - \omega$
 - Зонная модель SST - $k - \omega$
 - Модель $(k - \varepsilon)_{1E}$
- Модели напряжений Рейнольдса:
 - Изотропная модель Launder-Reece-Rodi (LRR Reynolds Stress)
 - Квазиизотропная модель Launder-Reece-Rodi (QI Reynolds Stress)
 - Модель Speziale-Sarka-Gatski (SSG Reynolds Stress)
 - Модель SMC (Omega Reynolds Stress)
 - Модель BSL-RSS
 - Переходная модель ANSYS CFX Transition Model
- Вихревые модели:
 - Модель крупных вихрей LES
 - Модель дискретных вихрей DES
 - Модель адаптивного масштаба SAS

Алгебраические модели

Алгебраические модели - это простейший тип моделей турбулентности, согласно которым значение турбулентной вязкости μ_t вычисляется через пульсацию скорости и характерный масштаб длины по эмпирической формуле.

Поскольку не решается никаких дополнительных уравнений движения, алгебраические модели также называют моделями нулевого порядка.

Характерный масштаб пульсаций скорости записывается с помощью характерного масштаба длины l_t (путь смешения Прандтля)

$$u_i = l_t \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}. \quad (1)$$

Тогда уравнение для напряжений Рейнольдса примет вид

$$-\rho \overline{u_j u_k} = \rho \left(l_t \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \right)^2. \quad (2)$$

Алгебраические модели

Турбулентная вязкость по физическому смыслу аналогична формуле вязкости для газов

$$\mu = \frac{1}{3} U \lambda \rho,$$

где λ - длина свободного пробега молекулы газа,
 ρ - плотность газа,
 U - средняя скорость молекулы газа.

Тогда уравнение для турбулентной вязкости примет вид

$$\mu_t = f_\mu u_t l_t \rho, \quad (3)$$

где f_μ - это коэффициент пропорциональности, примем его =1.

Окончательно получаем формулу для напряжений Рейнольдса:

$$-\rho \overline{u_j u_k} = \mu_t \cdot \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j}.$$

Модели с одним уравнением

Кинетическая энергия единицы массы турбулентных флуктуаций

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}.$$

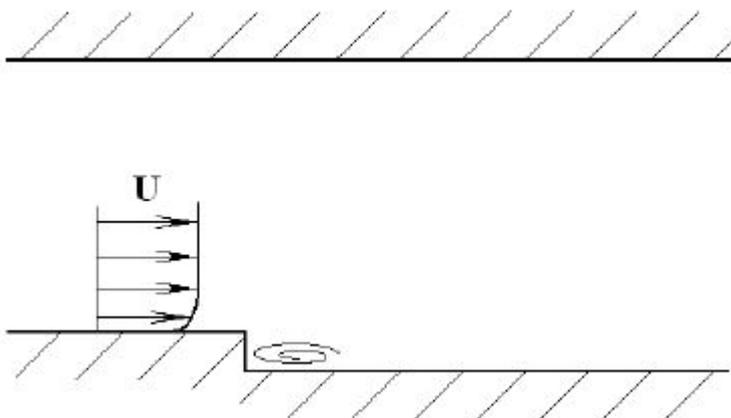
Уравнение для турбулентной кинетической энергии

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \mu_t \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_j} \right) - \rho \varepsilon.$$

Чтобы замкнуть уравнение для кинетической энергии турбулентности, полагается, что количество диссипированной турбулентной энергии определяется энергосодержащим движением:

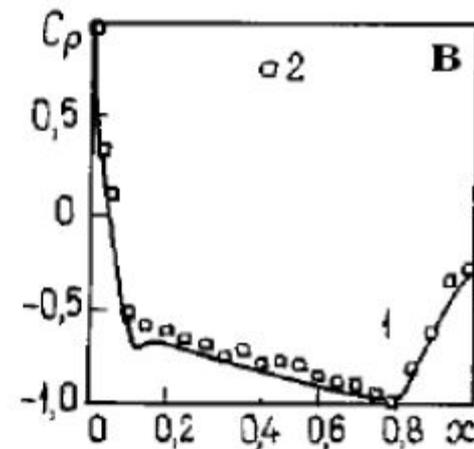
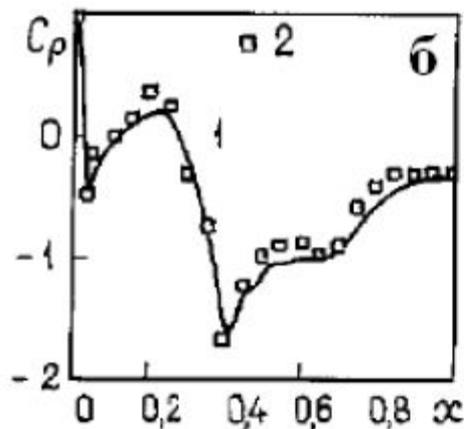
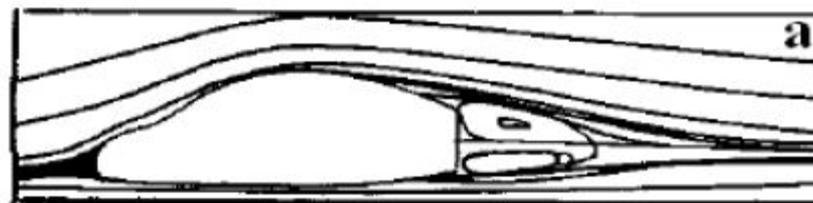
$$\varepsilon = C_D k^{3/2} / l.$$

Модели с двумя уравнениями



Обтекание обращённой
назад ступеньки

Сравнение эксперимента и расчёта
турбулентного обтекания
автомобиля



Модели турбулентности

В общем виде, используемые в моделях с одним или двумя дифференциальными уравнениями, уравнения переноса можно записать в следующем виде:

$$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = P - D + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \Gamma_{\Phi}) \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right] + A$$

Расшифровка параметров для каждого вида уравнений:

	Φ	P	D	Γ_{Φ}
кинетическая энергия	k	$\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$	$\rho \varepsilon$ или $\beta^* \rho k \omega$	$\frac{\mu_t}{\sigma_k}$
скорость диссипации кинетической энергии	ε	$c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$	$c_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$	$\frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon}}$
удельная скорость диссипации	ω	$\alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$	$\beta \rho \omega^2$	$\sigma_{\omega} \mu_t$

Модели турбулентности

В случае SST модели последний член уравнения

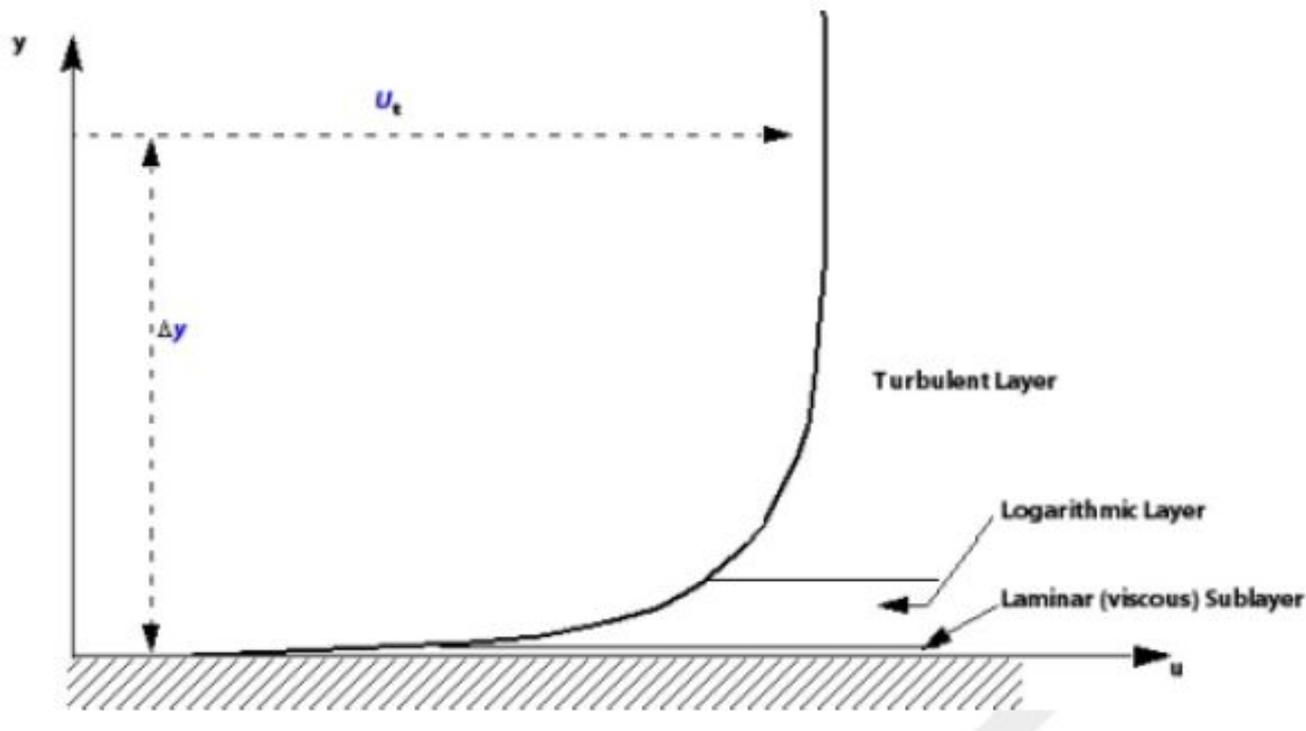
$$A = 2(1 - F_1)\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

в остальных случаях $A = 0$.

Константы для моделей с двумя дифференциальными уравнениями:

$k - \varepsilon$	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	c_μ
	1.44	1.92	1.0	1.3	0.09
$k - \omega$	β^*	β	α	σ_k	σ_ω
	0.09	0.075	5/9	0.5	0.5
$k - \omega$ (SST)	β_1^*	β_1	α_1	σ_{k1}	$\sigma_{\omega 1}$
	0.09	0.075	$\beta_1 / \beta_1^* - \sigma_{\omega 1} k^2 / \sqrt{\beta_1^*}$	0.85	0.5
	β_2^*	β_2	α_2	σ_{k2}	$\sigma_{\omega 2}$
	0.09	0.0828	$\beta_2 / \beta_2^* - \sigma_{\omega 2} k^2 / \sqrt{\beta_2^*}$	1	0.856

Пристеночные функции



$$y^+ = \frac{\rho \Delta y u_\tau}{\mu}$$

$k - \varepsilon$

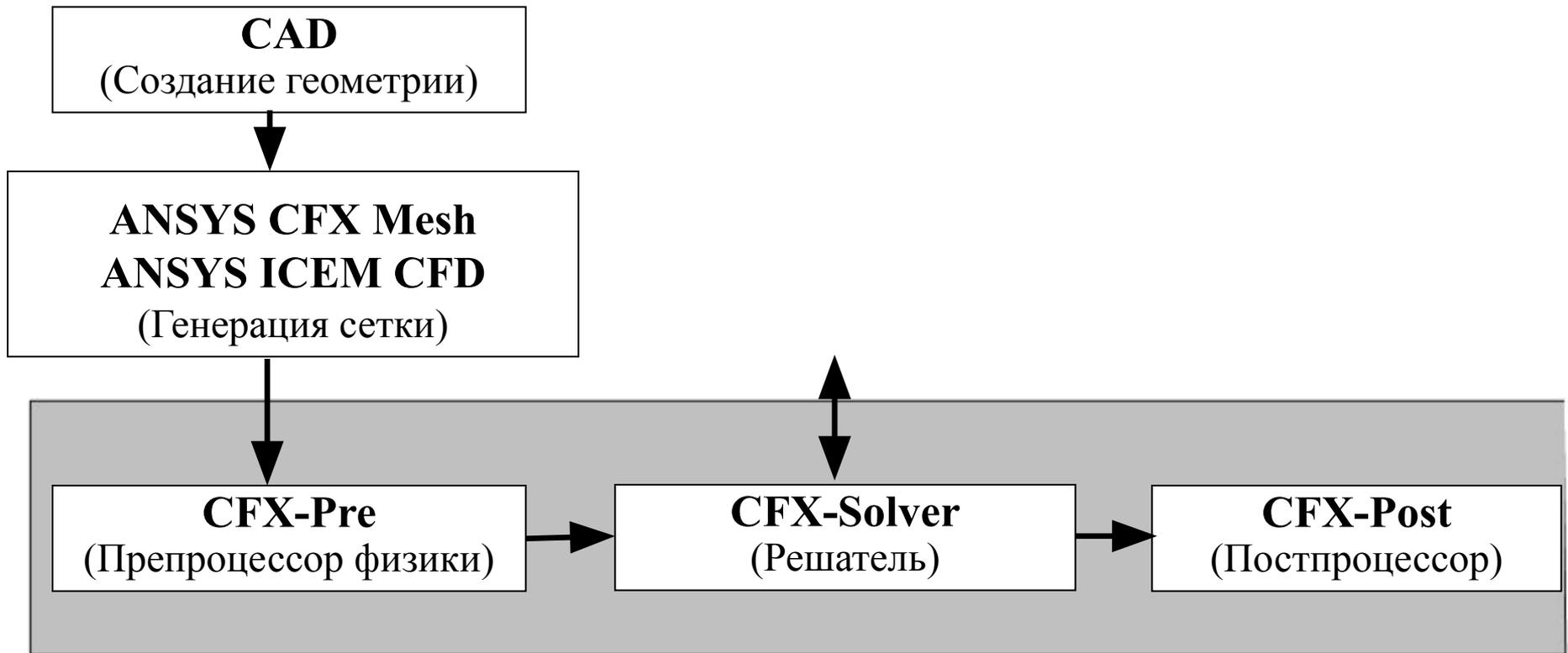
$y^+ = 30 \dots 100$

SST - $k - \omega$

$y^+ \sim 1$

- Создание геометрической модели (CAD)
- Теоретический анализ, построение модели
- Построение расчетной сетки (ANSYS CFX Mesh или ANSYS ICEM CFD)
- Гидро-, газодинамический расчет и анализ (CFX)
- Оптимизация

Архитектура комплекса ANSYS CFX

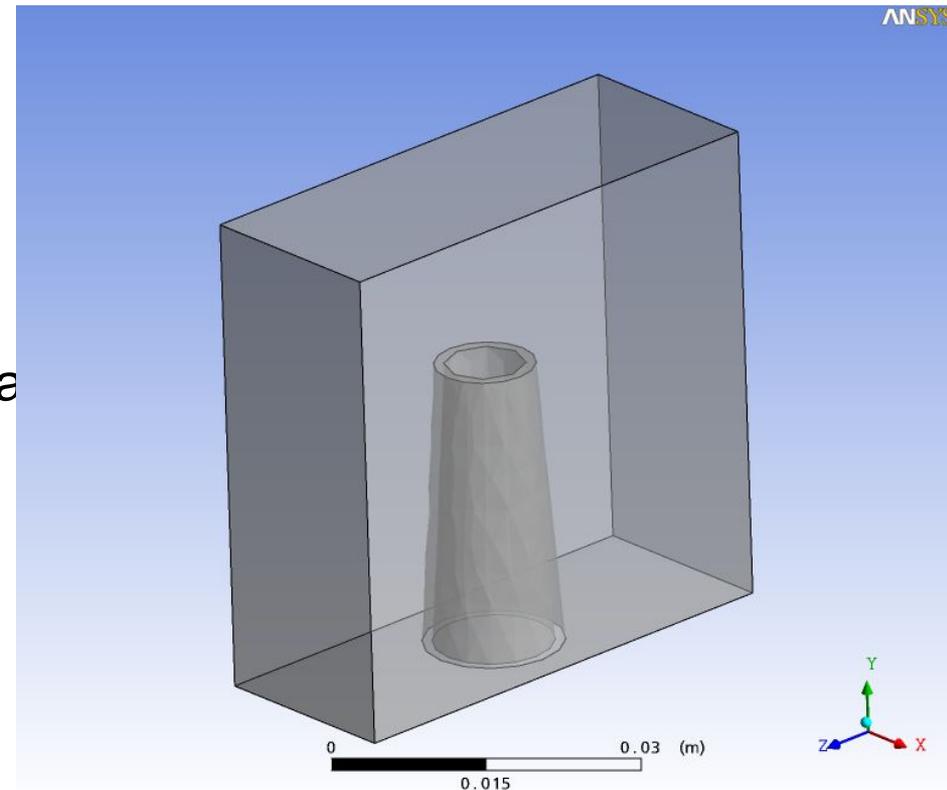


- Система автоматизации проектных работ (САПР) или CAD (англ. *Computer-Aided Design*) — программный пакет, предназначенный для создания чертежей, конструкторской и/или технологической документации и/или 3D моделей.
- В современных системах проектирования CAD получает данные из систем твёрдотельного моделирования CAE (Computer-aided engineering), и передаёт в CAM (Computer-aided manufacturing) для подготовки производства (например генерации программ обработки деталей для станков с ЧПУ или ГАПС (Гибких Автоматизированных Производственных Систем)).

CAD

В ANSYS CFX могут импортироваться геометрические данные из CAD:

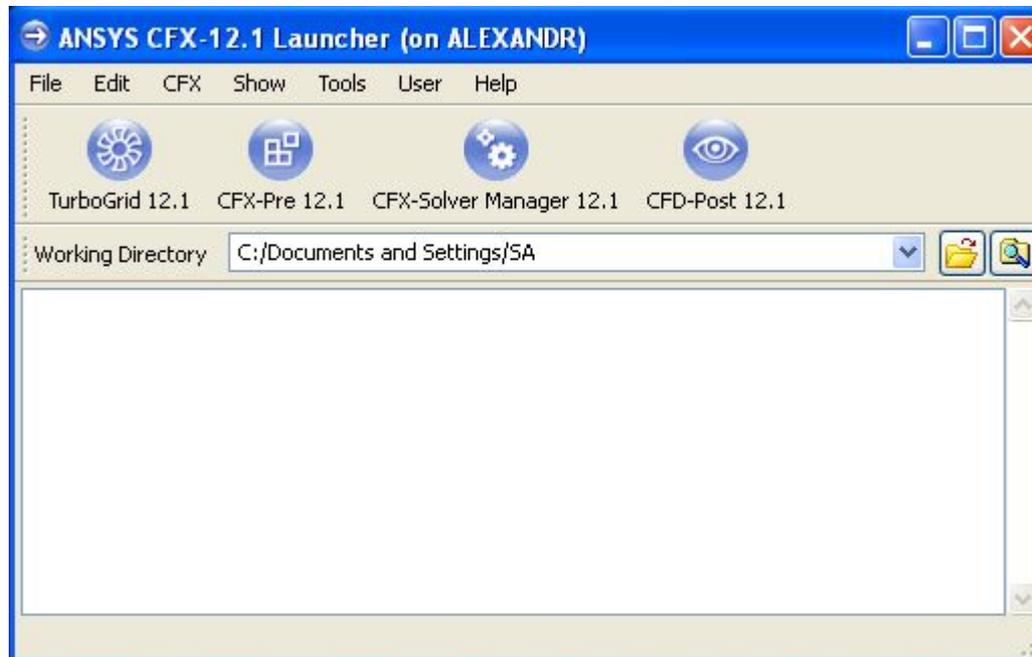
- Solid Works (машиностроение);
- Solid Edge (2D/3D CAD-система);
- Catia [V5] (аэрокосмическая промышленность);
- BladeGen (лопаточные устройства турбомашин);
- ACIS (3D CAD-система);
- Parasolid и другие.



Комплекс ANSYS CFX



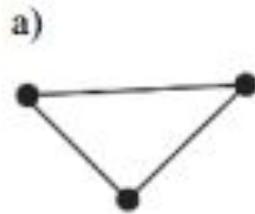
- 1. **ANSYS CFX-Pre** – приложение, в котором реализован процесс определения физики поставленной задачи.
- 2. **ANSYS CFX-Solver** – приложение, реализующее процесс решения задачи вычислительной гидродинамики.
- 3. **ANSYS CFX-Post** – это программа, предназначенная для анализа, визуализации и представления результатов, полученных в ходе решения задачи посредством ANSYS CFX Solver.



CFX Mesh

CFX Mesh – приложение генерации сеток. На данном этапе происходит следующее:

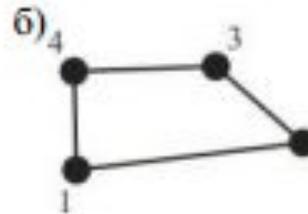
- определение геометрии области исследования;
- создание областей потоков жидкостей или газов, твердых областей и задание имен граничным областям;
- установка параметров сетки.



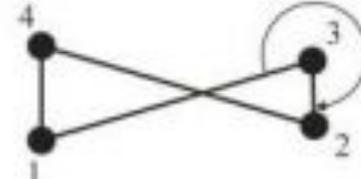
удачно



неудачно



верно

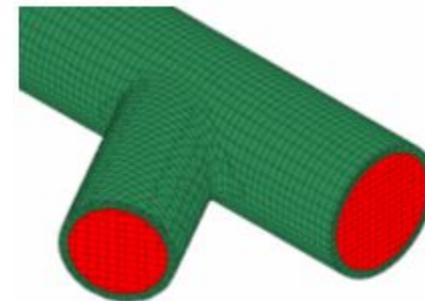
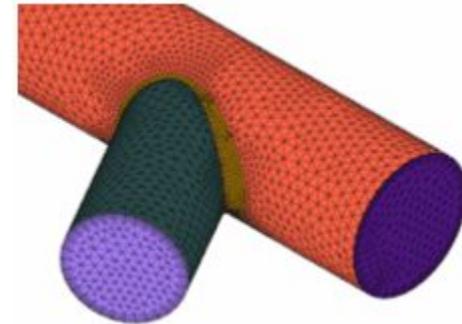


неверно

ANSYS ICEM CFD



- **ANSYS ICEM CFD** - Комплексное решение для задач генерации расчетных сеток любых типов, от структурированной многоблочной до неструктурированной гекса- или тетраэдрической или гибридной.
- **ICEM CFD Tetra** - полностью автоматический генератор неструктурированных объемных тетраэдрических сеток.
- **ICEM CFD HEXA** - создание гексаэдрической сетки в полуавтоматическом режиме на основе любой геометрии.

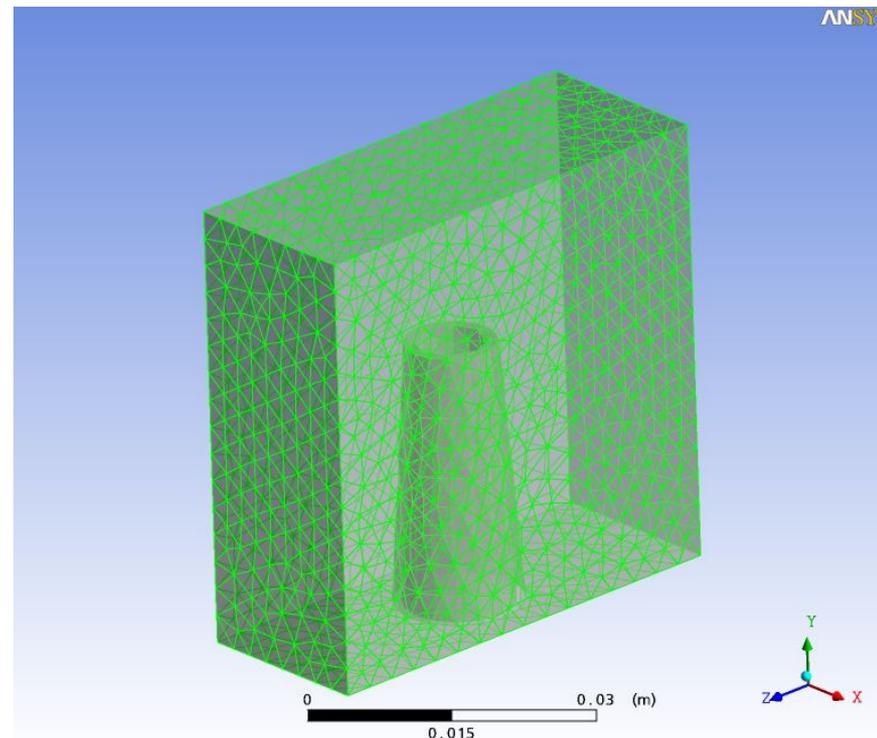


ANSYS CFX-Pre



Физический препроцессор **ANSYS CFX-Pre** импортирует сетку, созданную генераторами сеток:

- CFX Mesh;
- ICEM CFD;
- ANSYS;
- ANSYS Meshing;
- FLUENT;
- Nastran
- и другие.



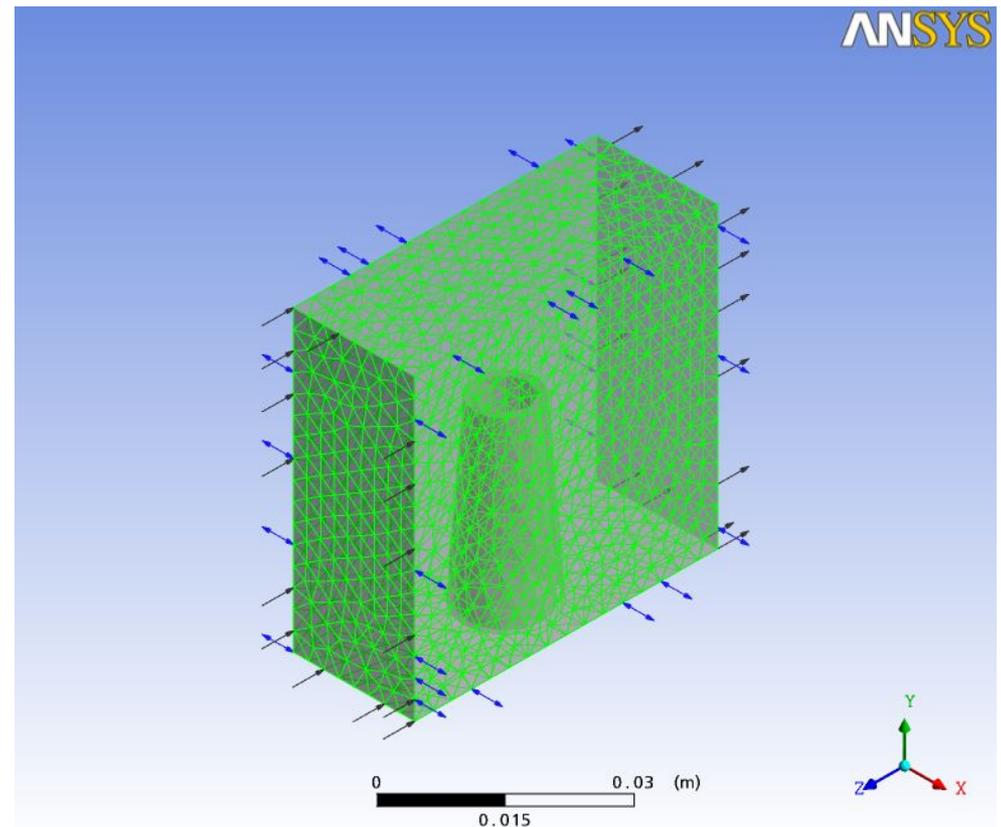
ANSYS CFX-Pre



ANSYS CFX-Pre

реализует процесс определения физики задачи:

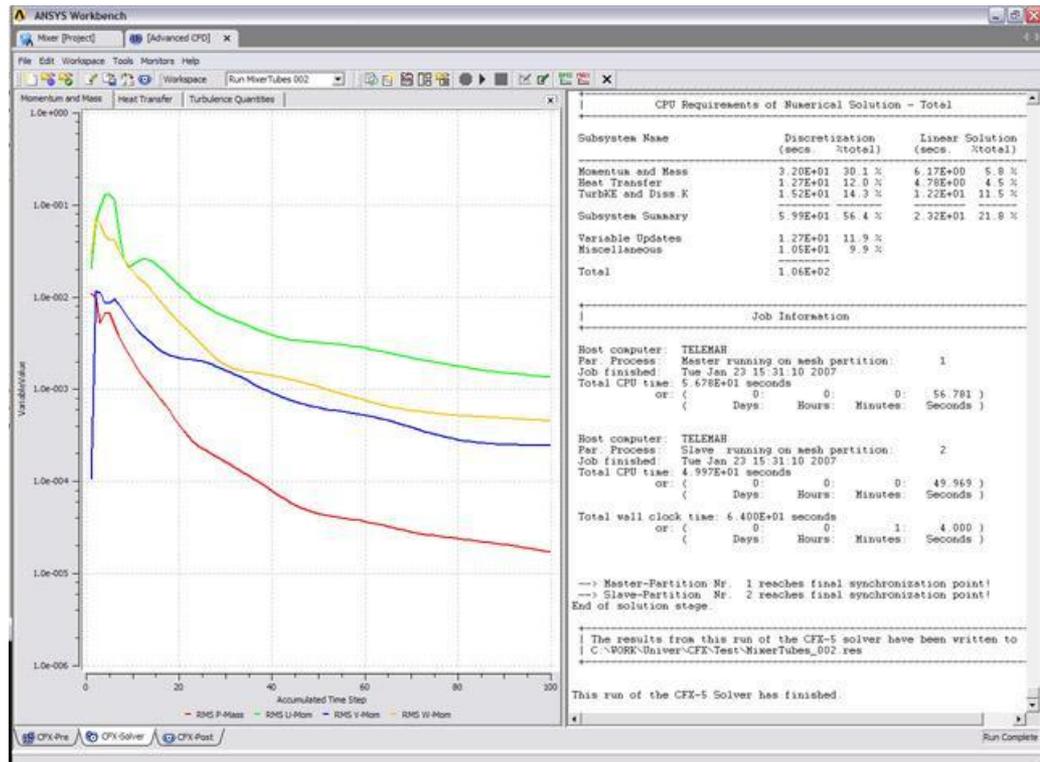
- физической модели;
- её параметров и характеристик;
- граничные условия (входные, выходные);
- модель теплообмена.



ANSYS CFX-Solver



Решатель **ANSYS CFX - Solver** импортирует задачу, поставленную посредством ANSYS CFX-Pre и решает систему уравнений.



ANSYS CFX - Solver реализует процесс решения задачи вычислительной гидро- или газодинамики, т.е. производит поиск решения всех требуемых переменных:

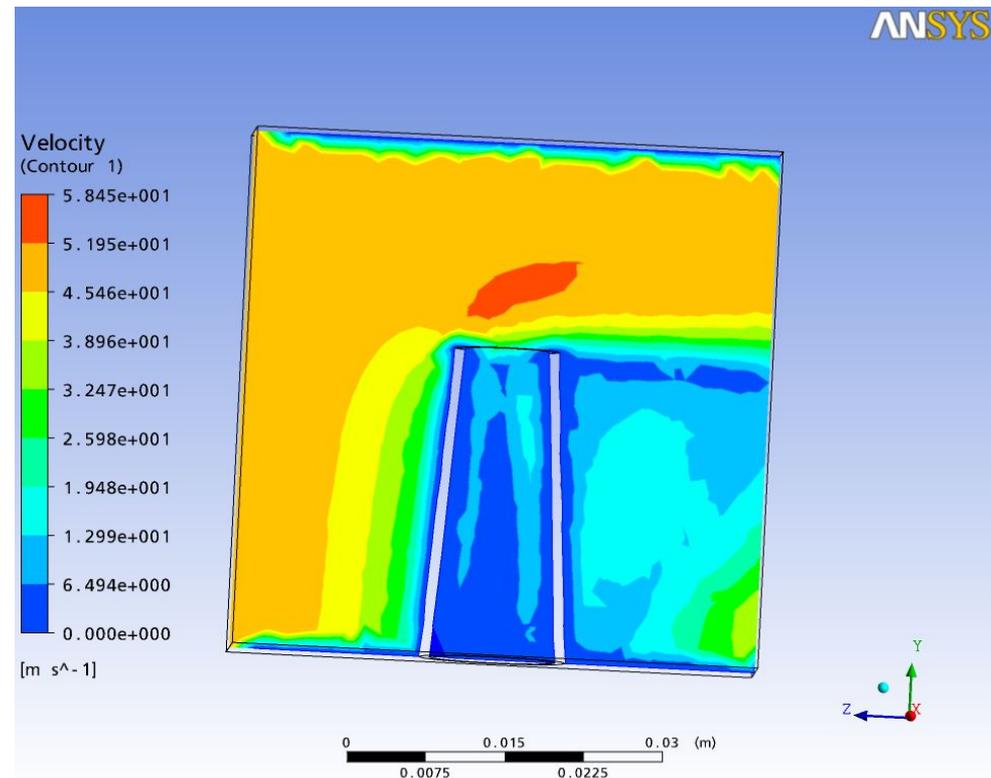
- уравнения в частных производных интегрируются по всему объёму задачи в области исследования, соответствует применению закона сохранения (масс или момента) к каждой исследуемой области;
- полученные интегральные уравнения преобразуются в систему алгебраических уравнений путем аппроксимирования членов в интегральных уравнениях;
- алгебраические уравнения решаются численным методом.

ANSYS CFX-Post



Постпроцессор **ANSYS CFX-Post** предназначен для анализа, визуализации и представления результатов, полученных в ходе решения задачи посредством ANSYS CFX-Solver. Для этого используются следующие средства:

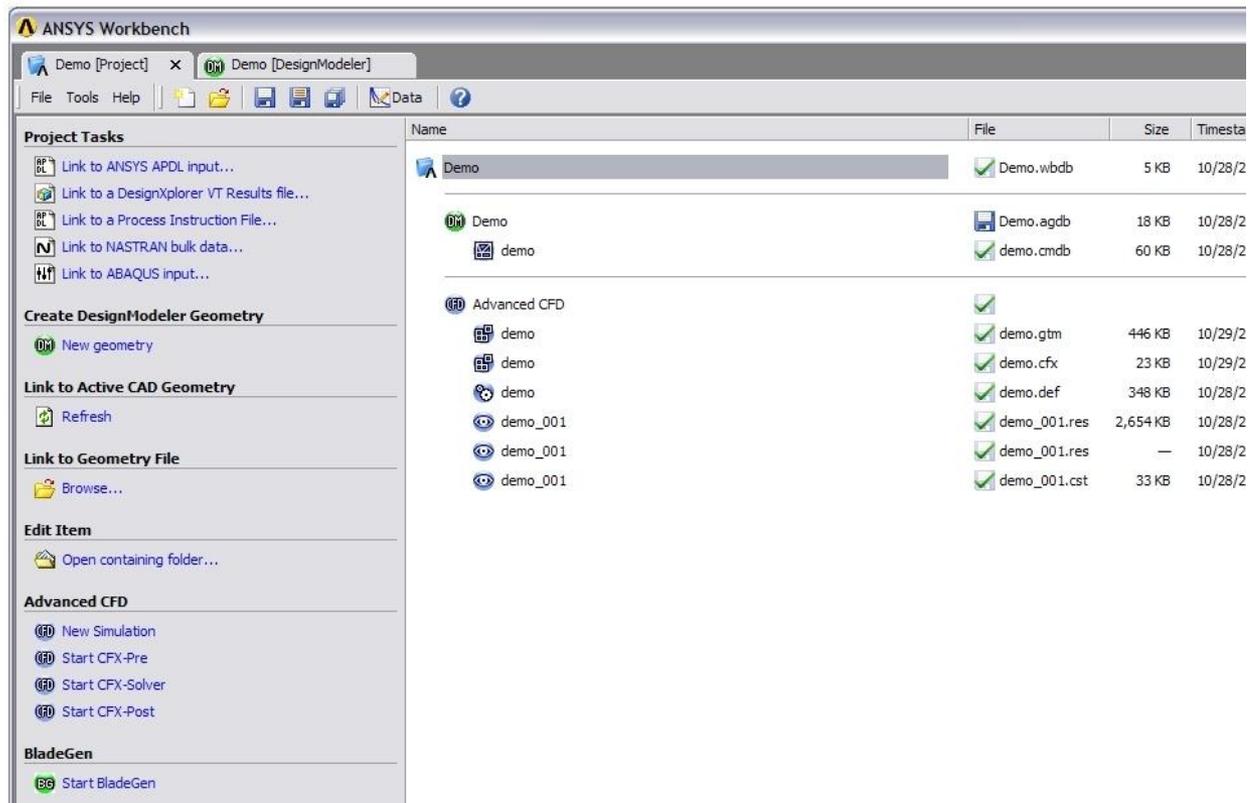
- визуализация геометрии и исследуемых областей;
- векторные графики для визуализации направления и величины потоков;
- визуализация изменения скалярных величин (такие как температура, давление) внутри исследуемой области.



ANSYS Workbench



ANSYS Workbench входит в состав комплекса ANSYS и обеспечивает унифицированную инструментальную среду для разработки и управления разнообразной CAE-информацией.



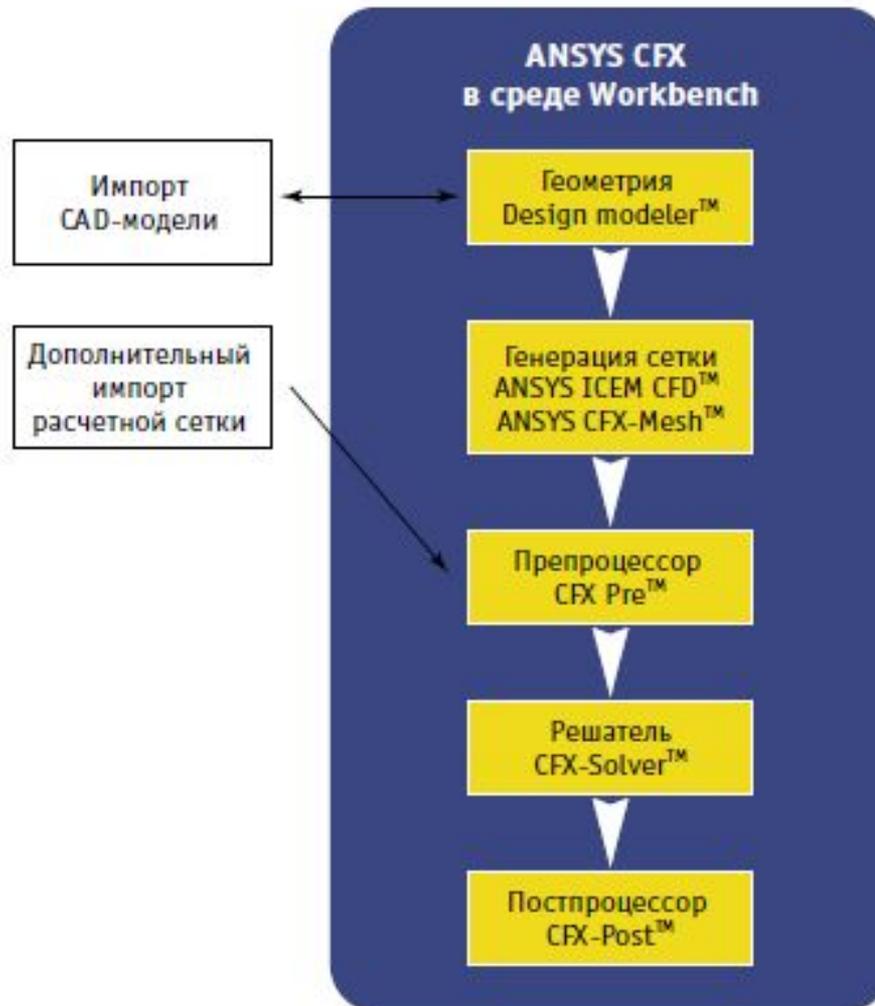
ANSYS Workbench



ANSYS Workbench включает следующие приложения:

- DesignModeler;
- CFX-Mesh;
- Simulation;
- FE Modeler;
- DesignXplorer;
- Engineering Data;
- Customization and the Workbench SDK.

ANSYS CFX в среде Workbench



Области применения



- **Аэрокосмическая промышленность:** процессы обтекания тел, химические процессы горения в ДВС, реактивное движение, турбулентные потоки в жидких и газообразных средах, смеси газов
- **Турбомашиностроение:** потоки в турбинах, процессы вращения турбин
- **Нефтегазовая и химическая промышленность:** химические процессы горения, процессы течения
- **Автомобилестроение:** обтекание тел, процессы вентиляции, процессы горения в ДВС, процессы теплообмена
- **Судостроение и морская техника:** процессы обтекания
- **Теплоэнергетика**
- **Вентиляция и кондиционирование**
- **Биомедицинские приложения:** моделирование течения жидкостей организма; моделирование процессов теплообмена
- **Микроэлектромеханические системы MEMS:** моделирование процессов теплообмена

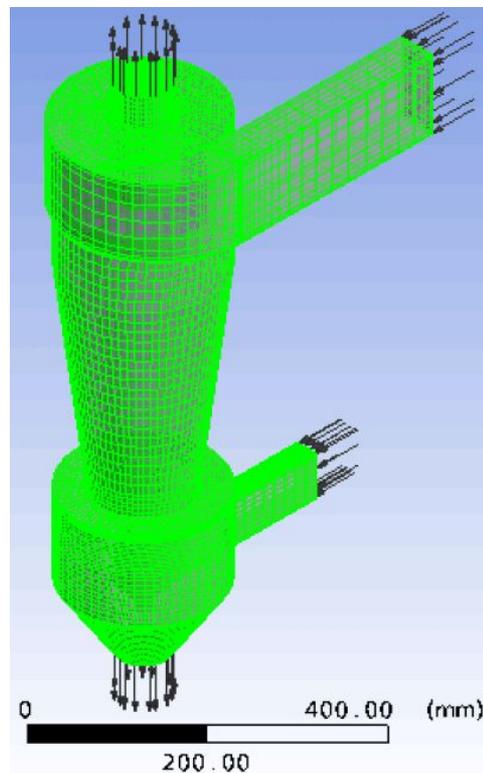
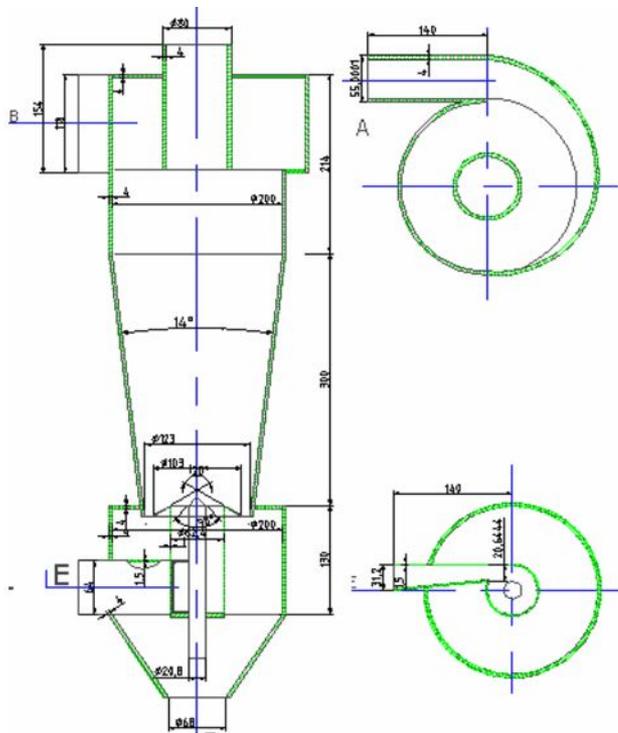
Список источников



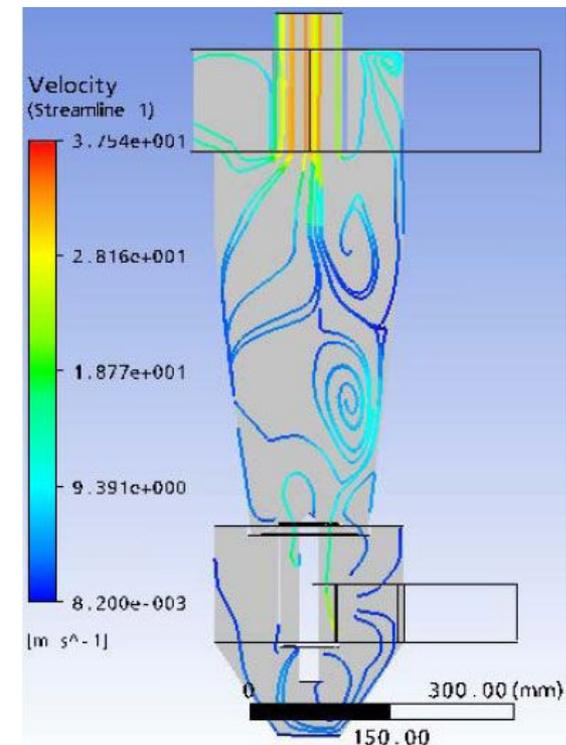
1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М. 1953. 788 с.
2. http://ru.wikipedia.org/wiki/%D3%F0%E0%E2%ED%E5%ED%E8%FF_%C D%E0%E2%FC%E5_%97_%D1%F2%EE%EA%F1%E0
3. Белов И. А., Исаев С. А. Моделирование турбулентных течений: Уч. пос. – СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2001. – 108 с., ил.
4. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т. 1: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 504 с, ил.
5. ANSYS CFX v.10. Release. Theory Reference.
6. Антипина Н.А. Математические модели рабочих процессов устройств для защиты нефтяного насоса от засорения // Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, Пермь, 2012

Примеры расчета

- Аппарат со встречно-закрученными потоками



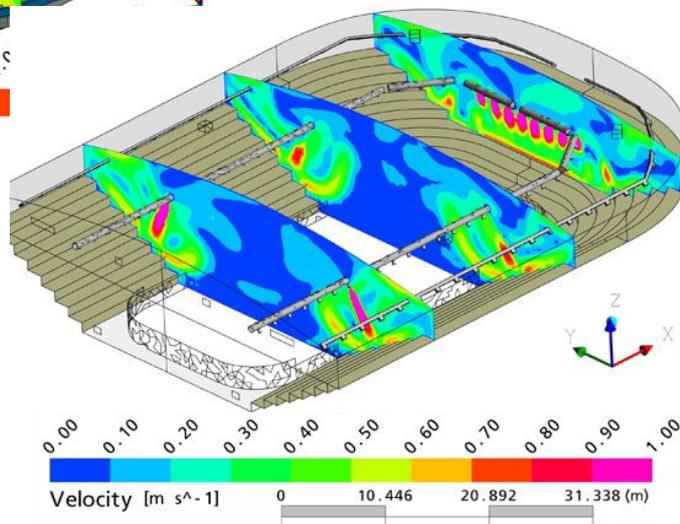
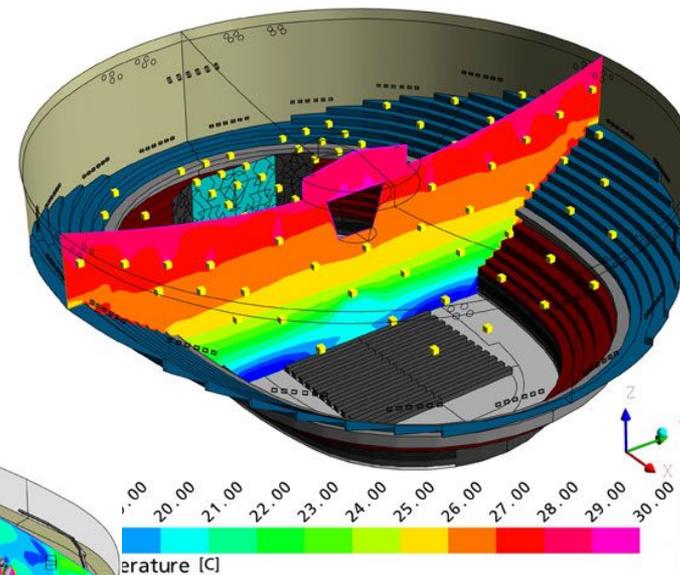
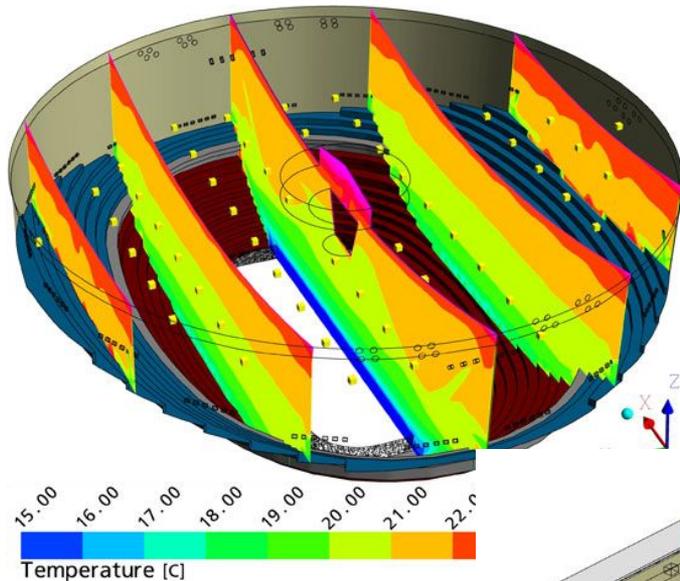
Общий вид расчетной области.



Картина течения в осевом сечении аппарата.

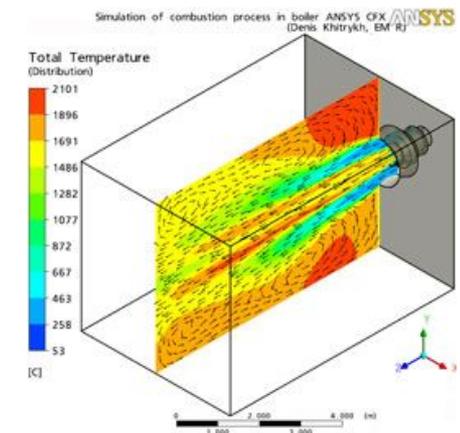
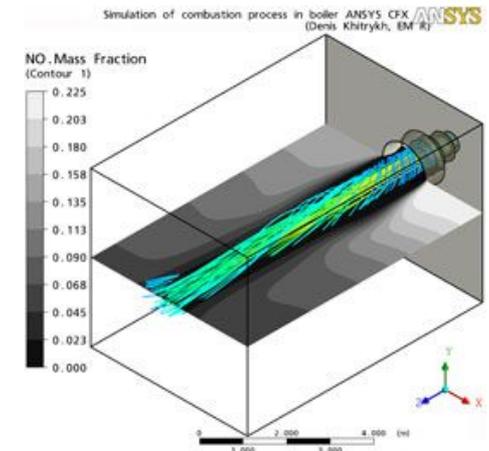
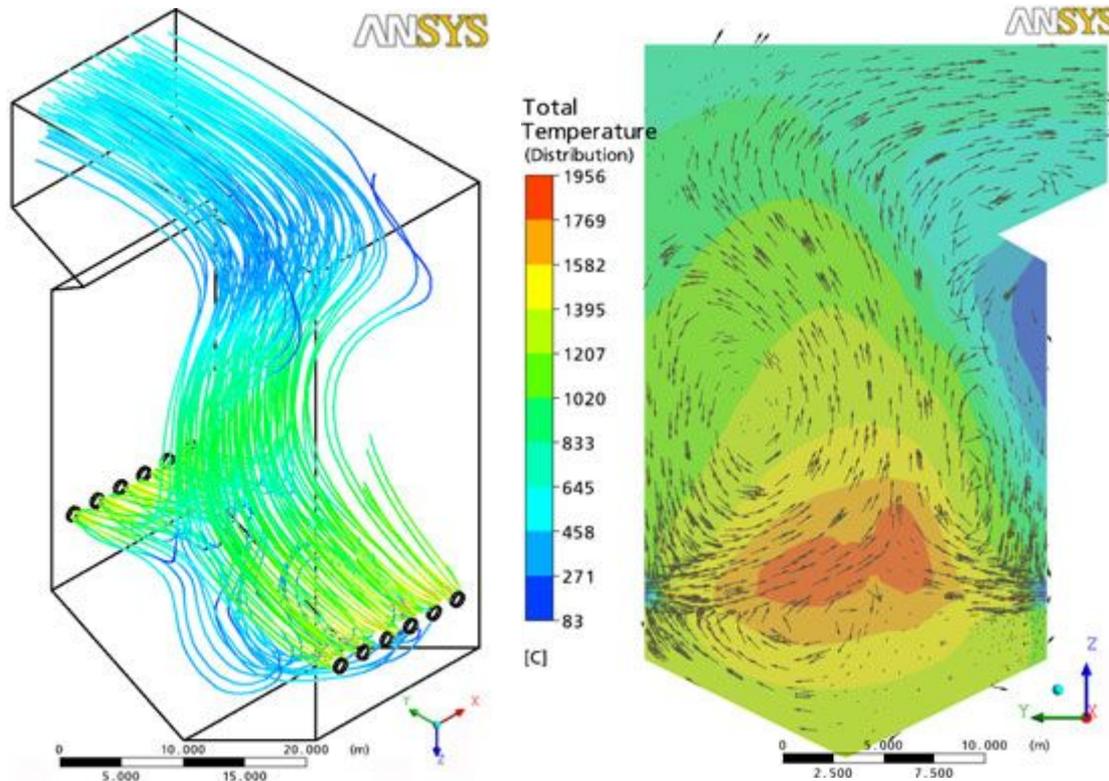
Примеры расчета

- Расчет системы вентиляции стадиона «Арена «Ходынка»



Примеры расчета

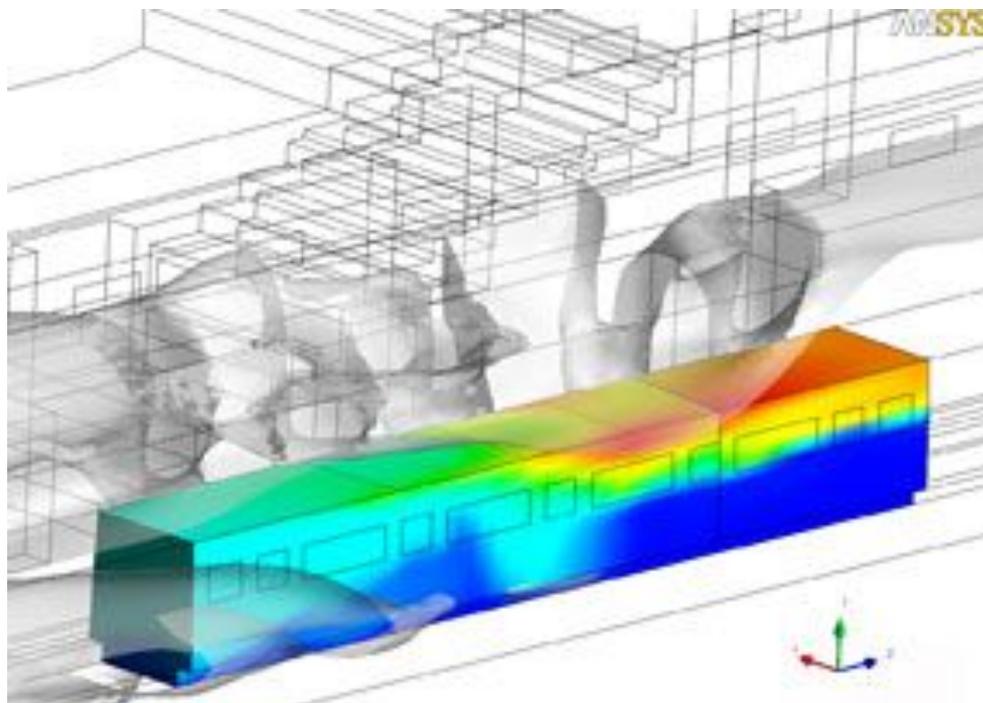
- Моделирование процессов горения, тепло и массообмена в топках котлов на пылевидном топливе



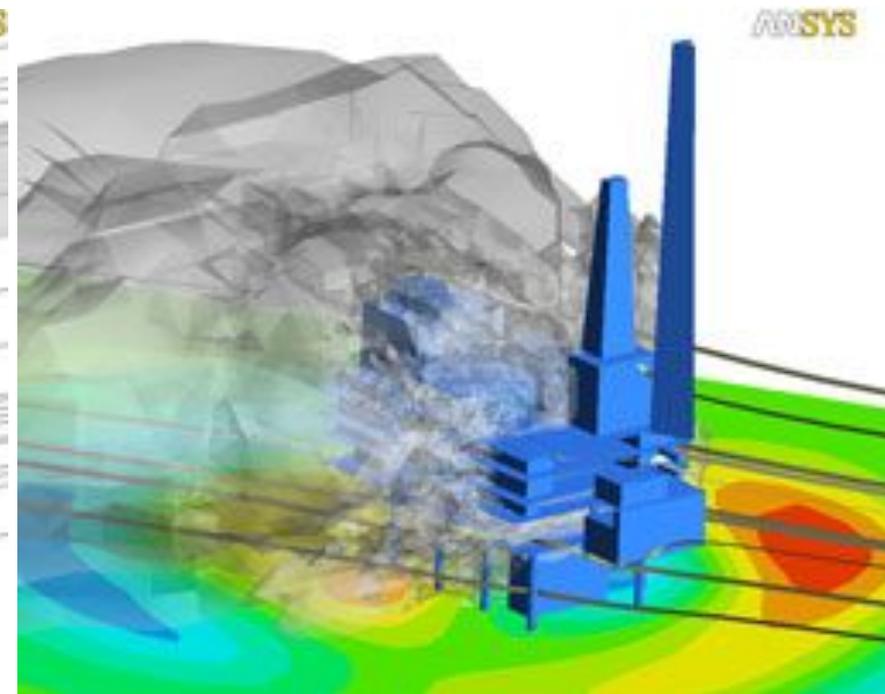
Общая структура течения в топочной камере и распределение температуры в топке 120 МВт котла

Примеры расчета

- Численный анализ пожаровзрывоопасности объектов нефтегазовой отрасли, промышленности и строительства



Изоповерхность концентрации углерода в момент времени $t = 120$ сек (CFX-Post)



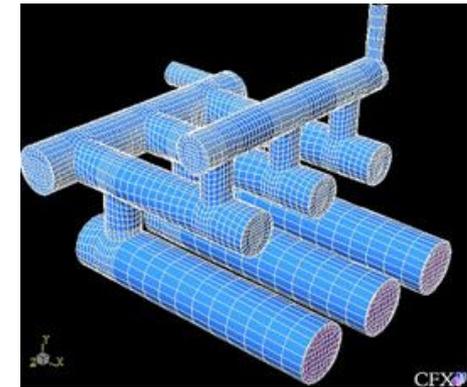
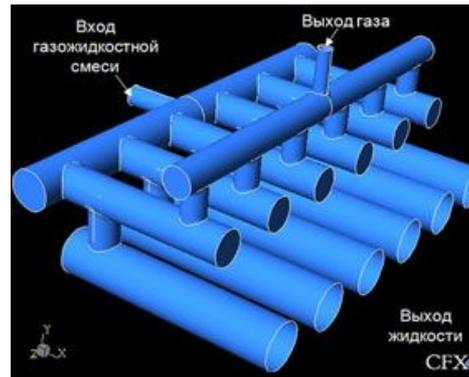
Моделирование утечки газа и образования взрывоопасной смеси на морской нефтяной платформе

Примеры расчета

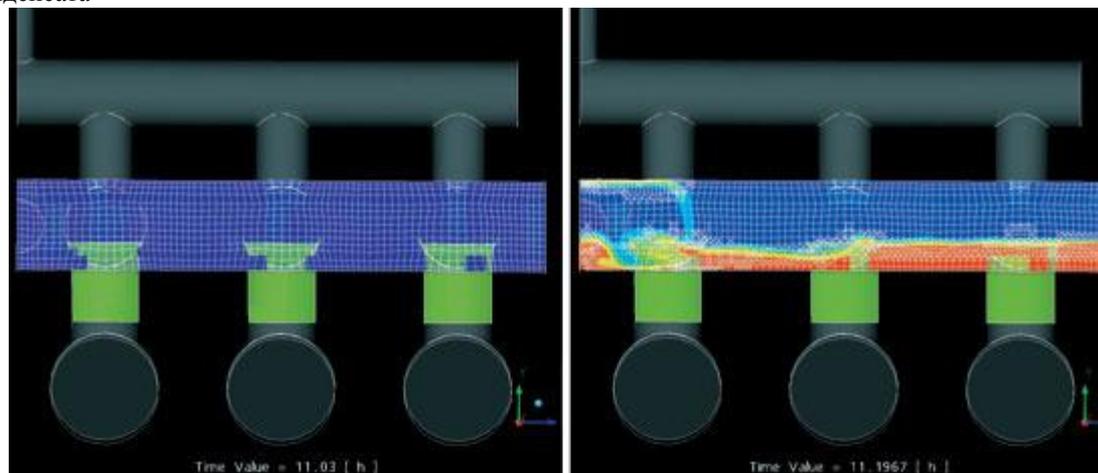
- Моделирование течения многофазного потока в трубопроводе с ловушкой для конденсата



На фотографии ловушки для конденсата



Внешний вид расчетной сетки до адаптации



Пример нестационарной адаптации сетки на границе раздела газ-жидкость: синий цвет отображает газ, красный - жидкость.

Как решать задачи



Бесплатно лицензионную версию на 5 месяцев можно скачать
здесь:

<http://www.ansys.com/products/academic/ansys-student>

Лыкова Наталья Анатольевна

crym@yandex.ru

8-908-26-000-27