

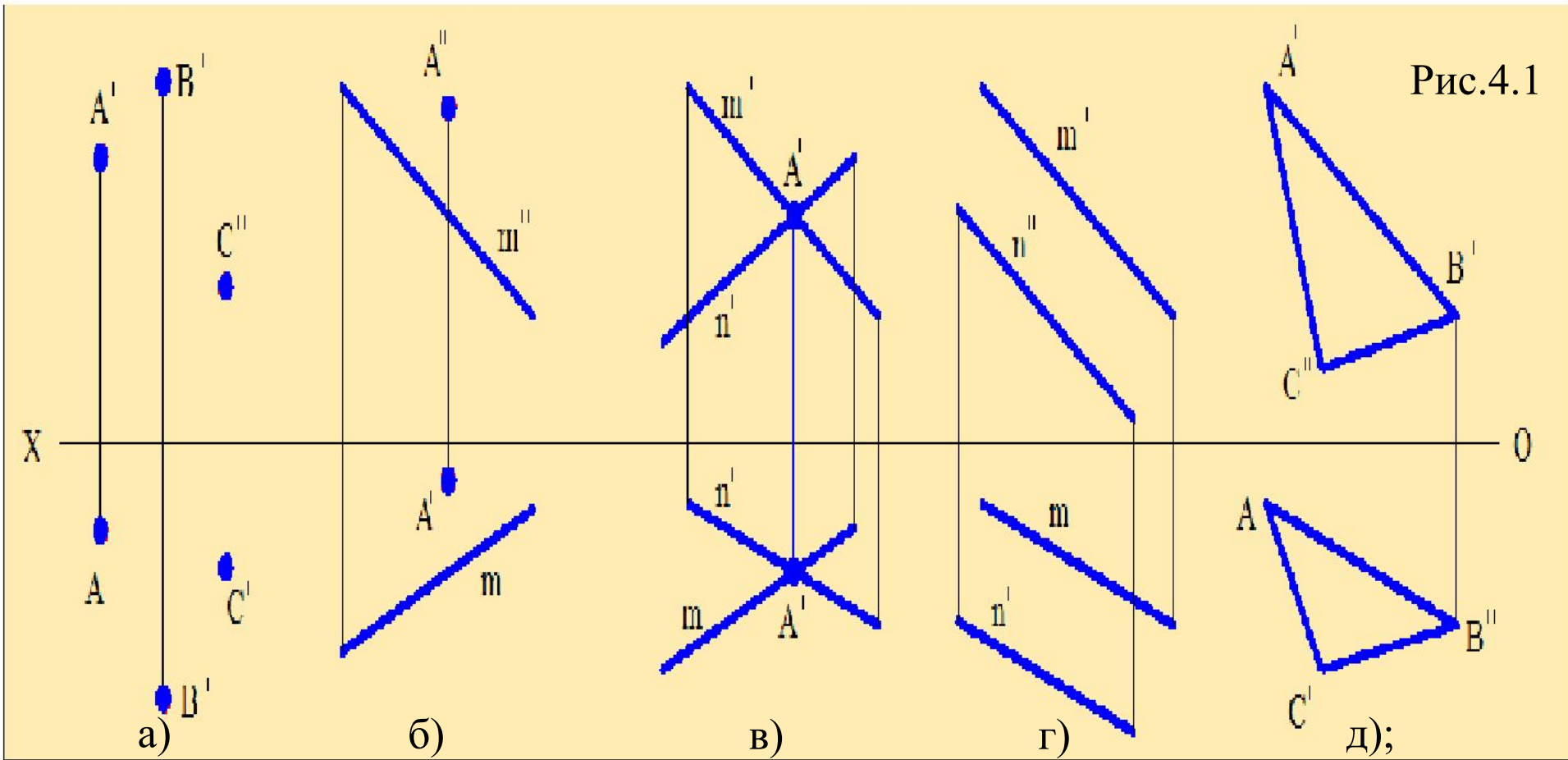
# Лекция 4

## Плоскость.

**Следы плоскости. Частное положение плоскости. Главные линии плоскости. Взаимное положение двух плоскостей**

# *Плоскость. Изображение плоскости на чертеже*

На комплексном чертеже проекции плоскости изображаются следующими методами: **1)** Проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой (рис.4.1,а); **2)** Проекциями прямой и точки (рис.4.1,б); **3)** Проекциями двух пересекающихся прямых (рис. 4.1,в); **4)** Проекциями двух параллельных прямых (рис. 4.1,г); **5)** Проекциями плоской геометрической фигуры, например проекциями треугольника (рис.4.1,д); **6)** Следами.



# Следы плоскости

**Следом плоскости** называется линия пересечения плоскости с плоскостью проекций (рис. 4.2). Линия пересечения плоскости с горизонтальной плоскостью проекций называется **горизонтальным следом  $\alpha_H$**  плоскости  $\alpha$ ; Линия пересечения плоскости с фронтальной плоскостью проекций называется **фронтальным следом  $\alpha_F$**  плоскости  $\alpha$ ; Линия пересечения плоскости с профильной плоскостью проекций называется **профильным следом  $\alpha_P$**  плоскости  $\alpha$ ; Точки пересечения следов плоскости с осями проекций называются **точками схода следов плоскости  $\alpha$  –  $\alpha_X, \alpha_Y, \alpha_Z$** .

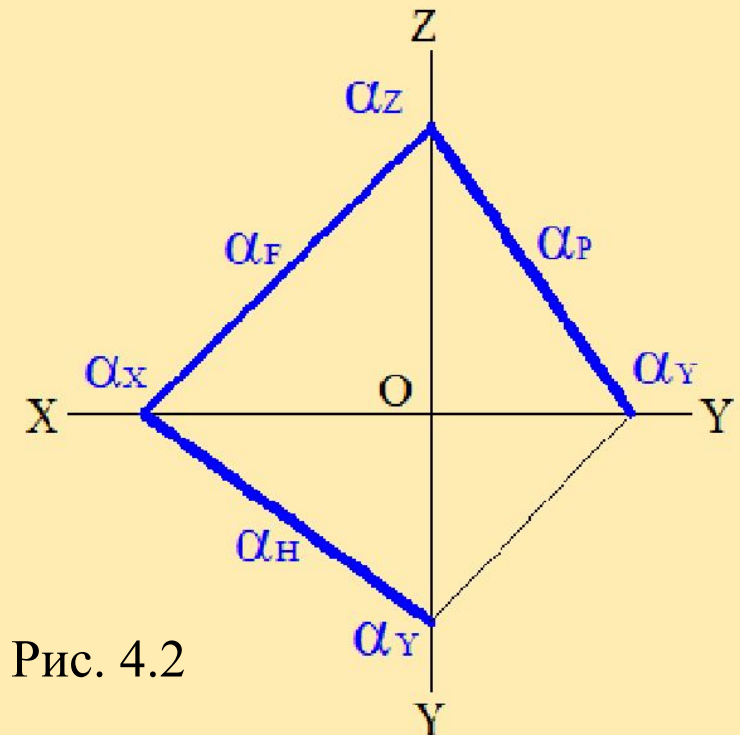
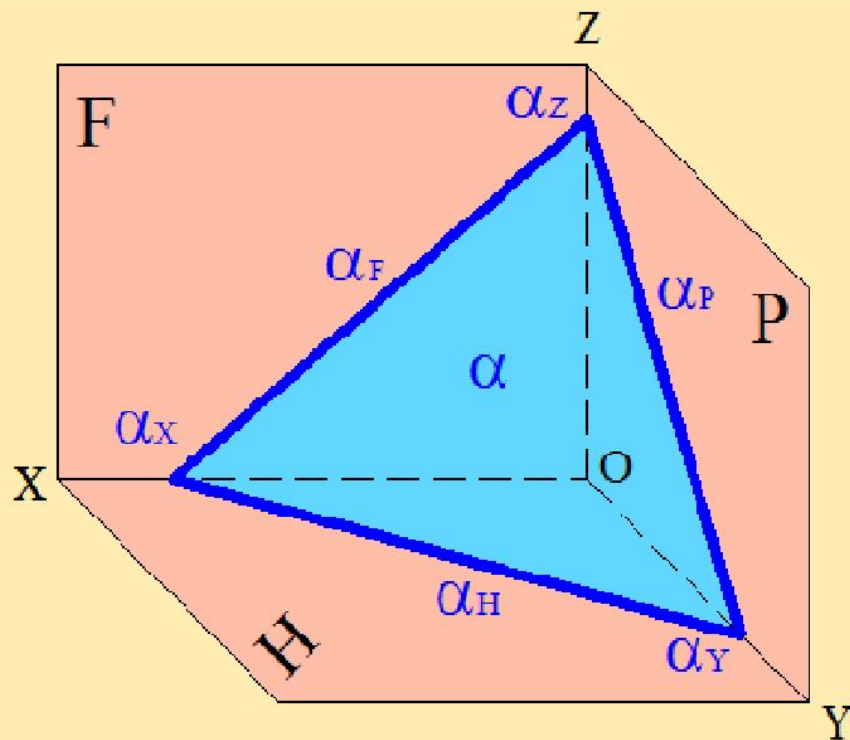


Рис. 4.2

# Частные положения плоскостей

По отношению к плоскостям проекций плоскость может быть параллельной (плоскость уровня), перпендикулярной (проектирующая плоскость) и находиться под углом (плоскость общего положения). 1. Плоскость, параллельная горизонтальной плоскости проекций, называется *горизонтальной плоскостью* (рис.4.3,а). Горизонтальная плоскость также перпендикулярна фронтальной и профильной плоскостям проекций. На рис.4.3,б показан комплексный чертёж горизонтальной плоскости, заданной следами. Как видно из чертежа фронтальный след горизонтальной плоскости параллелен оси  $X$ . На рисунке 4.3,в изображен чертёж горизонтальной плоскости в виде треугольника  $ABC$ . На плоскость  $H$  треугольник проецируется в истинную величину, а на плоскость  $F$  в виде прямой, параллельной оси  $X$ .

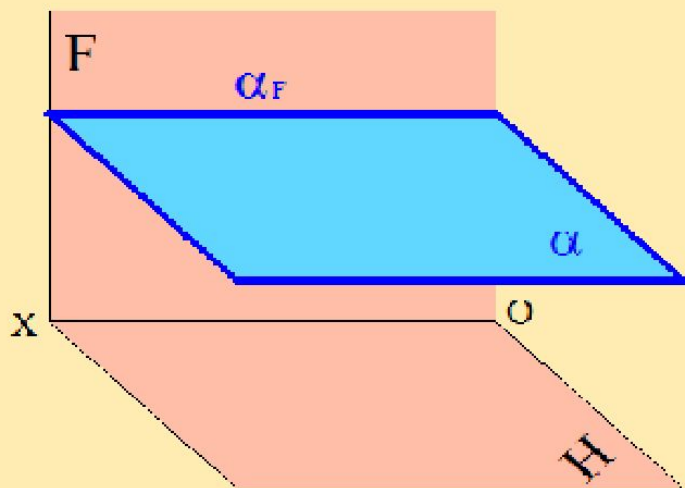
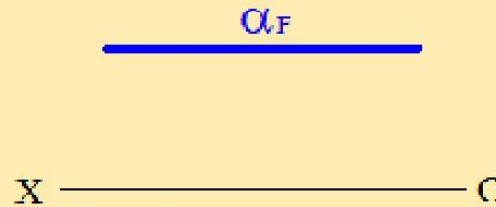
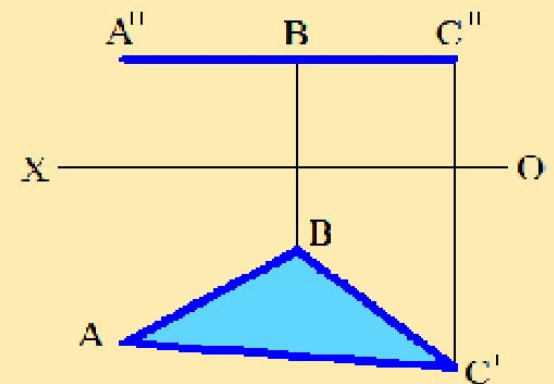


Рис.4.3

а)



б)



в)

Если на горизонтальной плоскости возьмём какую-нибудь точку, то фронтальная проекция этой точки будет лежать на фронтальном следе плоскости (фронтальной проекции треугольника), а профильная проекция – на её профильном следе (профильной проекции).

Таким образом, можно говорить о том, что фронтальный след (фронтальная проекция) горизонтальной плоскости обладают *собирательными свойствами*.

2. Плоскость, параллельная фронтальной плоскости проекций, называется **фронтальной плоскостью** (рис.4.4,а). Фронтальная плоскость также перпендикулярна горизонтальной и профильной плоскостям проекций.

На рисунке 4.4,б изображена фронтальная плоскость  $\alpha$ , заданная следами, а на рисунке 4.4, в - чертёж фронтальной плоскости, заданной треугольником **ABC**.

У фронтальной плоскости горизонтальный след (горизонтальная проекция) обладают собирательными свойствами.

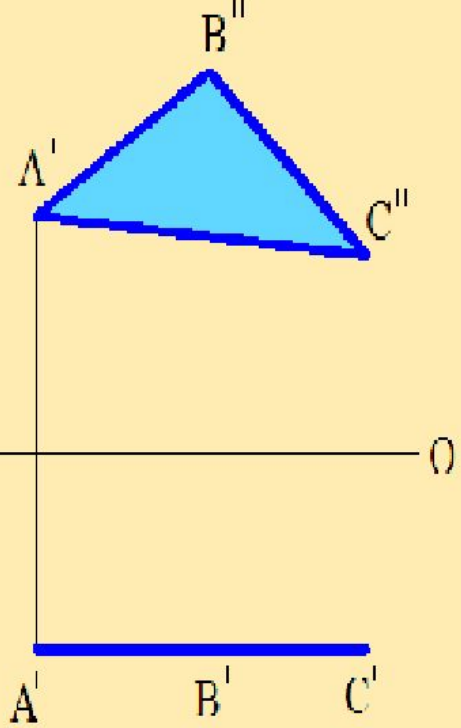
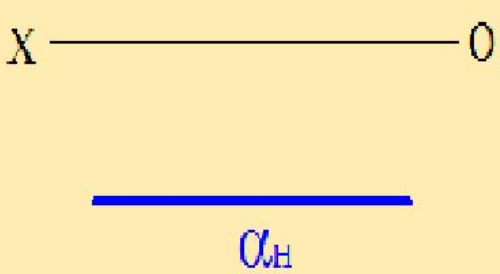
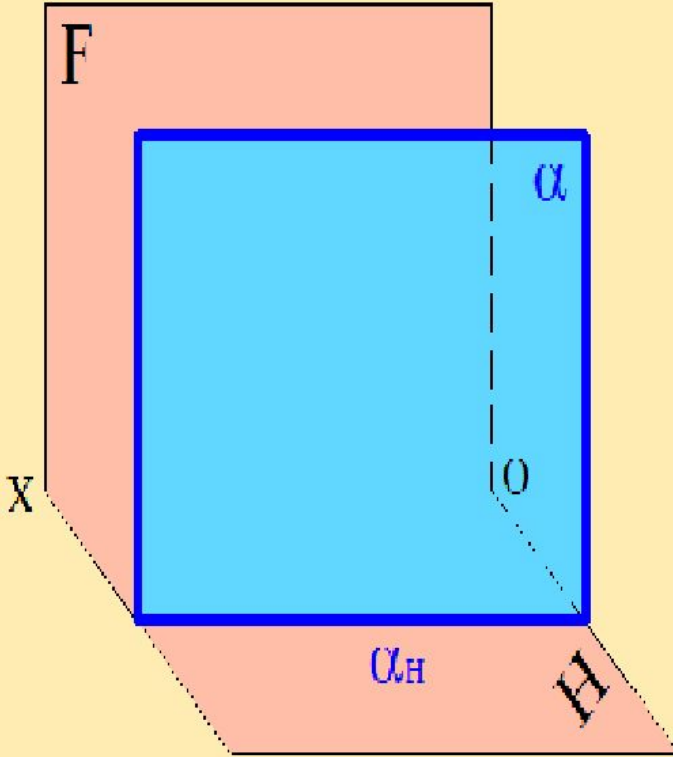


Рис.4.4

а)

б)

в)

3. Плоскость, параллельная профильной плоскости проекций, называется **профильной плоскостью** (рис.4.5,а). На рисунке 4.5,б показан чертёж профильной плоскости в виде следов. Горизонтальный и фронтальный следы профильной плоскости перпендикулярны оси X.

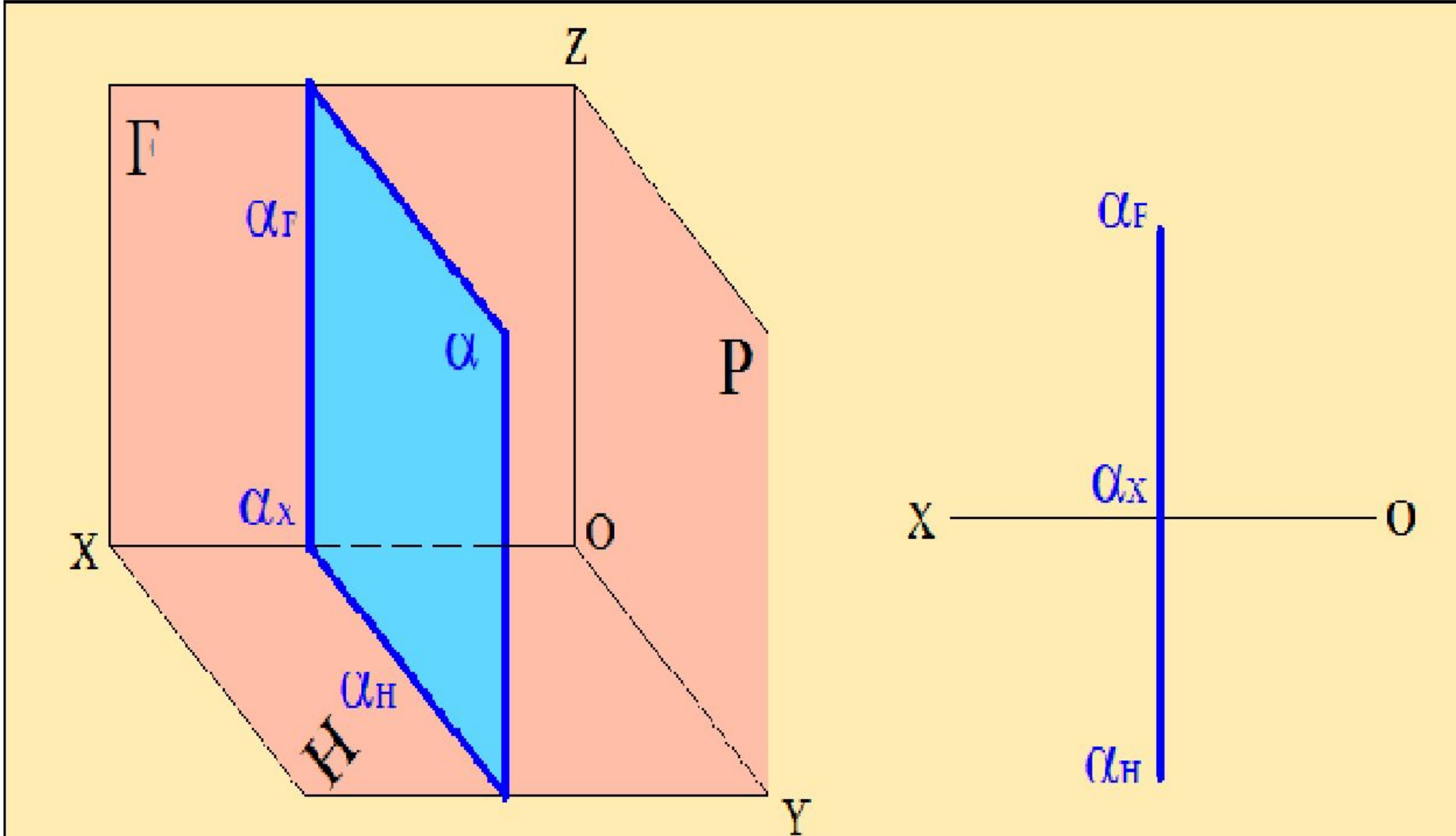


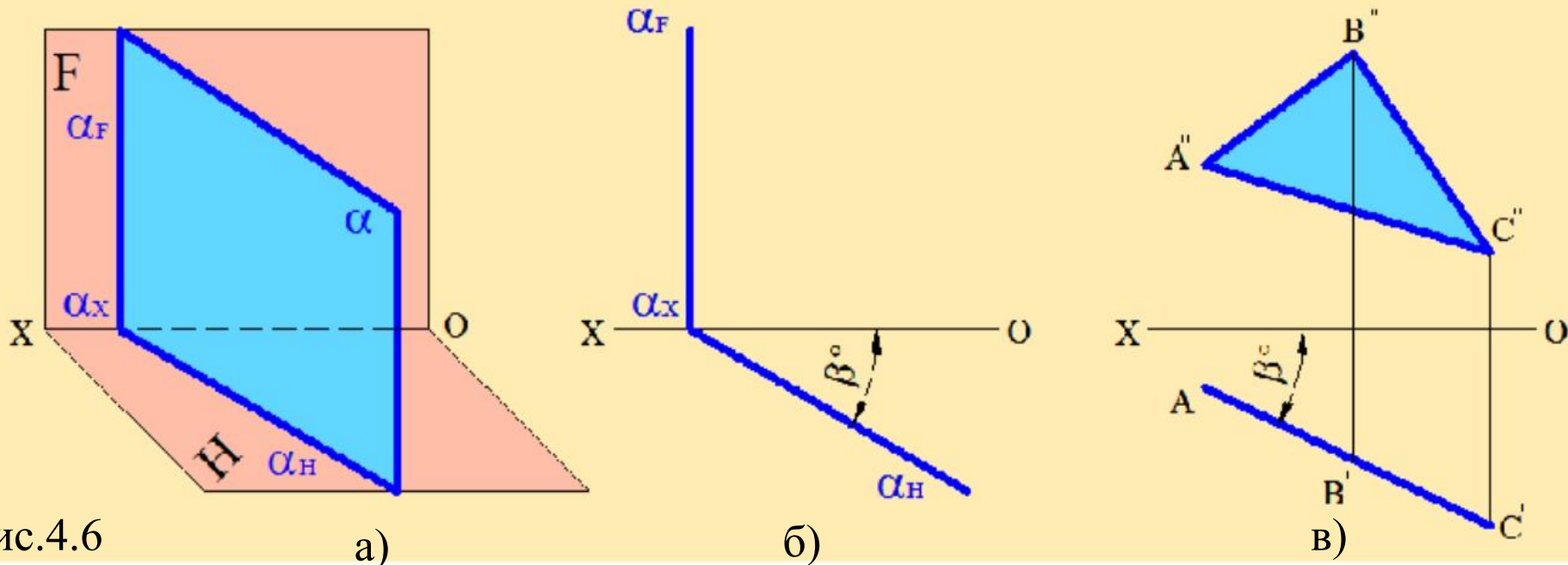
Рис.4.5

а)

б)

4. Плоскость, перпендикулярная только горизонтальной плоскости проекций, называется *Горизонтально - проецирующей плоскостью* (рис.4.6,а).

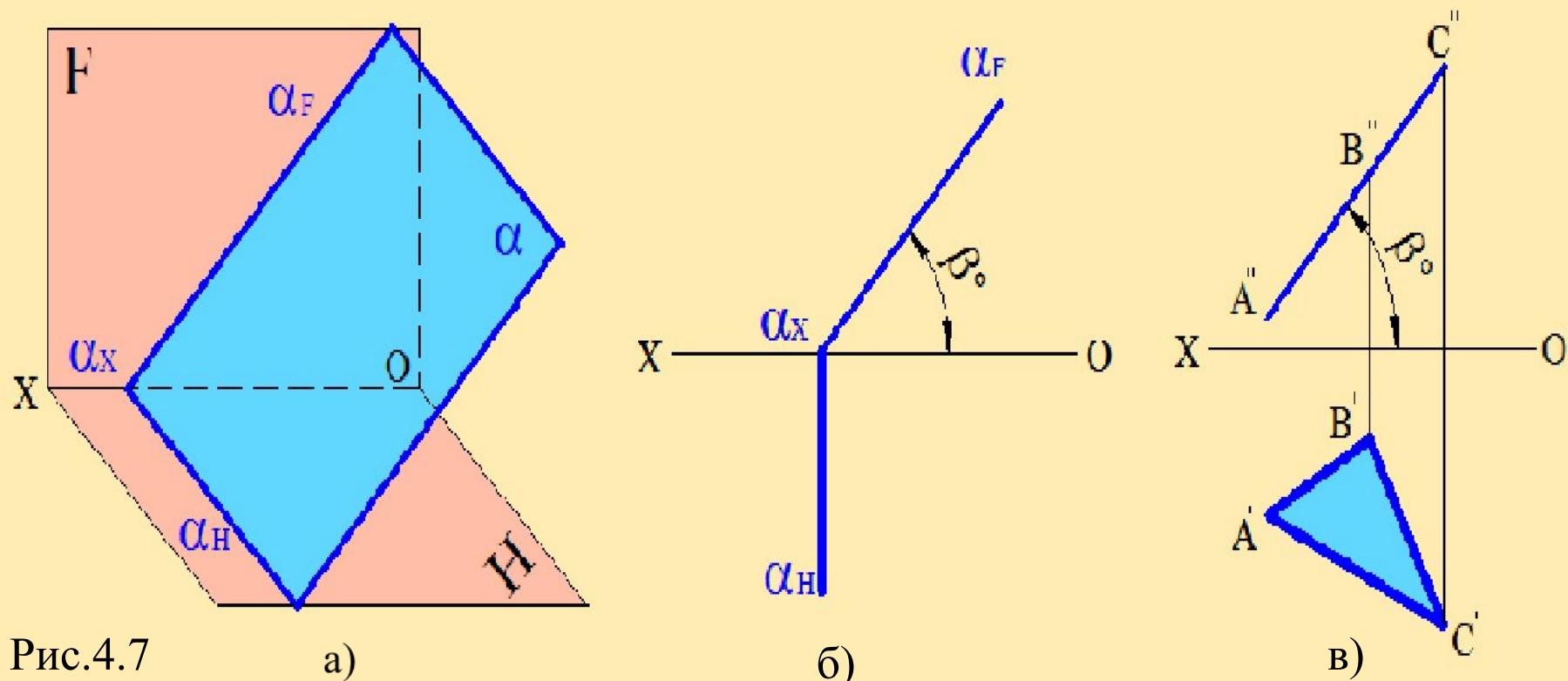
У горизонтально-проецирующей плоскости заданной следами (рис.4.6,б) фронтальный след перпендикулярен оси **X**, а горизонтальный след располагается под углом к этой оси и обладает собирательными свойствами. Угол **β** между горизонтальным следом плоскости и осью **X** соответствует углу наклона этой плоскости к фронтальной плоскости проекций. На рис.4.6,в изображена горизонтально-проецирующая плоскость в виде треугольника **ABC**. Горизонтальная проекция треугольника представляет собой прямую линию, наклонённую к оси **X**, а фронтальная проекция тоже треугольник, но отличающийся от треугольника **ABC** по размерам.





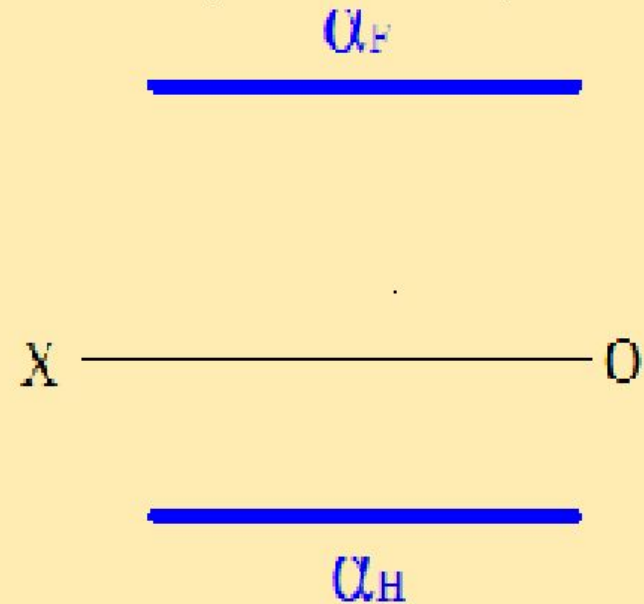
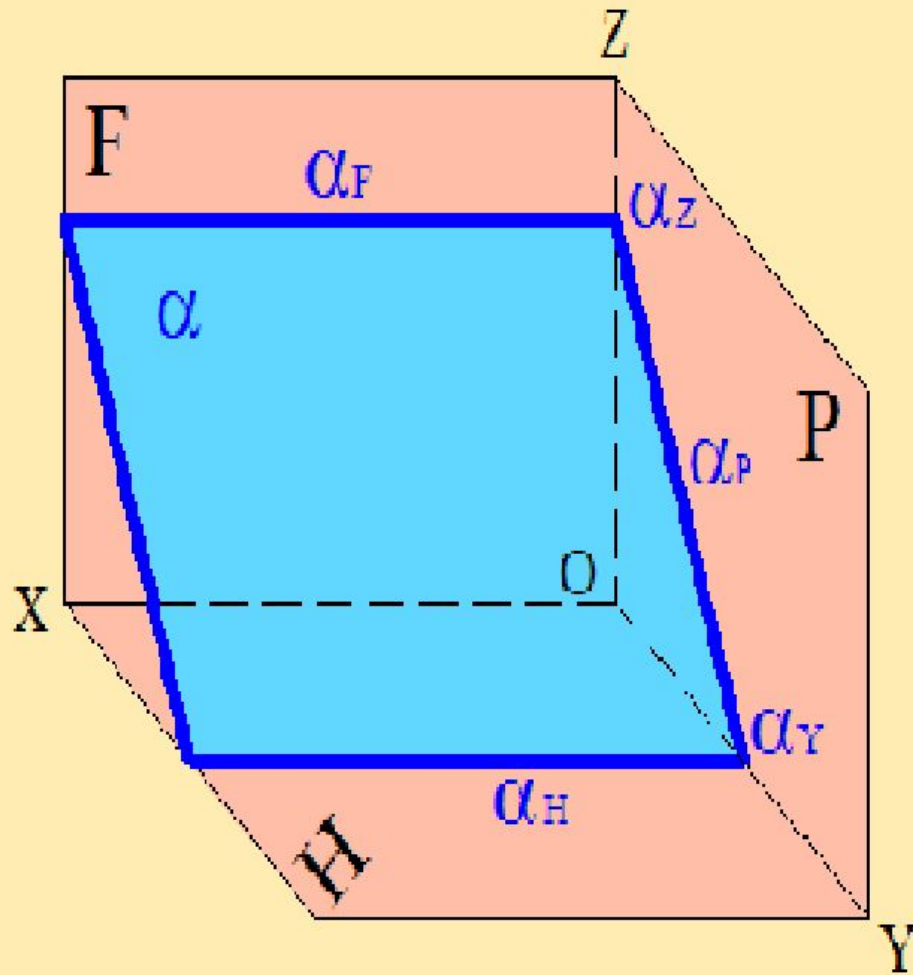
5. Плоскость, перпендикулярная только фронтальной плоскости проекций, называется **фронтально - проецирующей плоскостью** (рис.4.7,а).

У фронтально-проецирующей плоскости заданной следами (рис.4.7,б) горизонтальный след перпендикулярен оси **X**, а фронтальный след располагается под углом к этой оси и обладает собирательными свойствами. Угол  $\beta$  между горизонтальным следом плоскости и осью **X** соответствует углу наклона этой плоскости к горизонтальной плоскости проекций. На рис.4.7,в изображена фронтально – проецирующая плоскость в виде треугольника **ABC**.



6. Плоскость, перпендикулярная только профильной плоскости проекций, называется **профильно-проецирующей плоскостью** (рис.4.8,а).

Горизонтальный и фронтальный следы профильно-проецирующей плоскости параллельны оси **X** (рис.4.8, б).



а)

б)

Рис.4.8

7. Плоскость, которая не перпендикулярна и не параллельна плоскостям проекций, называется **Плоскостью общего положения** или **случайной плоскостью** (рис.4.9, а). На рисунке 4.9, б изображена плоскость **общего положения** заданная следами, а на рисунке 4.9, в - в виде треугольника **ABC**.

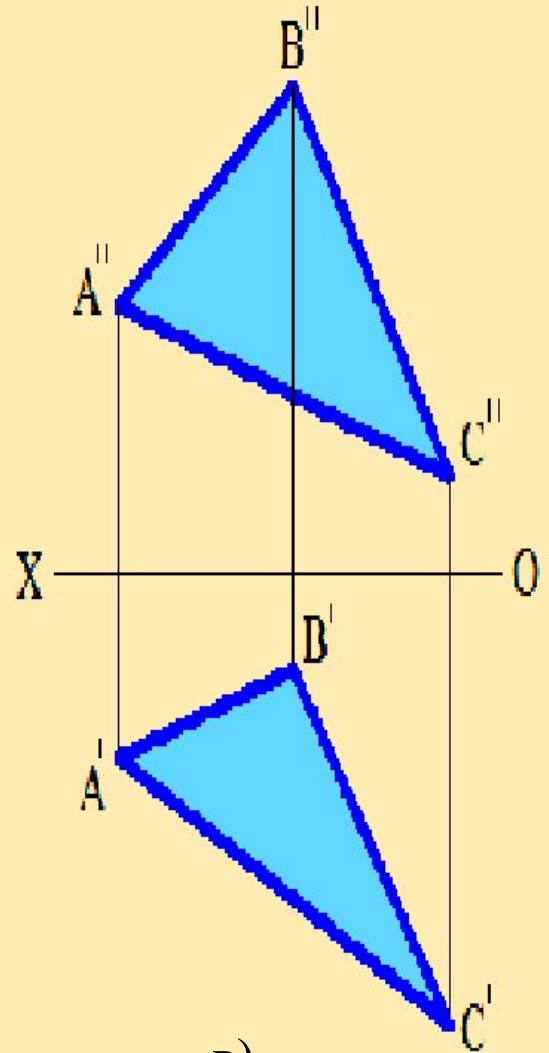
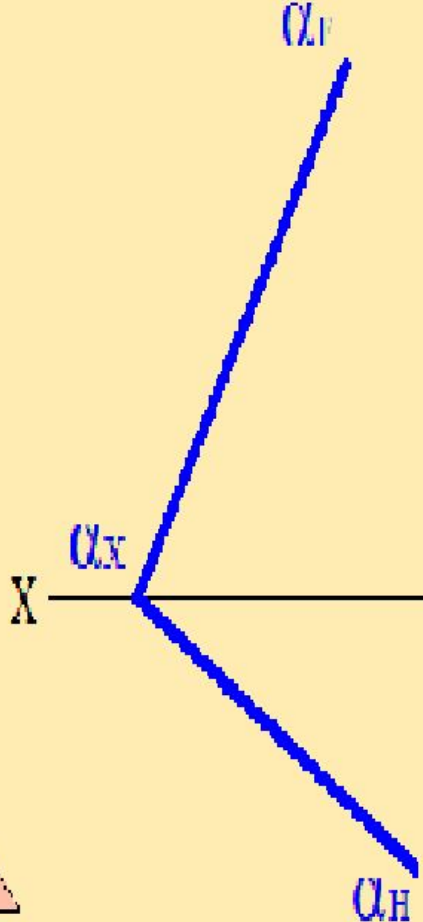
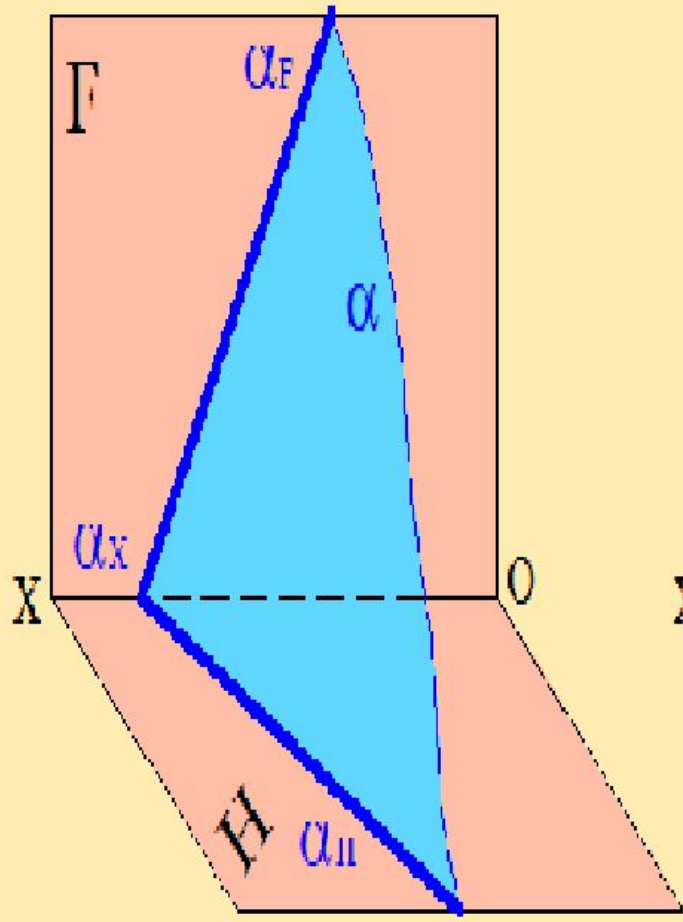


Рис.4.9

а)

б)

в)

## *Главные линии плоскости*

К особым линиям плоскости относятся главные линии плоскости (горизонталь и фронталь) и линия наибольшего наклона (ската) плоскости. Прямые, лежащие на плоскости, и параллельные плоскостям проекций, называются *главными линиями* плоскости.

Прямая, лежащая на плоскости, и параллельная горизонтальной плоскости проекций, называется *горизонталью* плоскости. Прямая, лежащая на плоскости, и параллельная фронтальной плоскости проекций, называется *фронталью* плоскости. На рисунке 4,10,а изображена плоскость общего положения, заданная в виде треугольника **ABC**. Построим главные линии этой плоскости. Для того чтобы построить фронтальную проекцию горизонтали берём на фронтальной проекции треугольника произвольную точку и проводим прямую, параллельную оси **X**. Так как плоскость задана в виде треугольника, то удобно в качестве произвольной точки выбрать одну из вершин треугольника. Поэтому из точки **A''** проводим прямую **h''** параллельно оси **X**. **h''** – *фронтальная проекция горизонтали* плоскости. Эта прямая пересекается со стороной **B''C''** в точке **1''**. Горизонтальная проекция точки пересечения - **1'** принадлежит проекции **B'C'**. Соединив точки **1'** и **A'** получим горизонтальную проекцию горизонтали – прямую **h'**. Аналогично строим горизонтальную **f'** и фронтальную **f''** проекции фронтали.

Построим проекции главных линий плоскости заданной следами (рис.4.10,б). На фронтальном следе плоскости  $\alpha_F$  берём произвольную точку  $1''$  и из этой точки проводим фронтальную проекцию горизонтали – прямую  $h''$ , параллельную оси  $X$ . Как известно, если одна проекция точки лежит на следе плоскости, то её другая проекция располагается на оси  $X$ . Исходя из этого определяем положение проекции  $1'$  и из этой точки проводим прямую  $h'$  параллельно горизонтальному следу  $\alpha_H$  плоскости. Аналогичным образом строим горизонтальную  $f'$  и фронтальную  $f''$  проекции фронтали.

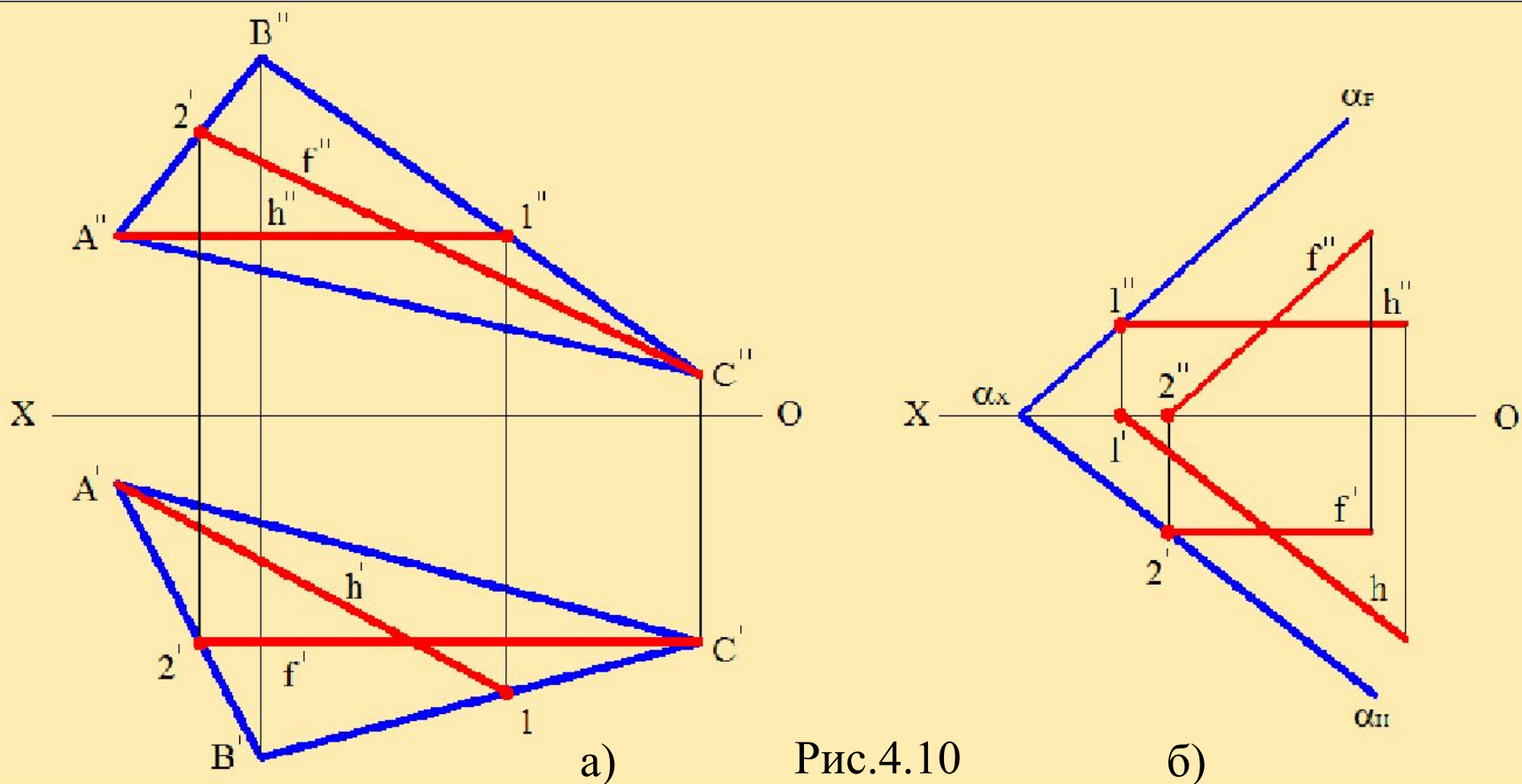
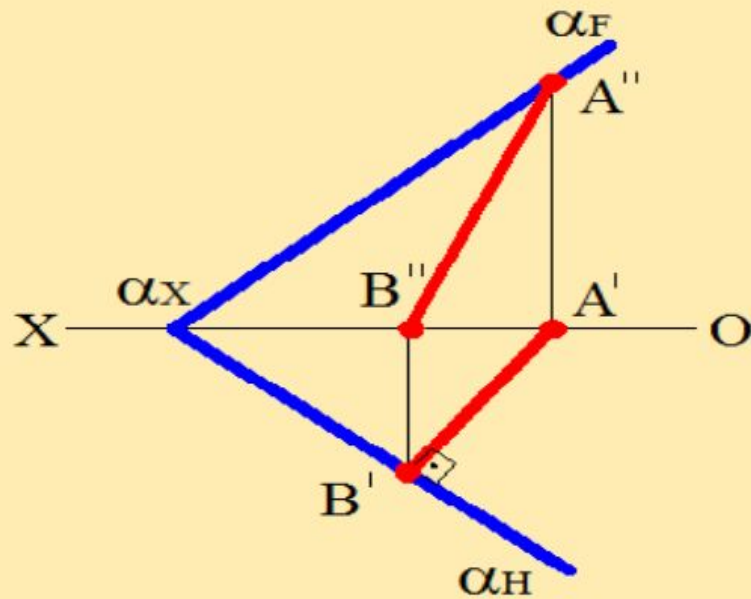


Рис.4.10

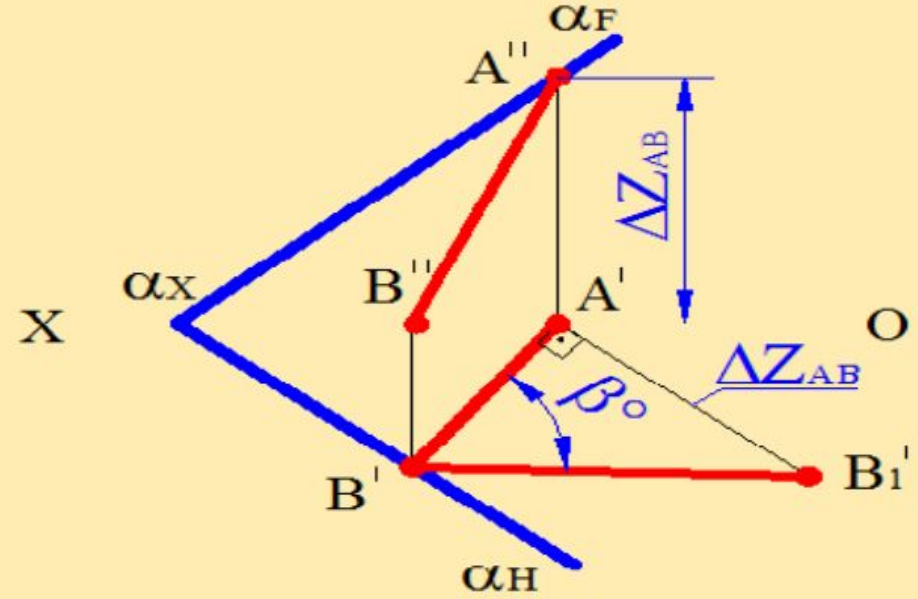
б)

**Линией наибольшего наклона (ската) плоскости** называется прямая, принадлежащая данной плоскости и перпендикулярная её следу. Определим линию наибольшего наклона плоскости относительно горизонтальной плоскости проекций (рис.4.11,а). Возьмём на плоскости произвольную точку **A**. Так как фронтальная проекция этой точки **A''** лежит на фронтальном следе плоскости  $\alpha_F$ , то её горизонтальная проекция **A'** будет располагаться на оси **X**. Из точки **A'** проводим перпендикуляр **A'B'** к горизонтальному следу плоскости  $\alpha_H$ . Точка **B''** лежит на оси **X**. Полученные прямые **A'B'** и **A''B''** являются проекциями линии наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости



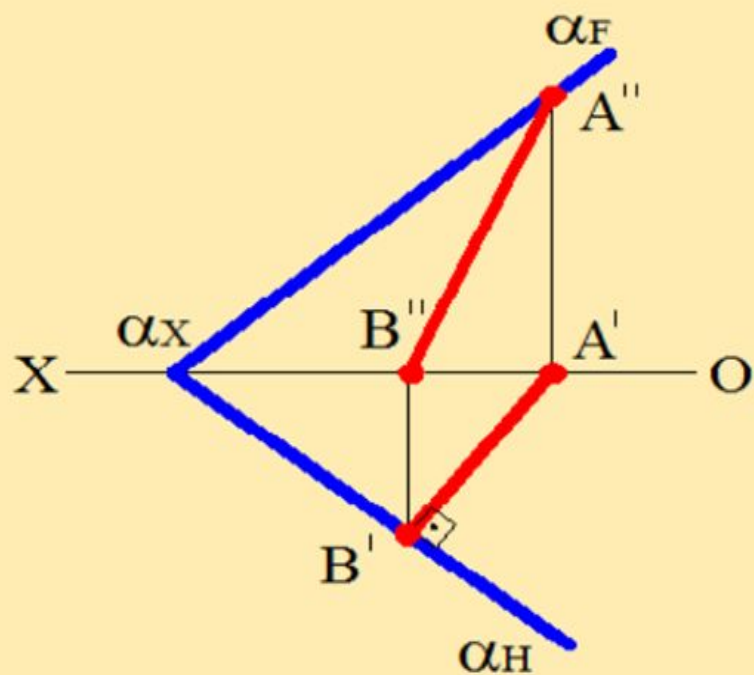
а)

Рис.4.11

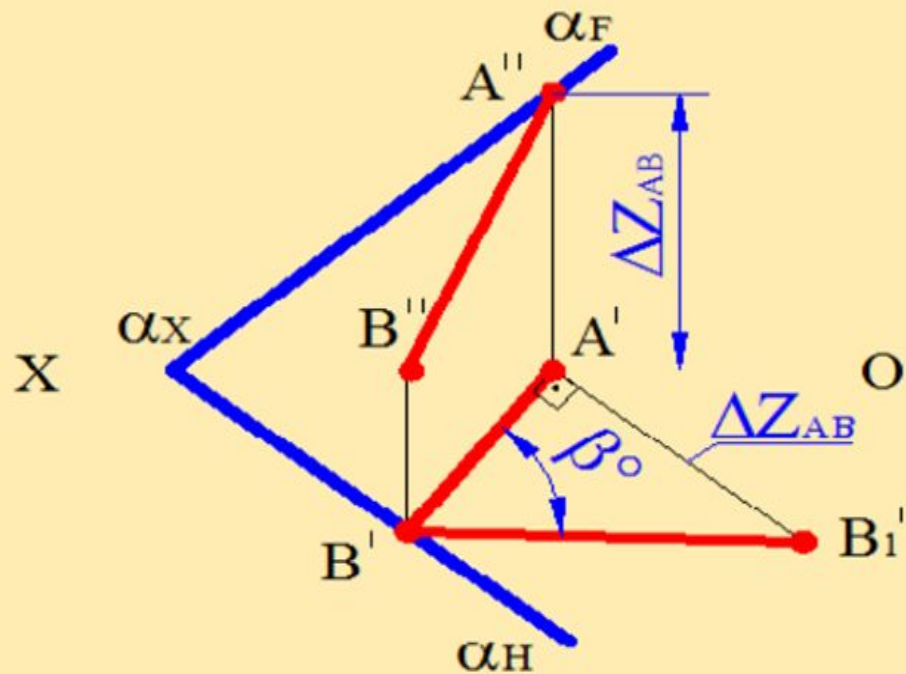


б)

Линия наибольшего наклона позволяет определить угол наклона плоскости к плоскостям проекций. Определим истинную величину прямой  $AB$  методом прямоугольного треугольника – прямую  $B''B_1'$ . Угол  $\beta$  между этой прямой и прямой  $A'B'$  (рис.4.11,б) соответствует углу наклона заданной плоскости к горизонтальной плоскости проекций. Очевидно, что если линия наибольшего наклона к горизонтальной плоскости проекций перпендикулярна горизонтальному следу плоскости, то она перпендикулярна и горизонтали плоскости.



а)



б)

Рис. 4.11

На рисунке 4.12 показано построение *линии наибольшего наклона* к горизонтальной плоскости, заданной в виде треугольника  $\Delta ABC$ . Строим проекции горизонтали плоскости –  $h'$  и  $h''$ . Из вершины  $B'$  опускаем перпендикуляр к проекции  $h'$ , и находим точку пересечения этого перпендикуляра со стороной  $A'B'$  – точку  $D'$ . Прямая  $B'D'$  является горизонтальной проекцией линии наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций. Затем строим фронтальную проекцию этой прямой – прямую  $B''D''$ .

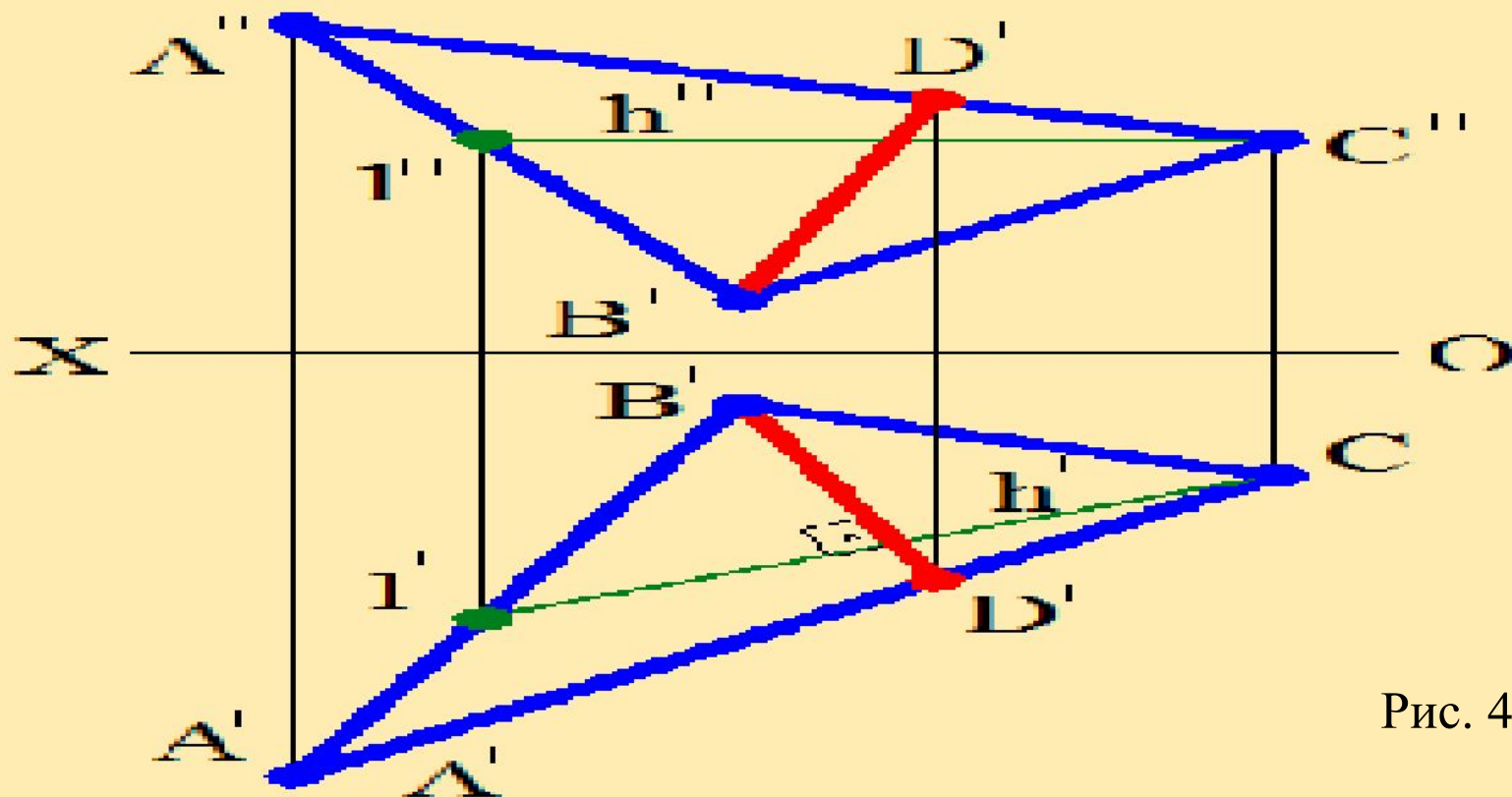


Рис. 4.12



# Взаимное положение двух плоскостей

Две плоскости друг относительно друга могут быть *параллельными* и *пересекающимися*.

**Параллельные плоскости.** Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то такие плоскости параллельны (рис.4.13). У двух параллельных плоскостей заданных следами одноименные следы тоже параллельны.

**Пересекающиеся плоскости.** При пересечении двух плоскостей образуется прямая линия. Чтобы найти линию пересечения двух плоскостей должны быть известны или две точки или точка и направление.

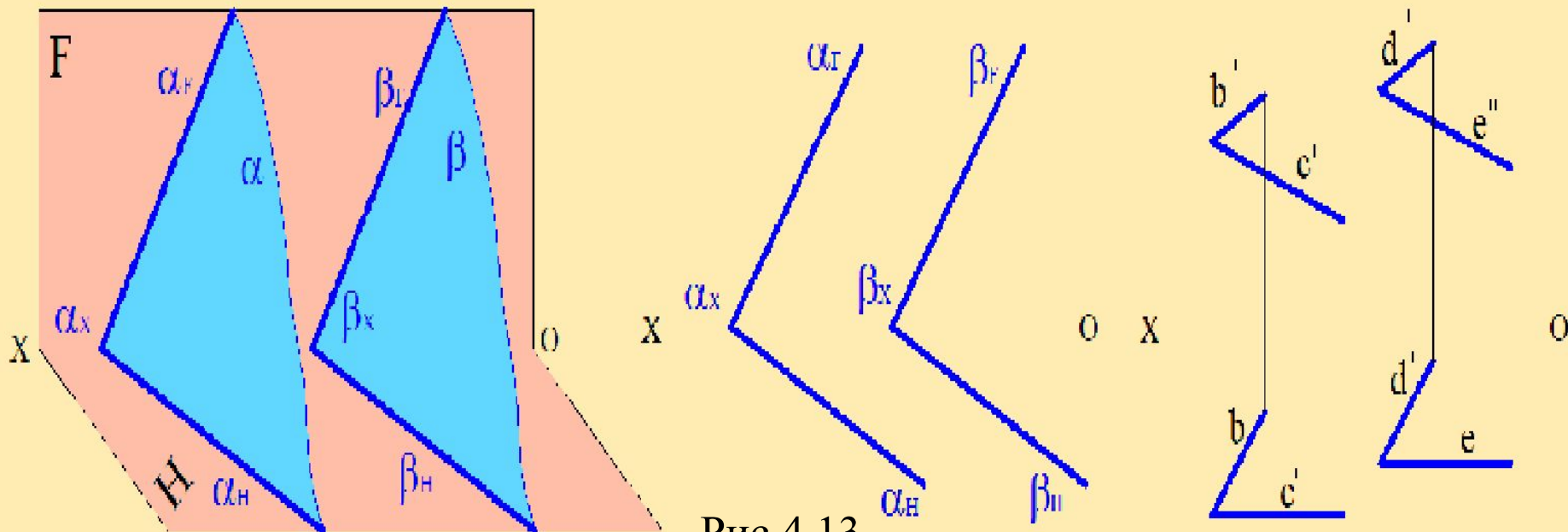


Рис.4.13

Рассмотрим случаи пересечения различных плоскостей.

**1. Пересечение двух случайных плоскостей, заданных следами.**

В этом случае находим точки пересечения одноименных следов плоскостей. Соединив соответствующие точки, получим проекции линии пересечения заданных плоскостей (рис.4.14).

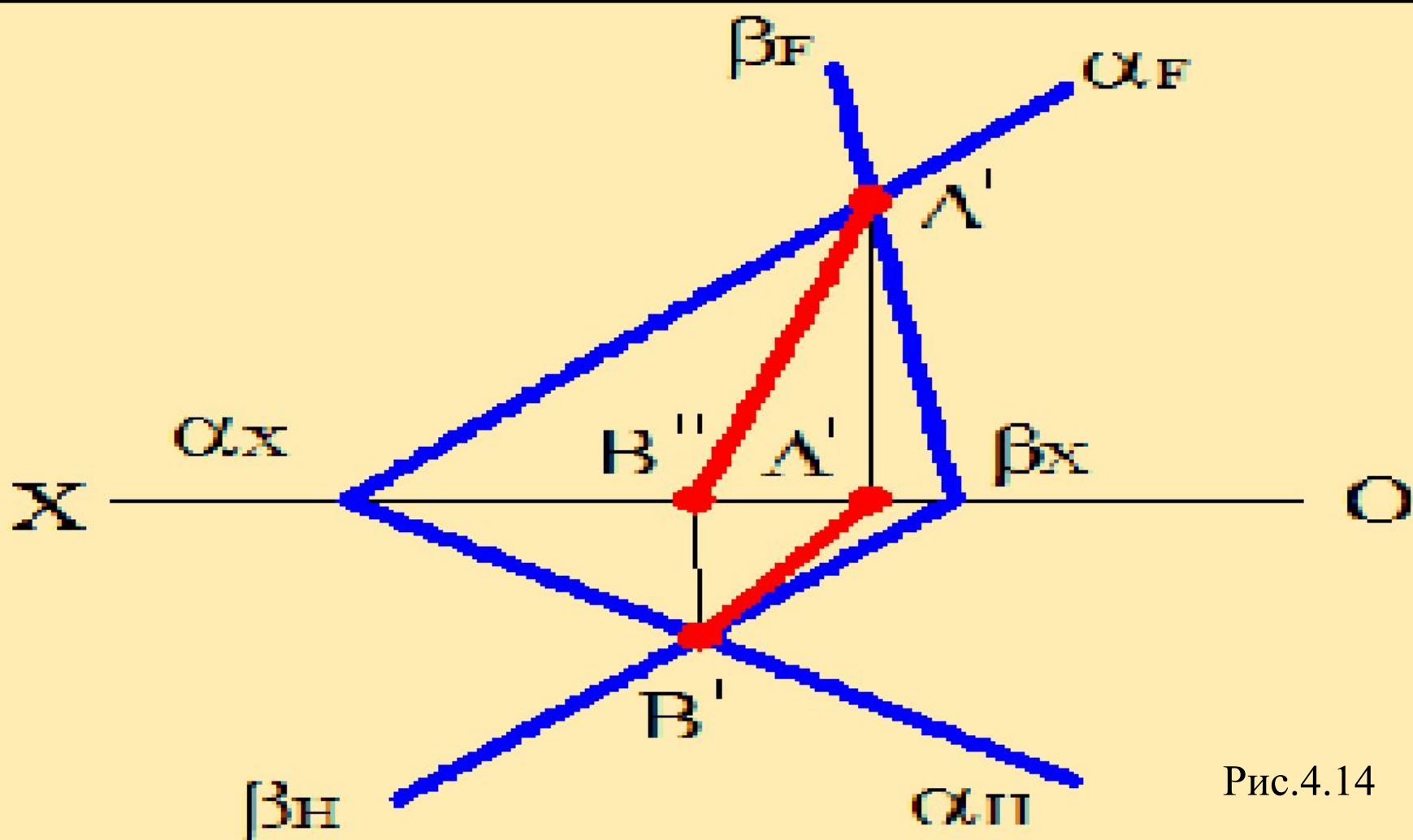
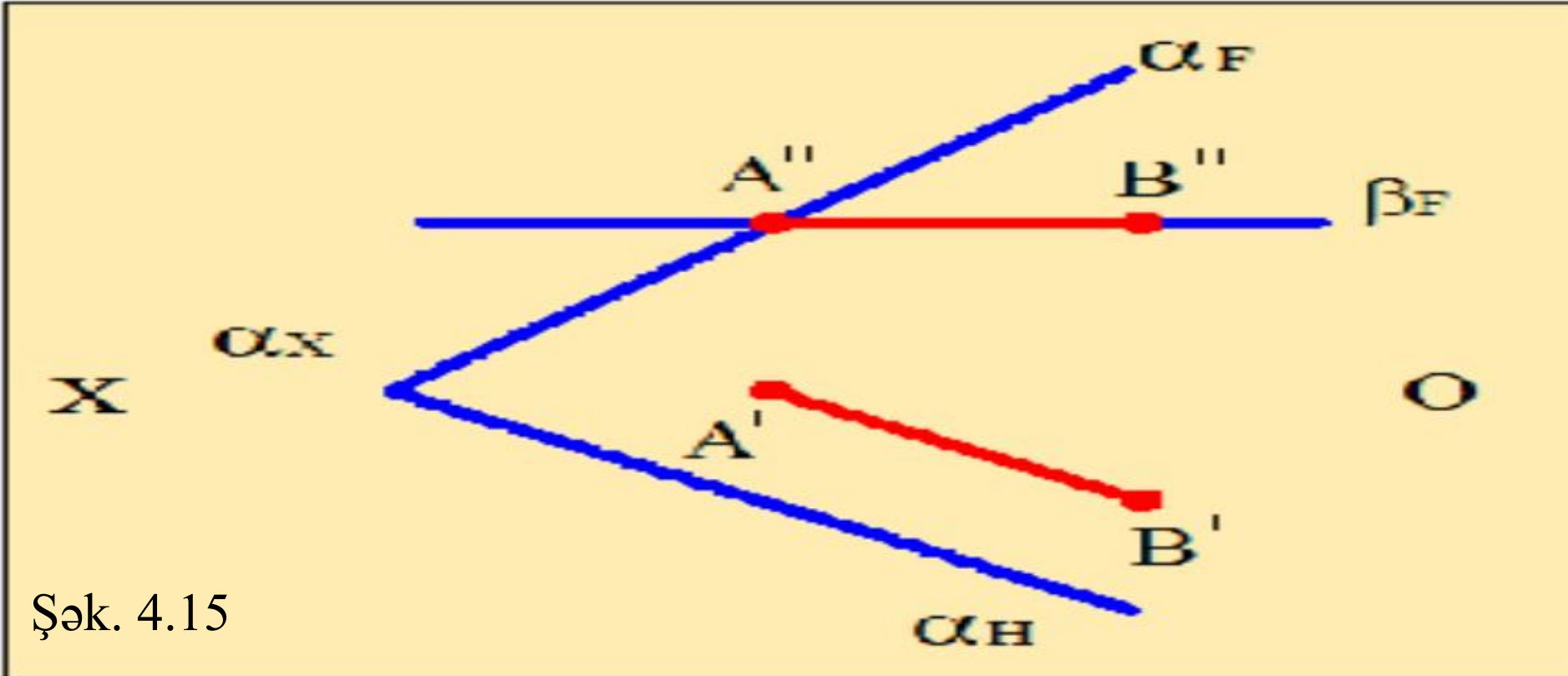


Рис.4.14

**2. Пересечение случайной плоскости и плоскости уровня, заданных следами.** На рисунке 4.15 показан пример определения проекций линии пересечения случайной плоскости  $\alpha$  и горизонтальной плоскости  $\beta$ . Линию пересечения находим по точке и направлению. Горизонтальные следы плоскостей  $\alpha_H$  и  $\beta_H$  пересекаются в точке  $A'$ . Через точку  $A''$  проводим прямую  $A''B''$ , параллельную фронтальному следу плоскости  $\alpha_F$ , а через точку  $A'$  прямую  $A'B'$ , параллельную оси  $X$ . Прямые  $A'B'$  и  $A''B''$  – проекции линии пересечения заданных плоскостей. Как видно из рисунки, в данном случае линия пересечения является фронталью плоскости  $\alpha$ .



Şәк. 4.15

### 3. Пересечение двух случайных плоскостей заданных следами, имеющих параллельные одноимённые следы.

В этом случае линия пересечения строится по точке и направлению (рис.4.16) Точкой является точка пересечения одноименных следов, а направлением – параллельность следов. Полученная линия пересечения будет главной линией обеих плоскостей.

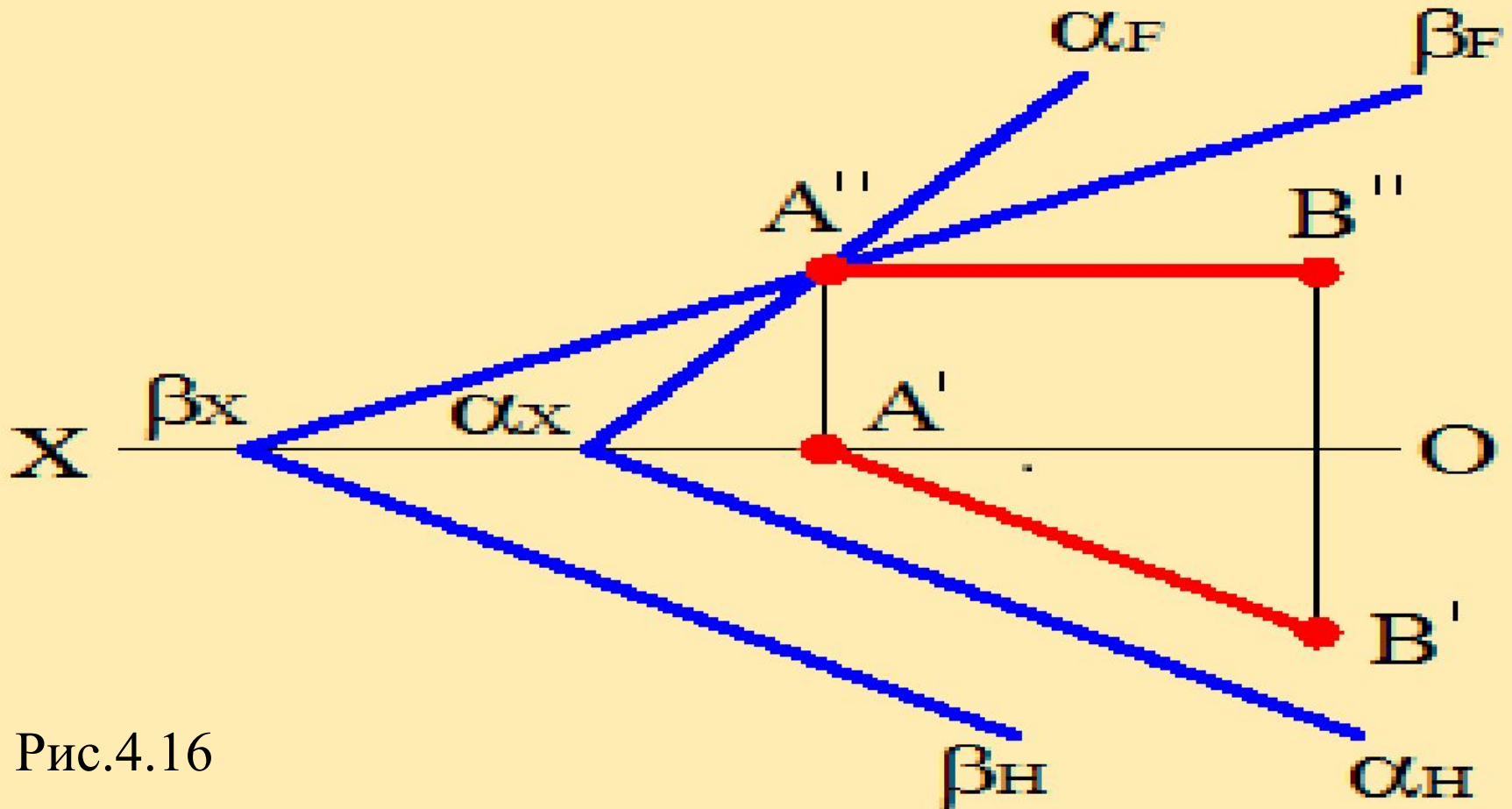
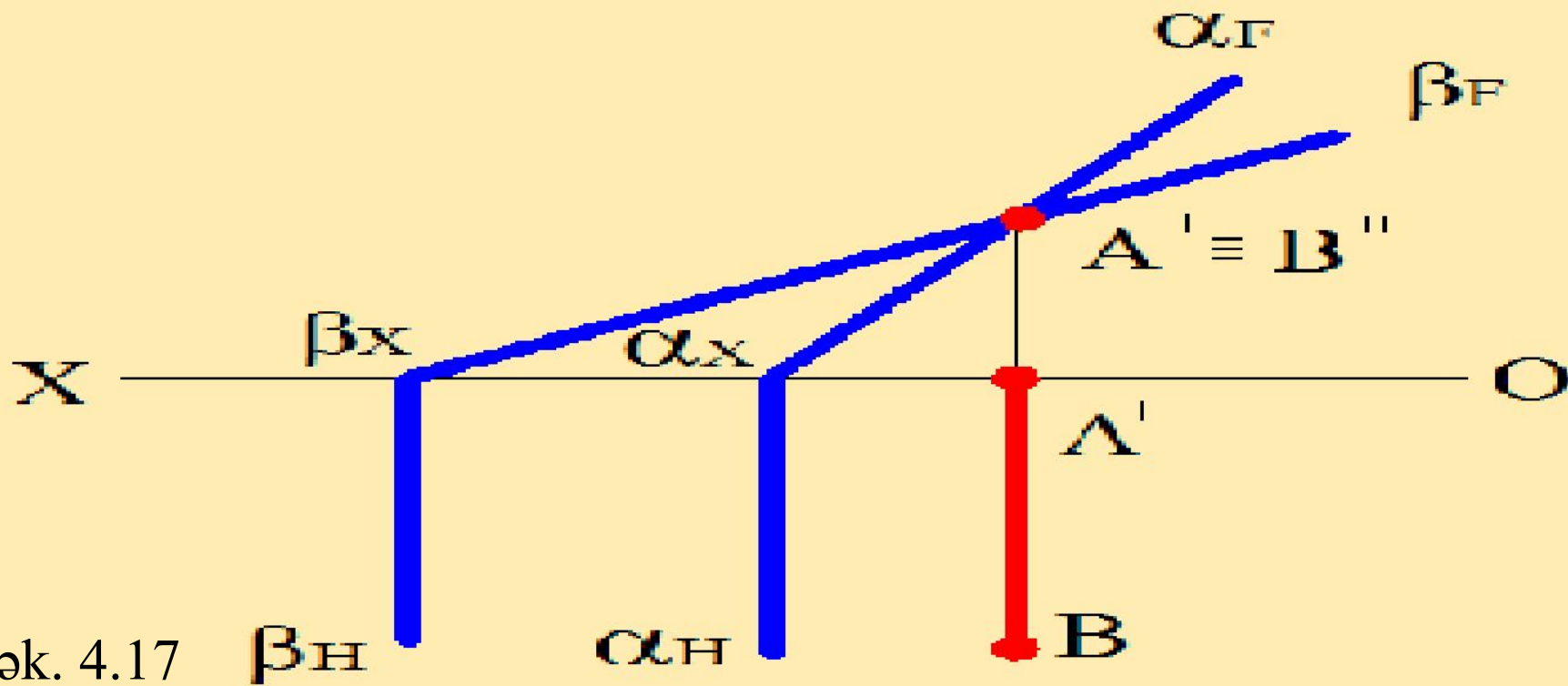


Рис.4.16

#### 4. Пересечение двух одноимённых проецирующих плоскостей

На рис.4.17 показаны две пересекающиеся фронтально-проектирующие плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Фронтальные следы этих плоскостей  $\alpha_F$  и  $\beta_F$  пересекаются в точке  $A''$ . Горизонтальные следы  $\alpha_H$  и  $\beta_H$  параллельны друг другу, поэтому и горизонтальная проекция линии пересечения плоскостей будет параллельна этим следам.



Şәк. 4.17

## 5. Перпендикулярность двух плоскостей

Известно, что две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой. Поэтому, чтобы через прямую  $AB$  провести плоскость  $Q$ , перпендикулярную к плоскости  $P$ , заданной следами  $P_H$  и  $P_V$ , достаточно из точки  $B$  провести к этой плоскости перпендикуляр  $BC$  (рис.4.18). Две пересекающиеся прямые  $AB$  и  $BC$  определяют плоскость  $Q$ , перпендикулярную к плоскости  $P$ , так как плоскость  $Q$  проходит через перпендикуляр к ней.

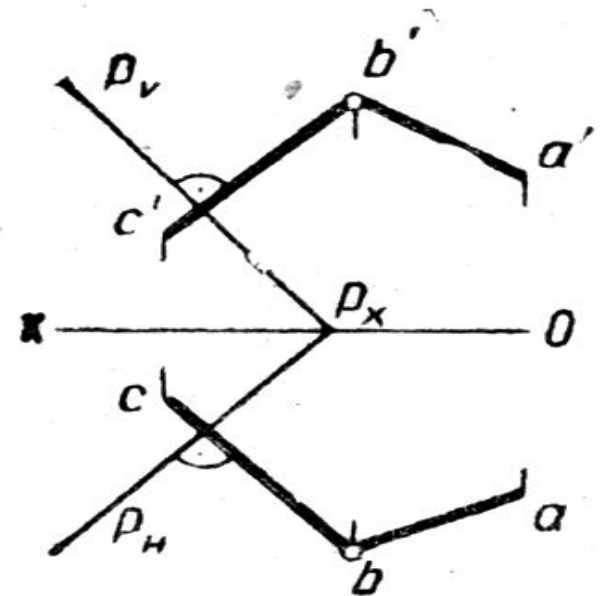
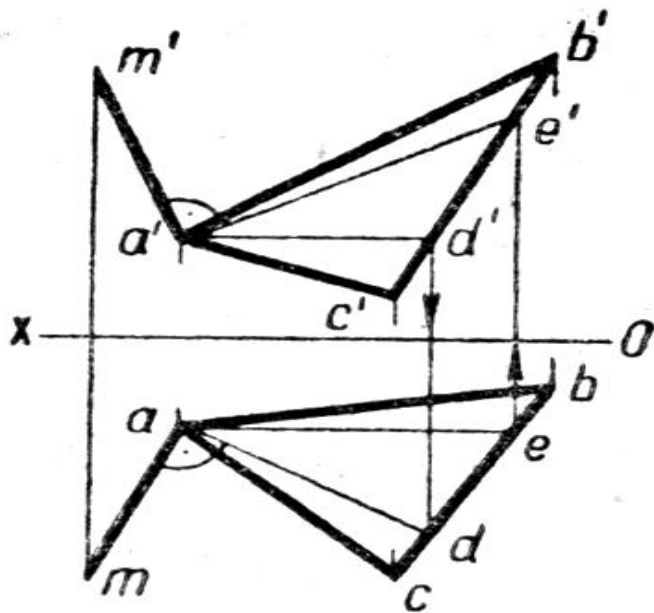


Рис.4.18

# Перпендикулярность двух плоскостей

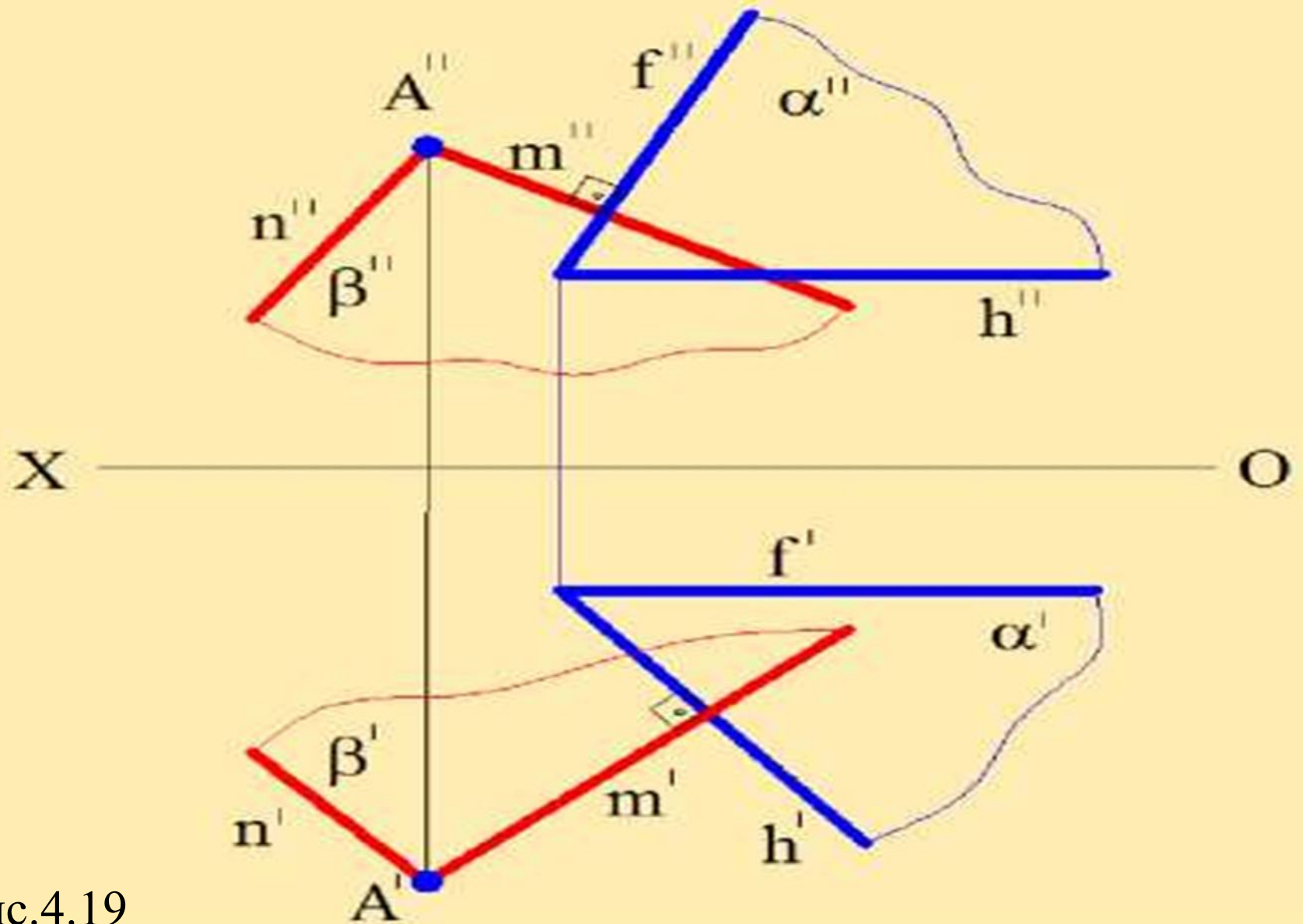


Рис.4.19