Взаимное положение прямой линии и плоскости, плоскостей

- Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости, плоскостей
- Пересечение прямой с плоскостью частного и общего положения
- Пересечение плоскостей

ПЛОСКОСТЬ.
ПОЗИЦИОННЫЕ И МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Прямая может

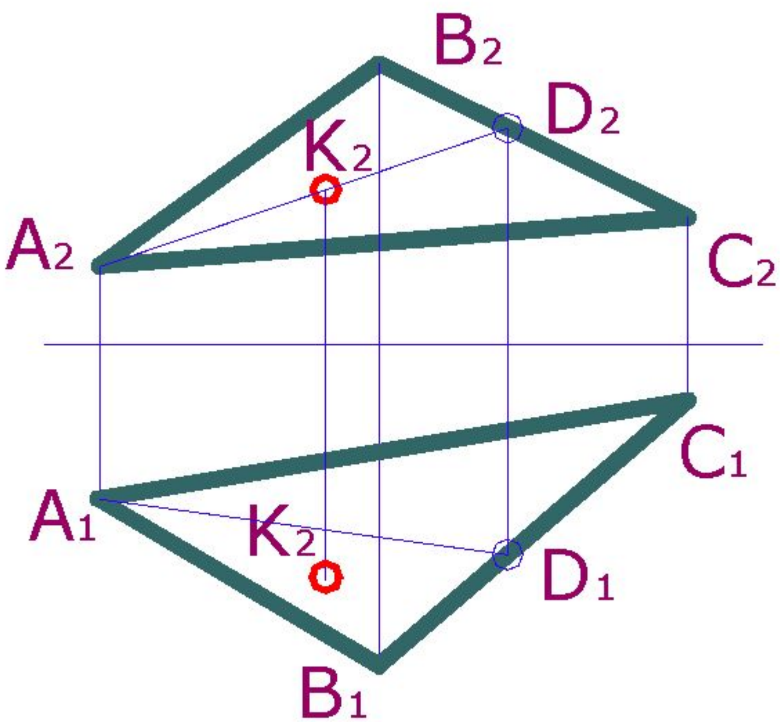
- принадлежать плоскости
- пересекать плоскость под некоторым углом
- пересекать плоскость под прямым углом (быть перпендикулярна плоскости)
- быть параллельна плоскости

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ И ПЛОСКОСТИ

- Точка принадлежит плоскости, если она лежит на прямой, принадлежащей этой плоскости

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ И ПЛОСКОСТИ

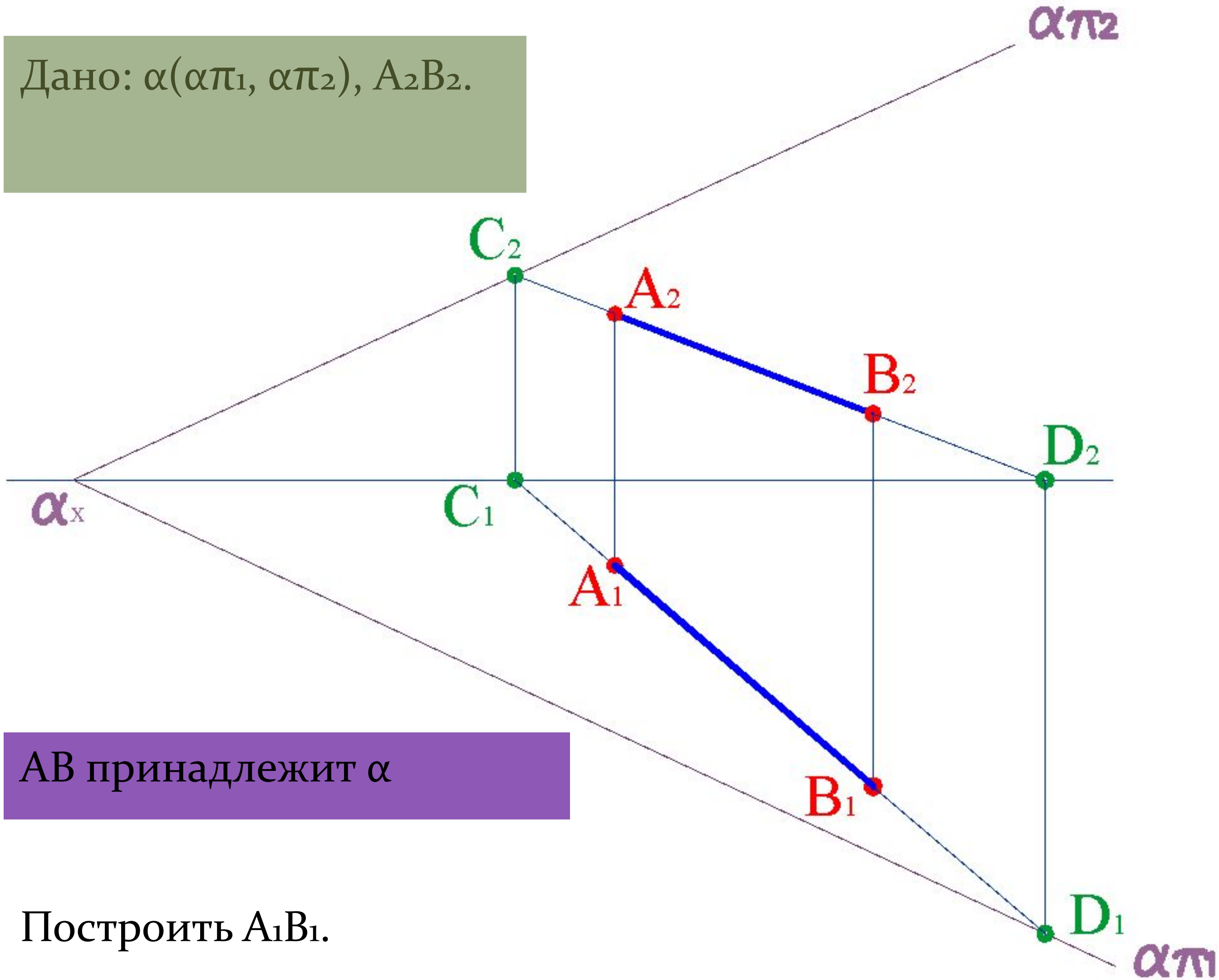
Дано: ∆АВС и точка К.



Определить, принадлежит ли К ∆АВС?

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ И ПЛОСКОСТИ

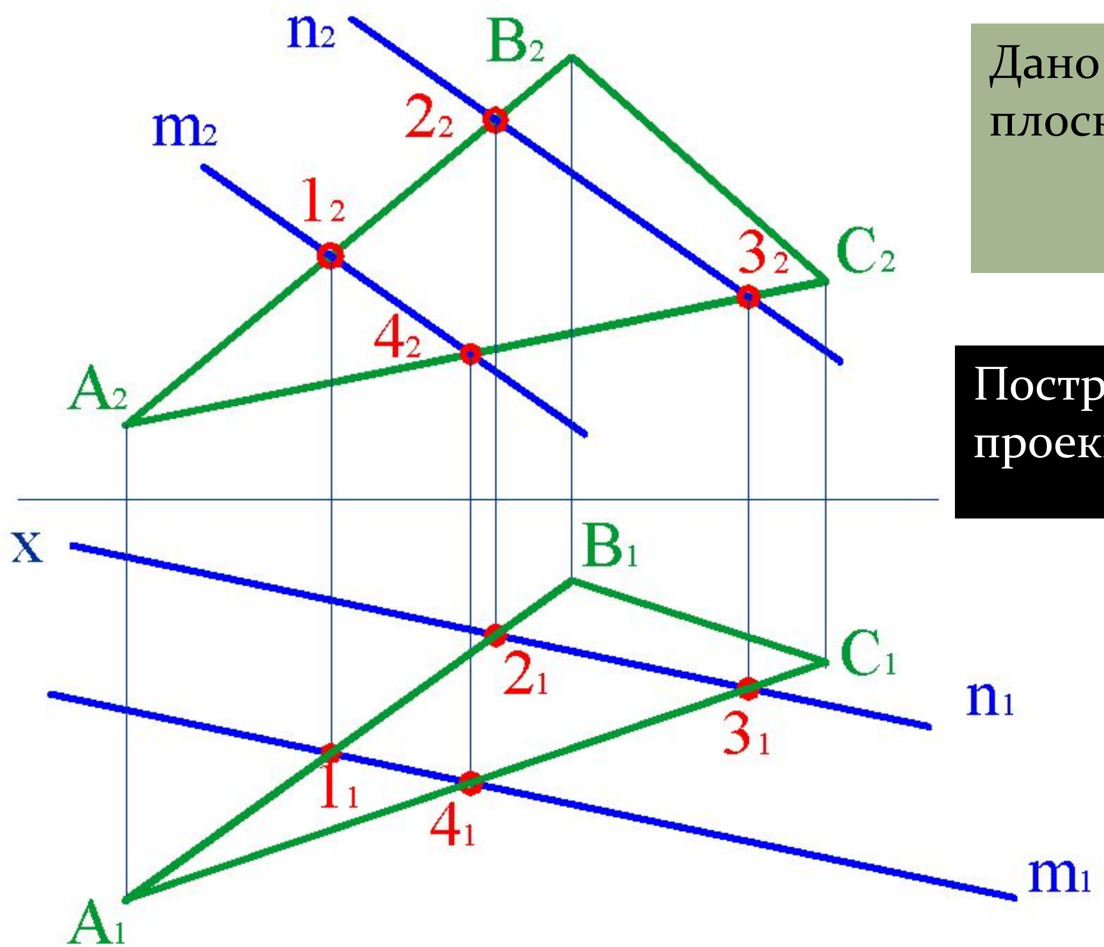
Дано: $\alpha(\alpha\pi_1, \alpha\pi_2)$, A_2B_2.



AB принадлежит α

Построить A_1B_1.

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ И ПЛОСКОСТИ



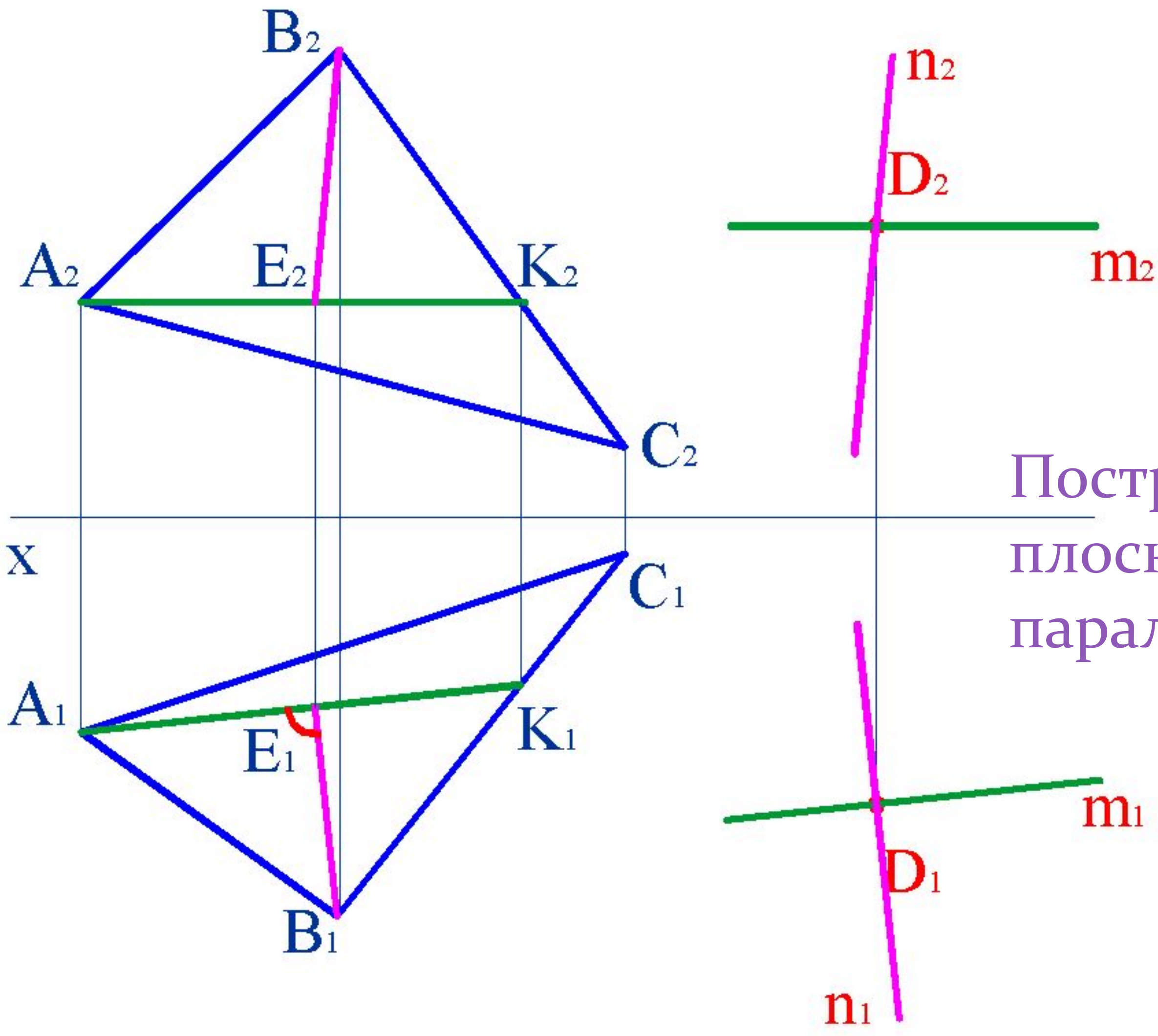
Дано: $\Delta A_2B_2C_2$ принадлежит плоскости $\alpha(m//n)$.

Построить горизонтальную проекцию треугольника.

ВЗАИМНАЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ, ПЛОСКОСТЕЙ

- Прямая параллельна плоскости, если в этой плоскости имеется прямая, параллельная ей
- Две плоскости взаимно параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости
- Две плоскости параллельны, если они заданы следами и два пересекающихся между собой следа одной плоскости параллельны одноименным с ними следам другой плоскости

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПЛОСКОСТИ



Дано: ΔABC и точка D

Построить плоскость β(m∧ n) параллельную ΔABC

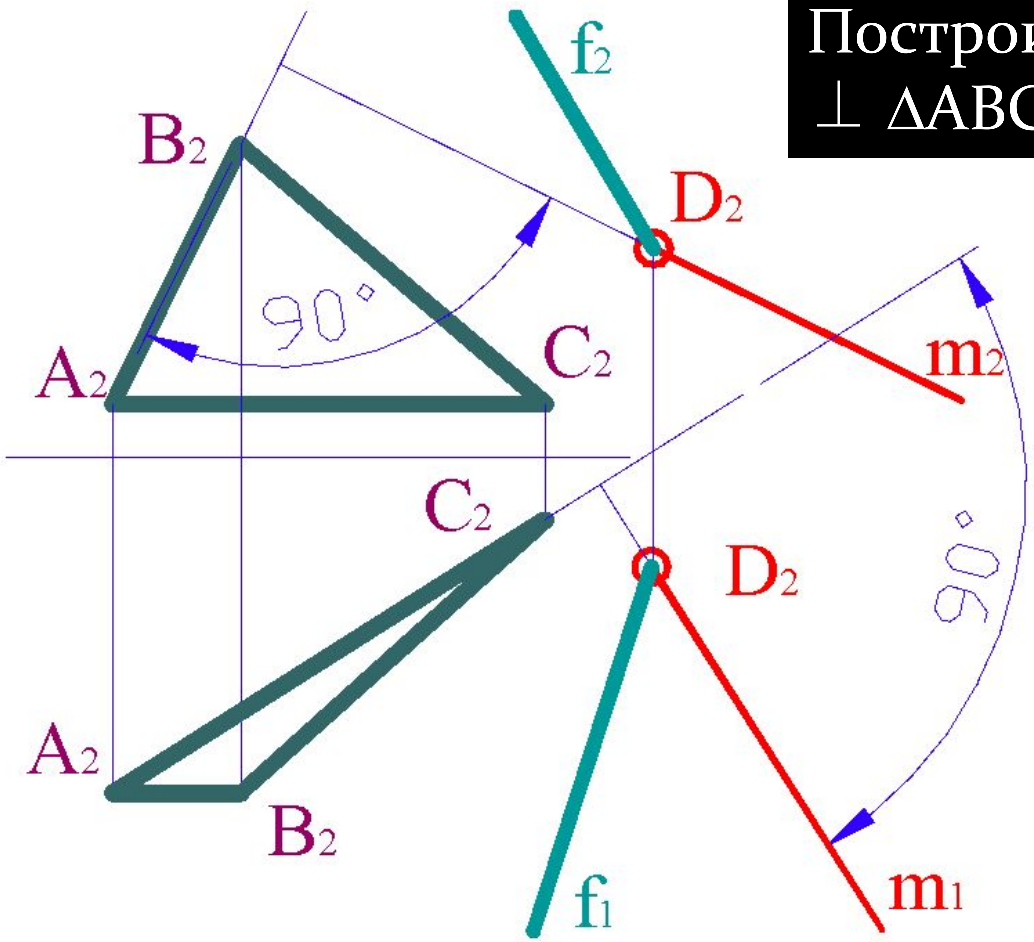
Задать β горизонталью (m) и линией ската (n)

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ, ПЛОСКОСТЕЙ

- Две плоскости перпендикулярны, если одна из них проходит через прямую линию перпендикулярную другой плоскости
- Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПЛОСКОСТИ

Дано: ΔABC и точка D
Построить плоскость α(f ∩ m) ⊥ ΔABC

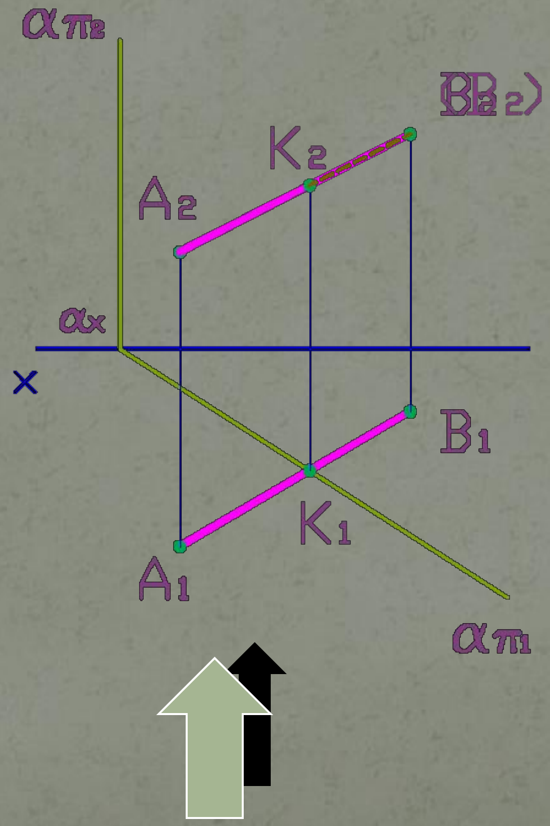


ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

- Любая фигура, принадлежащая проецирующей плоскости, имеет одну из своих проекций на соответствующем следе этой плоскости
- Эта особенность используется при решении задач на определение точек пересечения прямых линий с проецирующими плоскостями и линий пересечения с ними плоскостей произвольного положения

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ГОРИЗОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

Дано: $\alpha \cap AB$. Построить точку пересечения – К, определить видимость участков прямой

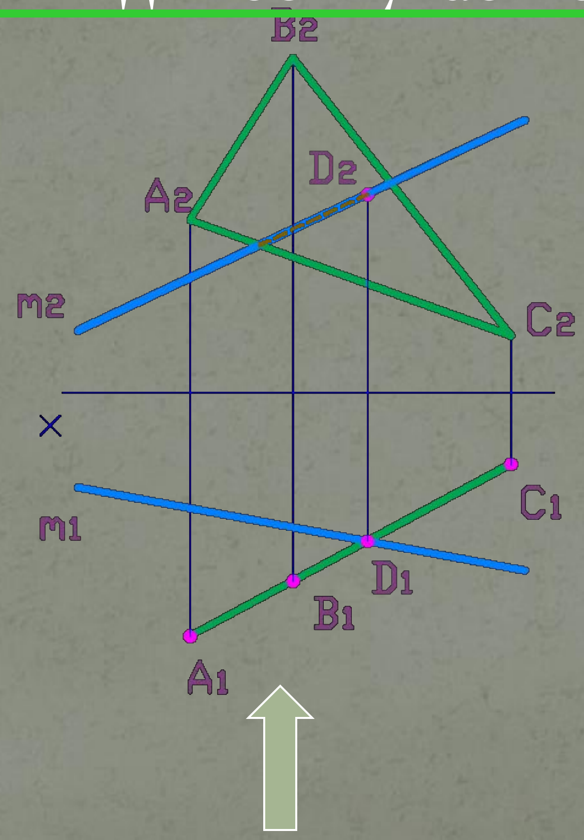


1) К принадлежит АВ и α, поэтому K_1 находим на $\alpha_{\pi 1}$
2) K_2 определяется как недостающая проекция точки К, принадлежащей прямой АВ

3) Для определения видимости АВ на π_2 посмотрим в направлении стрелки на π_1

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ГОРИЗОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

Дано: $\alpha \cap m$, $\alpha(\Delta ABC)$. Построить точку пересечения – D, определить видимость участков прямой



1) D принадлежит m и α, поэтому D_1 находим на $\alpha_{\pi 1}$ ($A_1B_1C_1$)

2) D_2 определяется как недостающая проекция точки D, принадлежащей прямой m

3) Для определения видимости m на π_2 посмотрим в направлении стрелки на π_1

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПЛОСКОСТЬЮ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

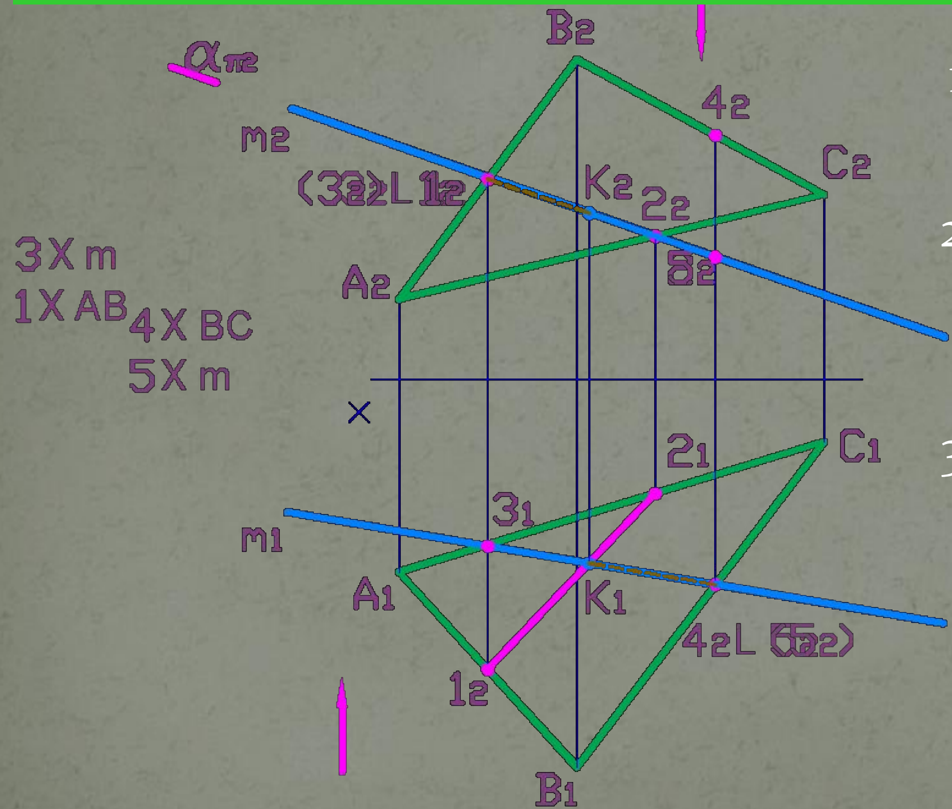
- Среди позиционных задач НГ важнейшей является задача на определение точки пересечения прямой линии с плоскостью общего положения
- Схема решения такой задачи используется и
  - для задач на определение точек пересечения прямых с поверхностью
  - линий пересечения плоскости с поверхностью
  - линий пересечения любых поверхностей с линейчатыми поверхностями и др.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ на ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПЛОСКОСТЬЮ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

1. Через прямую проводим одну из проецирующих плоскостей
2. Определяем линию пересечения заданной плоскости с вспомогательной проецирующей плоскостью
3. Определяем точку пересечения данной прямой с построенной линией пересечения – эта точка, общая для заданных прямой и плоскости, является искомой точкой пересечения
4. Определяем видимые и невидимые (относительно плоскостей проекций) отрезки прямой линии, применяя способ «конкурирующих точек»

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПЛОСКОСТЬЮ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

Дано: α∩m, α(ΔABC). Построить точку пересечения – К, определить видимость участков прямой



1) Провести вспомогательную плоскость α

2) 2) Построить линию пересечения α и ΔABC. Это линия 1-2

3) 3) Определить точку пересечения линии 1-2 и m. Это точка К – точка пересечения α и m

4) Видимость участков прямой m определить с помощью конкурирующих точек 1 и 3, 4 и 5

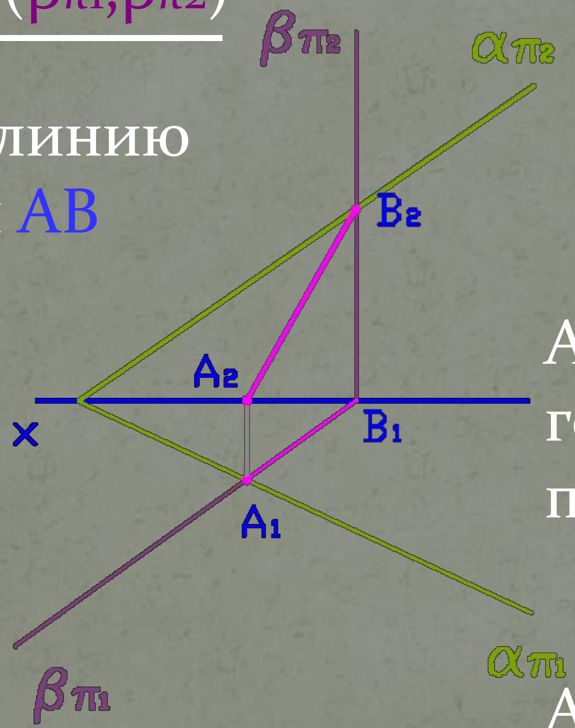
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ

- Если две плоскости пересекаются, то линия их пересечения – прямая линия и она принадлежит обеим плоскостям
- Если одна из плоскостей – проецирующая, то одна из проекций линии пересечения располагается на соответствующем следе этой плоскости

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ С ГОРИЗОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

Дано: $\alpha(\alpha_{\pi 1}, \alpha_{\pi 2})$ пересекает $\beta(\beta_{\pi 1}, \beta_{\pi 2})$

Построить линию пресечения AB



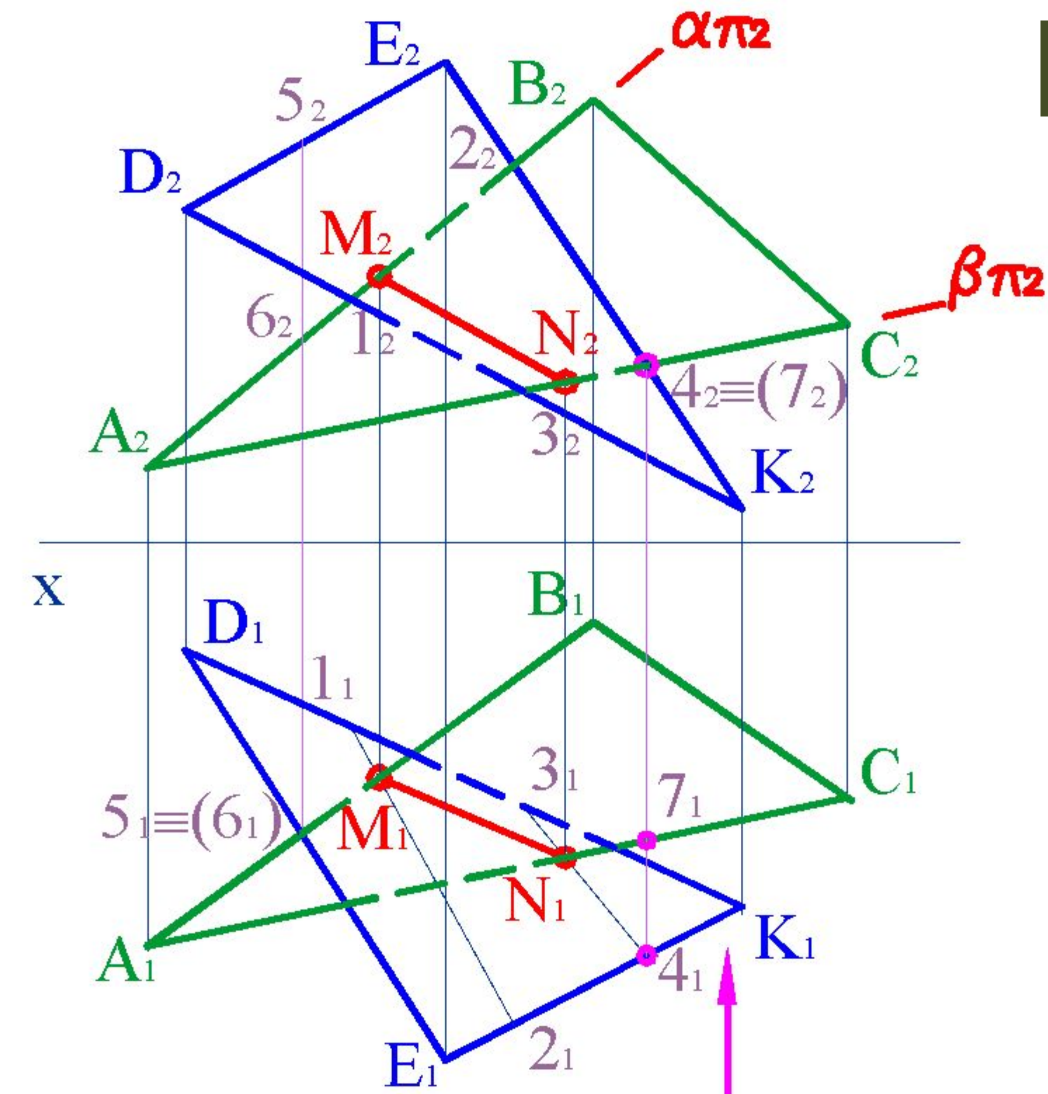
AB принадлежит плоскостям α и β

A_1B_1 принадлежит $\beta_{\pi 1}$, т.к. B – горизонтально-проецирующая плоскость

A≡A_1, т.к. A - точка пересечения горизонтальных следов, поэтому A_2 принадлежит оси x

B≡ B_2 (точка пересечения фронтальных следов)

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ



Дано: ΔABC и ΔDEK

Построить линию пересечения.

Определить видимость линий на П1.

Определить видимость линий на П2.

ВЫВОДЫ

1. Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости. За эти пересекающиеся прямые плоскости принимают обычно фронталь и горизонталь, т. к. к ним можно провести линию под прямым углом
2. Прямая параллельна плоскости, если она параллельна прямой этой плоскости

ВЫВОДЫ

3. Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой
4. Две плоскости перпендикулярны, если одна из них проходит через прямую перпендикулярную другой плоскости

Контрольные вопросы

1. Условие перпендикулярности прямой и плоскости
2. Условие перпендикулярности двух плоскостей
3. Условие параллельности прямой и плоскости
4. Условие параллельности двух плоскостей
5. Если плоскость задана следами, как определить, принадлежит ли отрезок прямой этой плоскости?