

**Казанский государственный  
энергетический университет**

## **Лекция 4**

**Плоскость. Задание и изображение  
плоскости на чертеже.**

**Исследование геометрических свойств по  
изображениям на комплексном  
ортогональном чертеже**

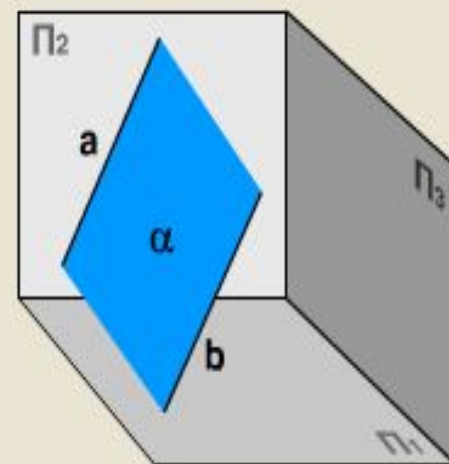
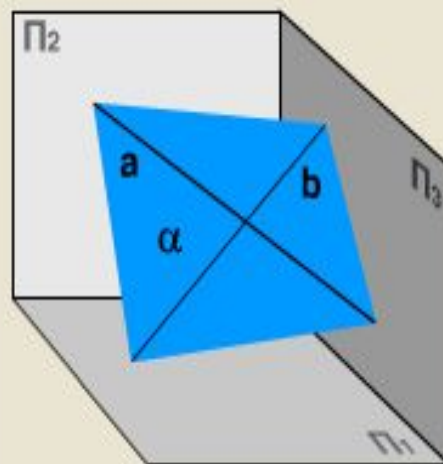
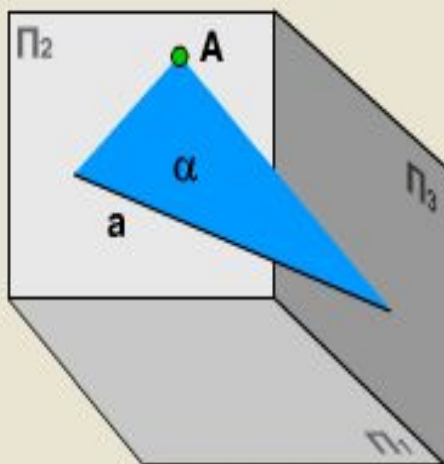
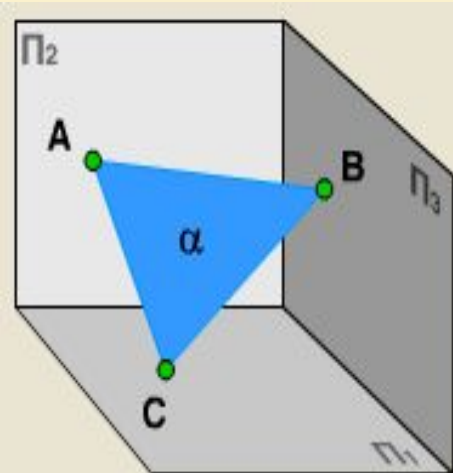
Лектор: доцент Смирнова Л.А.



# Плоскость. Задание плоскости на чертеже

Плоскость на чертеже можно задать:

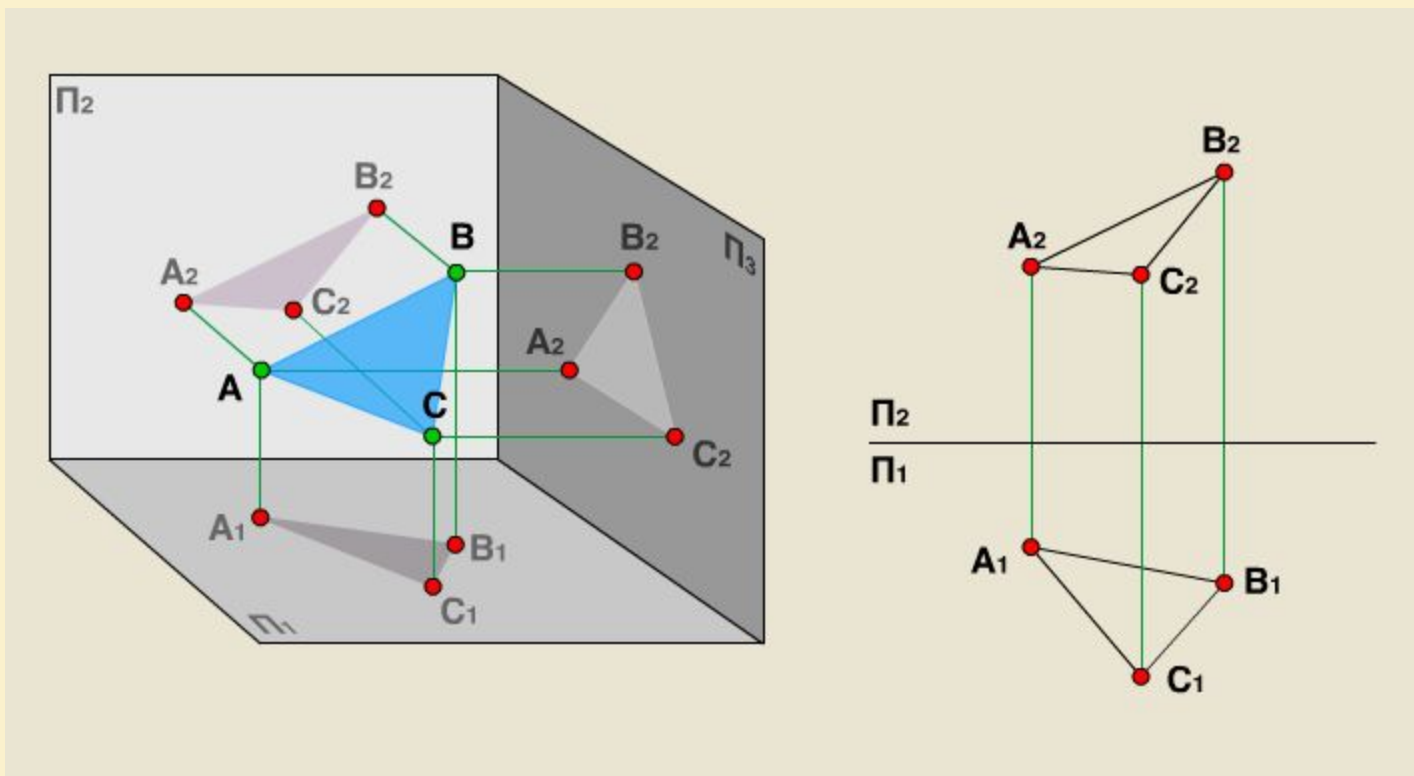
- тремя точками, не лежащими на одной прямой;
- прямой и точкой вне этой прямой;
- двумя пересекающимися прямыми;
- двумя параллельными прямыми.



Плоскость относительно плоскостей проекций может занимать **общее** и **частное положения**.

Плоскость **общего положения** - плоскость не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций.

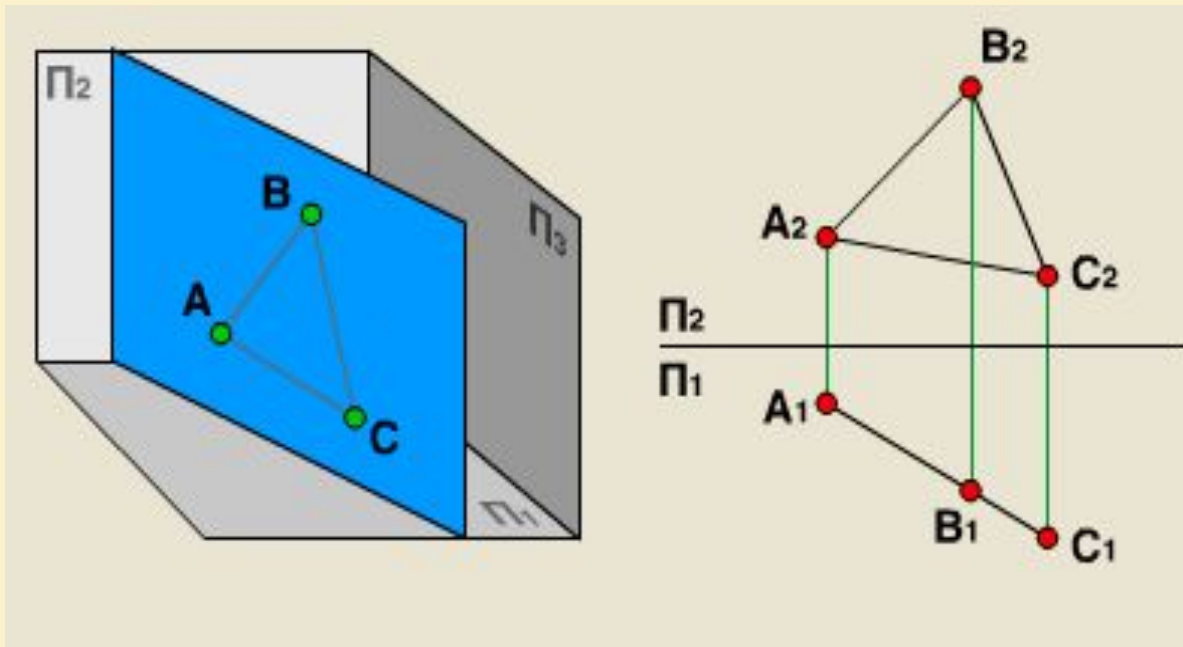
Пример комплексного чертежа плоскости, заданной тремя точками, не лежащими на одной прямой.



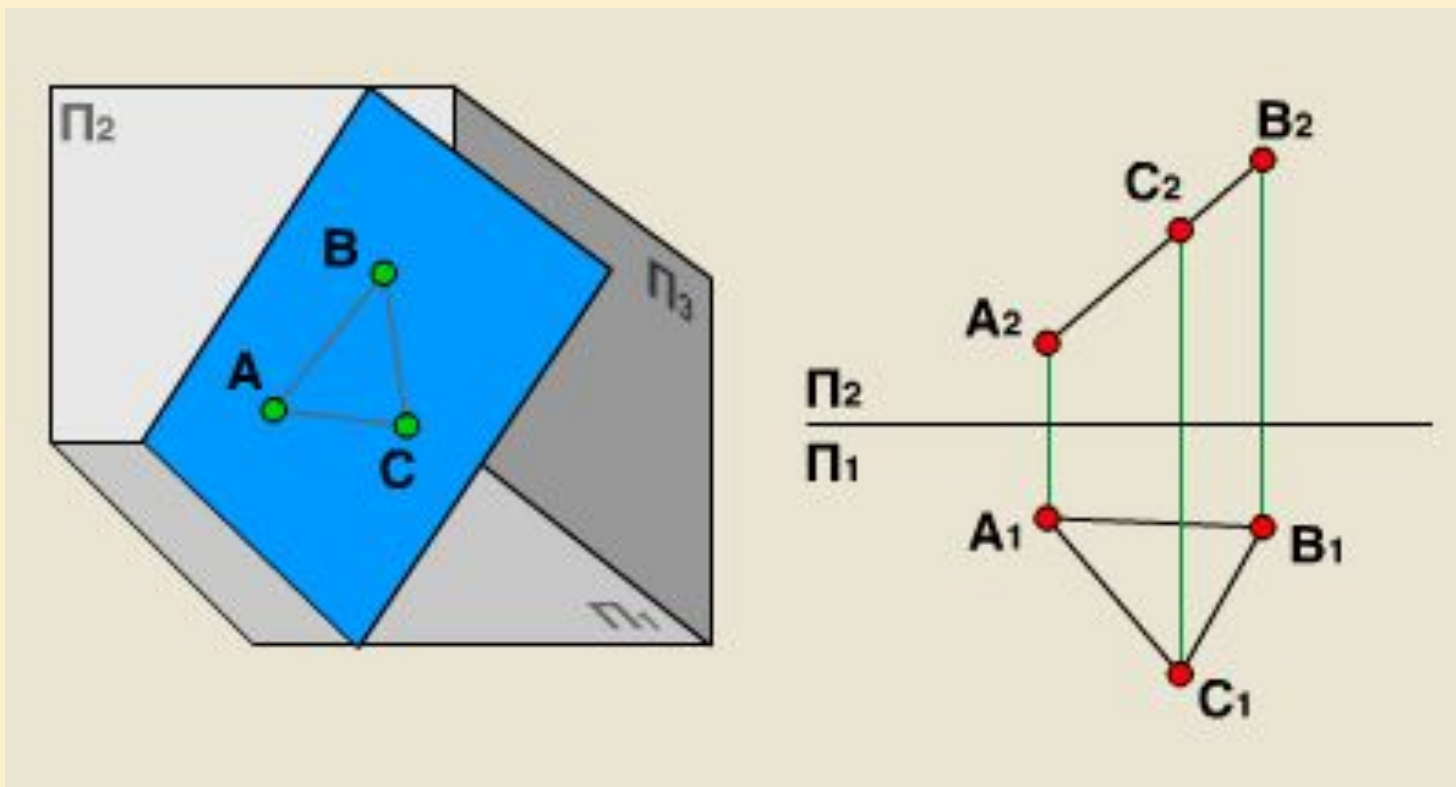
Плоскость **частного положения** – плоскость, перпендикулярная или параллельная одной из плоскостей проекций.

Плоскость, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется **проецирующей**.

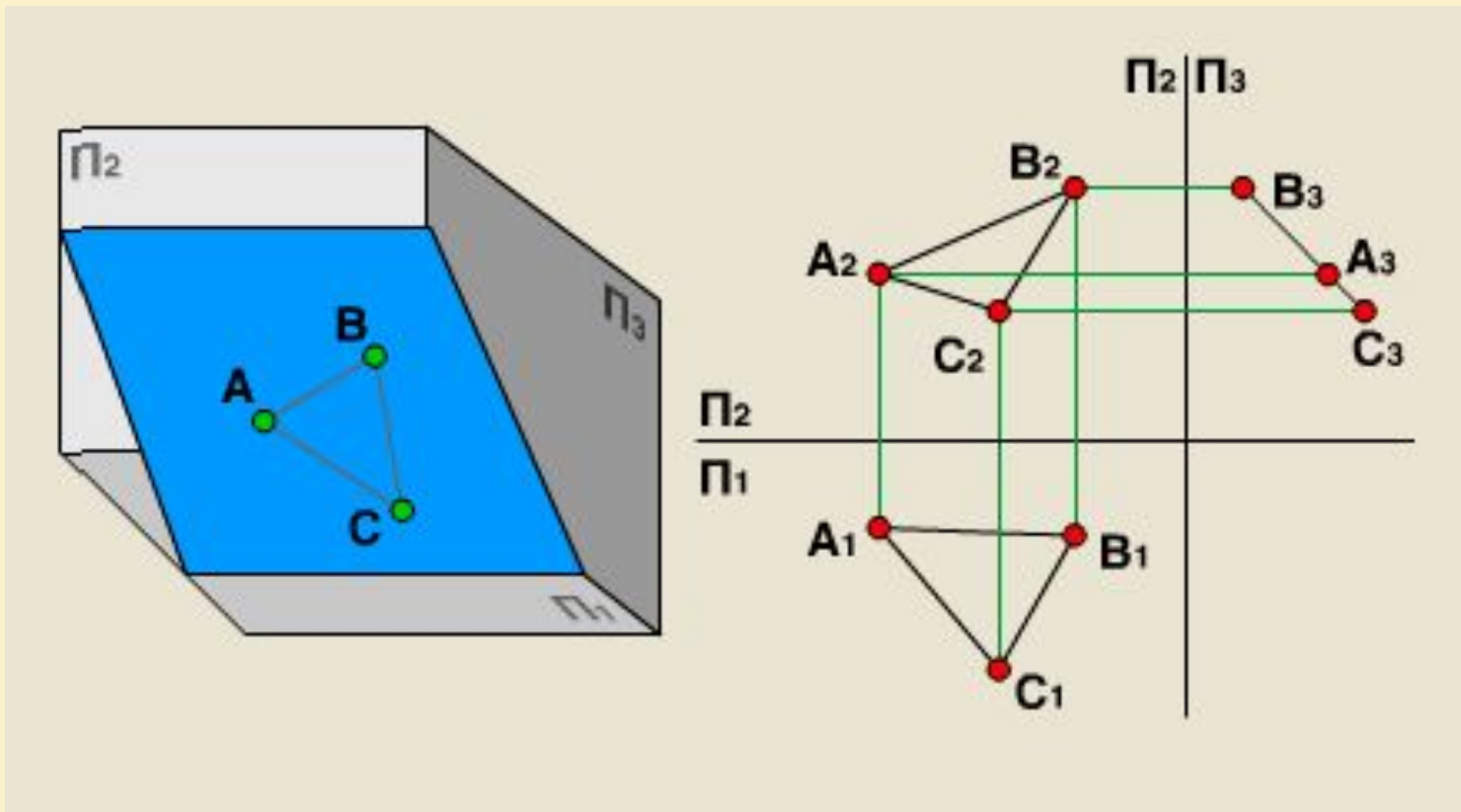
Существует три вида проецирующих плоскостей:



Горизонтально проецирующая плоскость перпендикулярна  $\Pi_1$ . На  $\Pi_1$  проекция плоскости прямая.

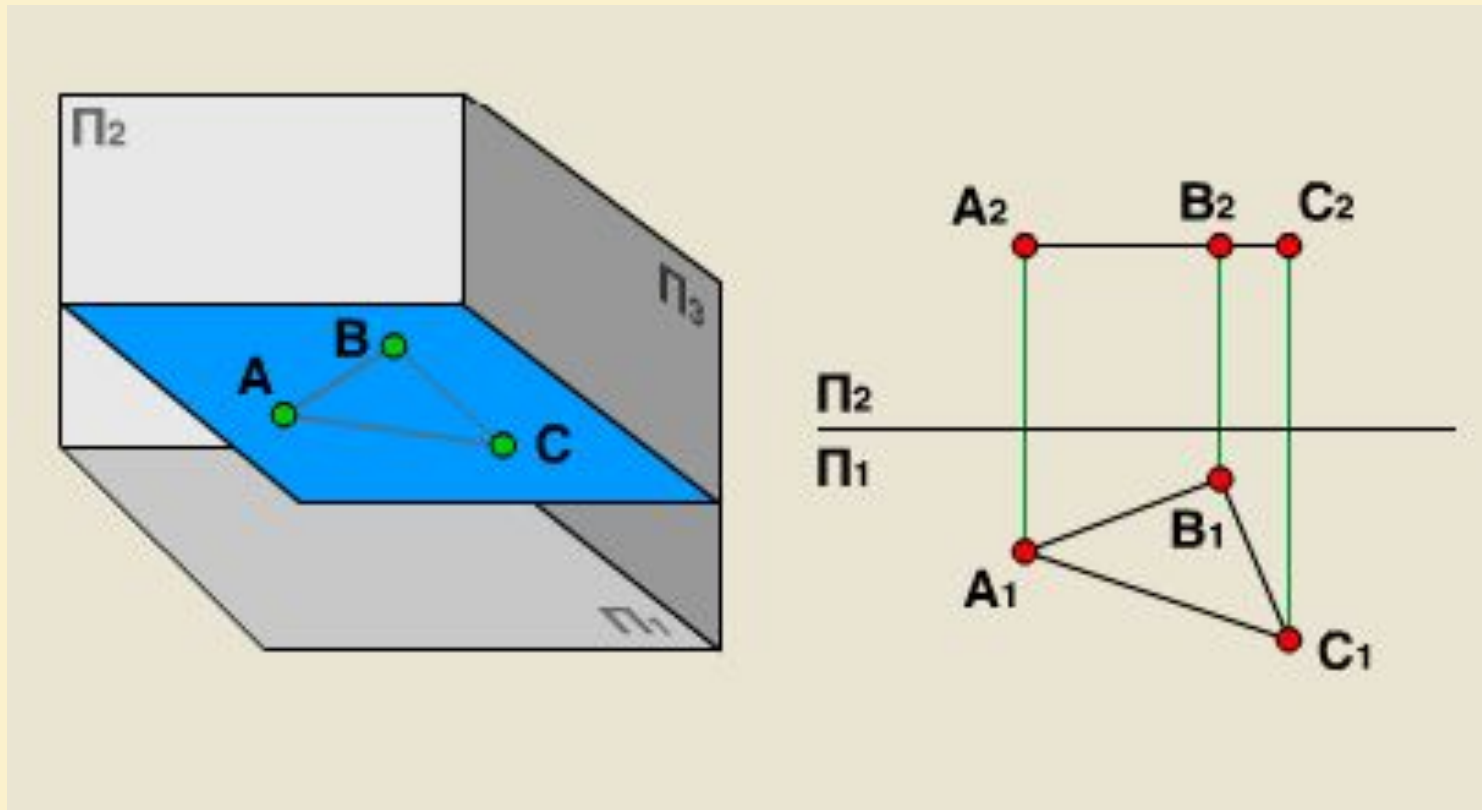


Фронтально проецирующая плоскость перпендикулярна  $\Pi_2$ .  
На  $\Pi_2$  проекция плоскости прямая.

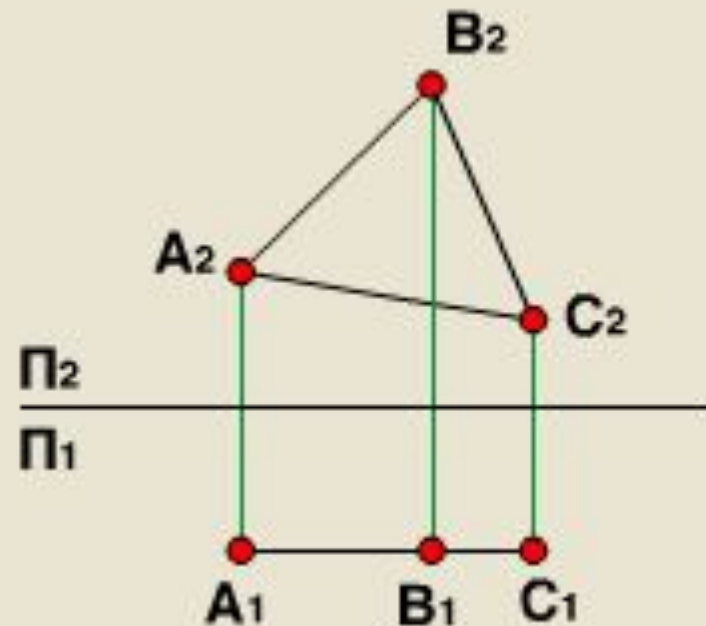
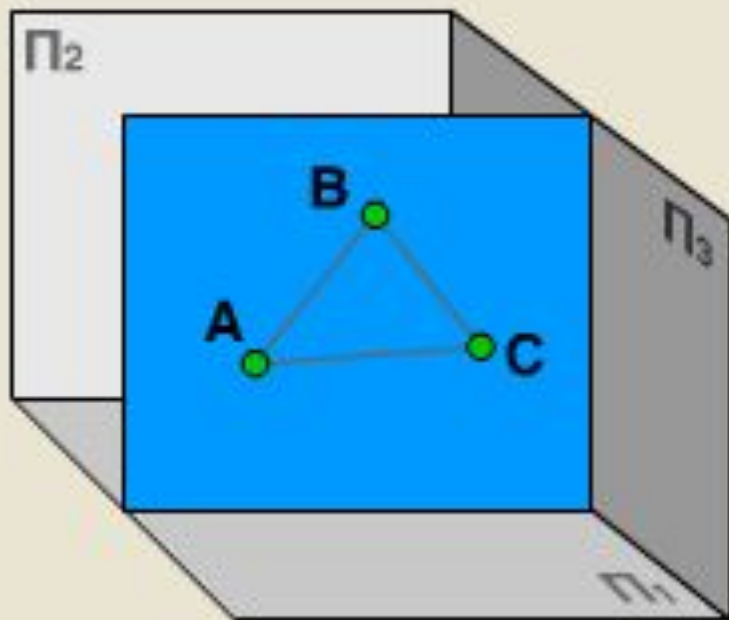


Профильно проецирующая плоскость перпендикулярна  $\Pi_3$ .  
На  $\Pi_3$  проекция плоскости прямая.

Если плоскость перпендикулярна к двум плоскостям проекций, то она называется плоскостью уровня. Следовательно, плоскость уровня всегда параллельна одной из плоскостей проекций. Существует три вида плоскостей уровня:

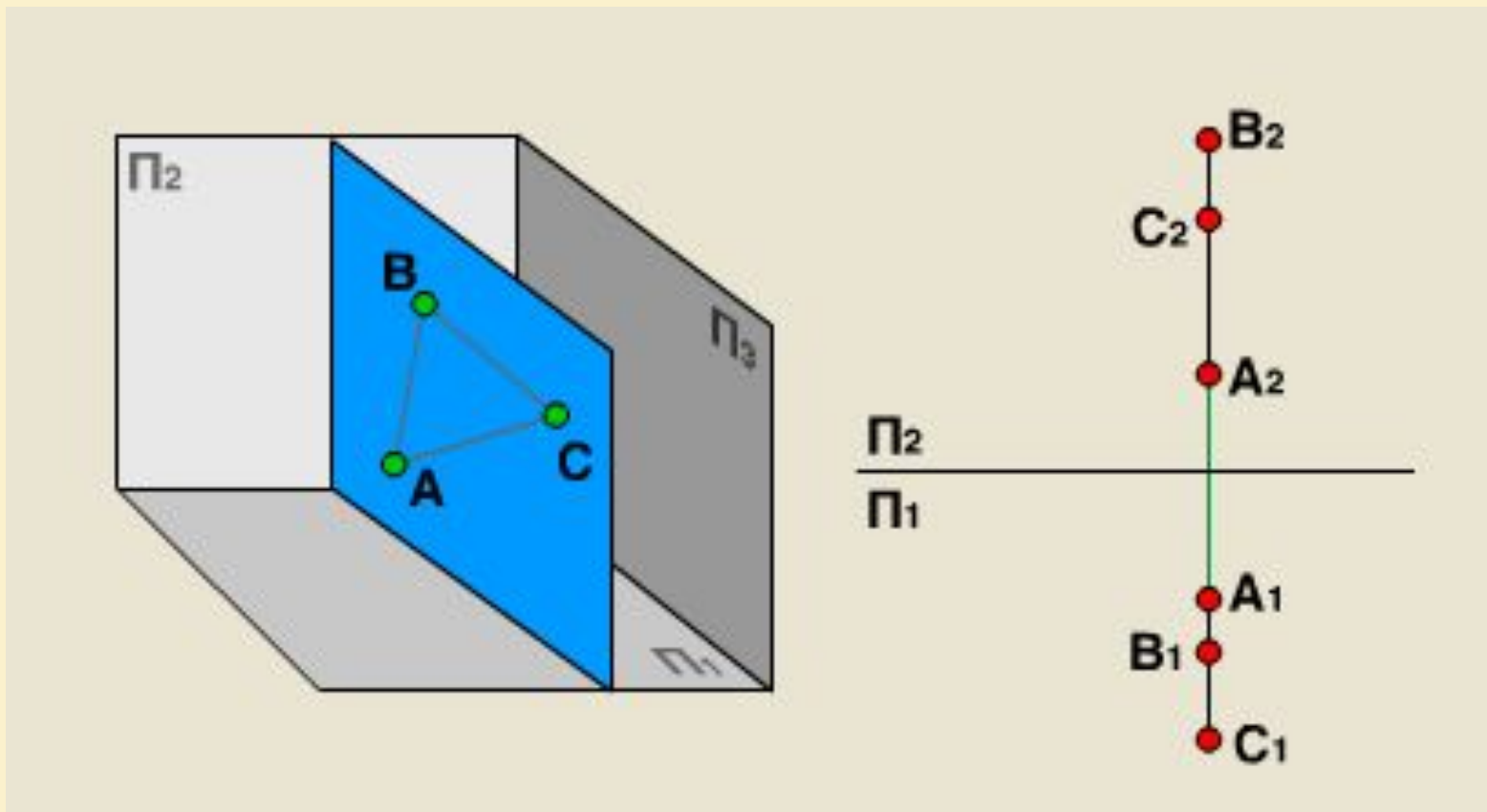


Горизонтальная плоскость уровня параллельна  $\Pi_1$ .



Фронтальная плоскость уровня параллельна  $\Pi_2$ .





Профильная плоскость уровня параллельна П3.


## Взаимное положение двух плоскостей

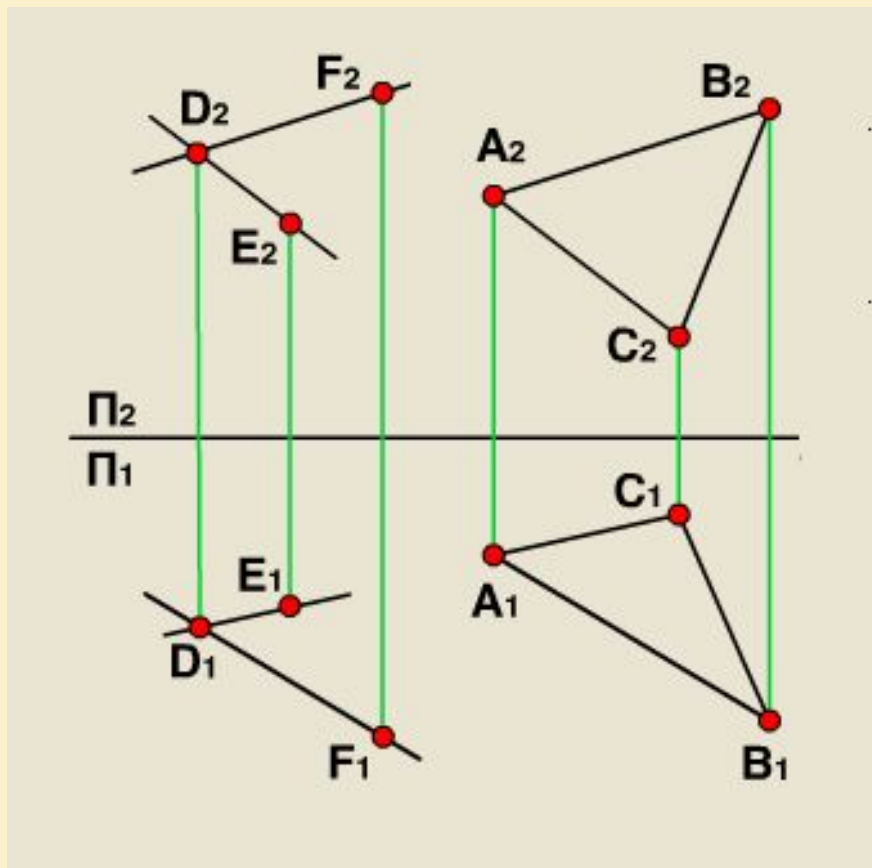
Плоскости могут быть параллельными, перпендикулярными друг другу, пересекаться.

### Параллельные плоскости

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то такие плоскости параллельны.

Пусть дана плоскость  $\alpha$ , заданная  $\triangle ABC$  и произвольная точка  $D$ . Требуется через точку  $D$  провести плоскость  $\beta$  параллельную  $\alpha$  ( $\triangle ABC$ ). Для того чтобы через точку  $D$  провести плоскость параллельную плоскости  $\alpha$  ( $\triangle ABC$ ), достаточно построить две пересекающиеся прямые, параллельные двум пересекающимся прямым плоскости  $\alpha$ , так чтобы точка  $D$  принадлежала этим прямым.

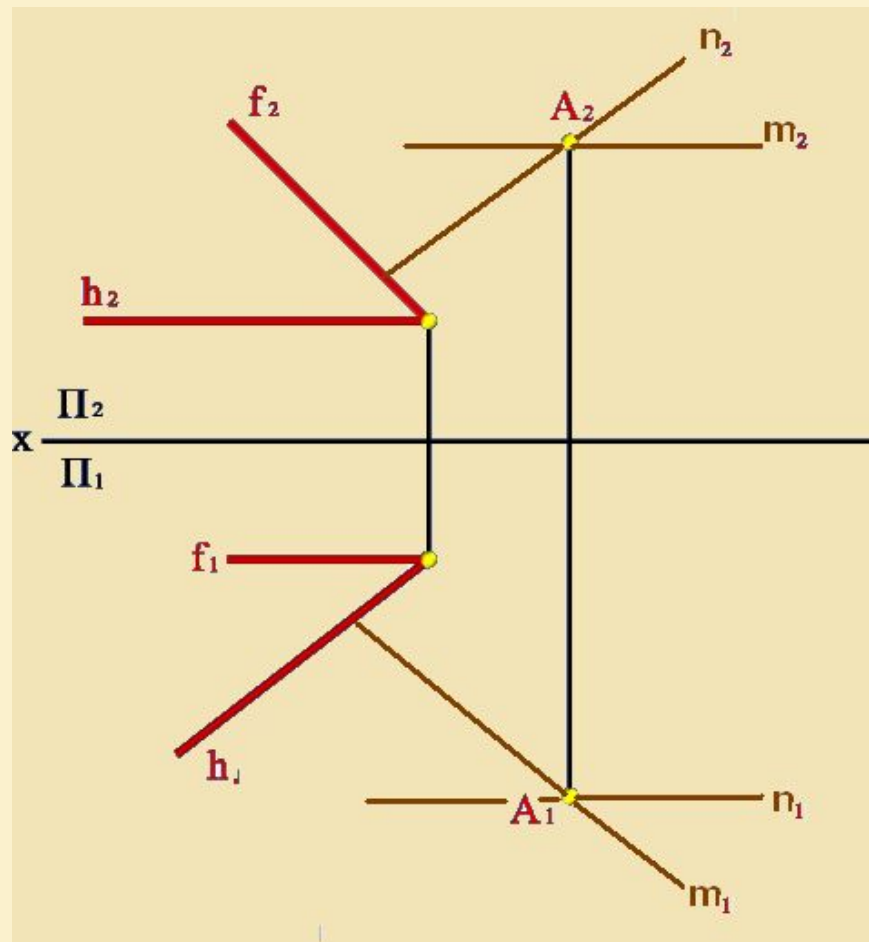




Проведём прямую  $DE \parallel AC$ , на чертеже  $D_1E_1 \parallel A_1C_1$  и  $D_2E_2 \parallel A_2C_2$  и прямую  $DF \parallel AB$ , на чертеже  $D_1F_1 \parallel A_1B_1$  и  $D_2F_2 \parallel A_2B_2$ . Две пересекающиеся прямые  $DE$  и  $DF$  определяют плоскость  $b$ . Плоскость  $b \parallel a$ , так как две пересекающиеся прямые  $DE$  и  $DF$ , принадлежащие плоскости  $\beta$ , параллельны двум пересекающимся прямым  $AB$  и  $AC$ , принадлежащим плоскости  $\alpha$ .

## Перпендикулярные плоскости

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости.



Чтобы через точку  $A$  провести плоскость, перпендикулярную плоскости  $\alpha(h, f)$ , необходимо из точки  $A$  провести прямую  $n$ , перпендикулярную плоскости  $\alpha(h, f)$  (горизонтальная проекция  $n_1$  перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали  $h_1$ , фронтальная проекция  $n_2$  перпендикулярна фронтальной проекции фронтали  $f_2$ ). Любая плоскость, проходящая через прямую  $n$ , будет перпендикулярна плоскости  $\alpha(h, f)$ , поэтому для задания плоскости через точку  $A$  проводим произвольную прямую  $m$ .

Плоскость заданная двумя пересекающимися прямыми  $m$  и  $n$ , будет перпендикулярна плоскости  $\alpha(h, f)$ .



































