

Проецирование поверхностей

Проецирование поверхностей

Поверхность – это множество последовательных положений линии, перемещающейся в пространстве по определенному закону.

Проецирование поверхностей

Способы задания поверхностей:

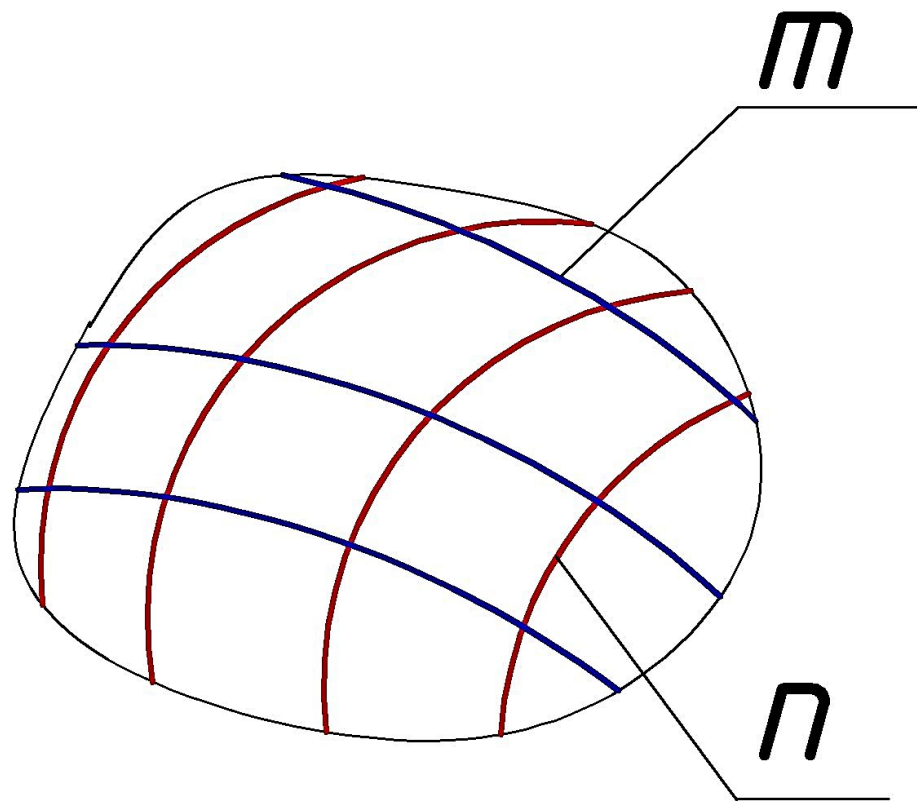
- **Аналитический** (поверхность задается уравнением, например, $ax+by+cz=k$ - плоскость)
- **Каркасный** (поверхность задается семейством линий, лежащих на поверхности, пример – топографическая поверхность)
- **Кинематический** (задается закон перемещения линии в пространстве):
 - поверхности второго порядка общего вида;
 - поверхности вращения;
 - винтовые поверхности;
 - поверхности с плоскостью параллелизма;
 - циклические поверхности.

Проецирование поверхностей

Линия, перемещающаяся в пространстве, называется образующей (n).

Линия, вдоль которой происходит перемещение – направляющей (m)

По виду образующей поверхности делятся на **линейчатые** (образующая – прямая линия) и **нелинейчатые** (образующая – кривая линия).



Проецирование поверхностей

Очерк поверхности

Контуром или **контуром видимости** поверхности называется линия, точки которой являются точками касания проецирующих прямых.

Очерком поверхности на плоскости проекций называется **проекция контура** на эту плоскость.

Линией видимости, которая является границей, отделяющей видимую часть поверхности от невидимой на данной плоскости проекций, называется **проекция контурной линии** (очерк).

Проецирование поверхностей

Условие принадлежности точки поверхности

Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит какой-либо ***линии*** данной поверхности.

В качестве ***вспомогательных линий*** при построении точки используют графически простые линии (прямые и окружности), которые проецируются также в графически простые линии.

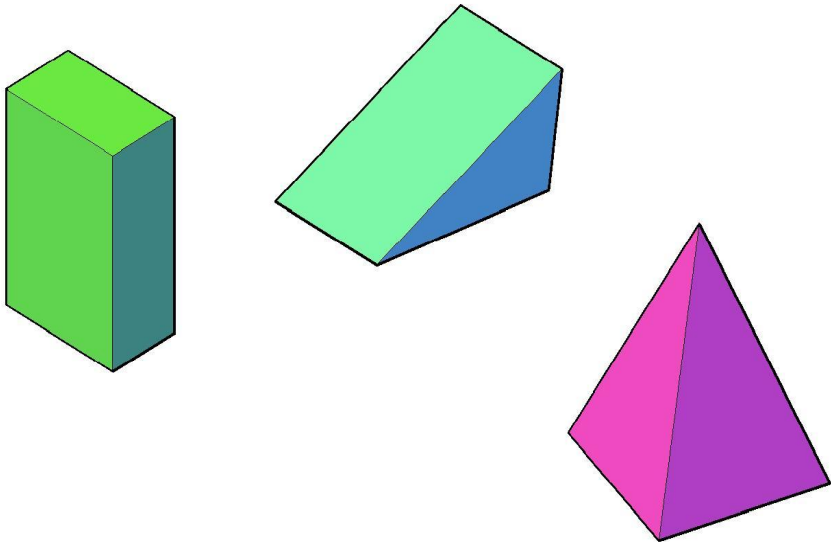
Проецирование поверхностей

Классификация поверхностей

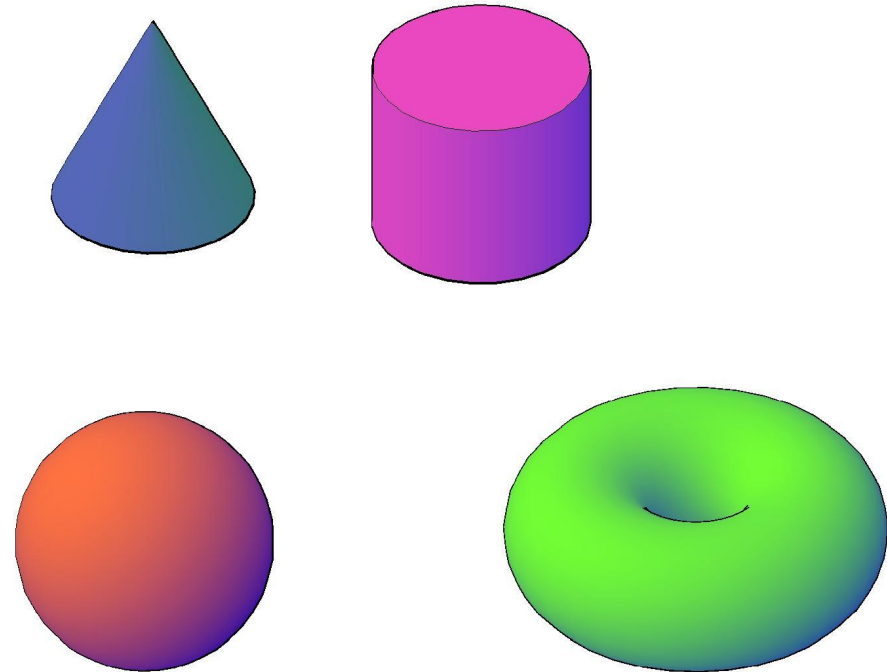
- Гранные поверхности (поверхности, образованные частями пересекающихся плоскостей)
- Кривые поверхности

Проецирование поверхностей

Примеры гранных
поверхностей
(параллелепипед, призма,



Примеры кривых
поверхностей (конус,
цилиндр, сфера, тор)



Проецирование поверхностей

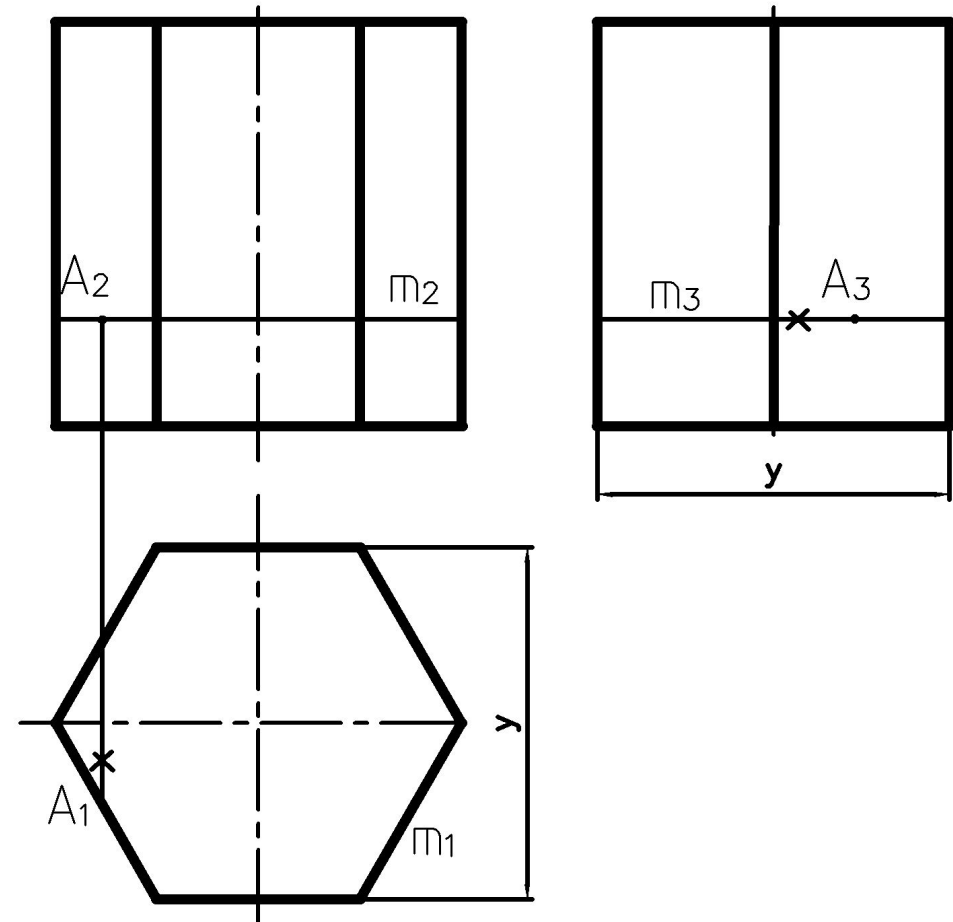
Наиболее часто встречающиеся гранные поверхности:

- **Призма**: в основании призмы лежит многоугольник, а боковые грани – параллелограммы. Если ребра перпендикулярны основанию, то призма называется прямой, если в основании лежит правильный многоугольник – призма правильная;
- **Пирамида**: в основании пирамиды лежит многоугольник, боковые грани – треугольники, имеющие общую вершину;
- **Призматойд**: многогранник, у которого верхнее и нижнее основания многоугольники, лежащие в разных плоскостях;
- **Правильные многогранники** (тела Платона): многогранники, у которых все грани правильные и равные многоугольники, а углы при вершинах равны (тетраэдр, гексаэдр, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр).

Построение проекций точки, принадлежащей гранной поверхности, аналогично построению проекций точки, принадлежащей плоскости.

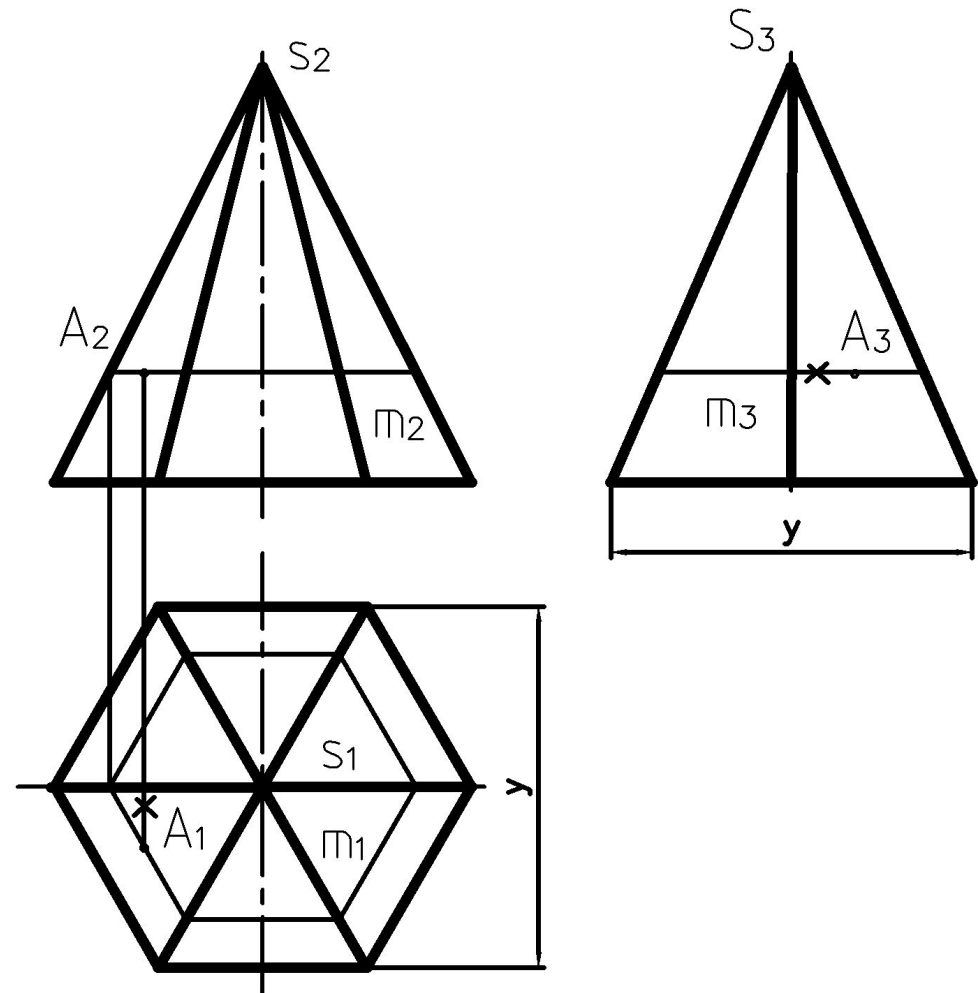
Проецирование поверхностей

Пример построения проекций **правильной прямой призмы** (шестигранной) и точки, принадлежащей данной поверхности.



Проецирование поверхностей

Пример построения проекций **пирамиды**, в основании которой лежит шестиугольник и точки, принадлежащей данной поверхности.



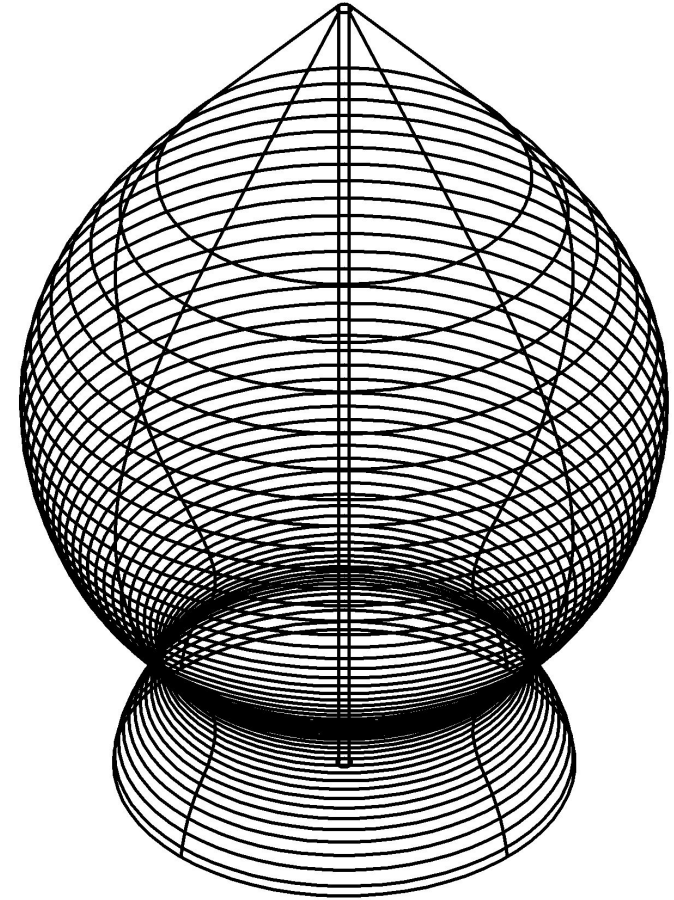
Проецирование поверхностей



Проецирование поверхностей

Поверхностью вращения называется поверхность, образованная при вращении линии вокруг неподвижной прямой, которая называется осью вращения (осью поверхности).

Любая точка линии при вращении описывает окружность, лежащую в плоскости, перпендикулярной оси. Это окружность называется **параллелью**.



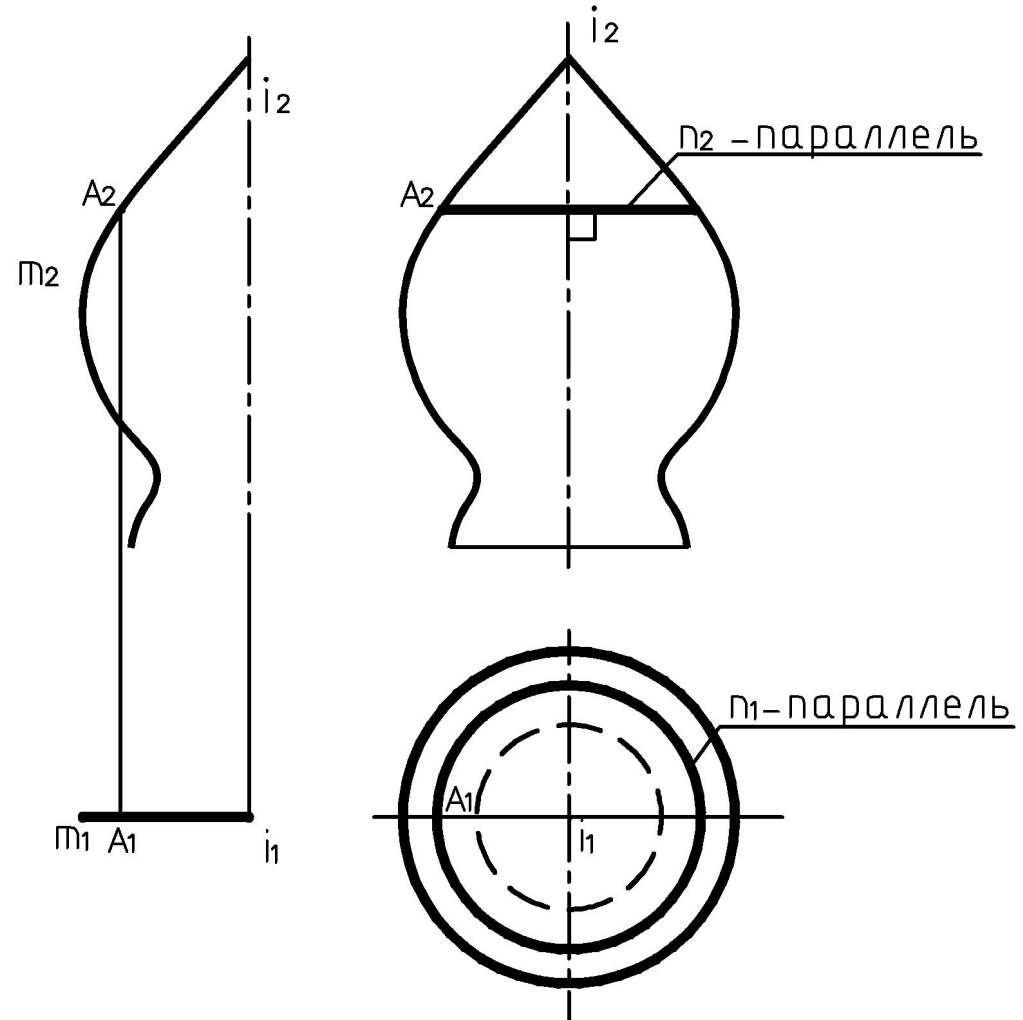
Проецирование поверхностей

Основные параметры поверхности:

- **Образующая** m ;
- **Ось вращения** l ;
- Точка A , принадлежащая образующей и, следовательно, поверхности;
- **параллель** n , лежащая в плоскости, перпендикулярной оси;
- **меридиан** (линия, образованная при рассечении поверхности плоскостью, проходящей через ось).

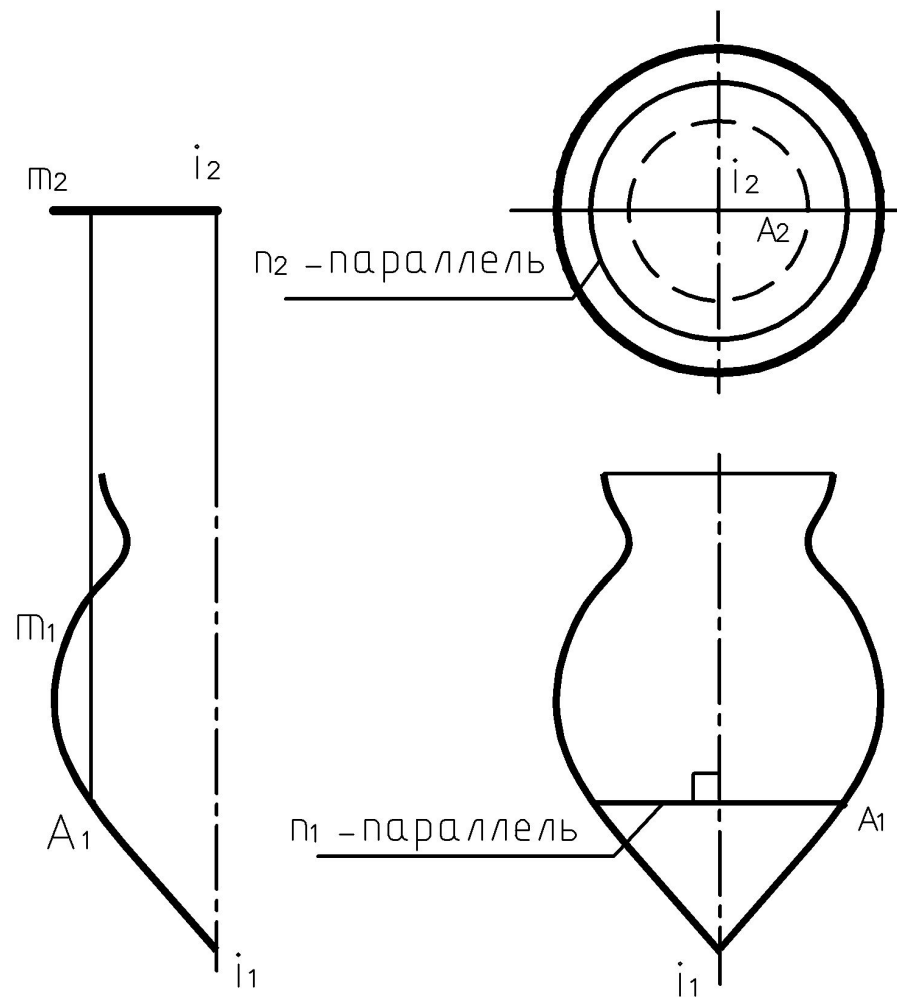
Проецирование поверхностей

Если ось вращения перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций, то **параллель** будет лежать в горизонтальной плоскости уровня и спроецируется на горизонтальную плоскость проекций в **натуральную величину**, а на фронтальную - в виде **отрезка прямой**, перпендикулярной проекции оси.



Проецирование поверхностей

Если ось вращения перпендикулярна фронтальной плоскости проекций, то **параллель** будет лежать во фронтальной плоскости уровня и спроецируется на фронтальную плоскость проекций в **натуральную величину**, а на горизонтальную - в виде **отрезка прямой**, перпендикулярной проекции оси.



Проецирование поверхностей

Характерные линии поверхности вращения

Параллель наибольшего радиуса называется ***экватором***.

Параллель наименьшего радиуса называется ***горлом***.

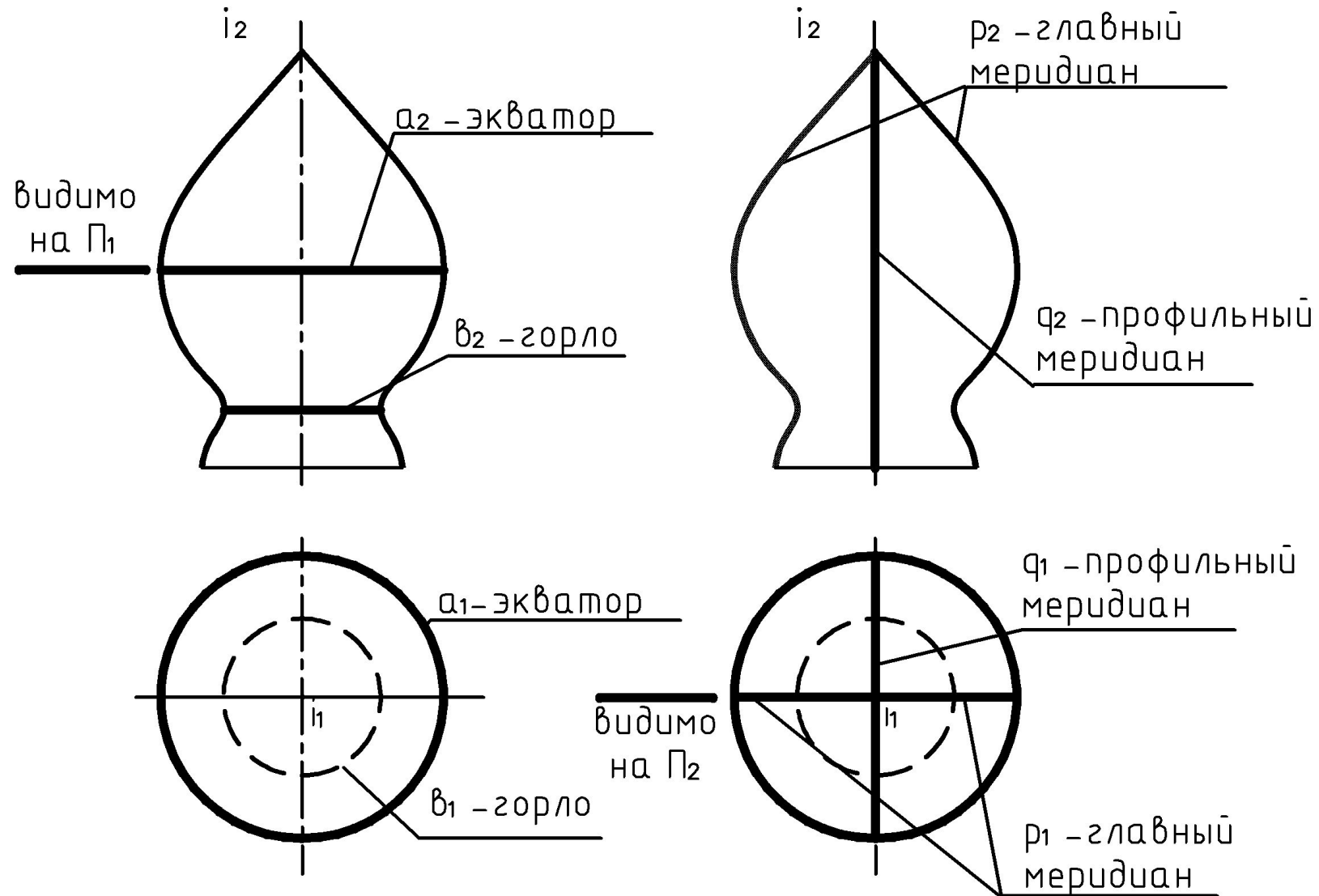
Меридиан, расположенный в плоскости, параллельной плоскости проекций, называется ***главным меридианом***.

Меридиан, лежащий во фронтальной плоскости уровня называется ***фронтальным***.

Меридиан, лежащий в профильной плоскости уровня называется ***профильным***.

Проекции экватора и главных меридианов являются, как правило, ***очерками поверхности (линиями видимости)***.

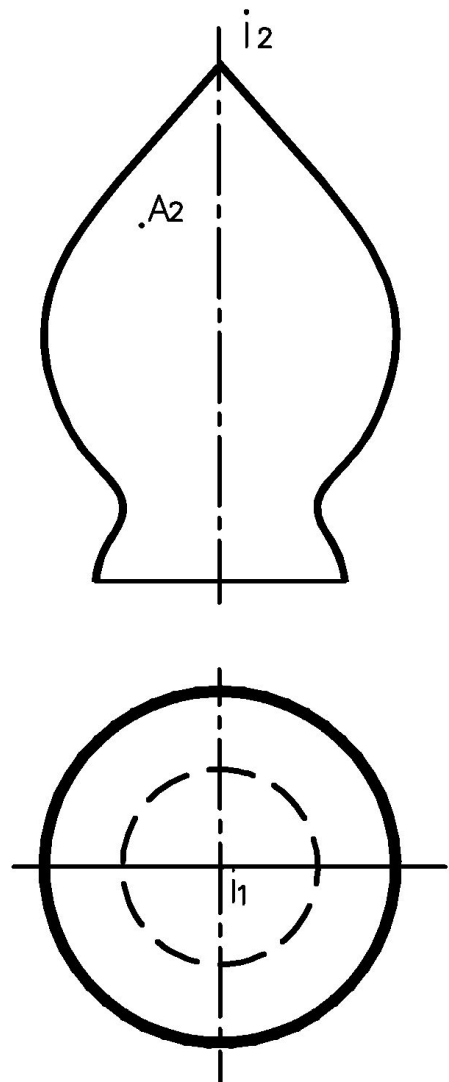
Проецирование поверхностей



Проецирование поверхностей

Построение проекций точки A на поверхности вращения

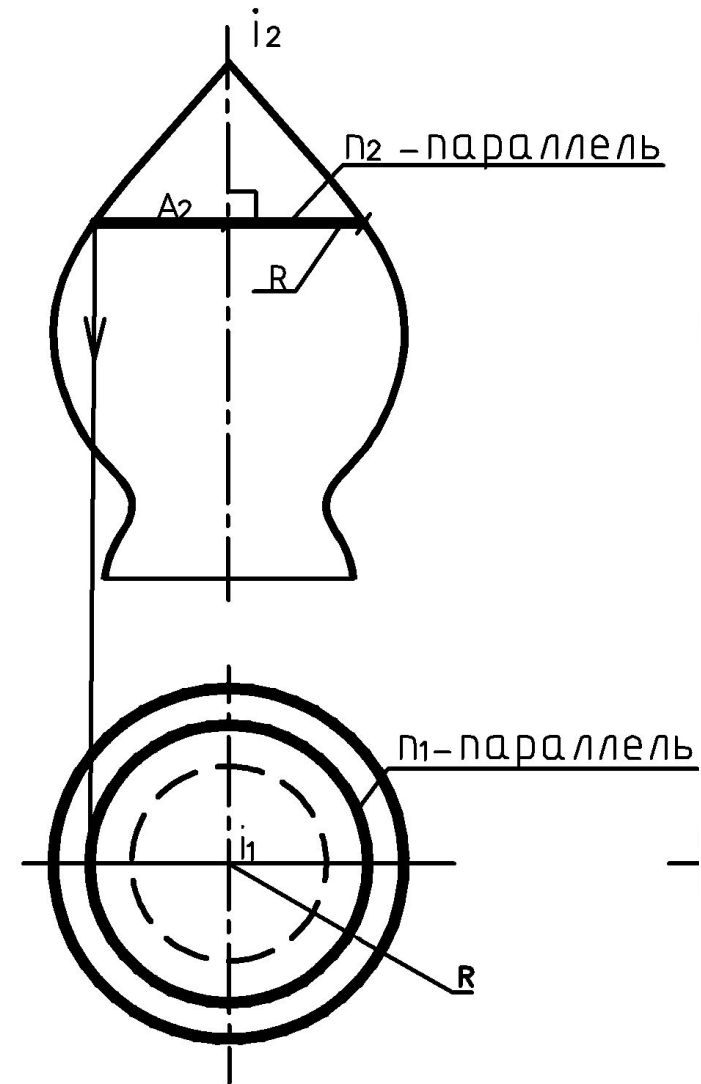
Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит какой-либо линии, данной поверхности. В качестве вспомогательных линий при построении точек на поверхности вращения используют **параллели**.



Проецирование поверхностей

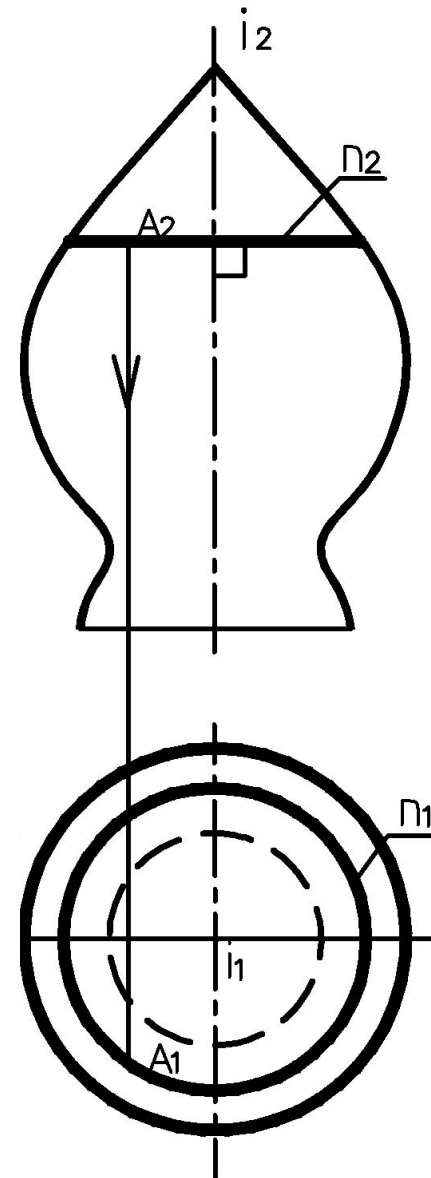
Алгоритм построения

1. Через проекцию точки A проводят фронтальную проекцию параллели n , перпендикулярно проекции оси.
2. Строят горизонтальную проекцию параллели (окружность) радиусом, который равен расстоянию от оси до фронтального меридиана.



Проецирование поверхностей

3. По линии связи строят горизонтальную проекцию точки A .
4. Определяют видимость проекции. Так как фронтальная проекция точки находится выше экватора и видима, то горизонтальная проекция будет видима и находится перед линией видимости (фронтальным меридианом).



Проецирование поверхностей

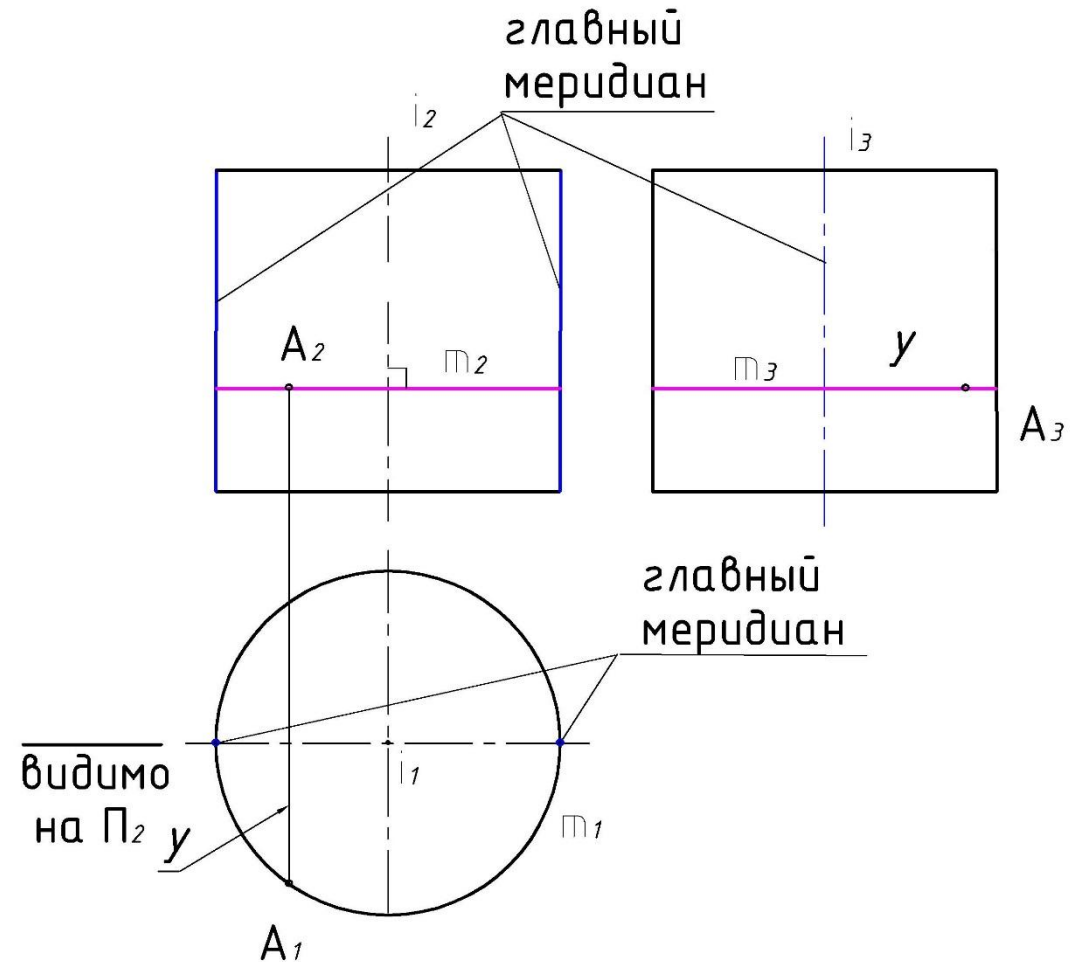
Цилиндр вращения

Цилиндром вращения называют поверхность, образованную вращением прямолинейной образующей, вокруг параллельной ей оси.

Характерные линии цилиндра: главные меридианы (фронтальный и профильный).

Если ось вращения является проецирующей прямой, то цилиндр называют **проецирующим**. На одну из плоскостей проекций такой цилиндр спроецируется в виде **окружности**.

Построение проекций точки, принадлежащей **цилиндру вращения с проецирующей осью**, аналогично построению проекций точки, принадлежащей правильной призме.



Проецирование поверхностей

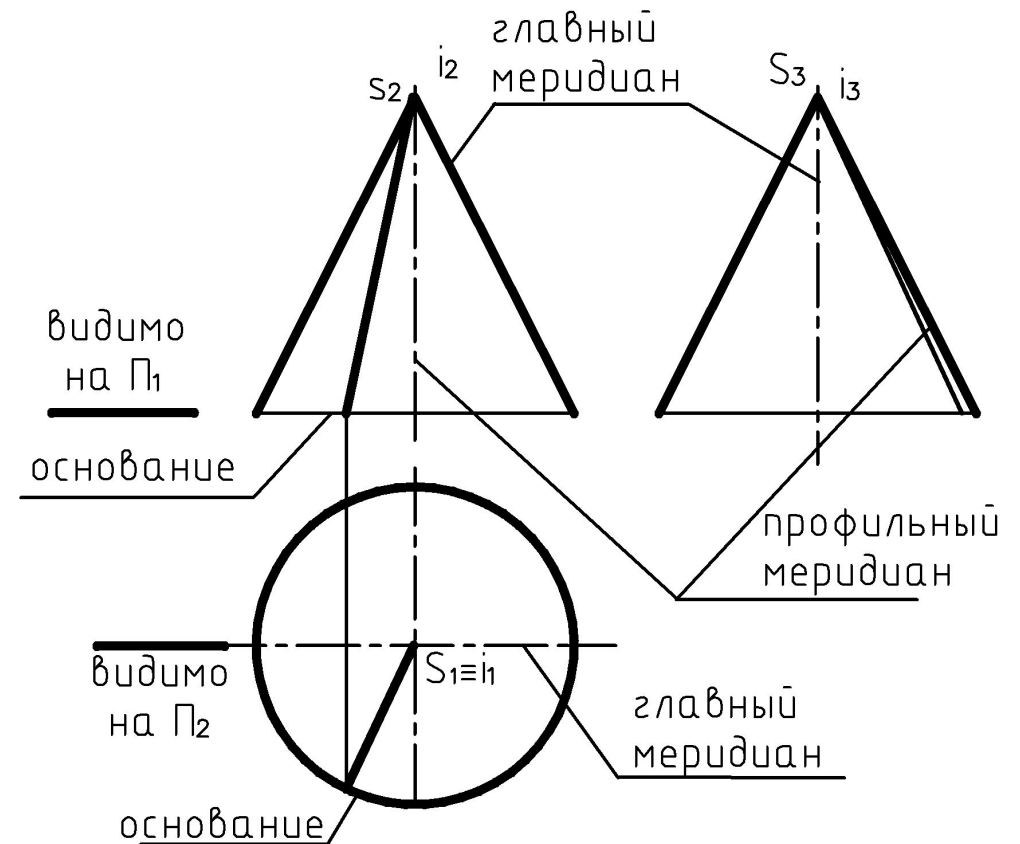
Конус вращения

Конусом вращения (прямым круговым конусом) называют поверхность, образованную вращением прямолинейной образующей вокруг пересекающейся с ней оси. Точка пересечения образующей и оси S называется вершиной конуса.

Характерные линии цилиндра: главные меридианы (фронтальный и профильный).

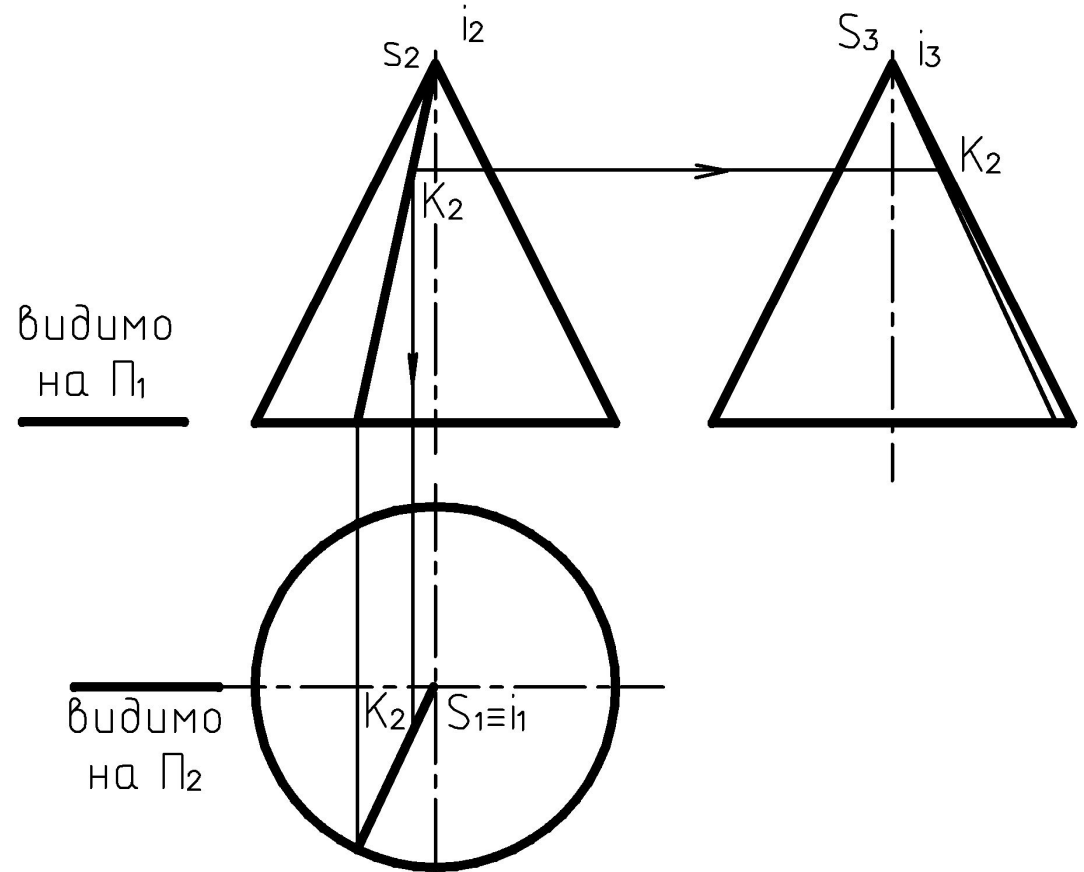
Если ось конуса перпендикулярна плоскости проекций, то на эту плоскость конус спроецируется в виде **круга**.

Построение проекций точки, принадлежащей поверхности конуса можно выполнять как с помощью **параллелей**, так и с помощью **прямолинейных образующих**.



Проецирование поверхностей

1. Через проекцию точки K и вершины S проводят фронтальную проекцию образующей (до проекции основания).
2. Строят горизонтальную и профильную проекции образующей.
3. По линиям связи строят горизонтальную и профильную проекции точки K .
4. Определяют видимость проекций. Так как фронтальная проекция точки видима и находится левее профильного меридиана, то горизонтальная и профильная проекции точки будут видимы.



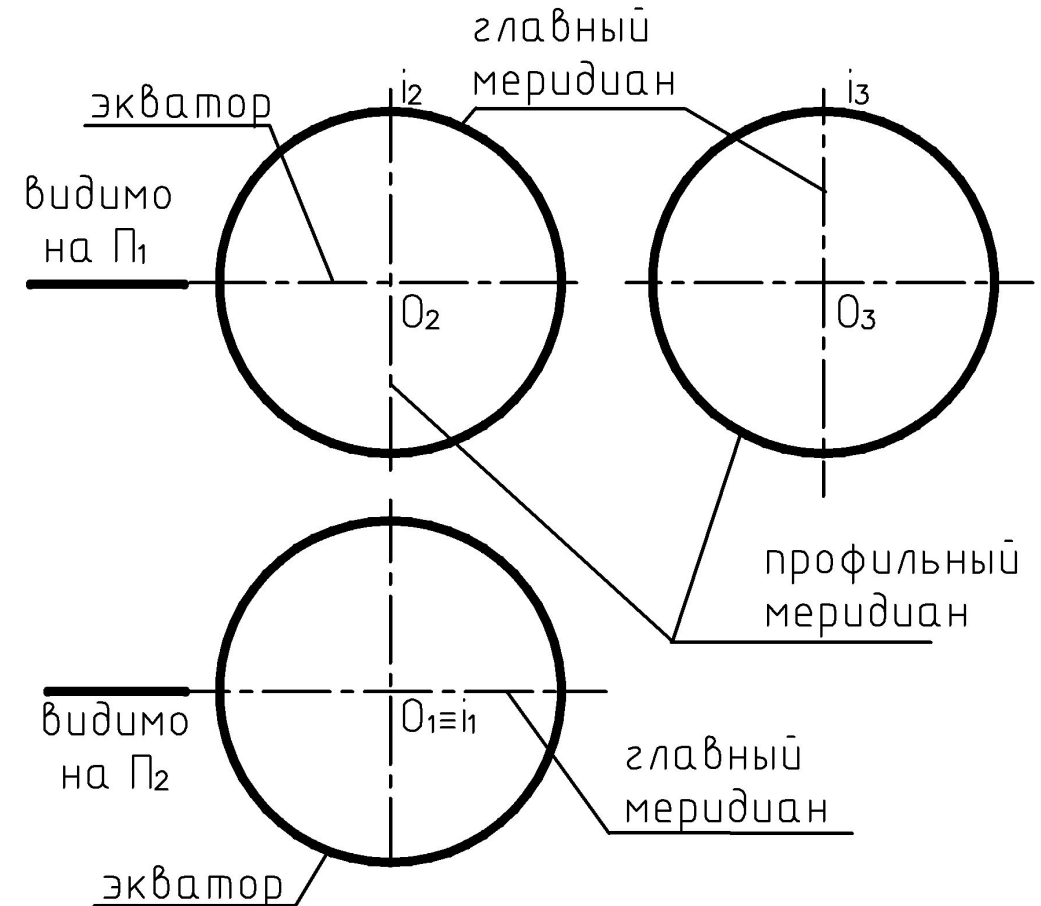
Проецирование поверхностей

Сфера

Сферой называют поверхность, образованную вращением окружности вокруг её оси. У сферы множество осей вращения, пересекающихся в центре сферы – точке O .

Характерные линии сферы: экватор, главные меридианы (фронтальный и профильный).

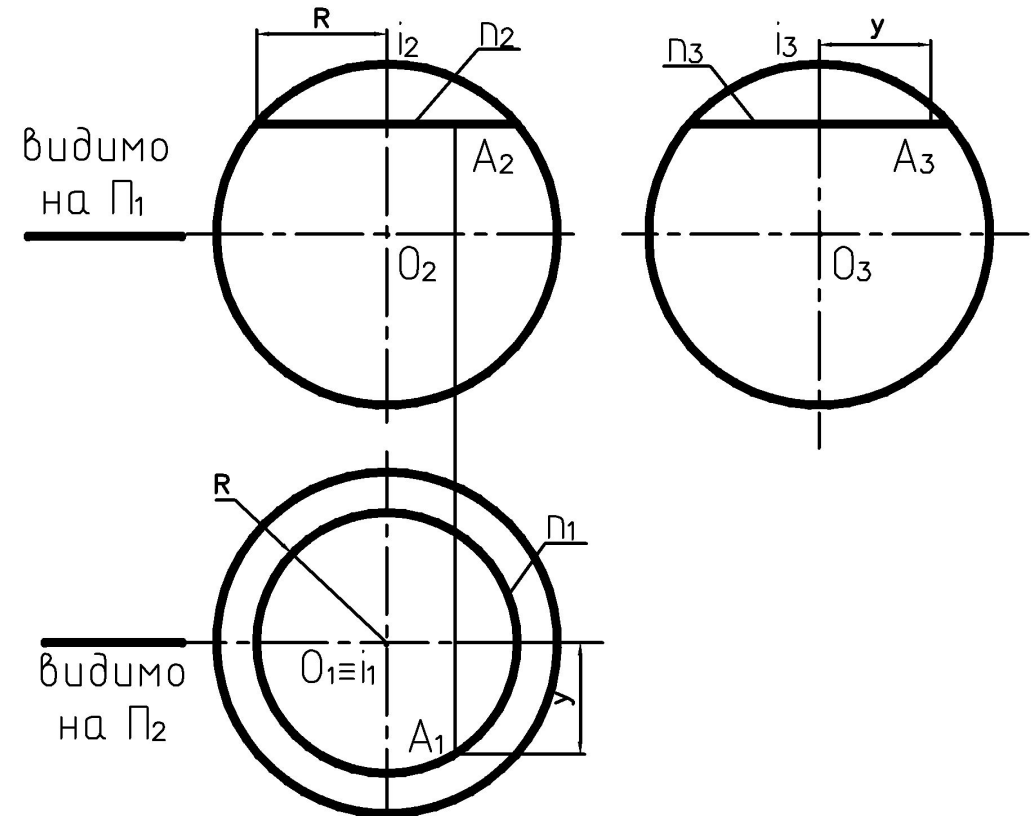
Построение проекций точки, принадлежащей поверхности сферы выполняют с помощью **параллелей**.



Проецирование поверхностей

Алгоритм построения проекций точки

1. Через проекцию точки A проводят фронтальную проекцию параллели n , перпендикулярно проекции оси.
2. Строят горизонтальную проекцию параллели (окружность) радиусом, который равен расстоянию от оси до фронтального меридиана и профильную проекцию параллели (отрезок).
3. По линии связи строят горизонтальную проекцию точки A . Для построения профильной проекции измеряют расстояние от оси до проекции точки (y) и откладывают это расстояние на профильной проекции.
4. Определяют видимость проекции. Так как фронтальная проекция точки находится выше экватора и видима, то горизонтальная проекция будет видима и находится перед линией видимости (фронтальным меридианом). Профильная проекция будет невидима, так как находится за линией видимости (профильным меридианом)



Проецирование поверхностей

Тор

Тором называют поверхность, образованную вращением окружности или ее дуги, вокруг оси, не проходящей через центр окружности, но лежащей в плоскости образующей окружности.

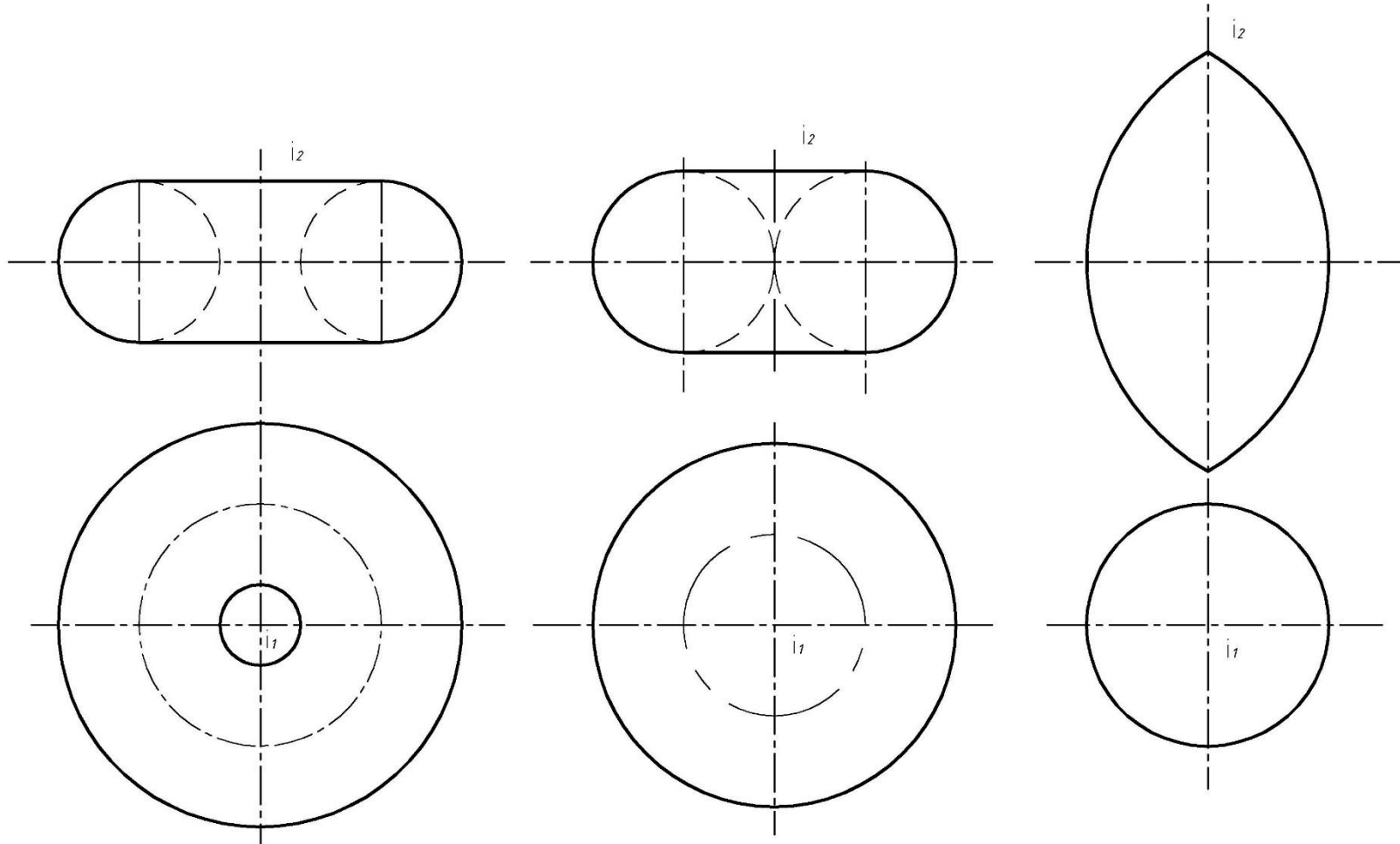
Тор бывает:

открытым (круговое кольцо) – окружность не пересекает ось;

закрытым – окружность касается оси;

самопересекающимся – окружность пересекает ось.

Проецирование поверхностей



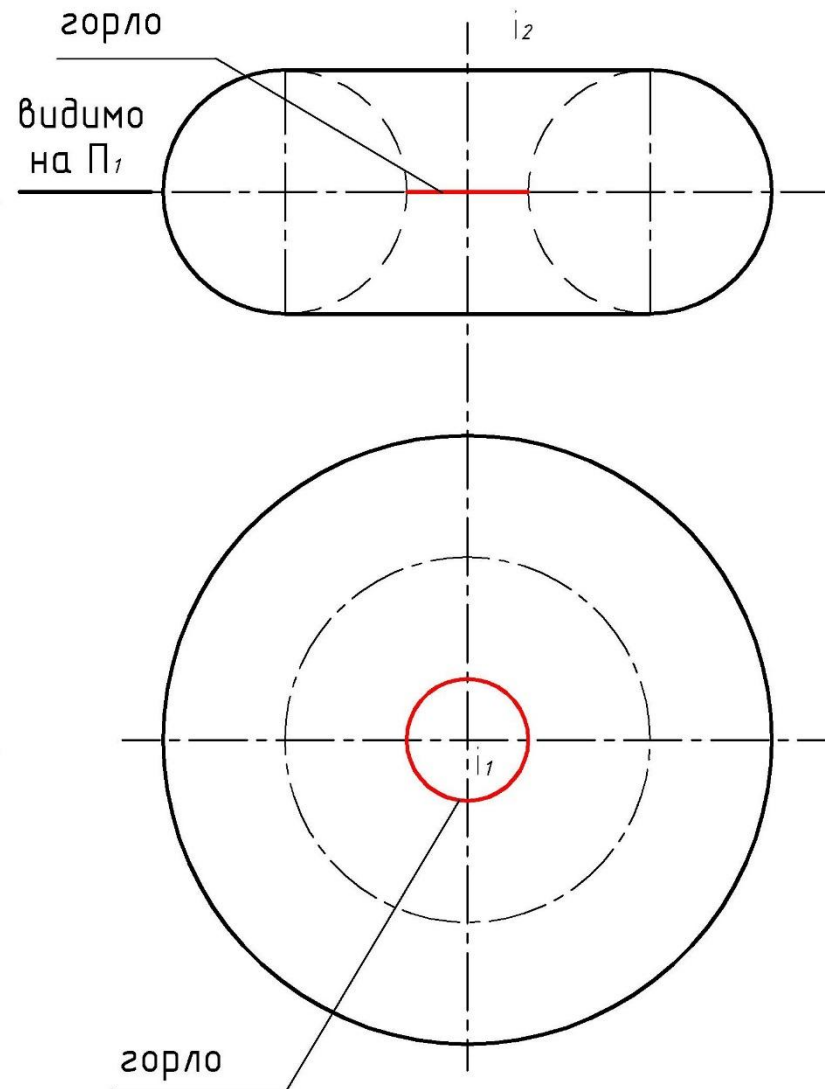
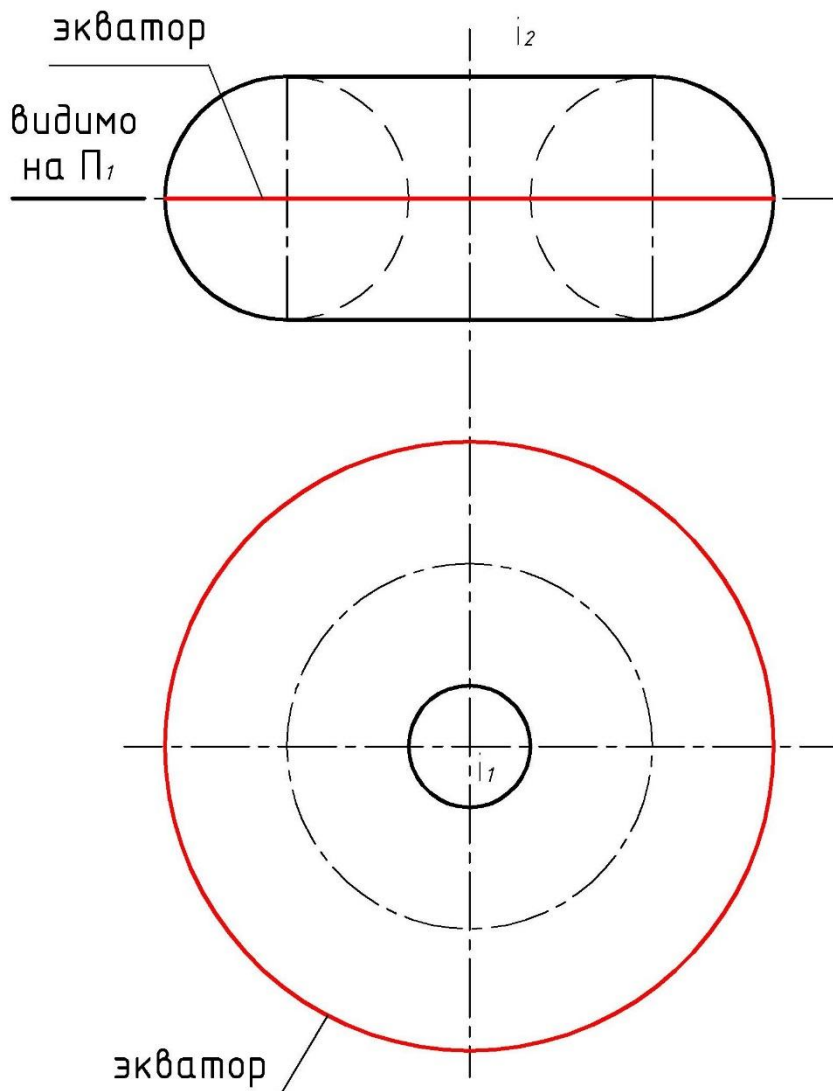
Проецирование поверхностей

Характерные линии сферы: экватор, горло, главные меридианы (фронтальный и профильный), верхняя и нижняя очерковые образующие (параллели).

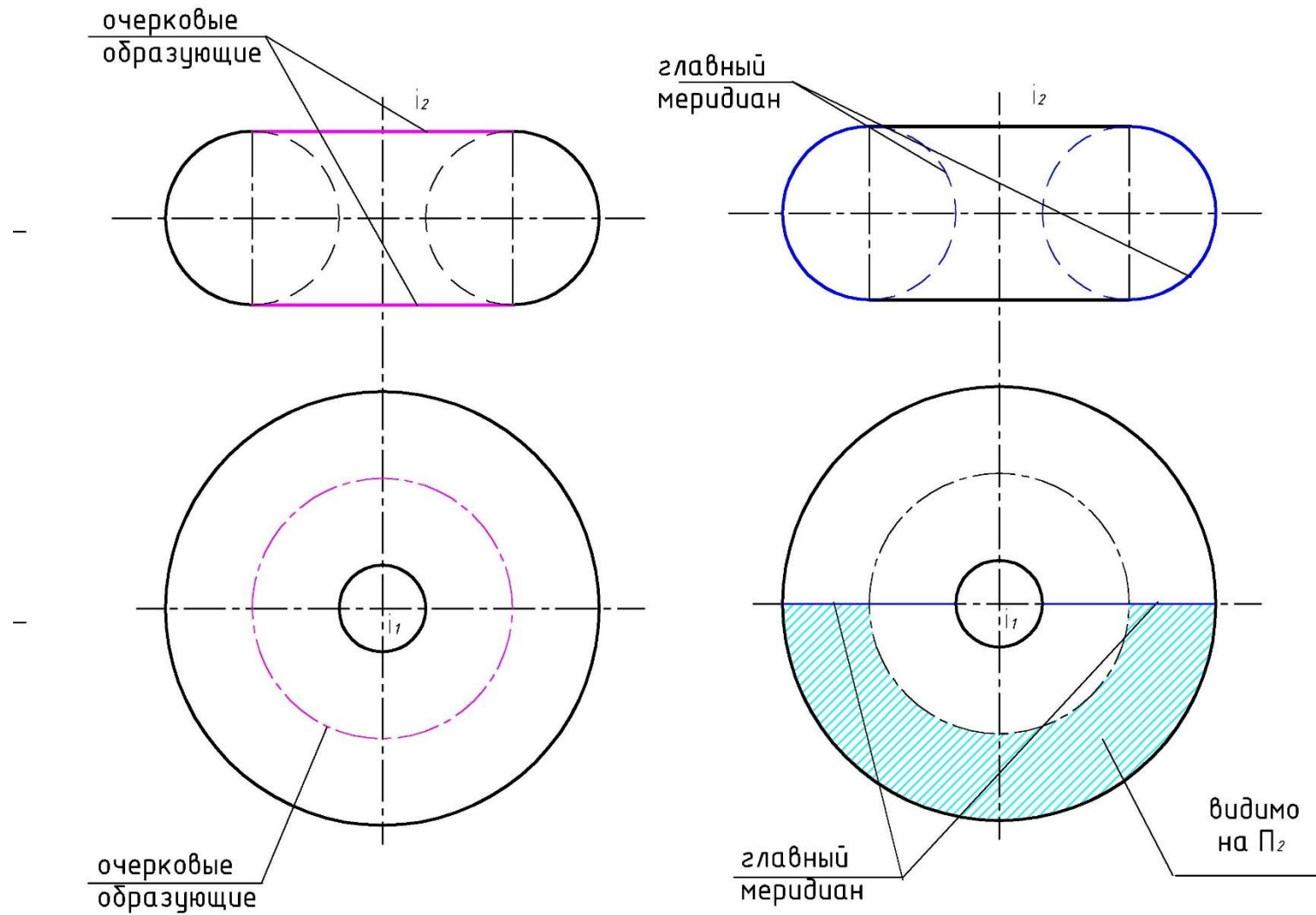
Для открытого тора проекции очерка и главных меридианов не совпадают.

Построение проекций точки, принадлежащей поверхности тора выполняют с помощью **параллелей.**

Проецирование поверхностей



Проецирование поверхностей

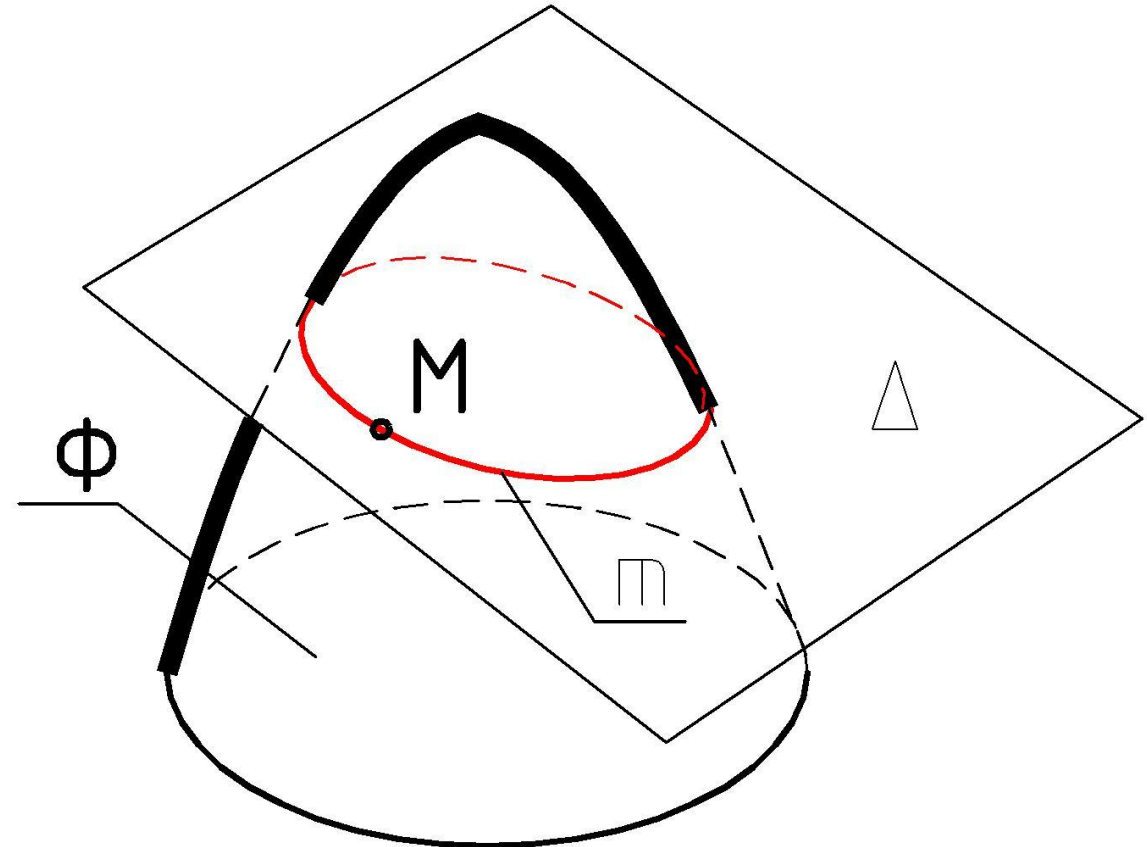


Сечение поверхности плоскостью

Сечение поверхности плоскостью представляет собой линию, форма которой зависит от вида поверхности и положения секущей плоскости относительно оси поверхности.

Для построения этой линии необходимо построить ряд точек, принадлежащих одновременно заданной поверхности и секущей плоскости.

Линия сечения поверхности плоскостью всегда **плоская линия**.



Сечение поверхности плоскостью

Построение проекций линии сечения поверхности плоскостью аналогично построению проекций линии пересечения двух плоскостей:

- **если плоскость занимает частное положение (плоскость уровня или проецирующая), то одна проекция линии сечения определяется сразу, а вторая строится по принадлежности точки поверхности;**
- **если плоскость является плоскостью общего положения, то вводят вспомогательные плоскости частного положения (обычно плоскости уровня), пересекающие заданные плоскость и поверхность по графически простым линиям, определяют точки пересечения линий сечения.**

Сечение поверхности плоскостью

Порядок построения точек :

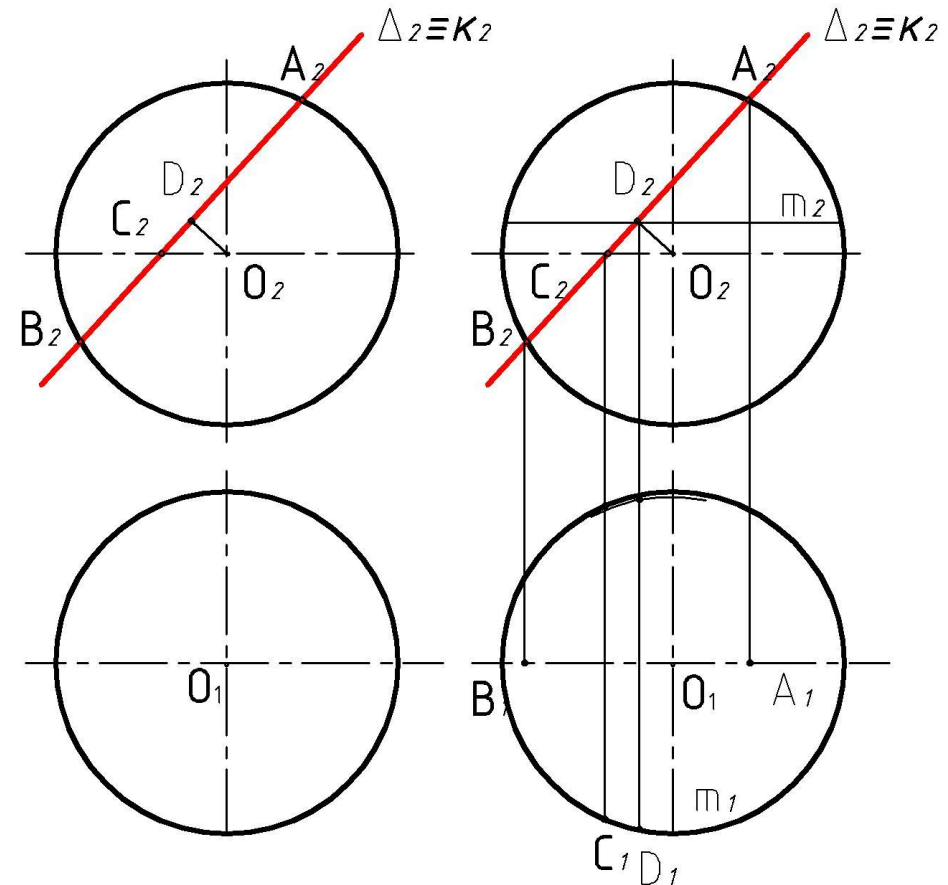
1. Экстремальные точки (высшая, низшая, крайние левая и правая, ближайшая и наиболее удаленная).
2. Очерковые, лежащие на линиях видимости.
3. Промежуточные или случайные.

Первые две группы точек обозначают на чертеже буквами, третью – цифрами.

Сечение поверхности плоскостью

Построение проекций линии сечения сферы проецирующей плоскостью

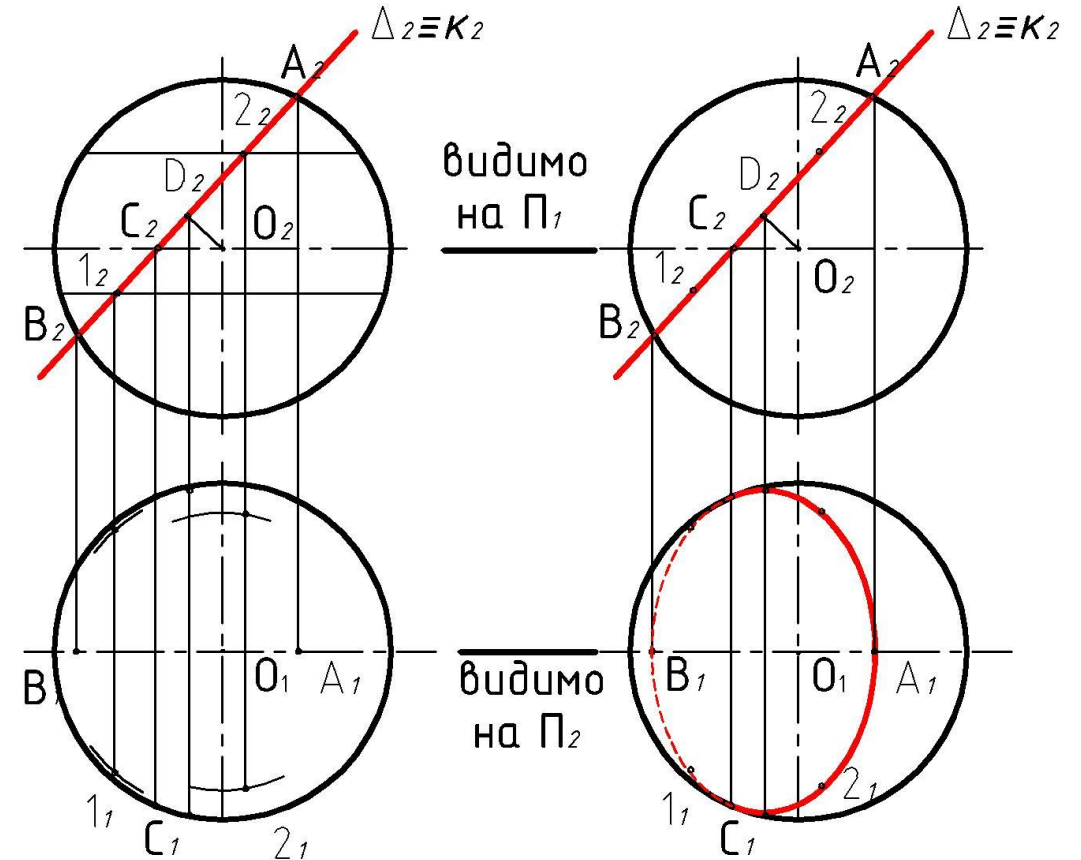
1. Линия сечения сферы плоскостью всегда окружность.
2. Так как плоскость Δ является фронтально проецирующей, то фронтальные проекции плоскости и линии сечения совпадают.
3. Строят проекции точек, лежащих на характерных линиях сферы (А, В, С) и точки D.



Сечение поверхности плоскостью

3. Строят проекции случайных точек 1 и 2 по принадлежности поверхности сферы (с помощью параллелей).

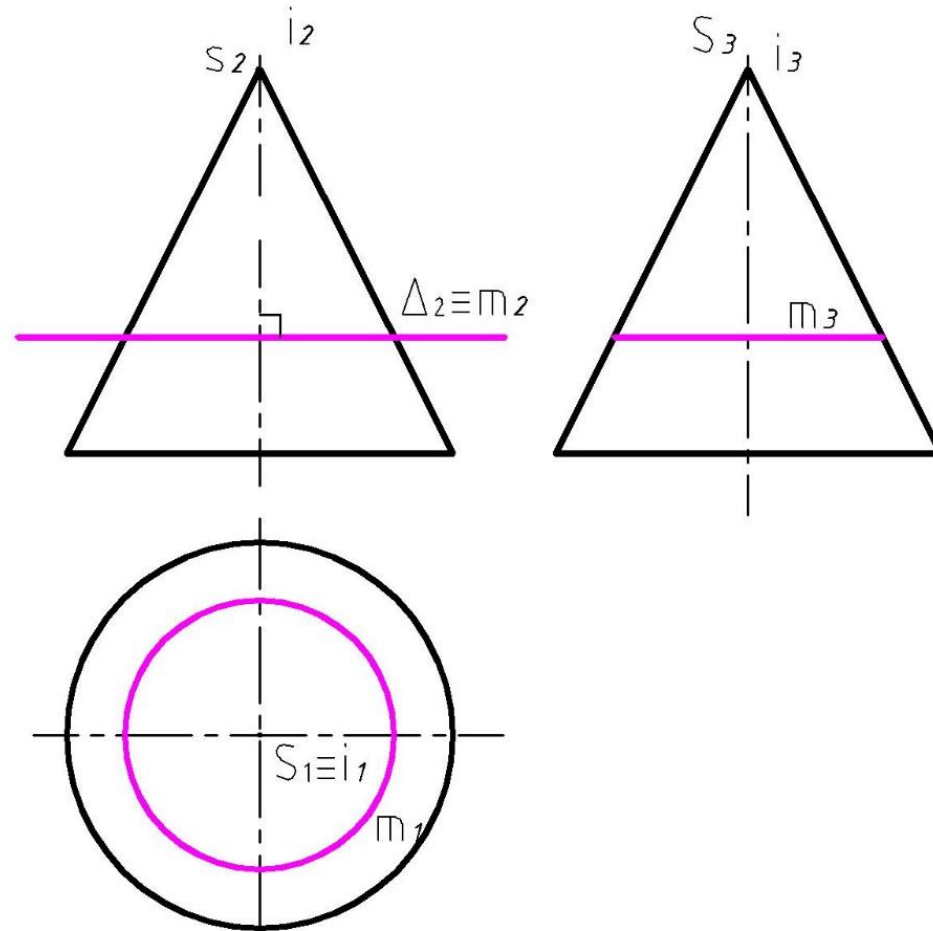
4. Соединяют полученные проекции точек плавной линией с учетом видимости.



Сечение поверхности плоскостью

Сечение конуса плоскостью

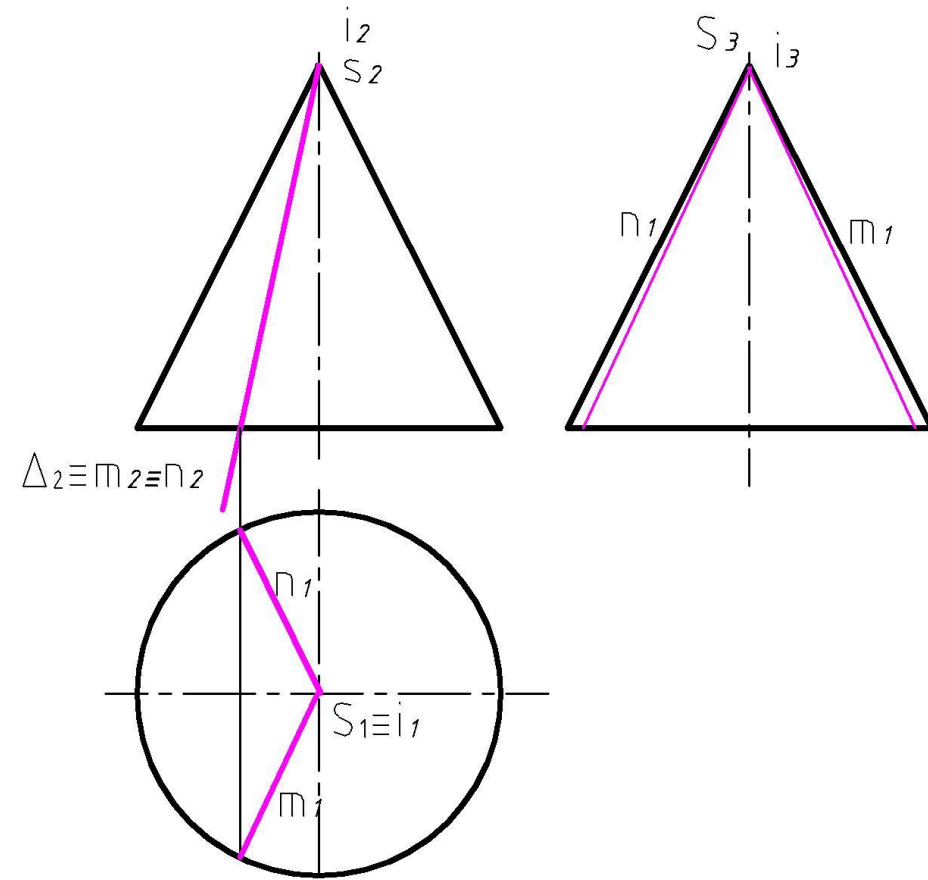
Если секущая плоскость перпендикулярна оси вращения конуса в сечении — **окружность.**



Сечение поверхности плоскостью

Сечение конуса плоскостью

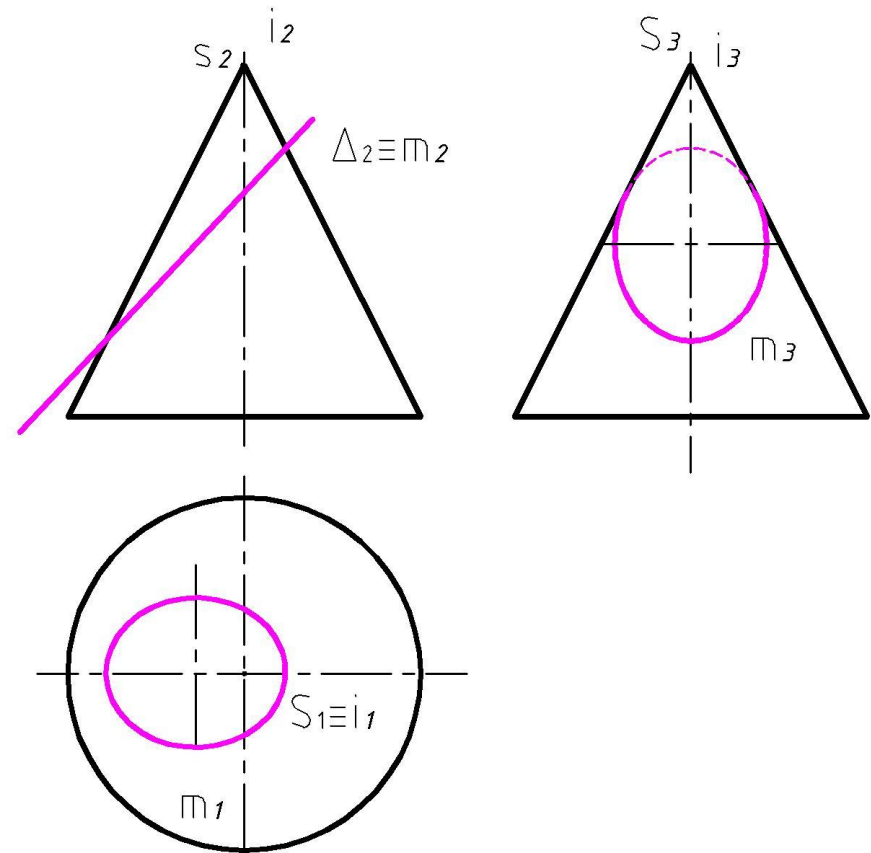
Если секущая плоскость проходит через вершину конуса в сечении – **две образующие.**



Сечение поверхности плоскостью

Сечение конуса плоскостью

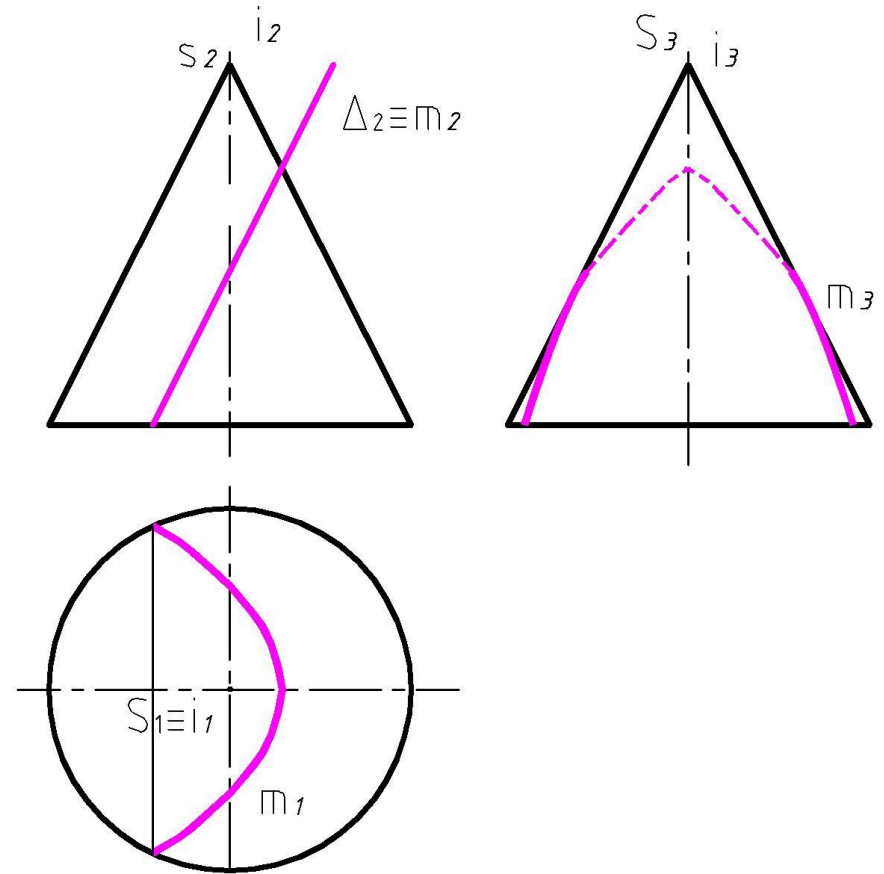
Если секущая плоскость пересекает все образующие (не параллельна ни одной из образующих) конуса в сечении – **эллипс**.



Сечение поверхности плоскостью

Сечение конуса плоскостью

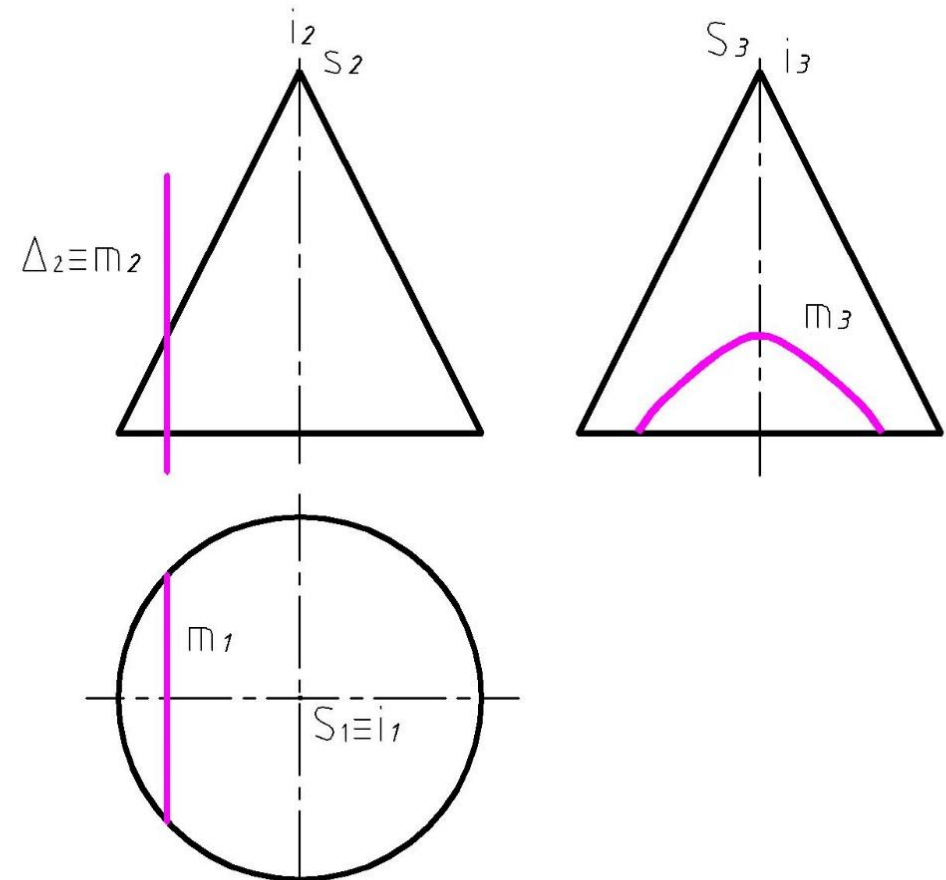
Если секущая плоскость параллельна одной образующей конуса в сечении – **парабола**.



Сечение поверхности плоскостью

Сечение конуса плоскостью

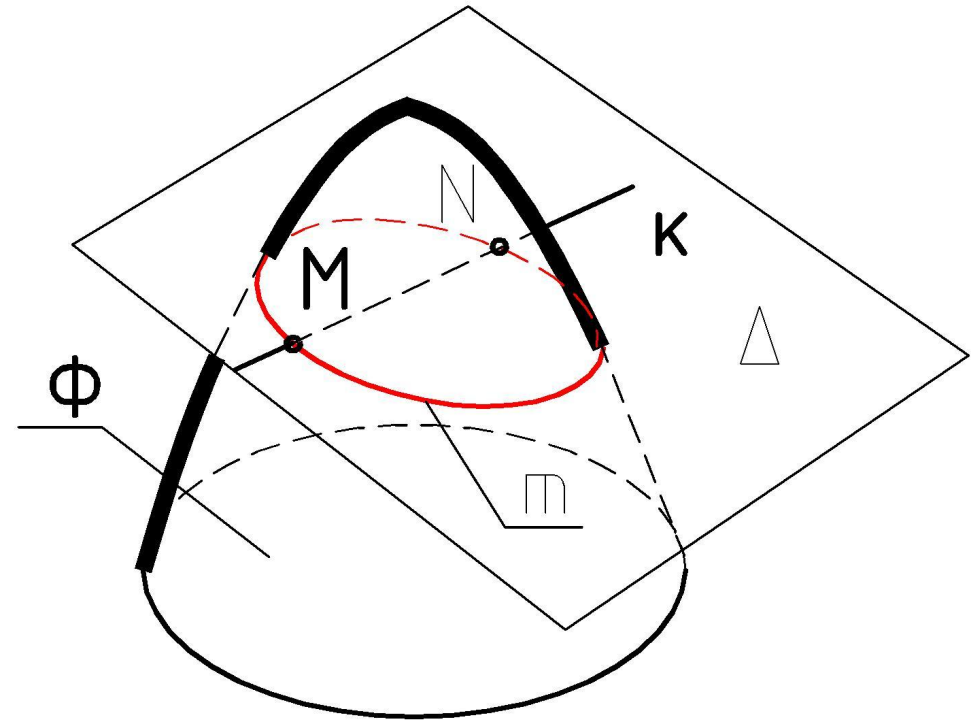
Если секущая плоскость параллельна двум образующим конуса в сечении – **гипербола**.



Пересечение прямой с поверхностью

Точки пересечения прямой с поверхностью M и N принадлежат как прямой k , так и поверхности Φ .

Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит какой-либо линии данной поверхности. Эта линия может быть получена как линия сечения поверхности Φ вспомогательной плоскостью Δ , проведенной через прямую k .



Пересечение прямой с поверхностью

Построение проекций точки пересечения прямой общего положения или прямой уровня с поверхностью выполняется по следующему алгоритму:

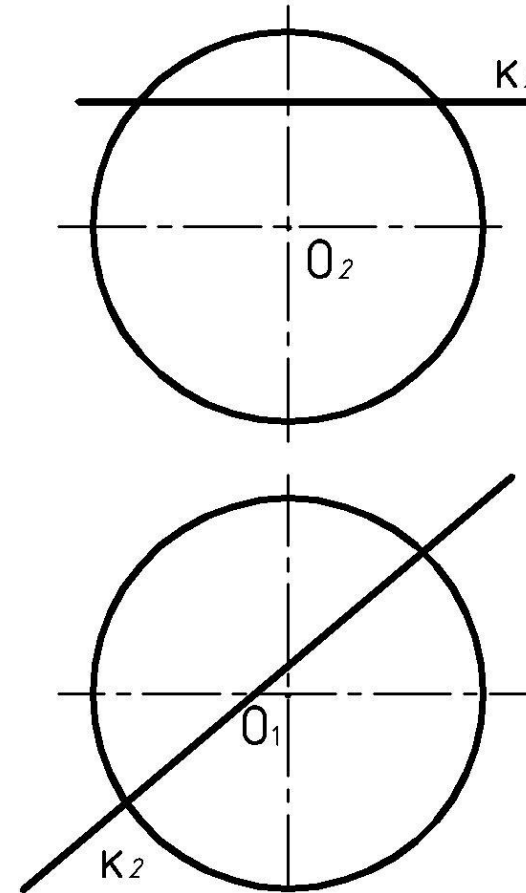
1. Закключаем прямую во вспомогательную плоскость, пересекающую поверхность по графически простым линиям (плоскость может быть как плоскостью уровня, так и плоскостью общего положения для линейчатых поверхностей)
2. Строим проекции линии сечения поверхности плоскостью.
3. Определяем точку пересечения заданной прямой и построенной линии сечения.
4. Определяем видимость прямой относительно поверхности с учетом линий видимости.

Пересечение прямой с поверхностью

Если прямая является проецирующей, то одна проекция точек пересечения прямой с поверхностью определяется сразу, а вторая строится по принадлежности точки поверхности.

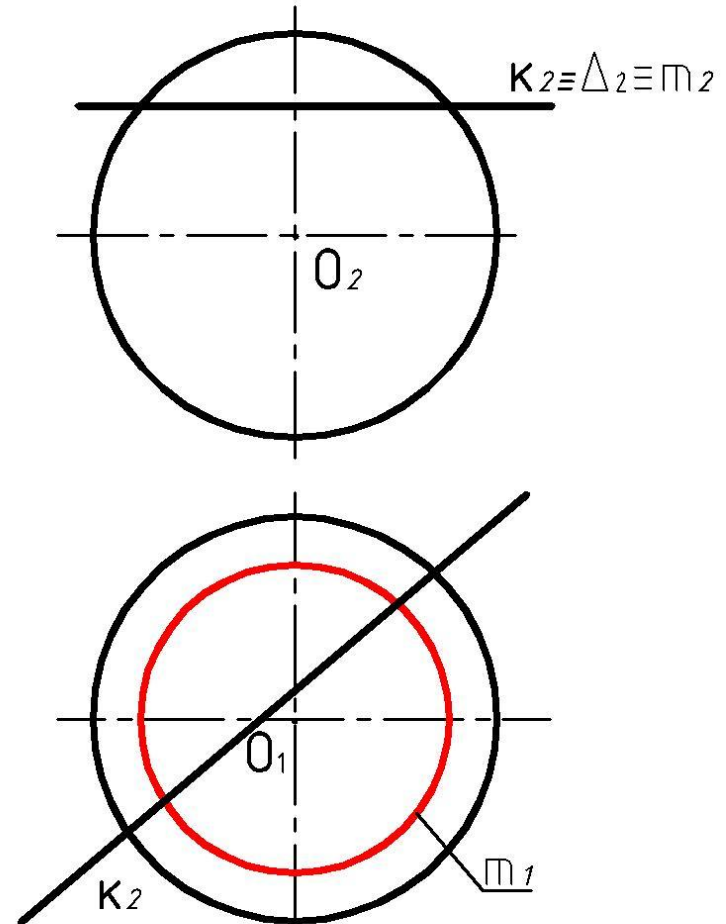
Пересечение прямой с поверхностью

Построение проекций
точек пересечения
прямой уровня K со
сферой



Пересечение прямой с поверхностью

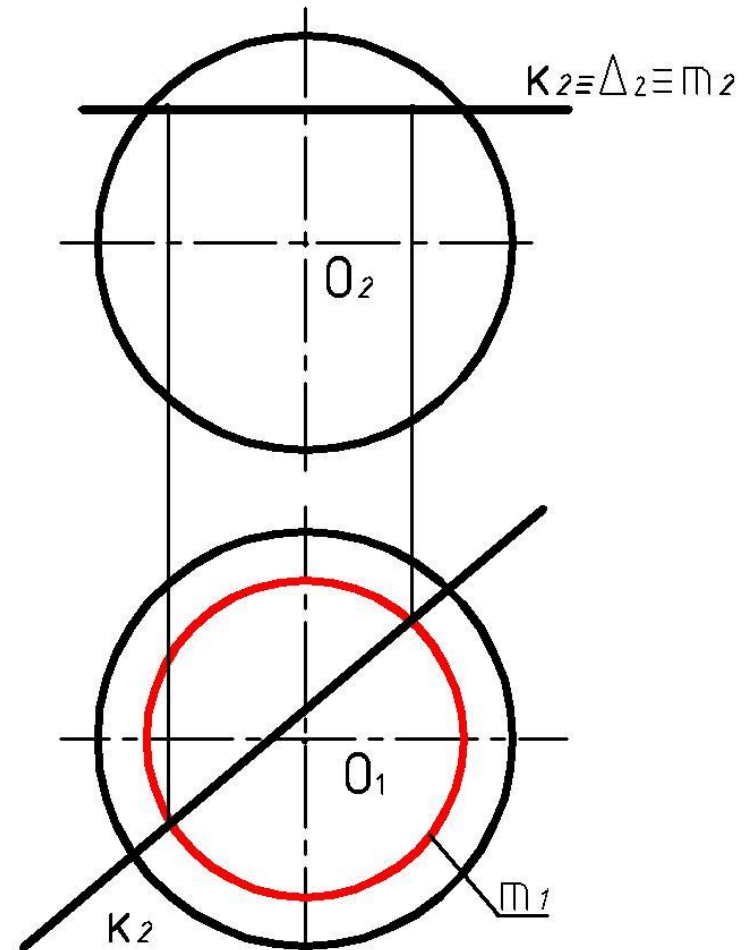
Заклучаем прямую k в горизонтальную плоскость уровня Δ и строим линию сечения сферы этой плоскостью m (окружность).



Пересечение прямой с поверхностью

Определяем горизонтальные проекции точек пересечения, как точки пересечения проекции прямой и линии сечения сферы плоскостью.

Фронтальные проекции точек определяем по линиям связи.



Пересечение прямой с поверхностью

Определяем видимость прямой относительно сферы с учетом линий видимости.

