ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ

ДЕЛЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ НА РАВНЫЕ ЧАСТИ

- Окружностью называется замкнутая кривая линия, каждая точка которой расположена на одинаковом расстоянии от одной точки о, называемой центром.

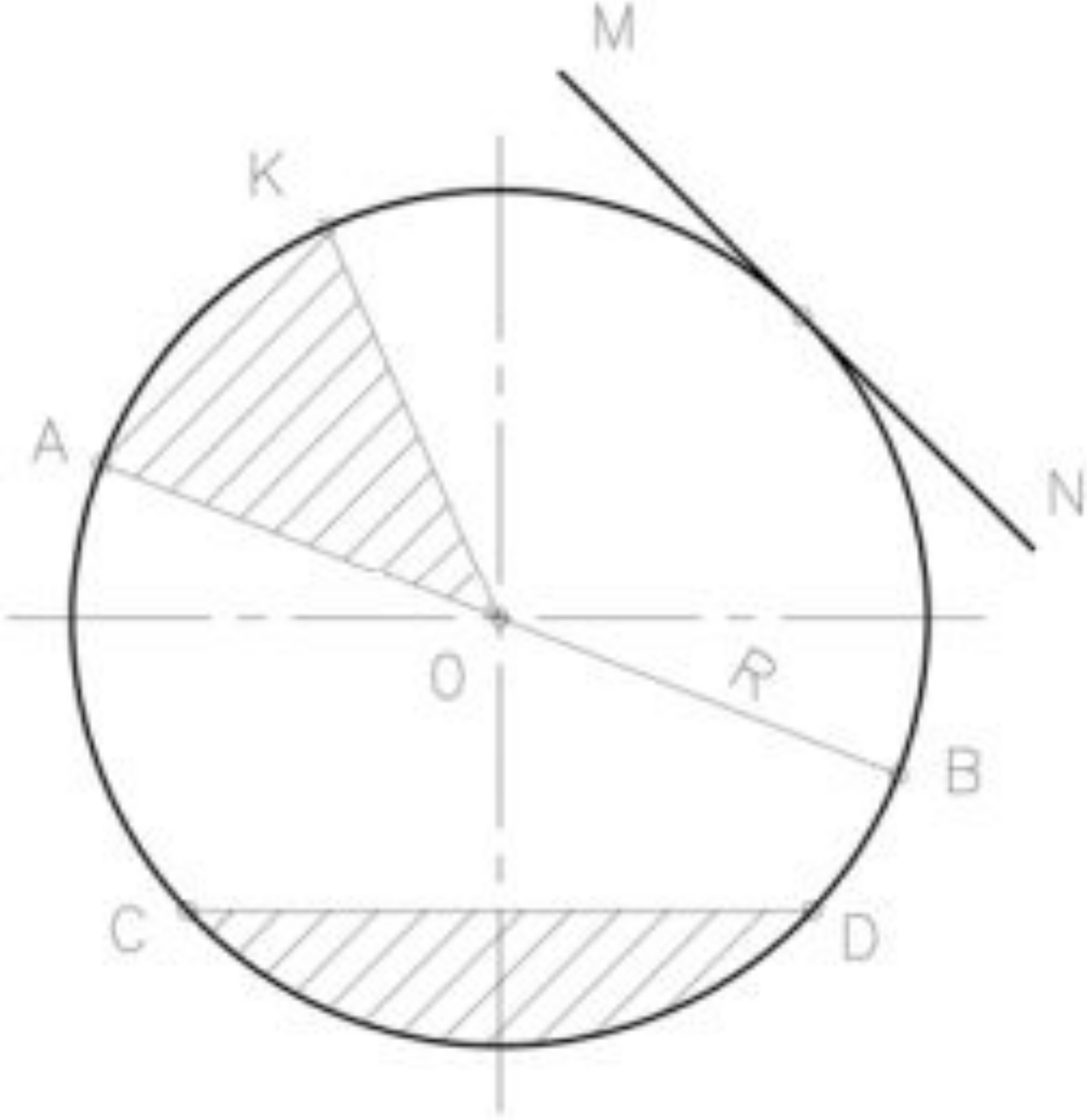

Рис. 1

Прямые линии, соединяющие любую точку окружности с ее центром, называются радиусами (R). Прямая AB, соединяющая две точки окружности и проходящая через ее центр (o) называется диаметром (D). Части окружности называются дугами.

Прямая CD, соединяющая две точки на окружности, называется хордой. Прямая MN, которая имеет только одну общую точку с окружностью называется касательной.

Часть круга, ограниченная хордой CD и дугой, называется сегментом. Часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой, называется сектором. Две взаимно перпендикулярные (горизонтальная и вертикальная) линии, пересекающиеся в центре окружности, называются осями.

Угол, образованный двумя радиусами KOA, называется центральным углом. (Рис. 1). Два взаимно перпендикулярных радиуса составляют угол в 900 и ограничивают ¼ окружности. Вся окружность составляет 3600

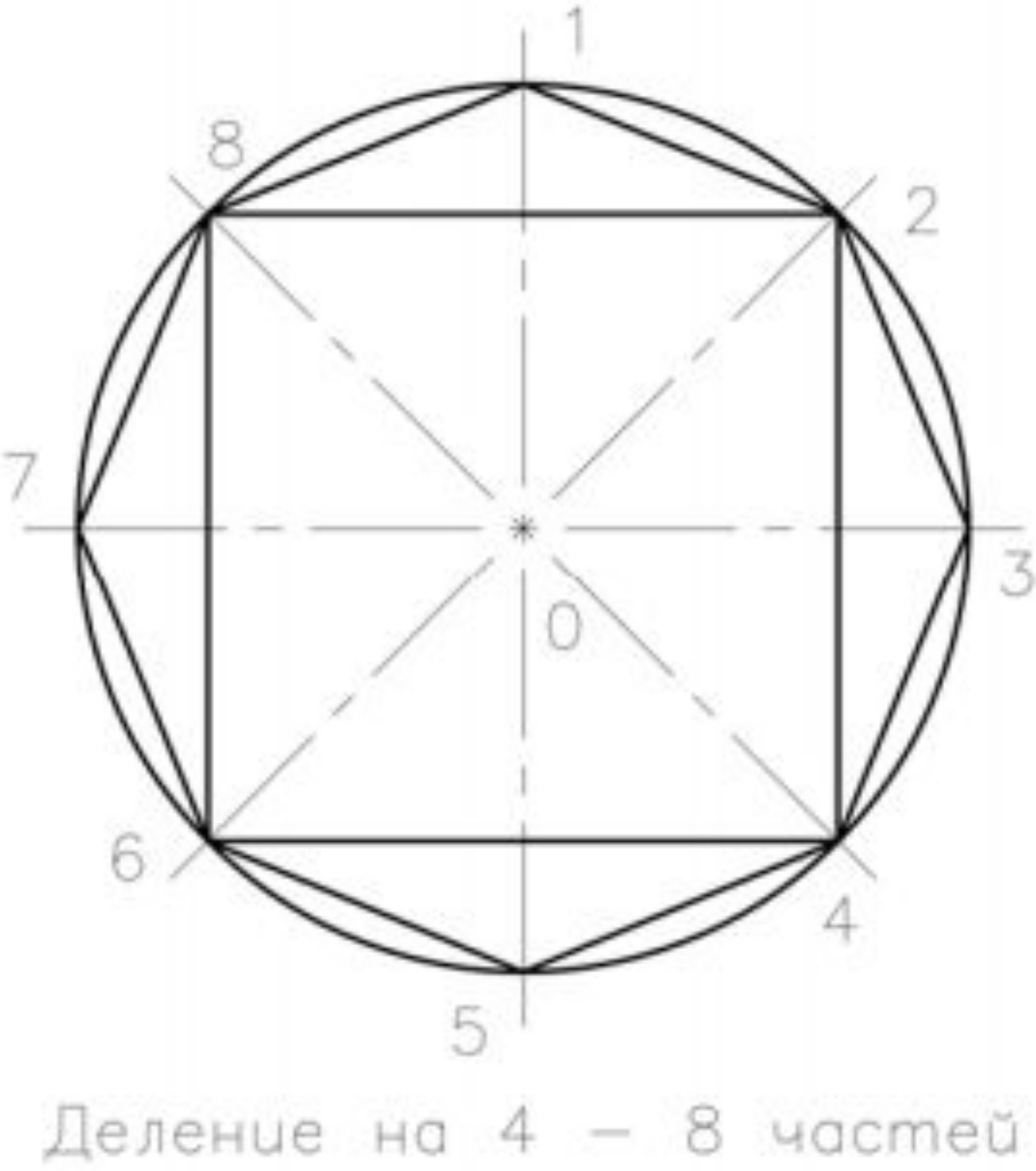

Рис. 2

Деление окружности на равные части включает в себя такие построения, как деление отрезков, дуг окружностей и углов, а также построение правильных многоугольников. Деление окружностей и дуг осуществляется при помощи циркуля, рейсшины и угольников.

Для деления окружности на 4 и 8 частей проводим окружность с вертикальной и горизонтальной осями, которые делят ее на 4 равные части. Проведенные с помощью циркуля или угольника под 450 градусов, две взаимно перпендикулярные линии делят окружность на 8 частей. (Рис. 2).

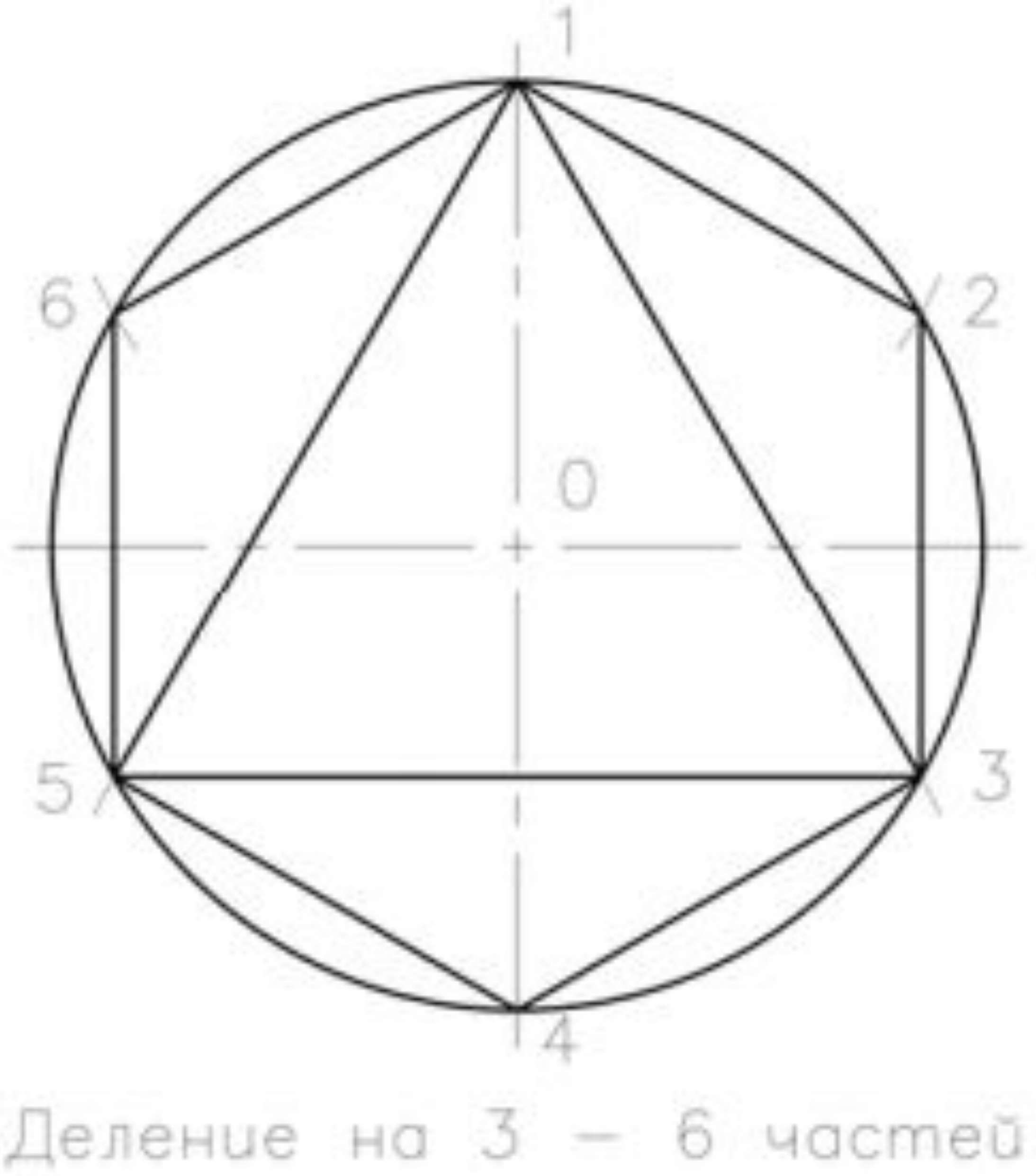

Рис. 3

Для деления окружности на 3, 6 и кратное им количество частей про- водим окружность заданного радиуса и со ответствующие оси. Деление можно начинать от точки пересечения вертикальной или горизонтальной оси с окружностью. Заданный радиус окружности последовательно откладывается 6 раз. Затем полученные точки на окружности последовательно соединяются прямыми линиями и образуют правильный вписанный шести- угольник. Соединение точек через одну дает равносторонний треугольник, и деление окружности на 3 равные части. (Рис. 3).

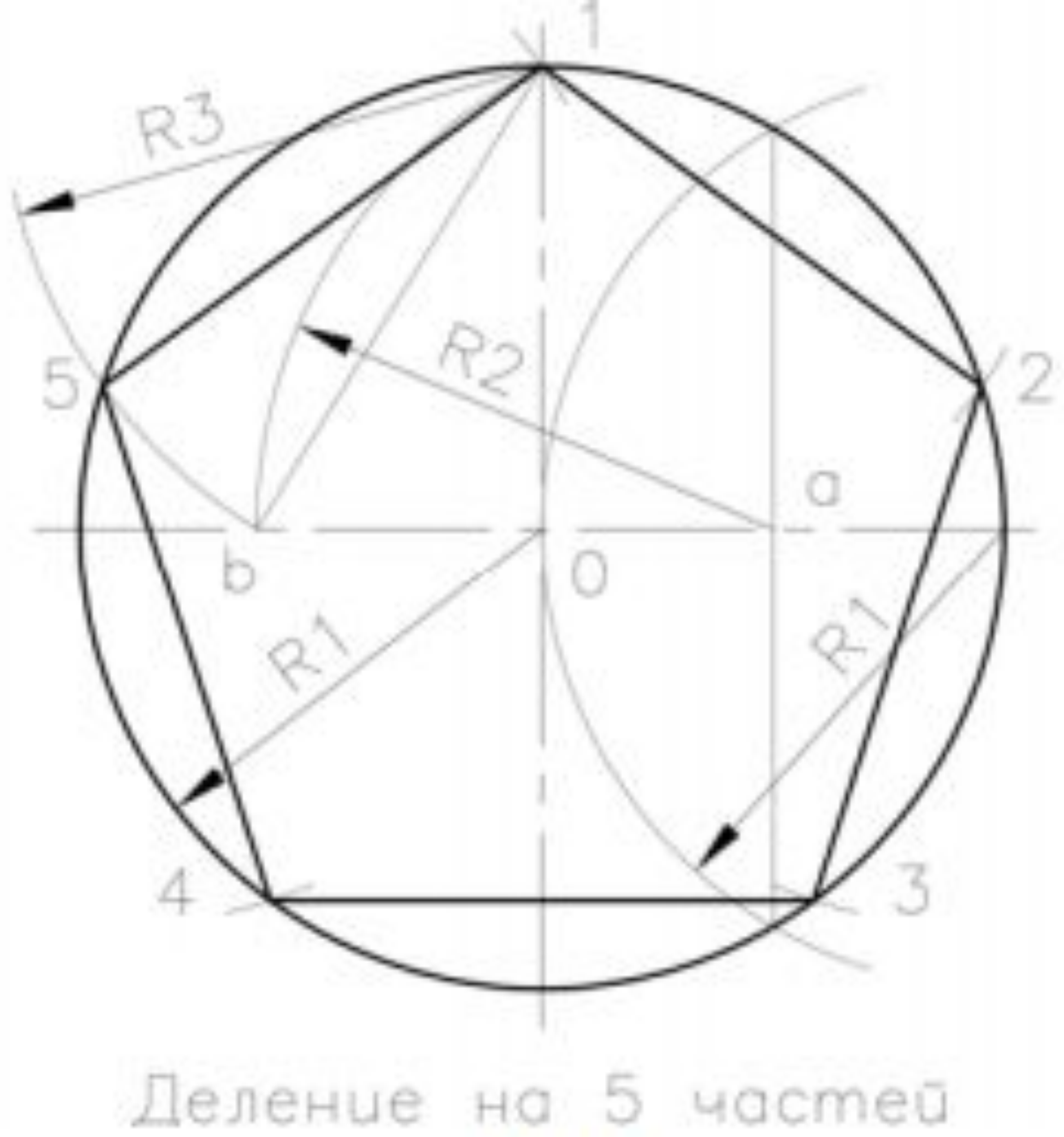

Рис. 4

Деление окружности на 5 и 10 частей. Построение правильного пятиугольника выполняется следующим образом. Проводим две взаимно перпендикулярные оси окружности равные диаметру окружности. Делим правую половину горизонтального диаметра пополам с помощью дуги R1. Из полученной точки «а» в середине этого отрезка радиусом R2 проводим дугу окружности до пересечения с горизонтальным диаметром в точке «b». Радиусом R3 из точки «1» проводят дугу окружности до пересечения с заданной окружностью (т. 5) и получают сторону правильного пятиугольника, затем откладывают полученное расстояние по окружности 5 раз до получения правильного пятиугольника. Расстояние «b-0» дает сторону правильного десятиугольника

СОПРЯЖЕНИЕ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ПРЯМЫХ И ПОСТРОЕНИЕ КАСАТЕЛЬНЫХ К ОКРУЖНОСТИ.

Плавный переход прямой линии в дугу окружности или плавный переход между дугами окружностей, который называется **сопряжением**. Плавный переход всегда осуществляется через единственную общую точку касания - **точку сопряжения**. Для построения любого сопряжения надо знать радиус сопряжения и выполнить два необходимых условия:
1). Найти центры, из которых проводят дуги окружностей, т.е. центры сопряжений.
2). Найти точки, в которых одна линия переходит в другую, т.е. точки сопряжений.

В спряжениях имеются два основных случая: сопряжения прямых линий и циркульных кривых и сопряжение окружностей дугами окружностей.

СОПРЯЖЕНИЯ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ И ЦИРКУЛЬНЫХ КРИВЫХ.

Он основывается на построении касательной к окружности. Касательная к окружности – это такая прямая, которая имеет только одну общую с окружностью точку, называемую точкой касания. Из школьного курса геометрии мы знаем, что касательная перпендикулярна радиусу окружности, проведенному в точку касания.

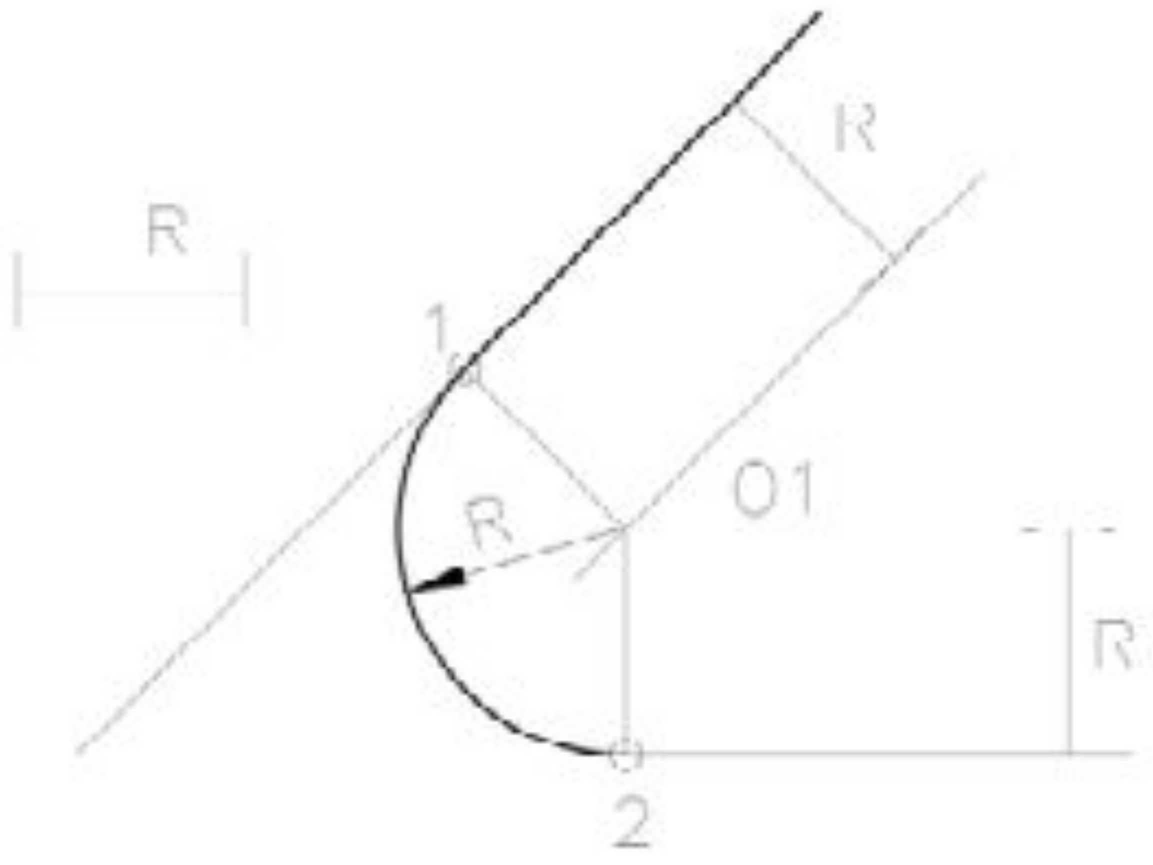

Рис. 1

Сопряжение двух пересекающихся прямых дугой заданного радиуса. (Рис. 1).
Даны прямые, составляющие острый угол и величина R радиуса дуги сопряжения. Требуется построить сопряжения этих прямых дугой заданного радиуса. Возможны случаи с прямым и тупым углом.
Для всех трех случаев применяют общий случай построения:
а) Находят точку O – центр сопряжения. Он должен лежать на рас- стоянии R от заданных прямых. Очевидно, что такому условию удовлетворяет точка пересечения двух прямых, расположенных параллельно заданным на расстоянии R от них. Чтобы построить эти прямые, из произвольно выбранных точек к каждой заданной прямой проводят перпендикуляры. Откладывают на них длину радиуса R. Через полученные точки проводят прямые, параллельные заданным. В точке пересечения этих прямых находится центр сопряжения O. Рис. 1
б) Находят точки сопряжения. Для этого проводят перпендикуляры из центра сопряжения к заданным прямым. Полученные точки 1 и 2 являются точками сопряжений.
в) Поставив опорную ножку циркуля в точку O, проводят дугу заданного радиуса R между точками сопряжений.

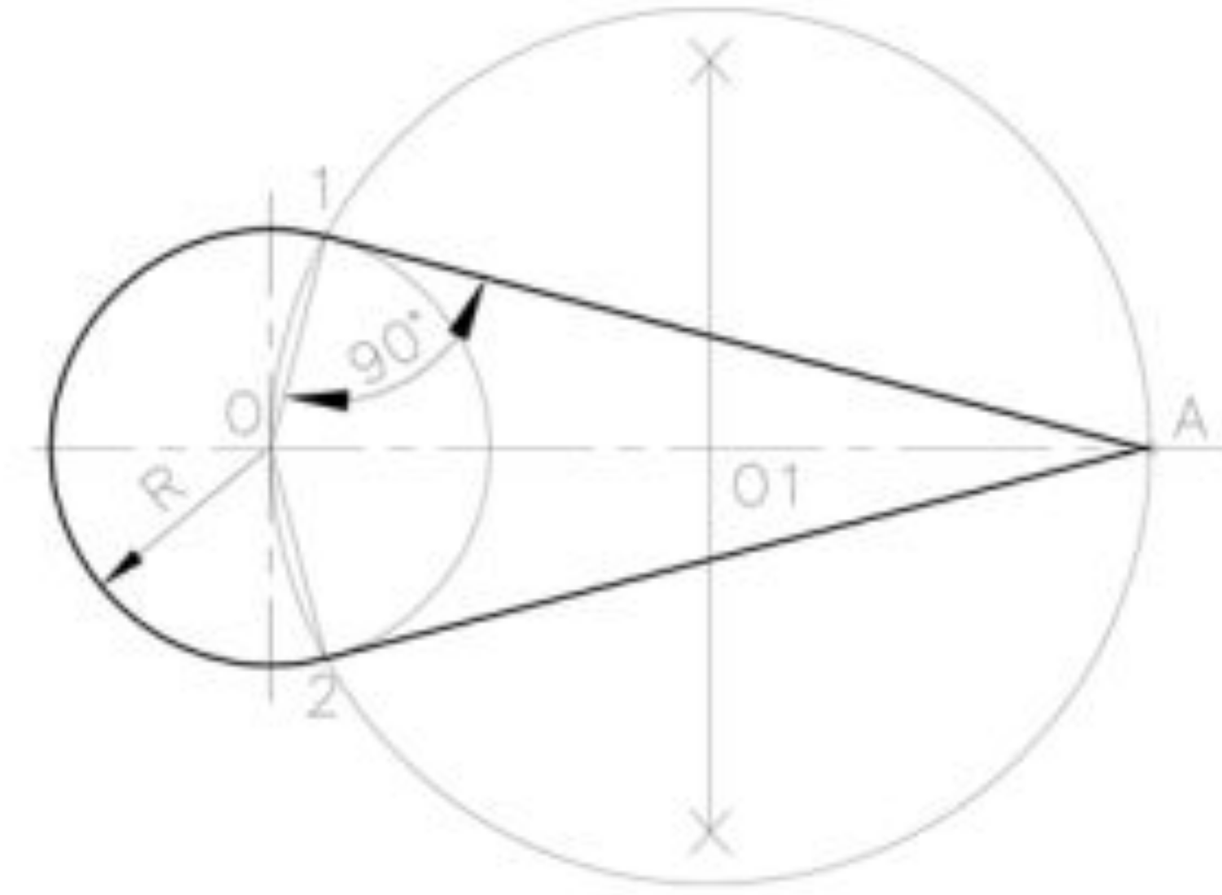

Рис. 2

Построение касательных к окружностям из заданной точки. (Рис. 2). Дана окружность радиуса R с центром O и точка A, из которой требуется провести две касательные прям к данной окружности.

Для этого нужно, во-первых, со- единить точку A с центром окружности (отрезок AO), во-вторых, разделить от- резок AO пополам (точка O1). В-третьих, построить вспомогательную окружность с центром O1 диаметром AO.

Пересечения вспомогательной окружности с заданной окружностью дают точки касания 1 и 2, соединив кото- рые с точкой A, получим искомые касательные. Рис. 2

Данное построение основывается на следствии из теоремы об углах, вписанных в окружность, гласящем: “Углы, вписанные в окружность, стороны которых проходят через концы диаметра окружности, - прямые”.

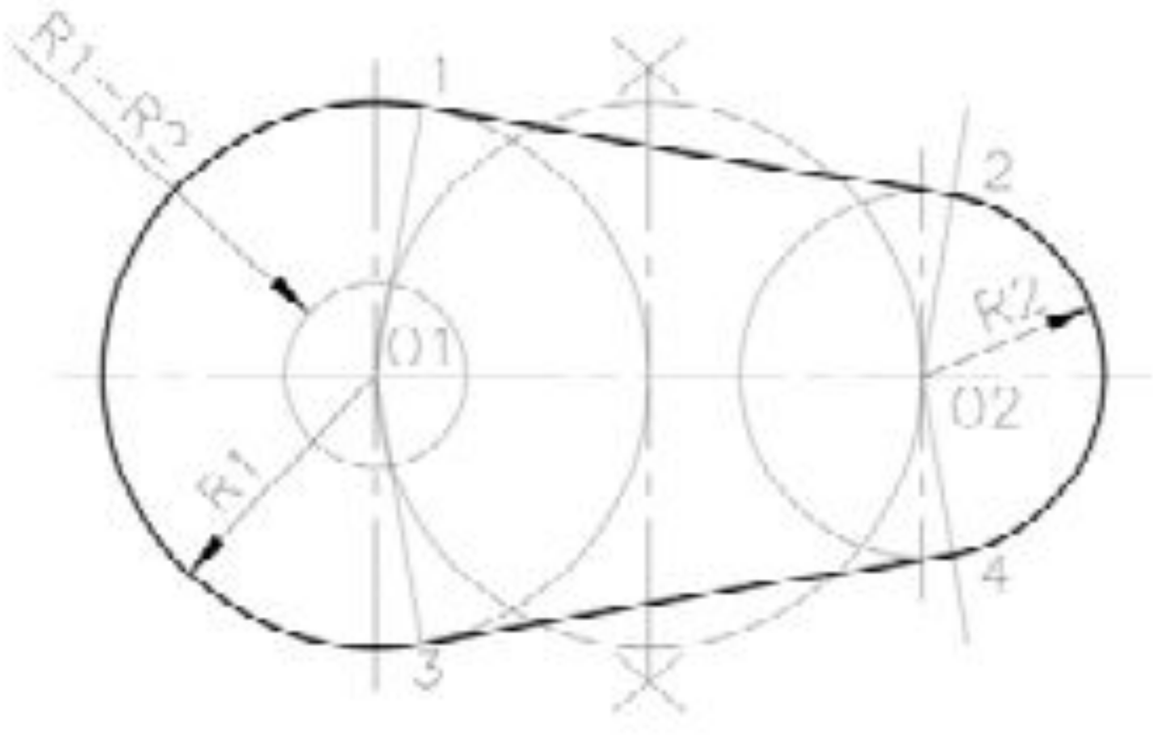

Рис. 3

Прямую, касательную к двум окружностям, строят двумя способами: Внешнее касание – касательные располагаются с внешних сторон окружностей; и внутреннее касание – касательные располагаются между окружностями. Рассмотрим построение внешних касательных к окружностям, имеющим радиусы R1 и R2. (Рис. 3). Для этого приводим построение к выше изложенному случаю. Соединяем отрезком прямой центры окружностей O1 и O2. Делим отрезок O1 и O2 пополам и строим две вспомогательные окружности: одну с диаметром O1 O2, другую с центром O1 и радиусом, представляющим собой разницу радиусов R1 и R2.

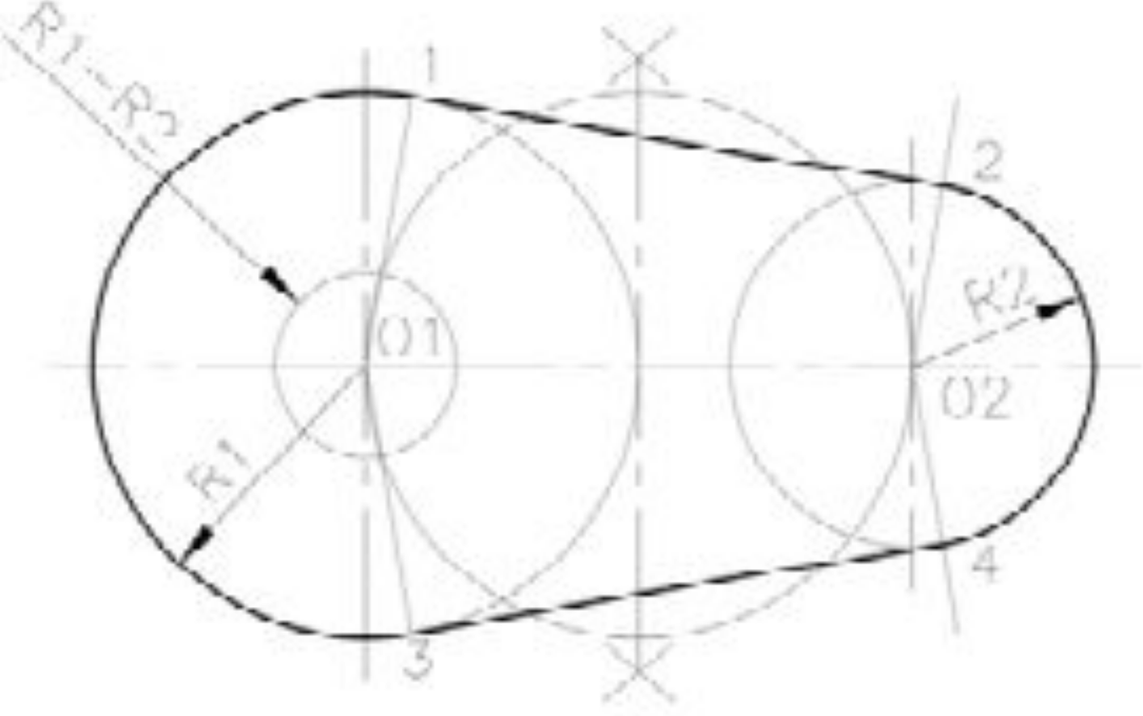

Рис. 3

Из точки О1 на вспомогательной окружности определим точки касания, соединив точку О1 с точками пересечения вспомогательных окружностей от- резками прямых, которые затем продолжим до пересечения с окружностью R1 и получим точки касания (сопряжения) 1 и 3.
Затем из центра О2 проведем прямую параллельную прямой О11 и прямую параллельную прямой О13.
Точки пересечения прямых дадут точки касания (сопряжения) 2 и 4, а прямая, соединяющая точки 1 и 2, является внешней касательной. Другую внешнюю касательную проводим через точки 3 и 4.

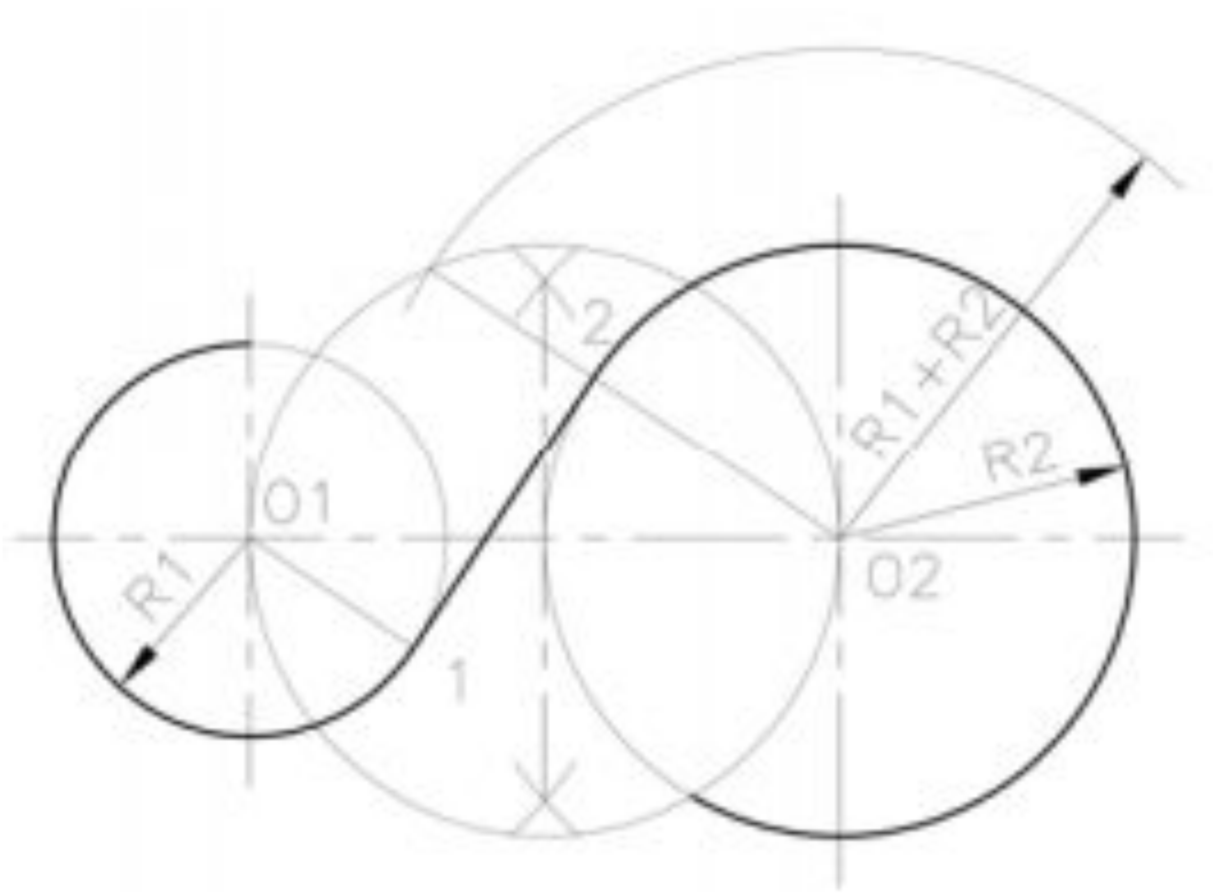

Рис. 4

Рассмотрим построение внутренних касательных к двум окружностям с радиусами R1 и R2. (Рис. 4). Приводим построение к известному: из центра O2 проводим окружность радиусом R1+R2. Центры O1 и O2 соединяем отрезком прямой, который делим пополам и строим окружность диаметром O1O2. Точку пересечения двух построенных вспомогательных окружностей соединяем с центром O2 и получаем точку сопряжения 2. Из центра окружности O1 проводим прямую, параллельную 2O2 до пересечения с окружностью R1. Получаем точку сопряжения 1, соединив которую с точкой 2 получим внутреннюю касательную. При необходимости, таким же образом можно построить и вторую внутреннюю касательную.