ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Конспект лекций

Гродно 2011

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Знание инженерной графики позволяет специалисту выполнять и читать чертежи и схемы так же, как знание азбуки и грамматики позволяет человеку читать и писать тексты.

Условиями успешного овладения техническими знаниями является умение читать чертежи и знание правил их выполнения и оформления.

На чертеже форму предмета передают, как правило, несколькими изображениями. Каждое изображение дается только с одной стороны предмета. Чтобы представить себе, рассматривая чертеж, форму предмета в целом, надо мысленно объединить его отдельные изображения.

Уметь читать чертеж – это значит по изображениям предмета уметь представить себе его пространственную форму. Инженерная графика формирует и развивает пространственное мышление.

Инженерная графика является таким предметом, при изучении которого обучаемые знакомятся с широким кругом технических понятий. Это поможет им овладевать специальными учебными дисциплинами, расширит их технический кругозор и позволит осознанно читать любую техническую литературу, содержащую чертежи и схемы. Знание этой дисциплины в дальнейшем облегчает изучение общеинженерных и специальных дисциплин.

Невозможно представить инженера, не знающего основ теории и практики построения изображений.

1 ОБОЗНАЧЕНИЯ И СИМВОЛЫ

1.1 ОБОЗНАЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

1.1.1 Точка и прямая

A, B, C или 1, 2, 3 – точки, расположенные в пространстве (прописные буквы латинского алфавита или арабские цифры);

A^1, A^2, A^3 *или* $1^1, 1^2, 1^3$ – последовательность точек;

a ,b, c ,d ,e ,g – прямые и кривые линии пространства (строчные буквы латинского алфавита)

h, ,f, p – главные линии плоскости (горизонталь *h,* фронталь *f,* профильная прямая *p*);

(AB) – прямая, проходящая через точку *A* и *B*;

[*AB*] – отрезок прямой, ограниченный точками *A* и *B*;

|*AB*| – длина отрезка *AB* или расстояние между точками *A* и *B*;

A_1, A_2, A_3 – проекции точки *A* (горизонтальная A_1, фронтальная A_2, профильная A_3);

$\grave{A}'$ – аксонометрическая проекция точки *A*;

a_1, a_2, a_3 – проекции линии (горизонтальная a_1, фронтальная a_2, профильная a_3);

$\grave{a}'$ – аксонометрическая проекция прямой *a*;

$[A_1B_1],[A_2B_2]$, $[A_3B_3]$ – проекции отрезка прямой *AB* (горизонтальная $[A_1B_1]$, фронтальная $[A_2B_2]$, профильная $[A_3B_3]$);

M, N, P – следы прямой (горизонтальный *M*, фронтальный *N*, профильный *P*);

x, y, z – оси проекций;

x_{12}, y_{13}, z_{23} – оси проекций с добавлением индексов плоскостей проекций;

s_{14}, s_{25}, s_{45} – новые оси проекций;

x' y' z' – аксонометрические оси проекций;

i, j – оси вращения

1.1.2 Плоскость

$П_1$, $П_2$, $П_3$ – плоскости проекций (горизонтальная $П_1$, фронтальная $П_2$, профильная $П_3$);

$П_4$, $П_5$ – новые плоскости проекций;

П – плоскость аксонометрических проекций;

Г, Θ, Р, Σ, Т – плоскости и поверхности (прописные буквы греческого алфавита);

Θ (*A, B, C*) – плоскость Θ задана тремя точками *A*, *B* и *C*;

Р (*a*, *A*) – плоскость Р задана прямой *a* и точкой *A*;

Σ ($b \cap c$) – плоскость Σ задана двумя пересекающимися прямыми *b* и *c*;

Т (*d//e*) – плоскость Т задана двумя параллельными прямыми *d* и *e*;

Ф (Δ *ABC*) – плоскость Ф задана плоской фигурой – треугольником *ABC*;

$P_{П_1}, P_{П_2}, P_{П_3}$ – следы плоскостей общего положения (горизонтальный $P_{П1}$, фронтальный $P_{П2}$, профильный $P_{П3}$);

$Г_1$, $Г_2$, $Г_3$ – следы проецирующих плоскостей (горизонтальный $Г_1$, фрон тальный $Г_2$, профильный $Г_3$).

1.1.3 Угол

$\angle ABC$ – угол с вершиной в точке *B*;

α, β, γ – углы наклона к плоскостям проекций (строчные буквы греческого алфавита); угол наклона к горизонтальной плоскости проекций *α* ,к фронтальной–*β,* к профильной– *γ*;

∟ – прямой угол.

$\perp$

—

1.2 СИМВОЛЫ

Символы	*Наименование*	*Пример символической записи и чтения*
1.2.1 Символы, выражающие отношение между геометрическими фигурами		
$=$	Результат	$a \cap$ Р = К – прямая a пересекает плоскость Р в точке К
$\equiv$	Совпадение	$(AB) \equiv (CD)$ – прямая, проходящая через точки A и B, совпадает с прямой, проходящей через точки C и D $M \equiv M_1$ – горизонтальный след M прямой совпадает со своей горизонтальной проекцией M_1
$\sim$	Подобны	$\Delta ABC \sim \Delta MNK$ – треугольники ABC и MNK подобны
$//$	Параллельны	$a//b$ – прямые a и b параллельны
$\perp$	Перпендикулярны	c Σ – прямая c перпендикулярна плоскости Σ
	Скрещиваются	a b – прямые a и b скрещиваются
$\rightarrow$	Отображение, замена	$\Pi_2 \rightarrow \Pi_4$ – плоскость проекций Π_2 заменена плоскостью проекций Π_4
$\bar{S}$ $\rightarrow$	Направление проецирования	

Символы	*Наименование*	*Пример символической записи и чтения*
1.2.2 Символы теоретико-множественные		
$\in$	Принадлежность	$A \in a$ – точка A принадлежит прямой a $b \in M$ – прямая b содержит точку M или прямая b проходит через точку M
$\supset$ или $\subset$	Включение	$a \subset$ Р – прямая a принадлежит плоскости Р $\Theta \supset b$ – плоскость Θ проходит через прямую b или прямая b заключена в плоскость Θ
$\cap$	Пересечение	$c \cap d$ – прямые c и d пересекаются $m \cap$ Т – прямая m пересекается с плоскостью Т
$\cup$	Объединение	$ABCD=[AB] \cup [BC] \cup [CD]$ – ломаная линия $ABCD$ есть объединение отрезков *AB, BC и CD.*
1.2.3 Символы, обозначающие логические операции		
$\wedge$	Конъюнкция, И	$A \cap B = x$; $(x \in A \wedge x \in B)$ – пересечение множеств A и B есть множество, состоящее из всех тех и только тех элементов x, которые принадлежат как множеству A, так и множеству B.
$\vee$	Дизъюнкция, ИЛИ	$A \cup B = x$; $(x \in A\ x \in B)$ – объединение множеств A и B есть множество, состоящее из всех тех и только тех элементов x, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A или B, или обоим
$\Rightarrow$	Импликация	− «если …, то …» $(a \parallel c) \wedge (b \parallel c) \Rightarrow a \parallel b$ − если две прямые параллельны третьей, то они параллельны между собой
$\Leftrightarrow$	Эквивалентность	− «тогда и только тогда, когда …», «если …, то…» $a \subset Р \Leftrightarrow M \in Р_{П1} \wedge N \in Р_{П2}$ прямая a принадлежит плоскости Р тогда и только тогда, когда горизонтальный след М прямой a лежит на горизонтальном следе $Р_{П1}$ плоскости Р и фронтальный след N прямой a лежит на фронтальном следе $Р_{П2}$ плоскости Р

2. ЛЕКЦИЯ №1. ВВЕДЕНИЕ. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ ЛИНИИ

Основная цель учебной дисциплины «Инженерная графика» заключается в том, чтобы научиться правильно, в соответствии с требованиями стандартов «Единой системы конструкторской документации» (ЕСКД), изображать на чертежах и схемах различные изделия, читать чертежи и схемы, а также решать различные геометрические задачи.

Изготовление различных предметов (изделий), строительство сооружений выполняется по чертежам.

Чертежом называется плоское изображение фигуры (предмета), выполненное в соответствии с правилами начертательной геометрии.

Начертательная геометрия – это раздел геометрии, изучающий способы построения изображений пространственных фигур на плоскости и алгоритмы решения метрических и позиционных задач по заданным изображениям этих фигур.

Метрическими называют задачи по определению различных величин (расстояний, углов, длин отрезков и т.д.).

Позиционными называют задачи по определению положения геометрической фигуры в пространстве и взаимного положения геометрических фигур.

Важное прикладное значение начертательной геометрии состоит в том, что она учит грамотно владеть выразительным техническим языком − языком чертежа, создавать чертежи и свободно читать их.

Выдающийся русский ученый профессор Курдюмов В.И.(1853−1904) дал следующее образное определение начертательной геометрии: “Если чертеж является языком техники, одинаково понятным всем народам, то начертательная геометрия служит грамматикой этого языка, т.е. она учит, как правильно читать чужие и излагать наши собственные мысли, пользуясь в качестве слов одними только линиями и точками как элементами всякого изображения”. Основателем начертательной геометрии считается французский ученый Гаспар Монж (1746−1818).

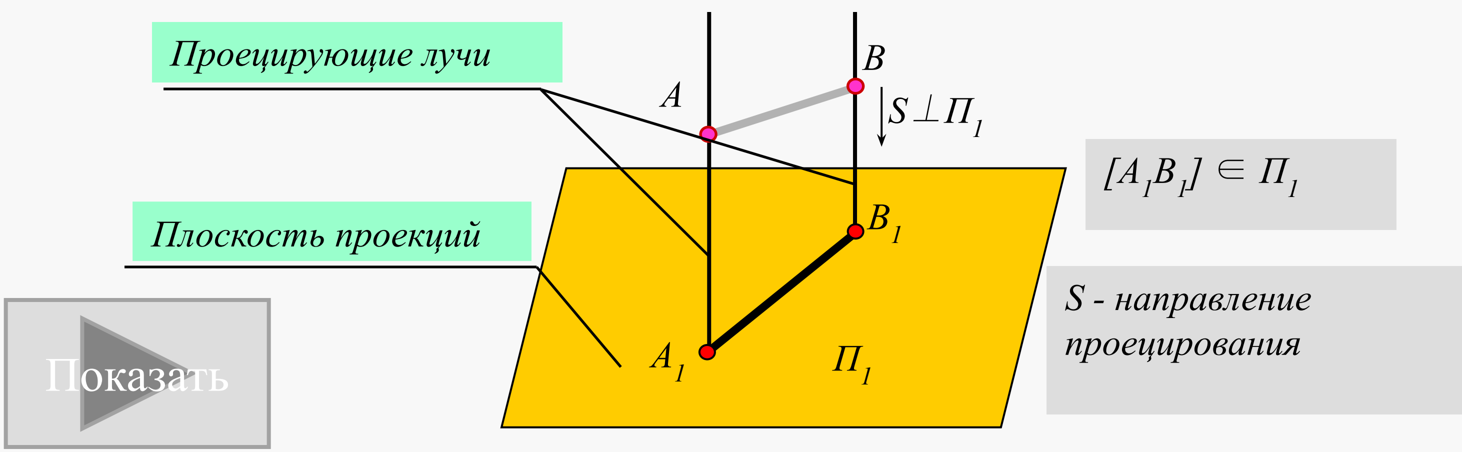
Правила построения изображений, рассматриваемые в начертательной геометрии, основаны на использовании метода проекций. Изучение метода проекций начинают с построения проекций точки и отрезка прямой, которые являются простейшими элементами пространственных фигур.

2.1 МЕТОД ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

Проецирование − процесс получения изображения предмета на плоскости (от латинского слова proectio − бросание вперед, вдаль).

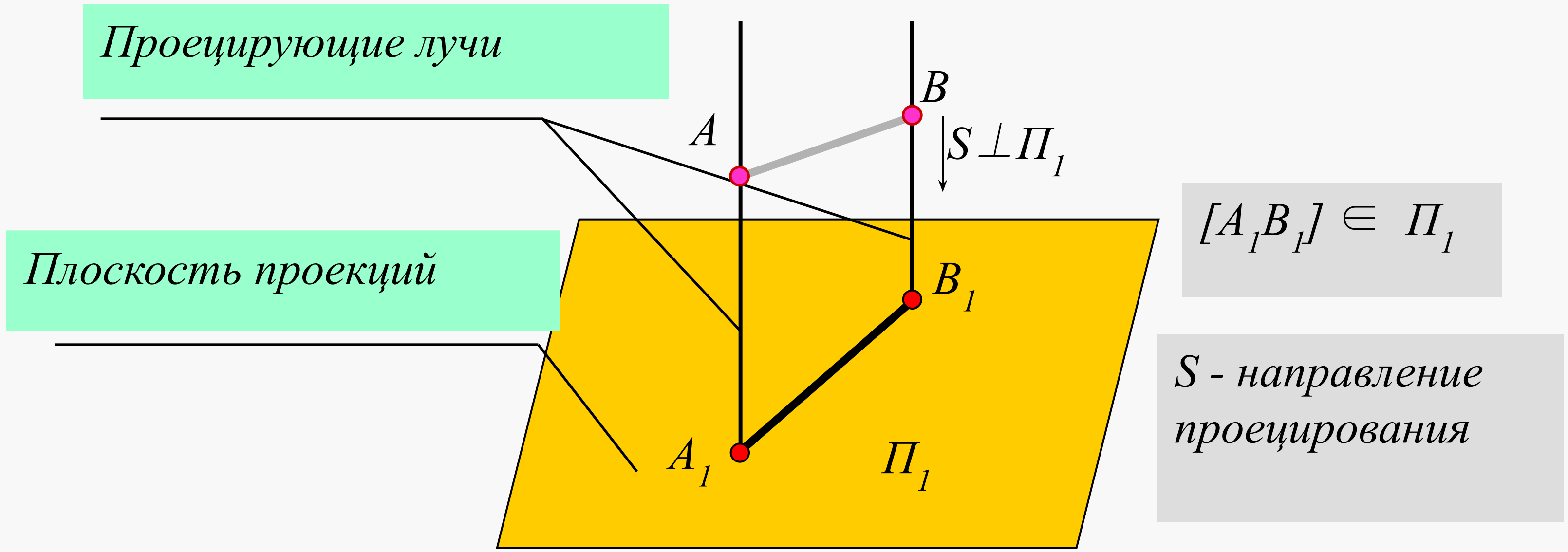
Плоскость, на которой получается изображение, называется *плоскостью проекций*, а полученное на ней изображение − *проекцией*.

Пусть имеется какая-то плоскость $П_1$ и отрезок прямой АВ. Чтобы построить параллельную прямоугольную проекцию отрезка прямой АВ на плоскость $П_1$, надо через его концевые точки А и В провести параллельные прямые (проецирующие лучи) перпендикулярно плоскости $П_1$.Точки пересечения проецирующих лучей с плоскостью $П_1$ (A_1,B_1) являются параллельными прямоугольными проекциями точек А и В, а отрезок [A_1B_1] − параллельная прямоугольная проекция отрезка АВ.



[AB]-отрезок прямой, ограниченный концевыми точками А и В

Плоскость проекций–плоскость, на которой получают изображение



Чтобы построить параллельную прямоугольную проекцию отрезка прямой АВ на плоскость Π_1 надо через его концевые точки А и В провести параллельные прямые (проецирующие лучи) перпендикулярно плоскости Π_1.

Точки пересечения проецирующих лучей с плоскостью Π_1 (A_1,B_1) являются ***параллельными прямоугольными проекциями точек А и В***, а отрезок [A_1,B_1]- ***параллельная прямоугольная проекция отрезка АВ.***

Параллельное прямоугольное (ортогональное) проецирование обладает следующими инвариантными (независимыми) свойствами:

а) точка проецируется в точку;

б) прямая проецируется в прямую;

в) если точка принадлежит прямой, то и проекции точки принадлежат проекциям этой прямой;

г) если прямые пересекаются в какой-то точке, то проекция этой точки определяется пересечением проекций этих прямых;

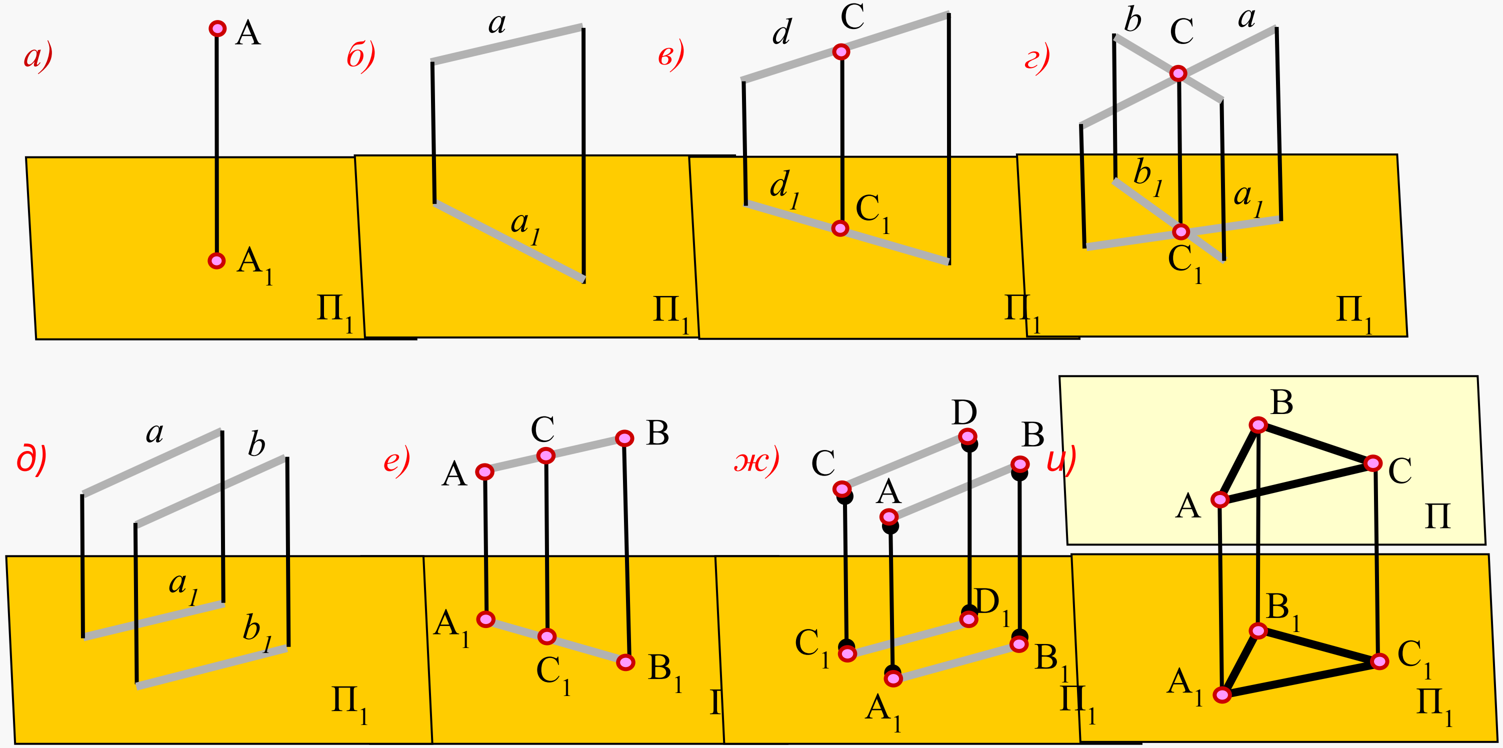
д) если прямые параллельны, то их одноименные проекции параллельны;

е) отношение отрезков прямой равно отношению проекций этих отрезков;

ж) отношение отрезков параллельных прямых равно отношению проекций этих отрезков;

и) если фигура принадлежит плоскости, параллельной плоскости проекций, то она проецируется на эту плоскость проекций в натуральную величину.

Параллельное прямоугольное (ортогональное) проецирование лежит в основе выполнения всех чертежей.



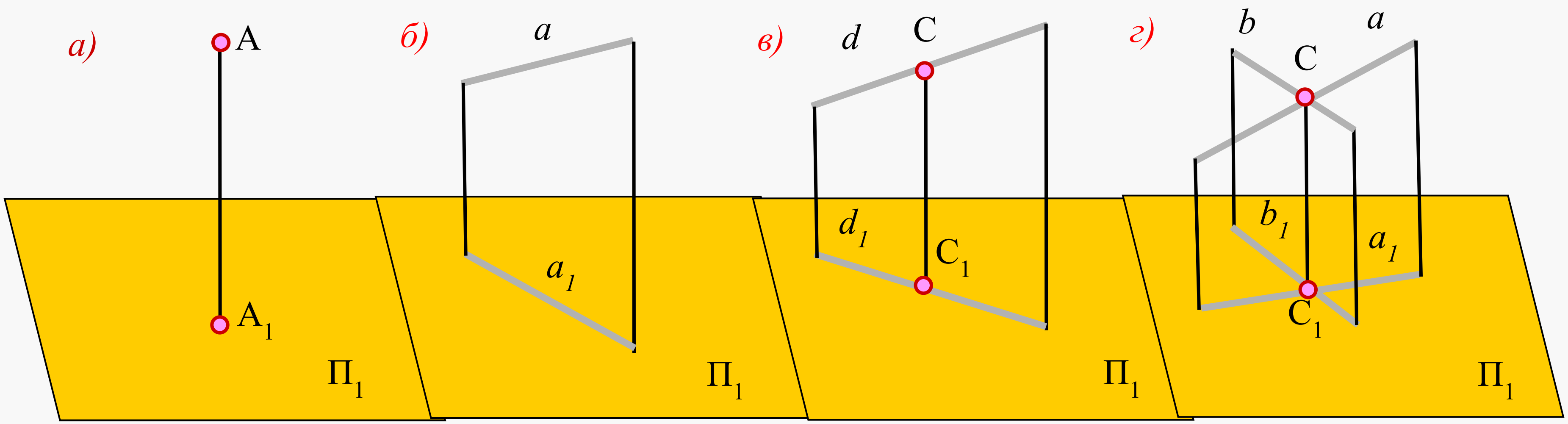
ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

а) точка проецируется в точку;

б) прямая проецируется в прямую;

в) если точка принадлежит прямой, то и проекции точки принадлежат проекциям этой прямой;

г) если прямые пересекаются в какой-то точке, то проекция этой точки определяется пересечением проекций этих прямых;

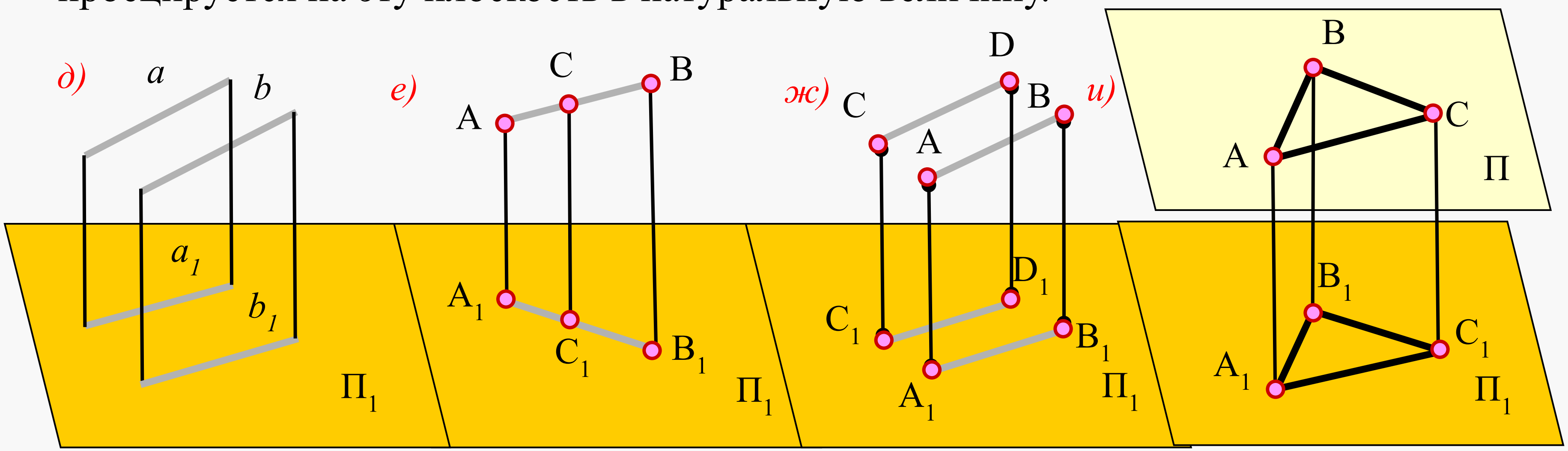


д) если прямые параллельны, то их проекции параллельны;

е) отношение отрезков прямой равно отношению проекций этих отрезков;

ж) отношение отрезков параллельных прямых равно отношению проекций этих отрезков;

и) если фигура лежит в плоскости параллельной плоскости проекций, то она проецируется на эту плоскость в натуральную величину.



$a \| b \Rightarrow a_1 \| b_1$

$$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|A_1C_1|}{|B_1C_1|}$$

$$\frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|A_1B_1|}{|C_1D_1|}$$

$\Delta ABC \subset \Pi \,||\, \Pi_1$

$\Delta ABC = A_1B_1C_1$

2.2 ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ. КООРДИНАТЫ ТОЧКИ. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ

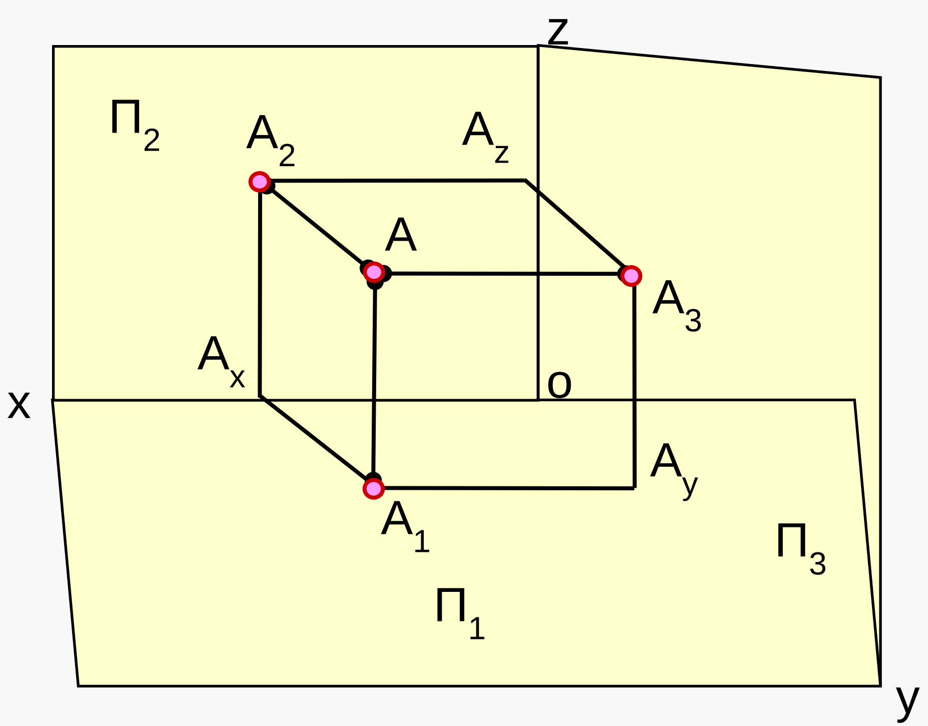
Имея одну проекцию точки, нельзя определить ее положение в пространстве. Для этого нужны ее проекции на две, три и более плоскостей. В техническом черчении в качестве плоскостей проекций берут три взаимно-перпендикулярные плоскости: горизонтальная плоскость проекций $П_1$, фронтальная плоскость проекций $П_2$, профильная плоскость проекций $П_3$.

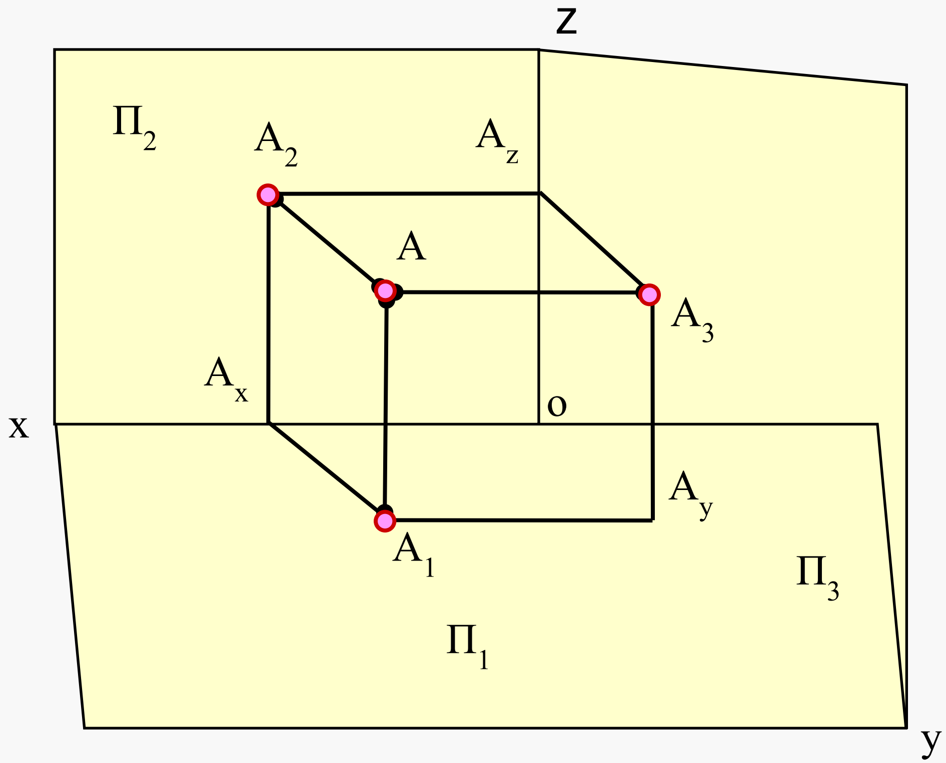
Для построения проекций точки на эти плоскости проекций из заданной точки проводят проецирующие лучи перпендикулярно плоскостям проекций. В результате получают три проекции точки:

A_1 – горизонтальная проекция точки А;

A_2 – фронтальная проекция точки А;

A_3 – профильная проекция точки А.





$П_1$-горизонтальная плоскость проекций.

$П_2$-фронтальная плоскость проекций.

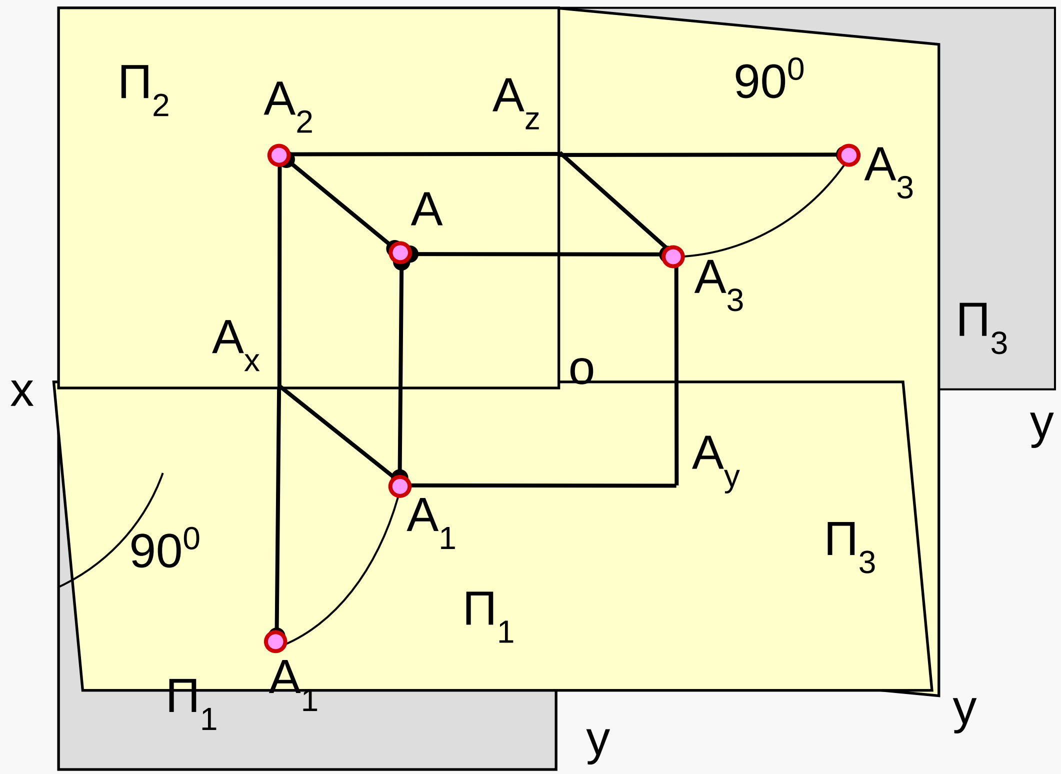
$П_3$-профильная плоскость проекций.

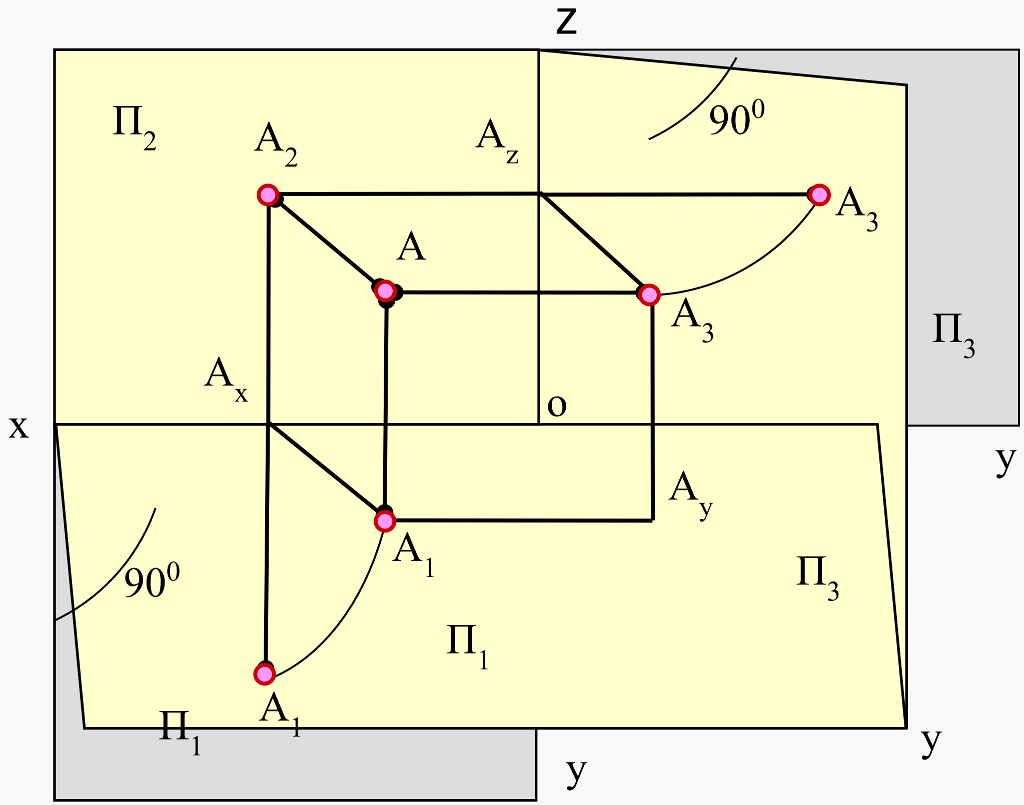
ox, oy, oz-оси проекций ($ox=П_1 \cap П_2$; $oy=П_1 \cap П_3$; $oz=П_2 \cap П_3$

A_1,A_2,A_3-горизонтальная, фронтальная, профильная проекции точки А.

Взаимно-перпендикулярные плоскости $П_1$, $П_2$, $П_3$ называются *координатными плоскостями*, а расстояния между ними и заданной точкой − *координатами точек*. Линии пересечения двух плоскостей проекций образуют *оси координат* (ox,oy,oz). Начало координат − точка пересечения трех плоскостей проекций (o).

Показанное изображение проекций точки наглядно, но неудобно. В начертательной геометрии проекции точки изображают в одной плоскости (плоскости листа). Для этого плоскость проекций $П_1$ поворачивают вокруг оси ox, а плоскость проекций $П_3$ − вокруг оси oz до совмещения с плоскостью проекций $П_2$. В результате получают трехплоскостной чертеж, известный еще под названием эпюр (эпюр Монжа, комплексный чертеж или просто чертеж).





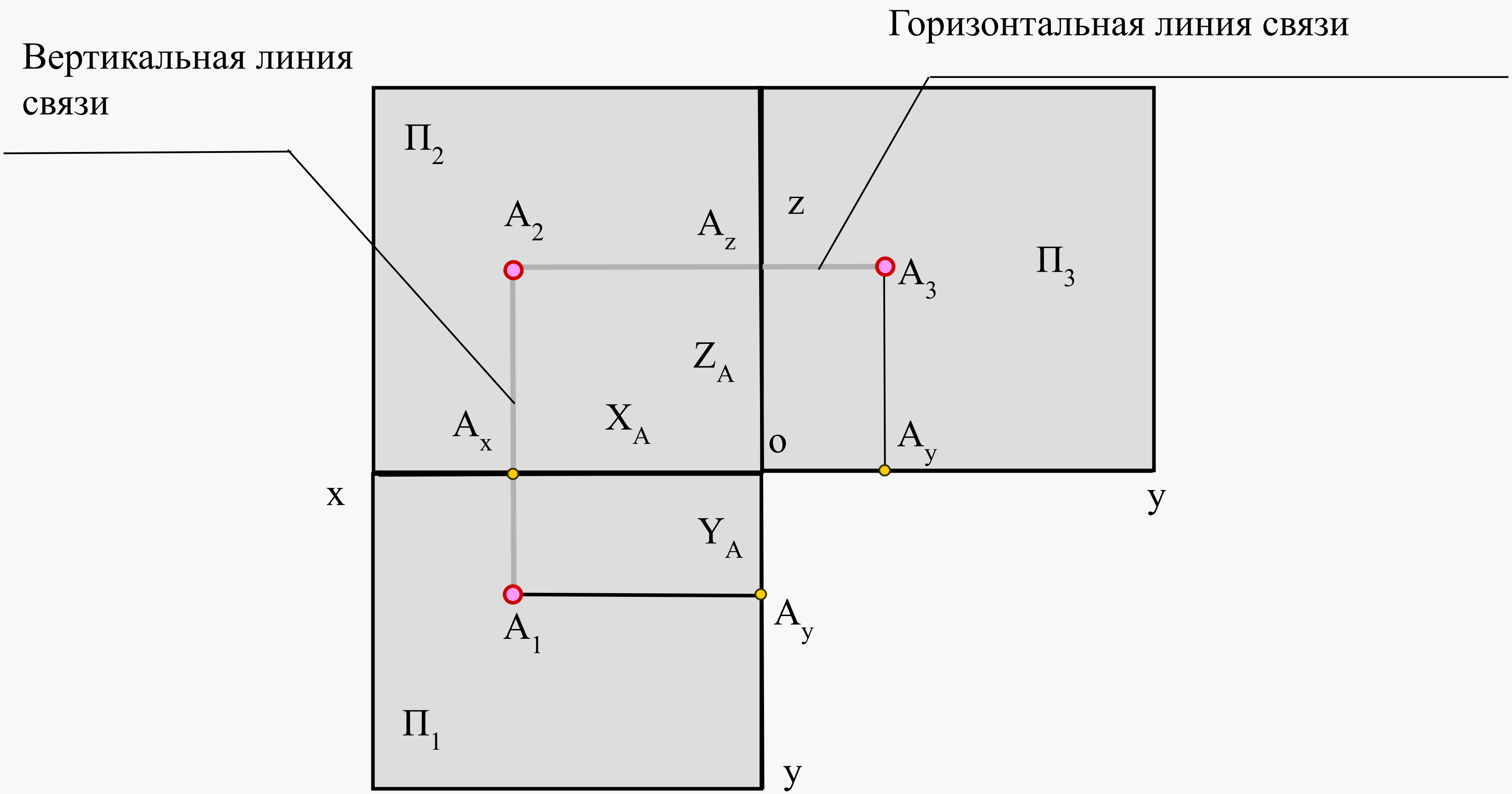
$П_1$-горизонтальная плоскость проекций.

$П_2$-фронтальная плоскость проекций.

$П_3$-профильная плоскость проекций.

ox, oy, oz-оси проекций ($ox=П_1 \cap П_2$; $oy=П_1 \cap П_3$; $oz=П_2 \cap П_3$

A_1,A_2,A_3-горизонтальная, фронтальная, профильная проекции точки А.

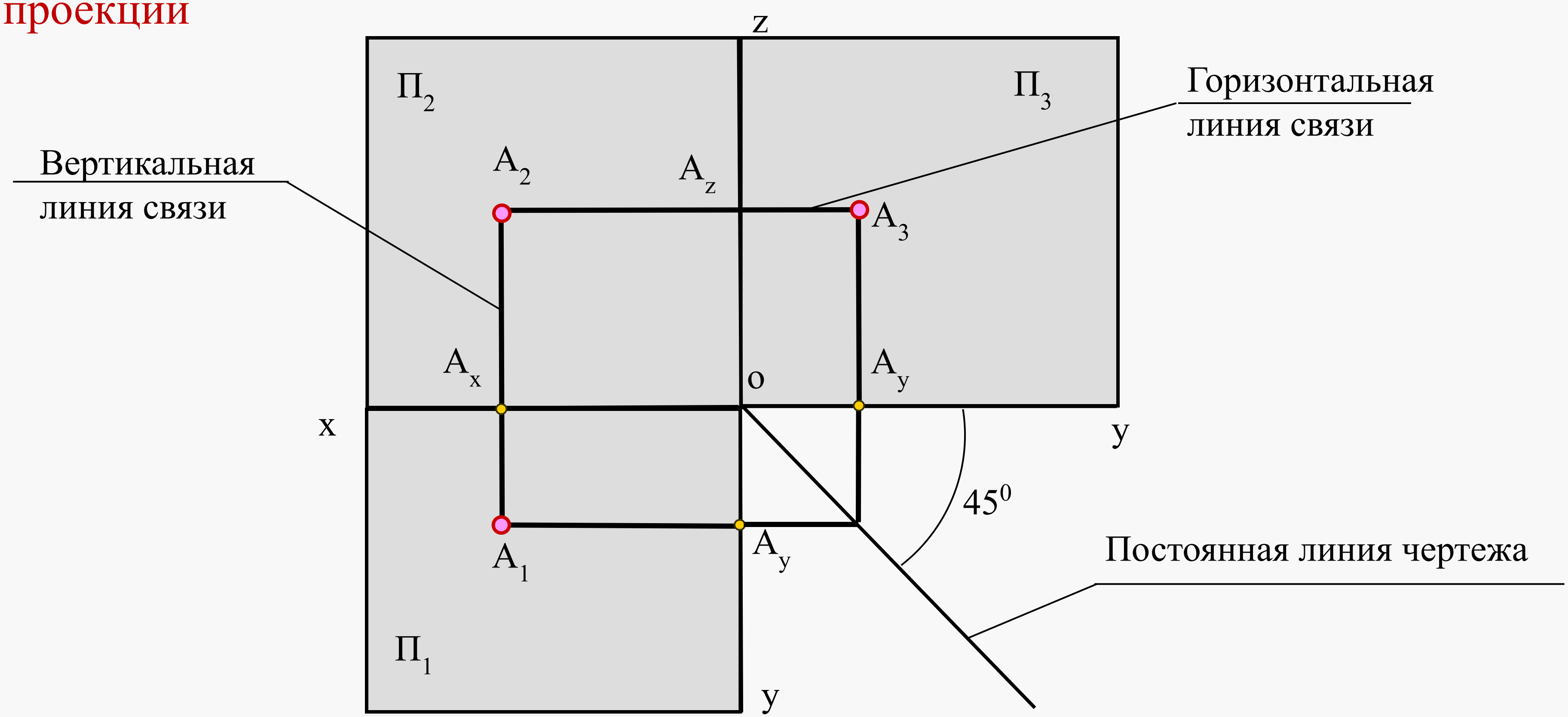


oA_x-расстояние от точки A до плоскости $П_3$, координата x, абсцисса;

oA_y-расстояние от точки A до плоскости $П_2$, координата y,ордината;

oA_z-расстояние от точки A до плоскости $П_1$, координата z, аппликата.

Эпюр (очищенный чертеж, комплексный чертеж, чертеж)– изображение проекций геометрической фигуры на совмещенных плоскостях проекций



$[A_xO]$ – расстояние от точки A до плоскости $П_3$ – координата x (абсцисса).
$[A_yO]$ – расстояние от точки A до плоскости $П_2$ – координата Y (ордината).
$[A_zO]$ – расстояние от точки A до плоскости $П_1$ – координата Z (аппликата).
A(x,y,z) – точка A задана координатами x,y,z.

На чертеже проекции точки лежат на вертикальных и горизонтальных линиях связи (проекционная связь)

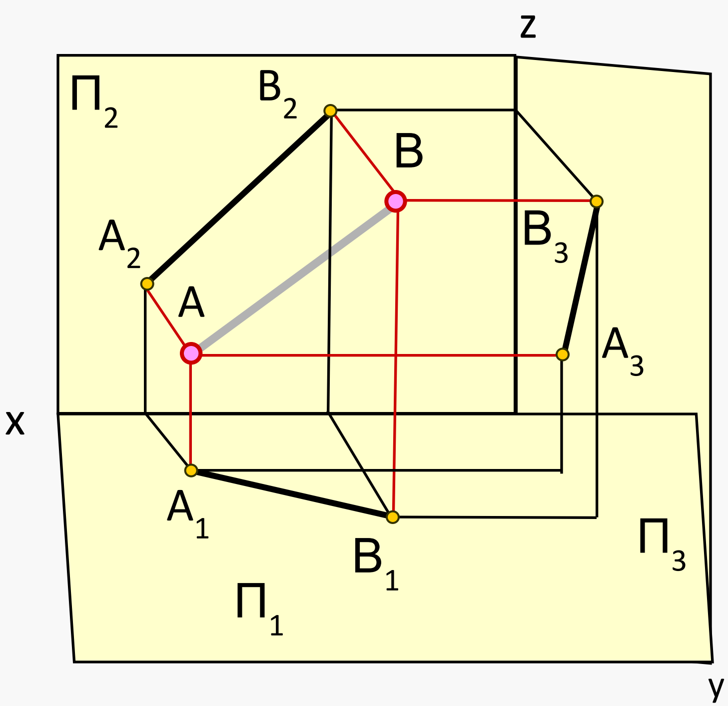
2.3 ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

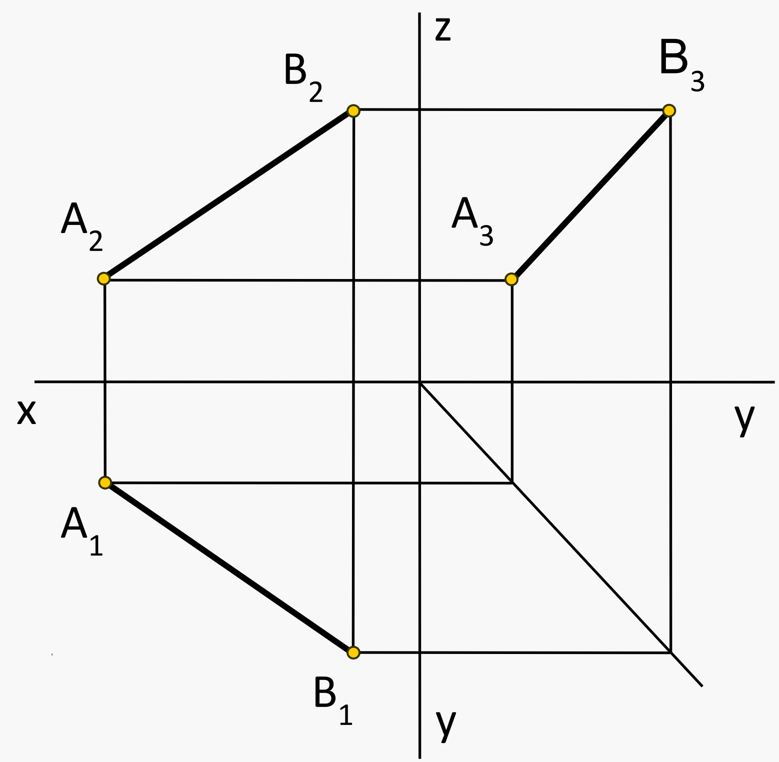
Ранее мы установили, что для построения проекции отрезка прямой надо построить проекции его концевых точек и соединить их.

В зависимости от положения отрезка прямой относительно плоскостей проекций различают *прямые общего и частного положения*.

2.3.1 Прямые общего положения

***Прямой общего положения называется прямая, не параллельная ни одной из плоскостей проекций, а ее проекции − не параллельны ни одной из осей проекций*.**





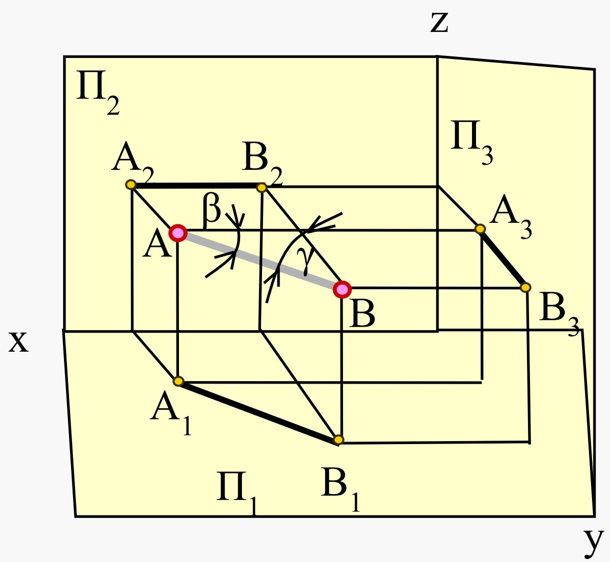
2.3.2 Прямые частного положения

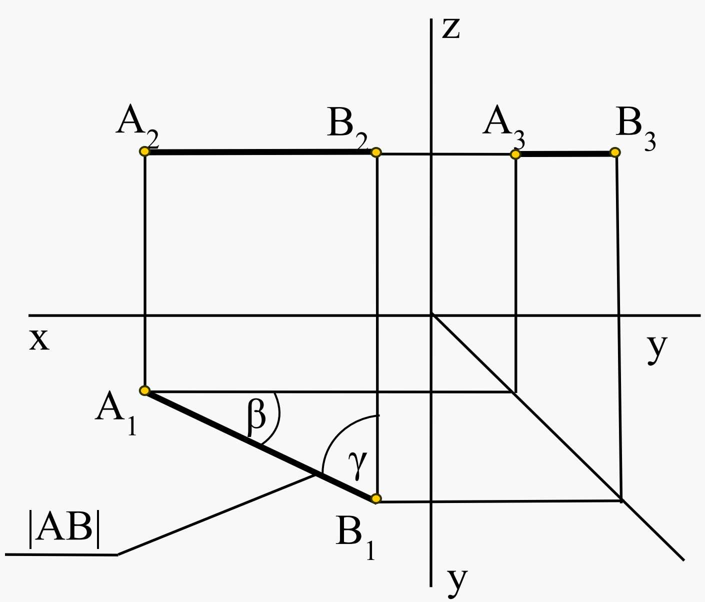
Прямые частного положения - это прямые, параллельные (прямые уровня) или перпендикулярные (проецирующие прямые) плоскостям проекций.

2.3.2.1 Прямые уровня

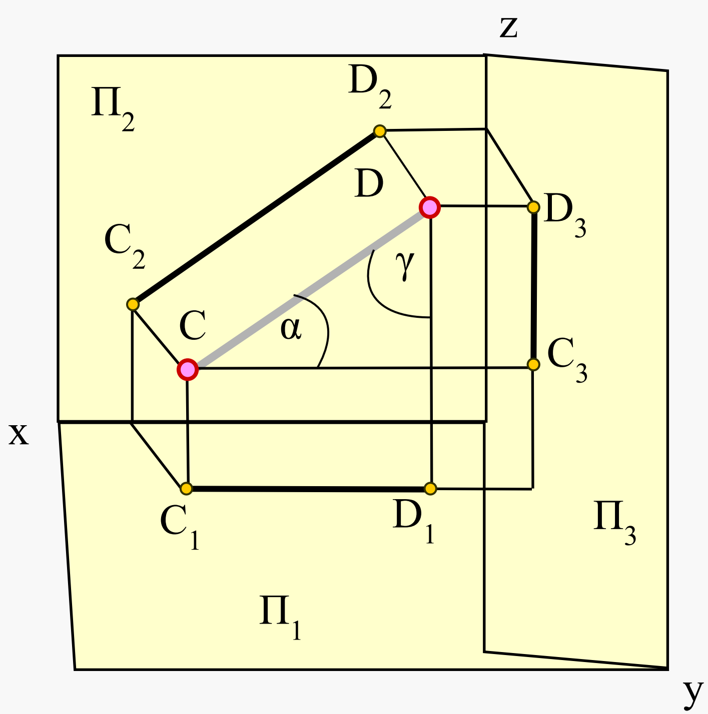
Прямой уровня называется прямая, параллельная одной из плоскостей проекций. Различают три типа прямых уровня.

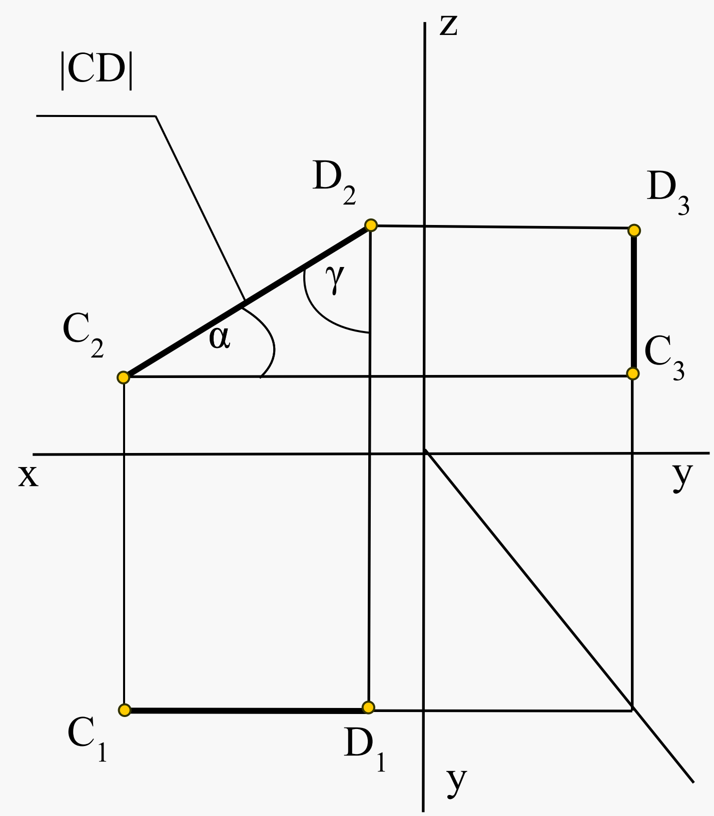
1 Горизонтальная прямая − это прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций Π_1.



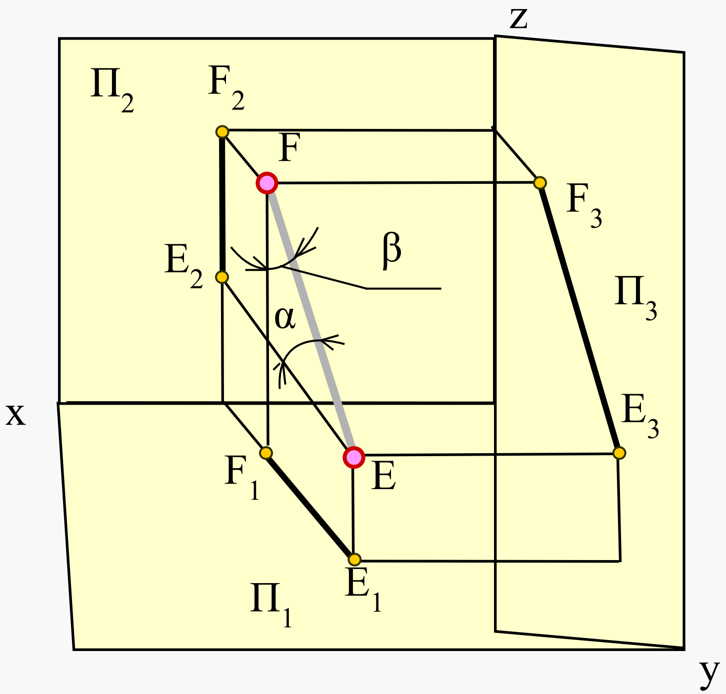


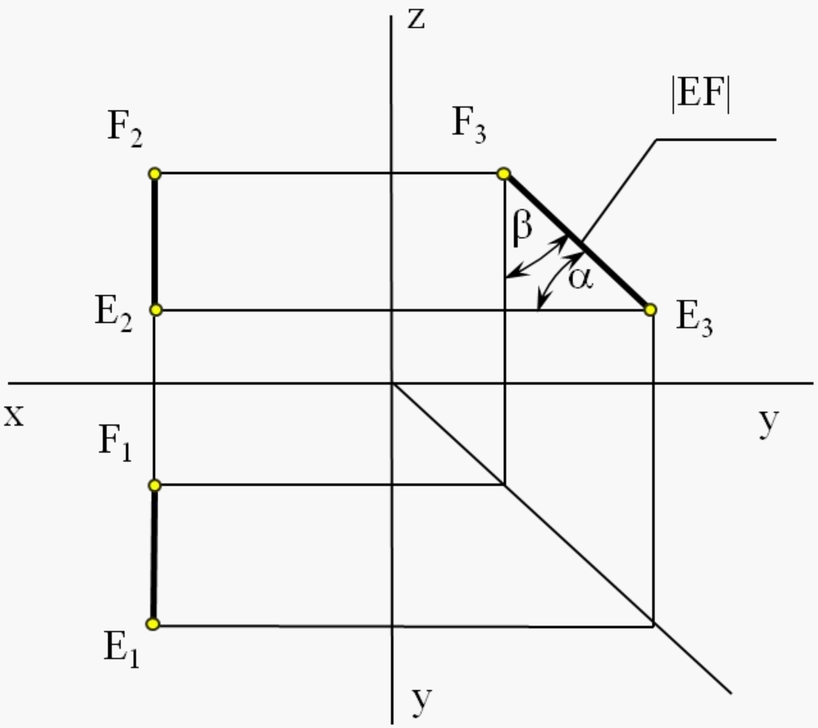
2 Фронтальная прямая − это прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций $П_2$.





3 Профильная прямая − это прямая, параллельная профильной плоскости проекций П$_3$.



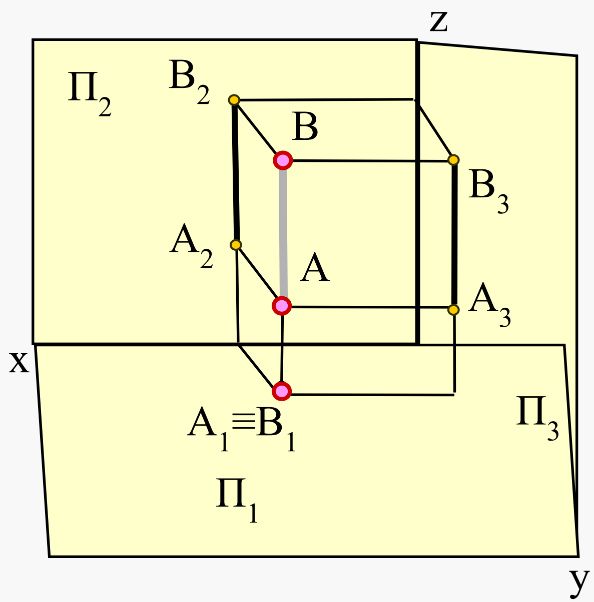


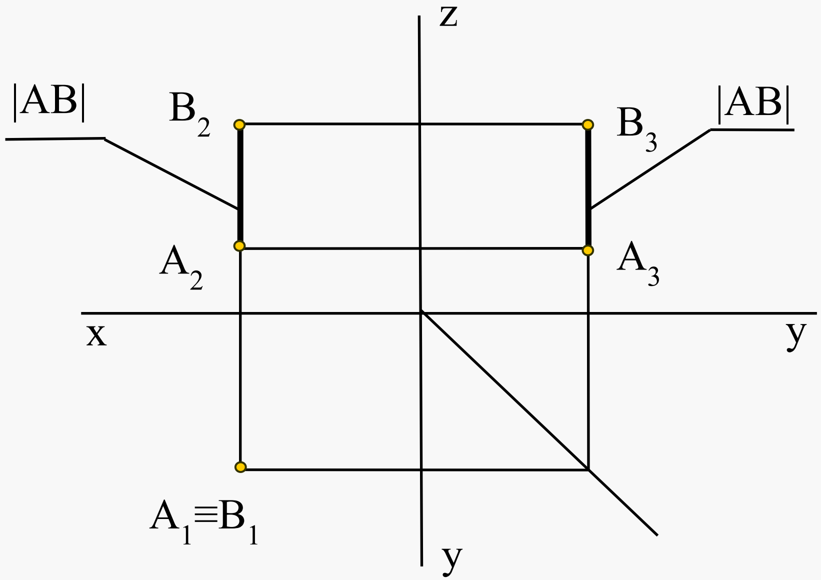
$[EF] \parallel П_3 \Rightarrow [E_3F_3]=|EF|$

2.3.2.2 Проецирующие прямые

Проецирующей прямой называется, прямая перпендикулярная одной из плоскостей проекций. Различают три типа проецирующих прямых.

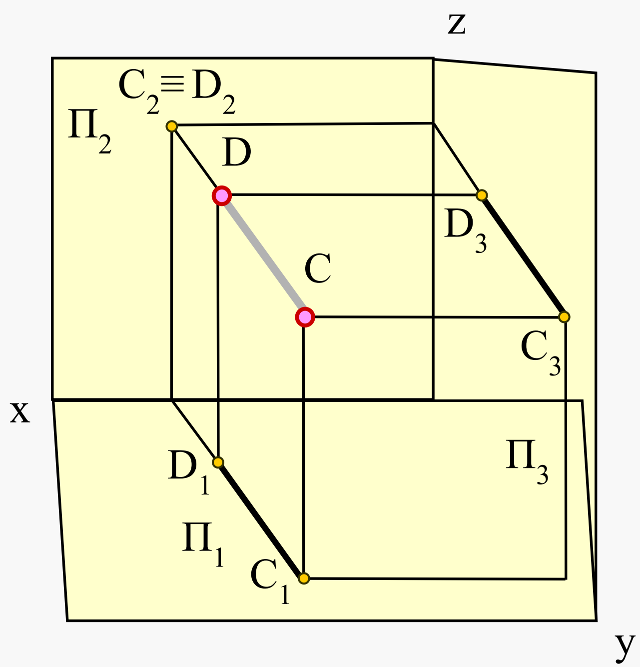
1 Горизонтально-проецирующая прямая − это прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций $П_1$ и параллельная двум другим плоскостям проекций

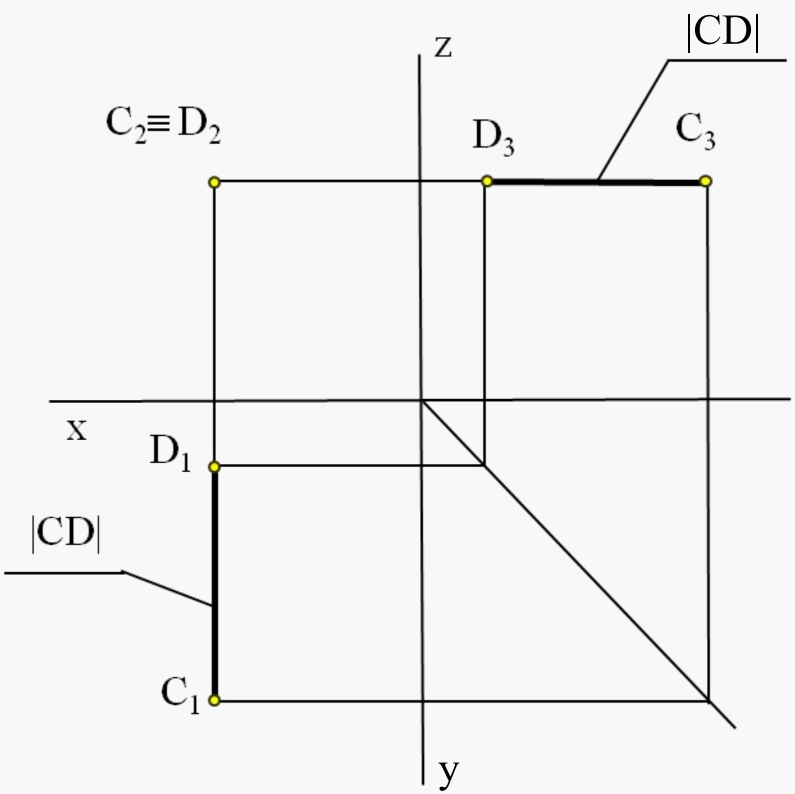




$$[AB] \perp П_1 \Rightarrow [A_2B_2]^\wedge[A_3B_3]=|AB|$$

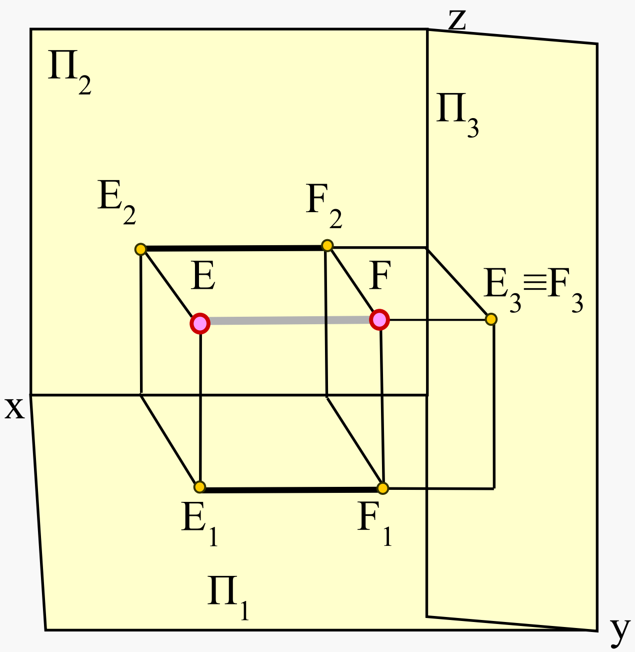
2 Фронтально-проецирующая прямая − это прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций $П_2$ и параллельная двум другим плоскостям проекций

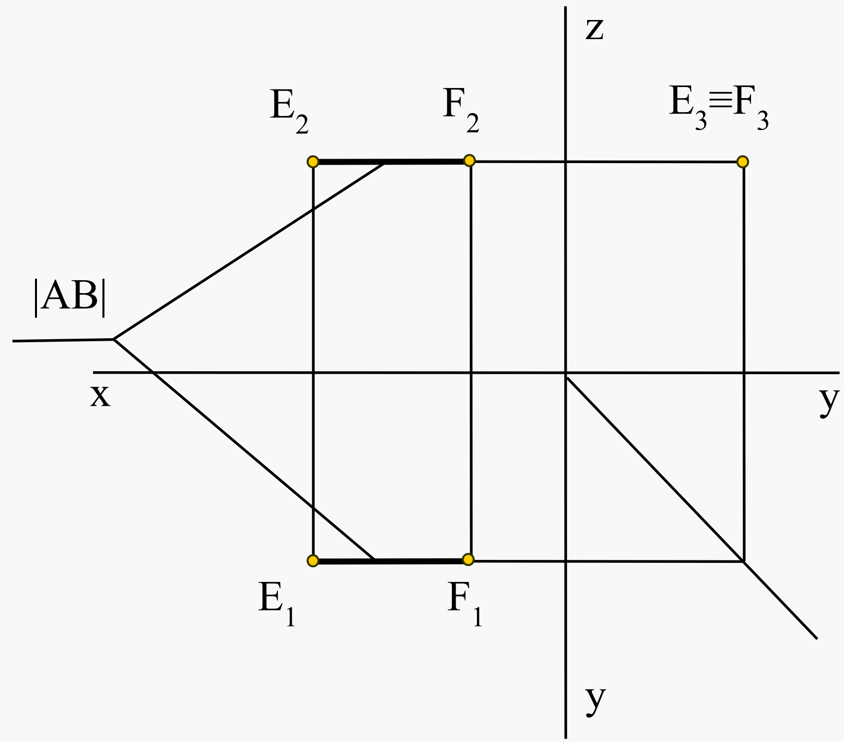




$$[CD] \perp П_2 \Rightarrow [C_1D_1] \wedge [C_3D_3] = |CD|$$

3 Профильно-проецирующая прямая − это прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций $П_3$ и параллельная двум другим плоскостям проекций.

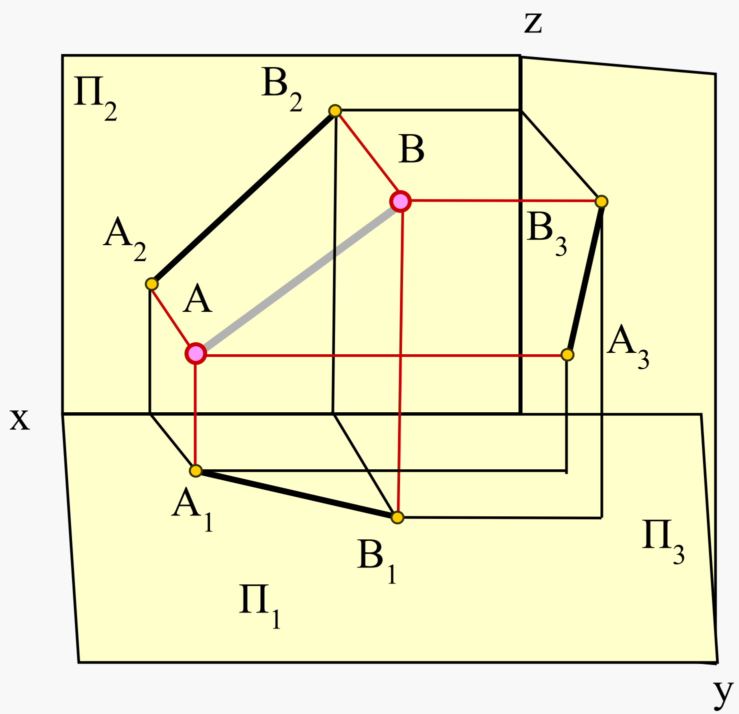


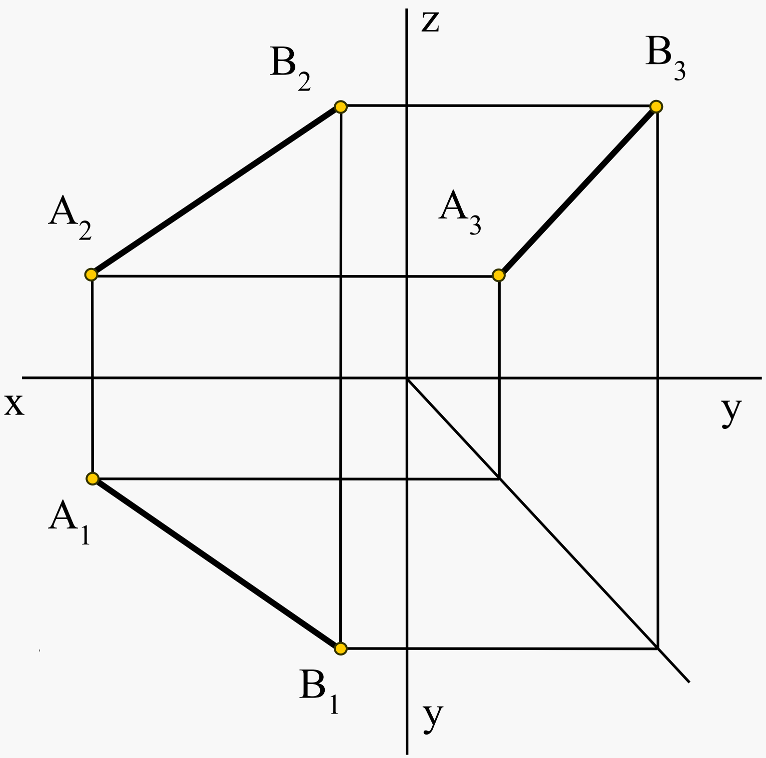


$$[EF] \perp П_3 \Rightarrow [E_1F_1] \wedge [E_2F_2] = |EF|$$

ПРЯМАЯ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

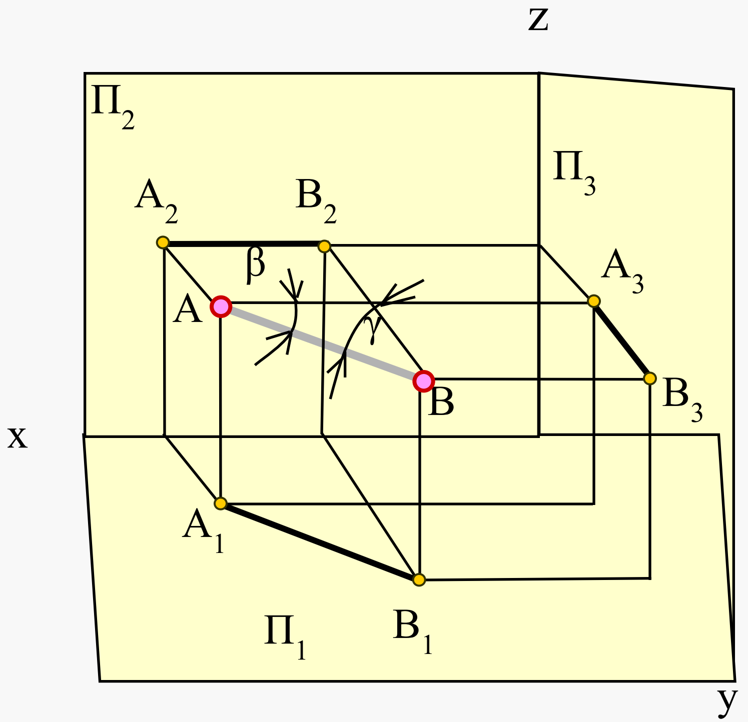
Прямой общего положения называется прямая не параллельная ни одной плоскости проекций, а ее проекции не параллельны ни одной оси проекций.

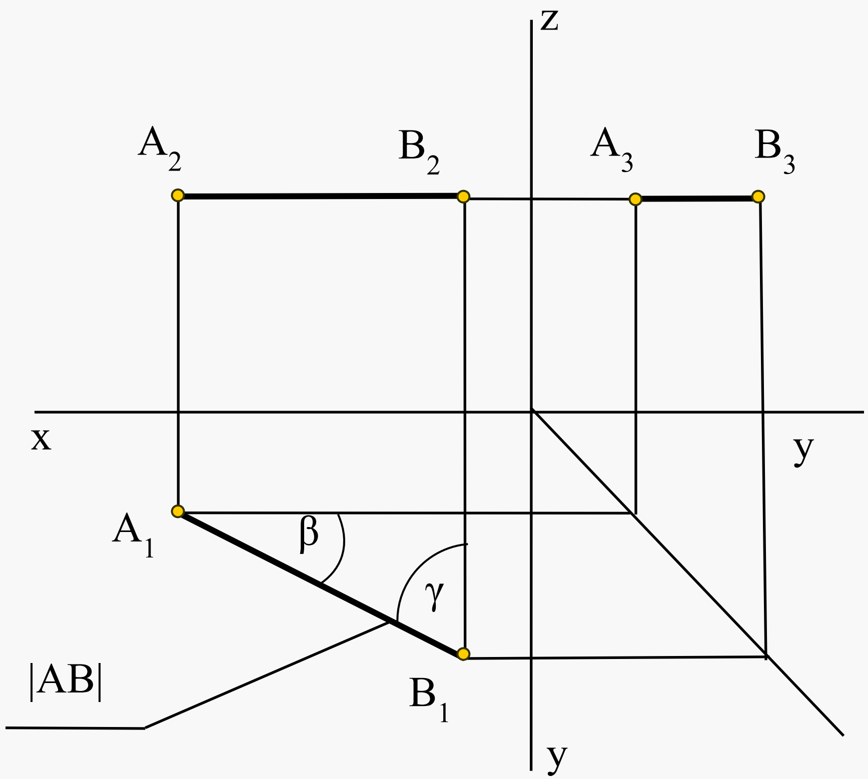




ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ПРЯМАЯ

Горизонтальной называется прямая параллельная горизонтальной плоскости проекций.

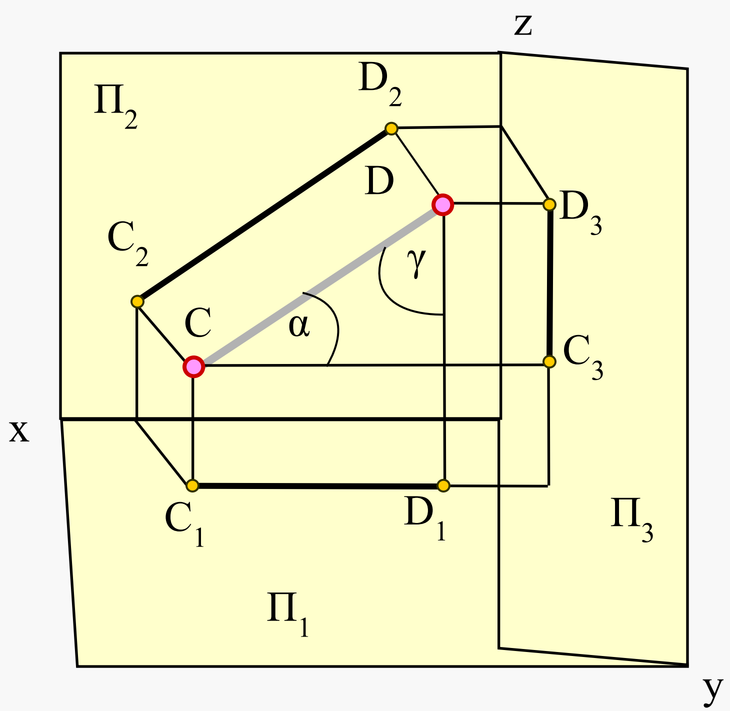


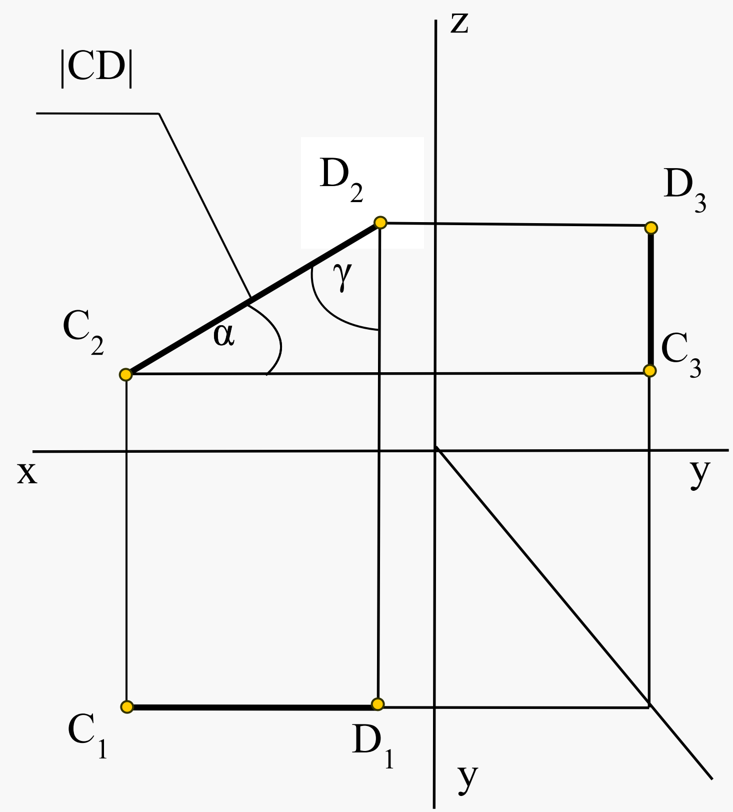


$[AB] \parallel \Pi_1 \Rightarrow [A_1B_1]=|AB|$

ФРОНТАЛЬНАЯ ПРЯМАЯ

Фронтальной называется прямая параллельная фронтальной плоскости проекций.

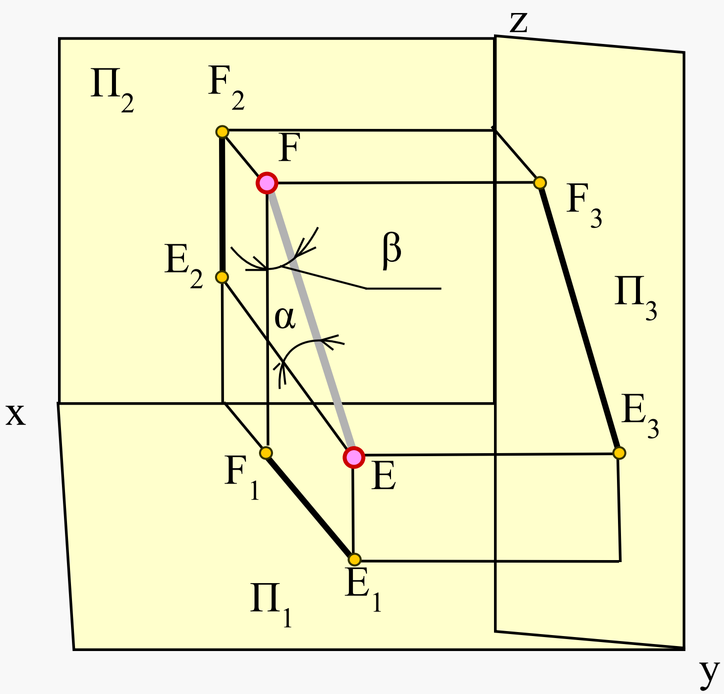


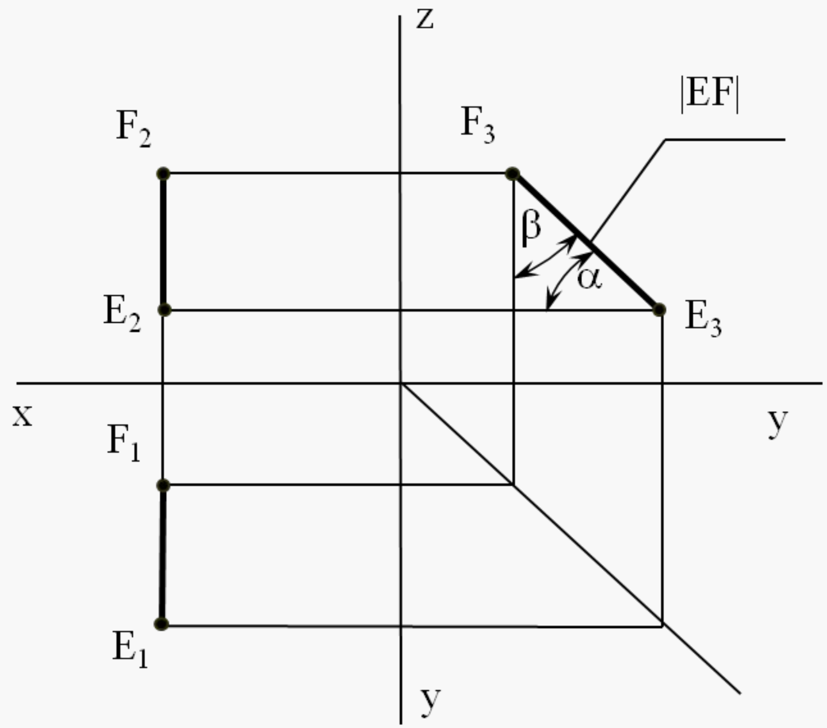


$[CD] \parallel \Pi_2 \Rightarrow [C_2D_2]=|CD|$

ПРОФИЛЬНАЯ ПРЯМАЯ

Профильной называется прямая параллельная профильной плоскости проекций.

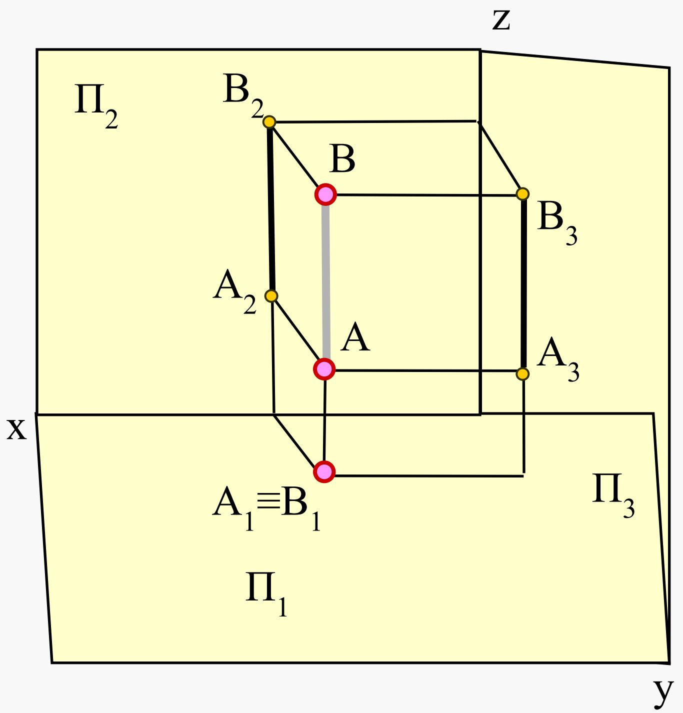


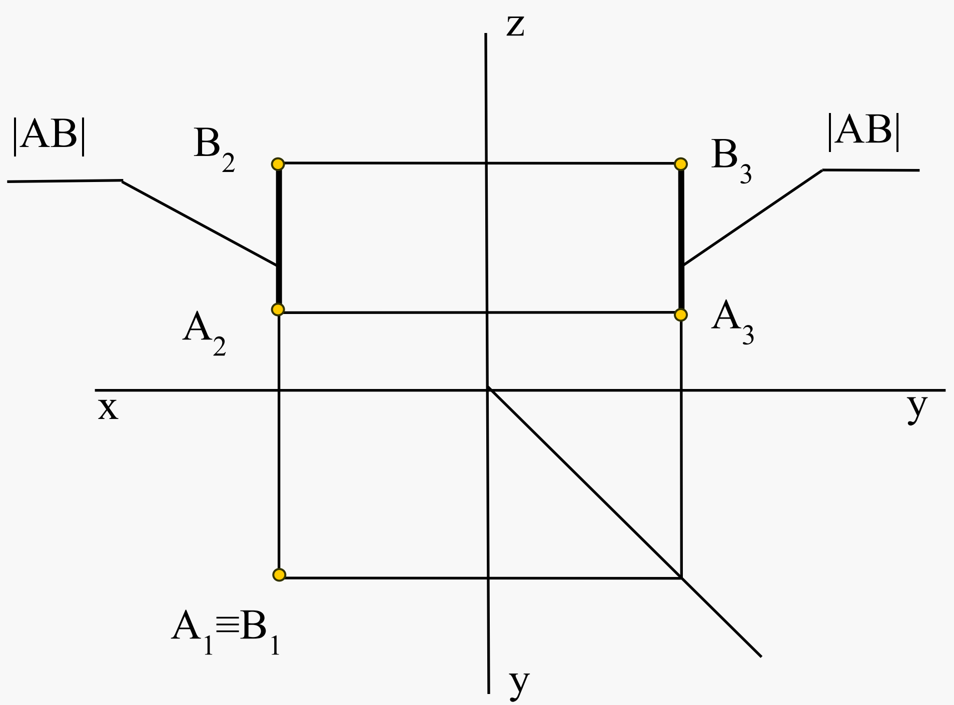


$[EF] \parallel \Pi_3 \Rightarrow [E_3F_3]=|EF|$

ГОРИЗОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ ПРЯМАЯ

Горизонтально-проецирующей называется прямая перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций

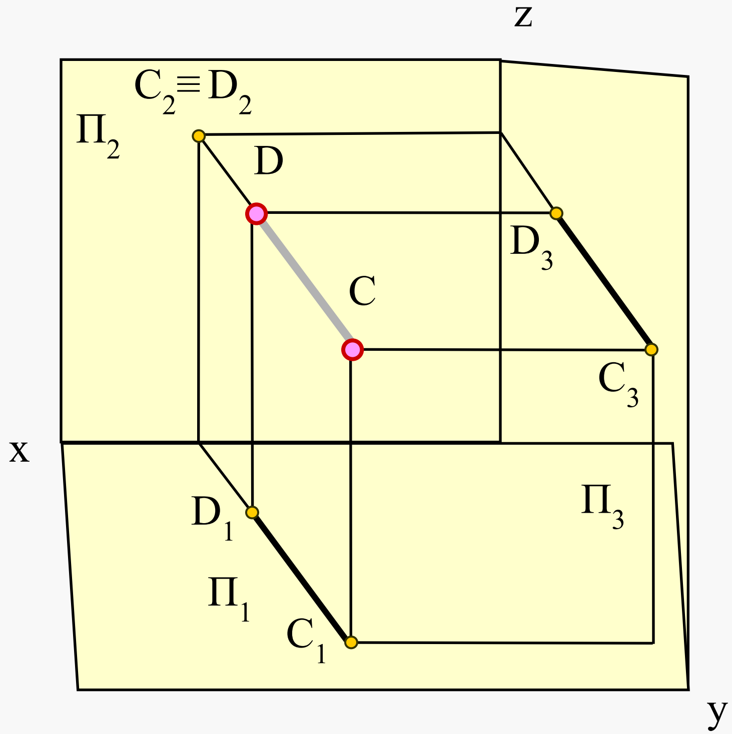


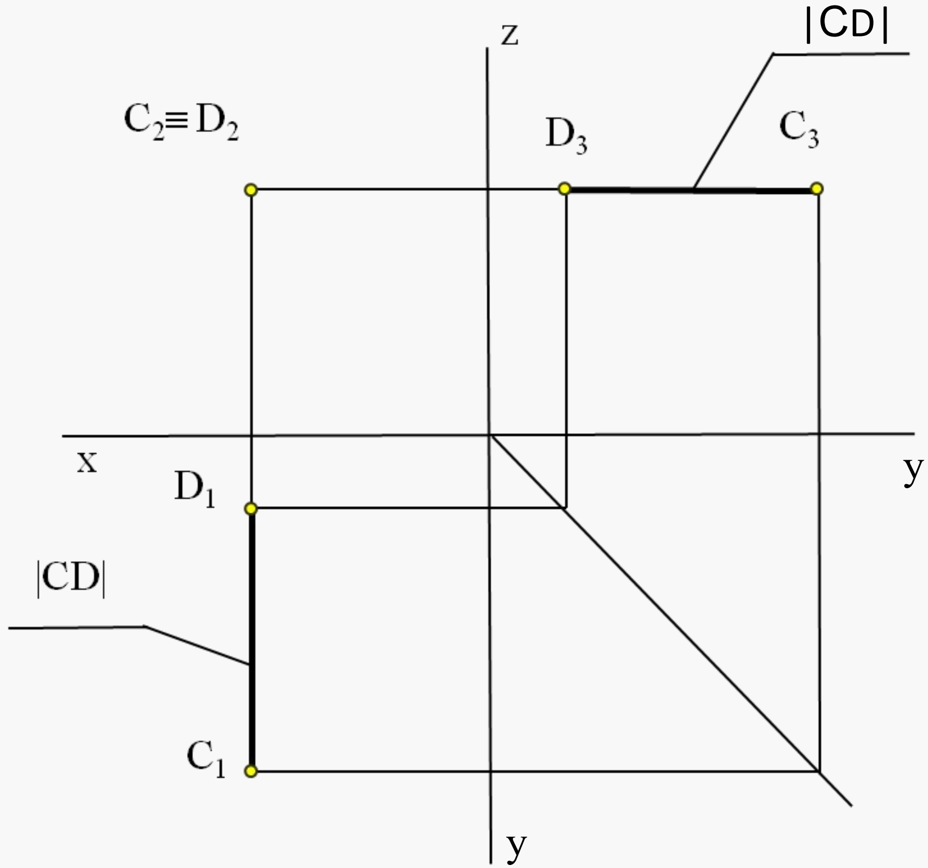


$[AB] \perp \Pi_1 \Rightarrow [A_2B_2] \wedge [A_3B_3] = |AB|$

ФРОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ ПРЯМАЯ

Фронтально-проецирующей называется прямая перпендикулярная фронтальной плоскости проекций

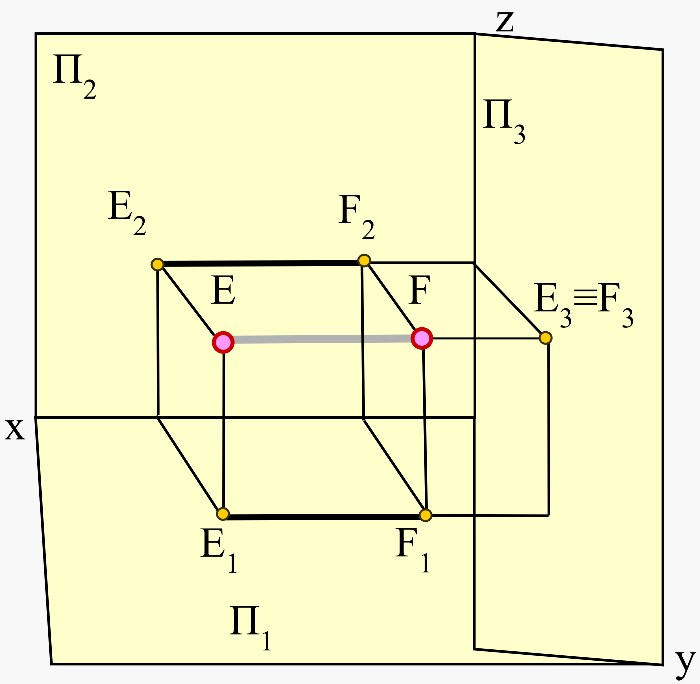


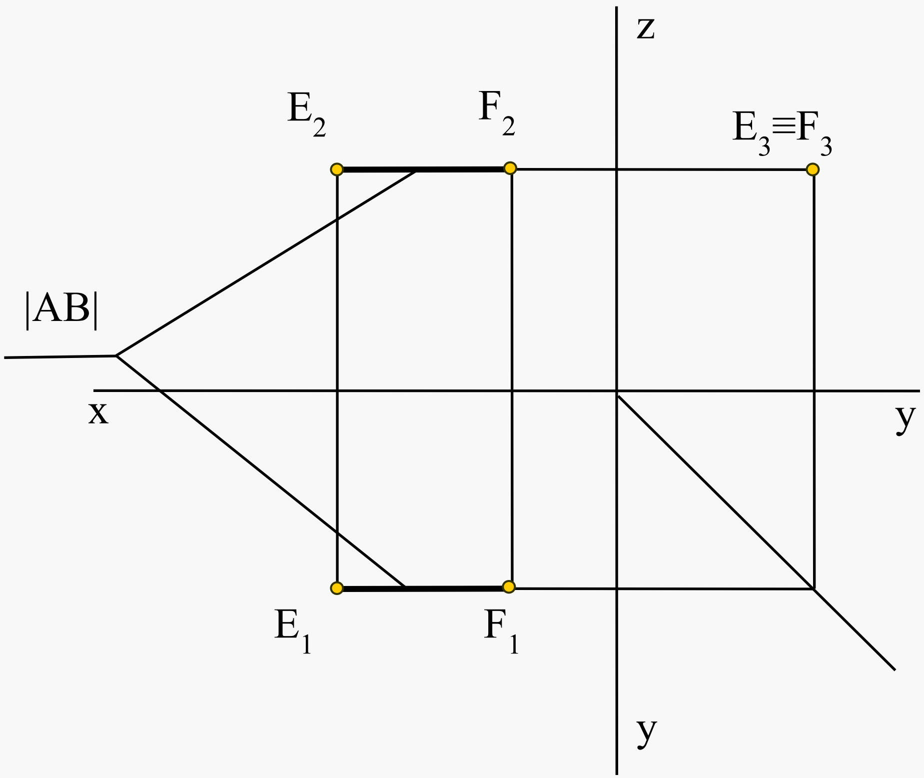


$[CD] \perp \Pi_2 \Rightarrow [C_1D_1] \wedge [C_3D_3] = |CD|$

ПРОФИЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ ПРЯМАЯ

Профильно-проецирующей называется прямая перпендикулярная профильной плоскости проекций





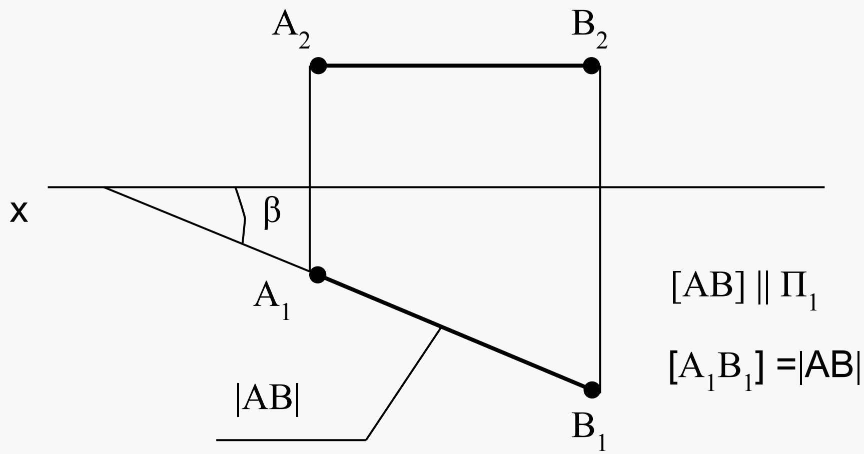
$[EF] \perp \Pi_3 \Rightarrow [E_1F_1]$^$[E_2F_2] = |EF|$

3. Лекция №2. ЧТЕНИЕ ЧЕРТЕЖА. МЕТРИЧЕСКИЕ И ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ . ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ

3.1 ЧТЕНИЕ ЧЕРТЕЖА

Под чтением чертежа понимают извлечение полезной информации о форме, размерах и положении в пространстве предмета по заданным его проекциям. Например, на чертеже задан отрезок прямой AB своими проекциями. Из рассмотрения проекций видно, что фронтальная проекция параллельна оси x, следовательно, прямая AB − это прямая, параллельная плоскости Π_1, и горизонтальная ее проекция A_1B_1 по длине равна натуральной величине отрезка прямой AB. Угол β − угол наклона прямой AB к плоскости Π_2.

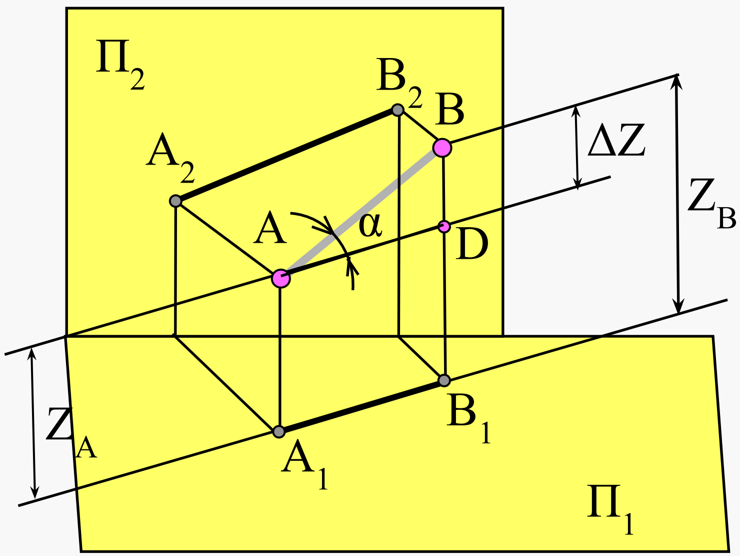
В результате чтения чертежа получена информация о размерах и положении в пространстве прямой AB.



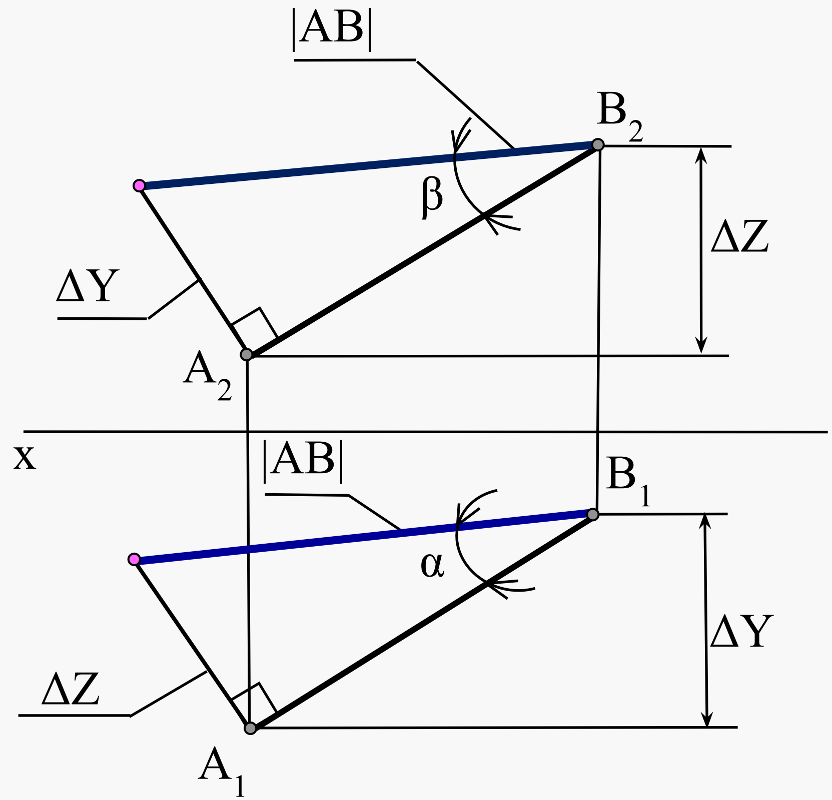
3.2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ И ЕГО УГЛОВ НАКЛОНА К ПЛОСКОСТЯМ ПРОЕКЦИЙ СПОСОБОМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Ни одна из проекций отрезка прямой общего положения не равна его истинной (натуральной) величине. Для определения натуральной длины отрезка общего положения используют способ прямоугольного треугольника.

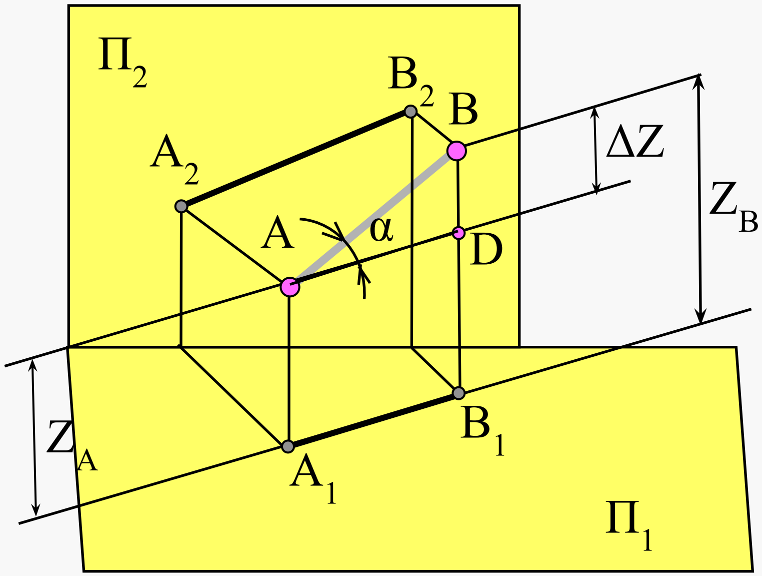
Натуральная длина отрезка прямой общего положения определяется как гипотенуза прямоугольного треугольника, один катет которого− проекция отрезка на плоскость проекций, а второй – разность расстояний концов отрезка до этой же плоскости проекций.

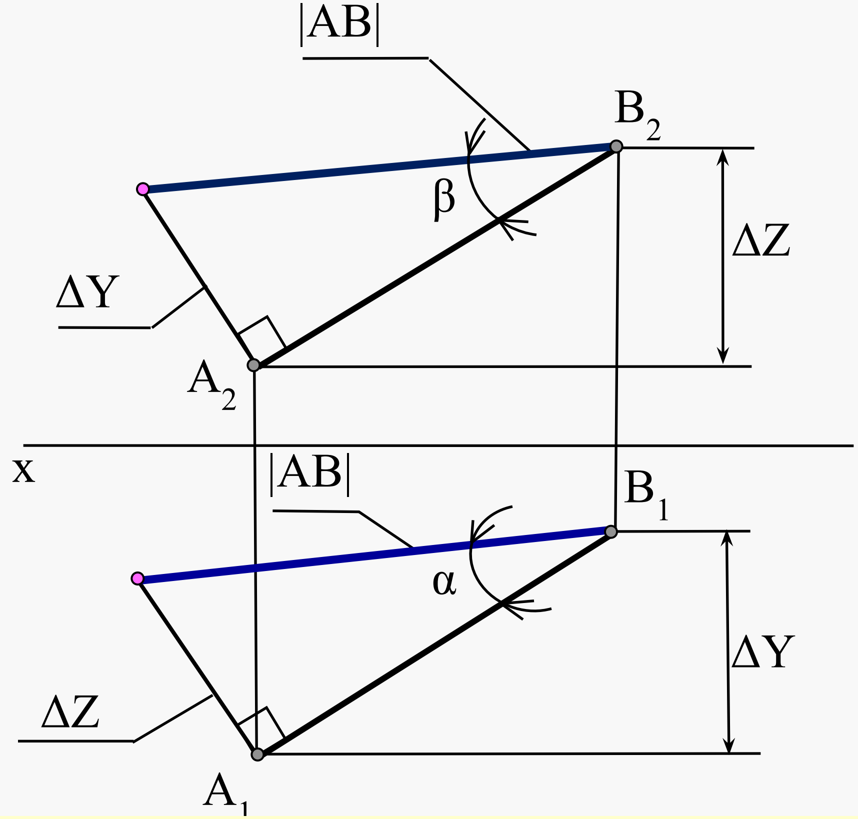


$\Delta Z = Z_B - Z_A$ $[AD] = [A_1B_1]$



СПОСОБ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА





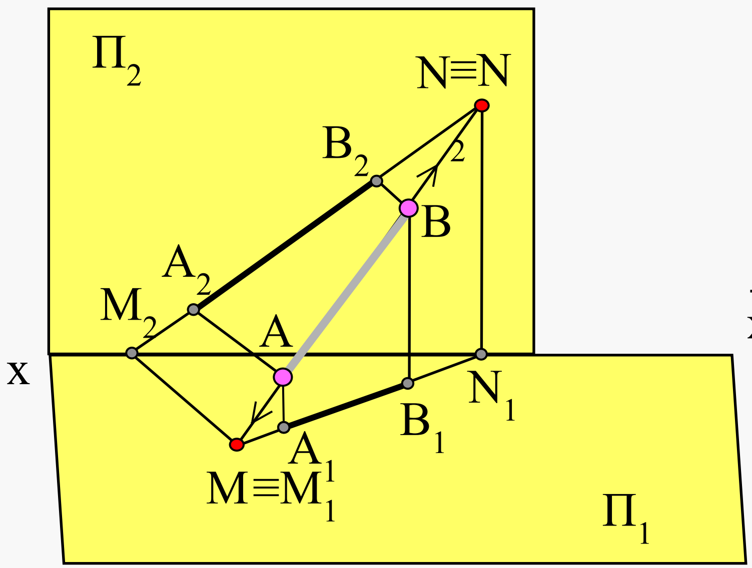
$\Delta Z = Z_B - Z_A$ $[AD] = [A_1B_1]$

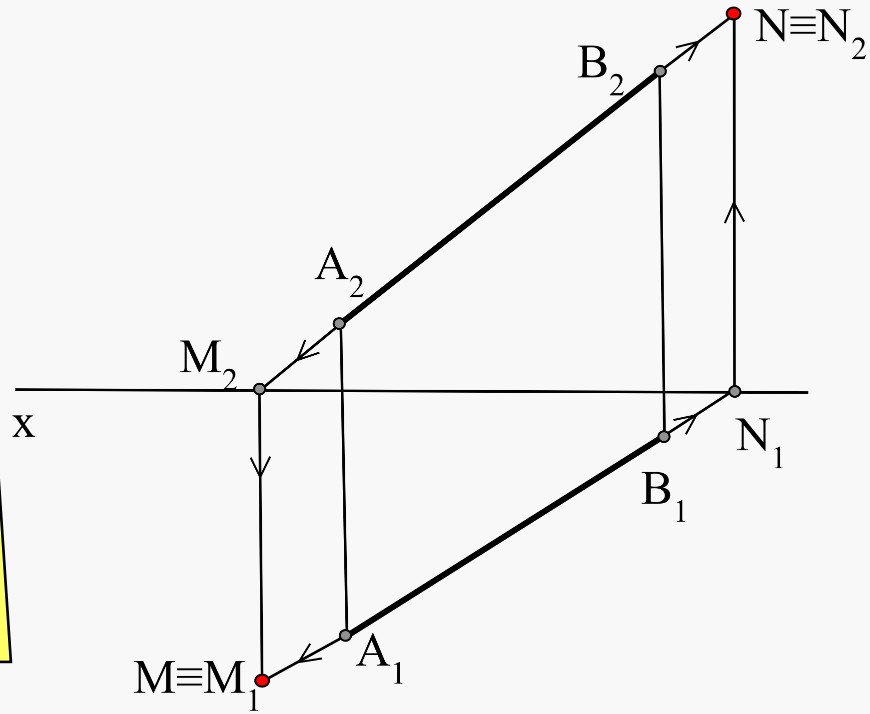
Натуральная длина отрезка прямой общего положения определяется как гипотенуза прямоугольного треугольника, один катет которого − проекция отрезка на плоскость проекций, а второй – разность расстояний концов отрезка до этой же плоскости проекций.

3.3 СЛЕДЫ ПРЯМОЙ

Положение прямой в пространстве однозначно определяют следы прямой. Нахождение следов прямой – это пример решения позиционной задачи.

Следом прямой называется точка ее пересечения с плоскостью проекций.





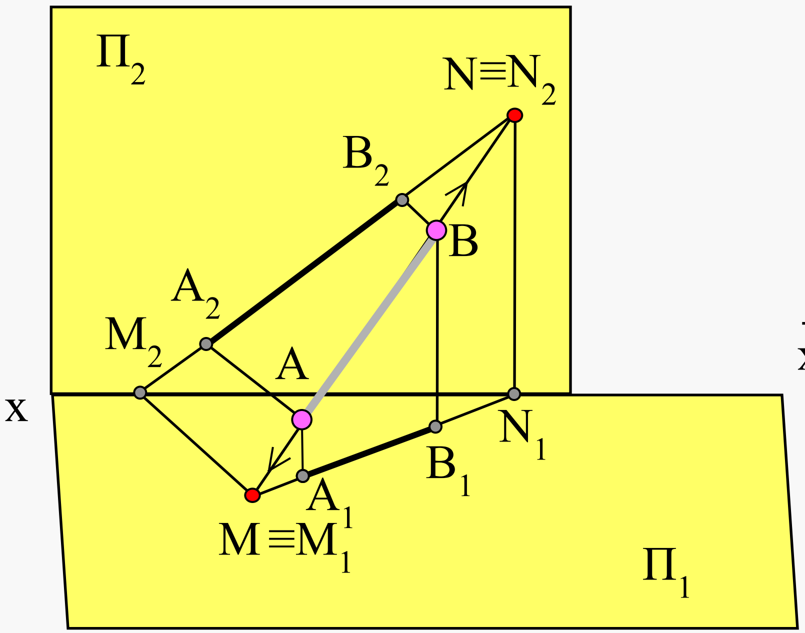
<u>Графический алгоритм построения следа прямой</u>

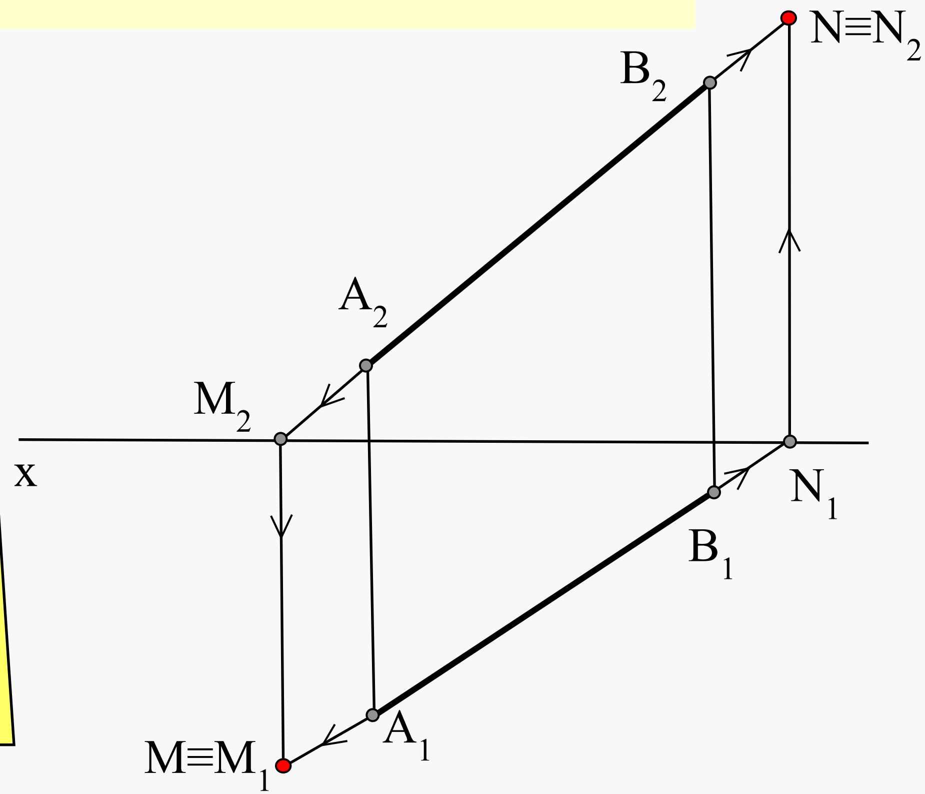
Для построения горизонтального следа прямой нужно продлить ее фронтальную проекцию до пересечения с осью x (точка M_2) и из этой точки провести перпендикулярную прямую к оси x до пересечения с продолжением горизонтальной проекции отрезка (точка $M \equiv M_1$).

Для построения фронтального следа прямой нужно продлить ее горизонтальную проекцию до пересечения с осью x (точка N_1) и из этой точки провести перпендикулярную прямую к оси x до пересечения с продолжением фронтальной проекции отрезка (точка $N \equiv N_2$).

СЛЕДЫ ПРЯМОЙ

Следом прямой называется точка, в которой прямая пересекает плоскость проекций





$(AB) \cap \Pi_1 = M$, $M \in \Pi_1 \wedge (AB)$ M−горизонтальный след прямой

$(AB) \cap \Pi_2 = N$, $N \in \Pi_2 \wedge (AB)$ N−фронтальный след прямой

M_1, N_1−горизонтальные проекции горизонтального и фронтального следов.

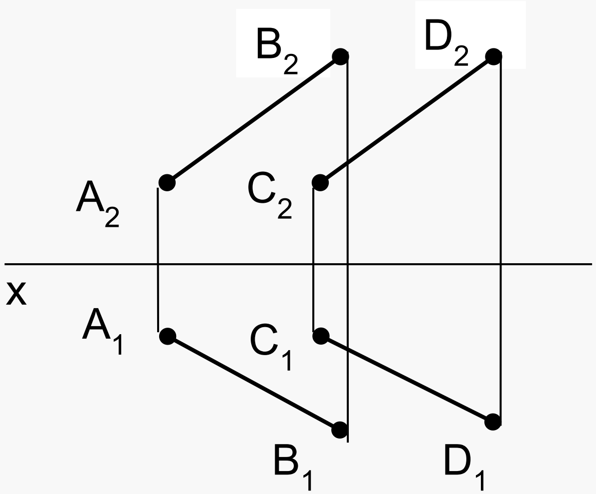
M_2, N_2− фронтальные проекции горизонтального и фронтального следов.

3.4 ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ

Две прямые в пространстве могут быть параллельными, пересекаться и скрещиваться.

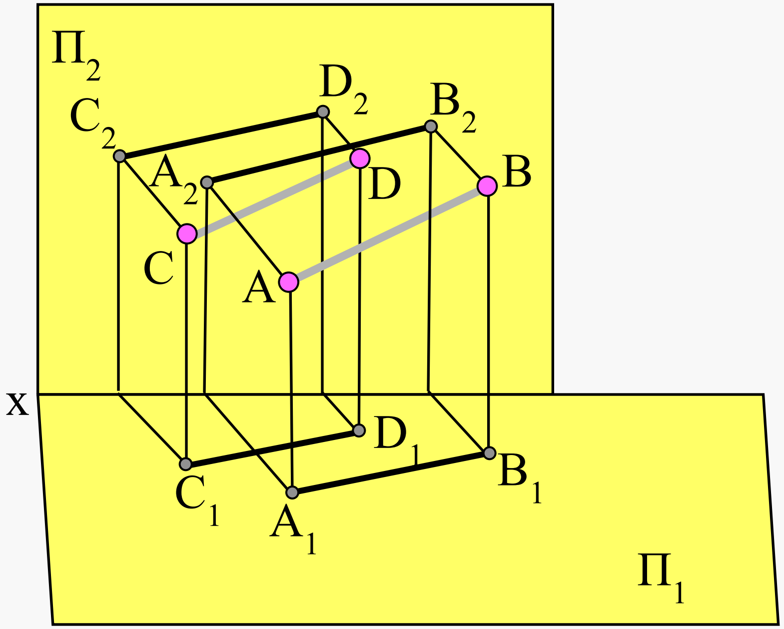
3.4.1 Параллельные прямые

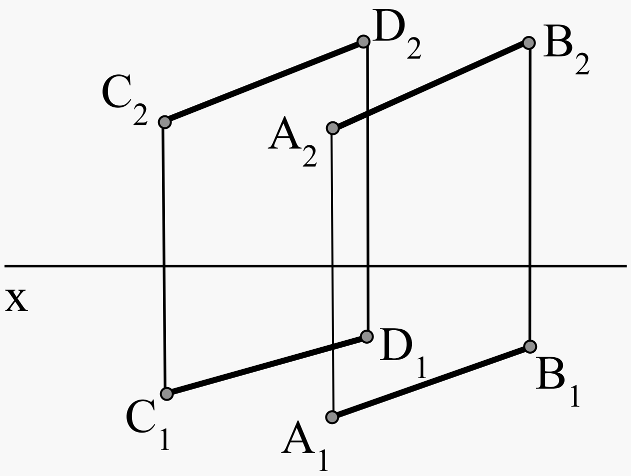
Если две прямые параллельны, то их одноименные проекции тоже параллельны.



$$[AB] \parallel [CD] \Rightarrow [A_1B_1] \parallel [C_1D_1] \wedge [A_2B_2] \parallel [C_2D_2]$$

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ



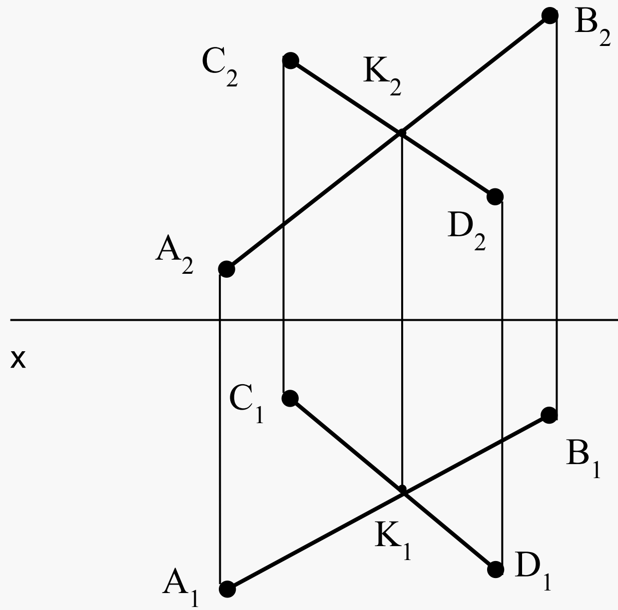


$[AB] \parallel [CD] \Rightarrow [A_1B_1] \parallel [C_1D_1] \wedge [A_2B_2] \parallel [C_2D_2]$

Если прямые параллельны, то их одноименные проекции тоже параллельны

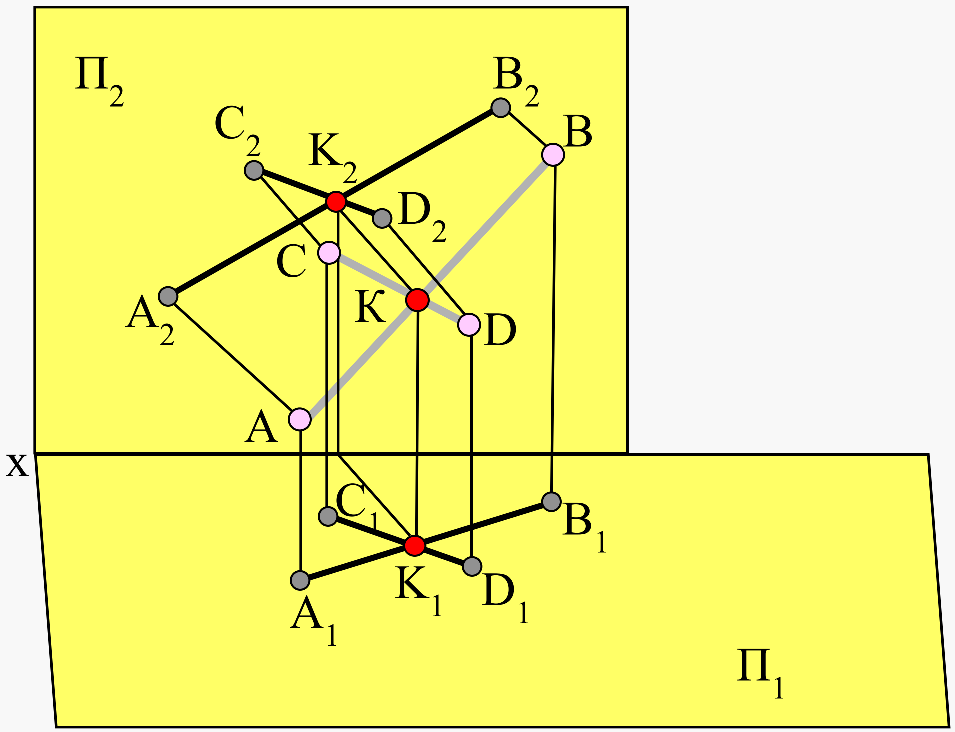
3.4.2 Пересекающиеся прямые

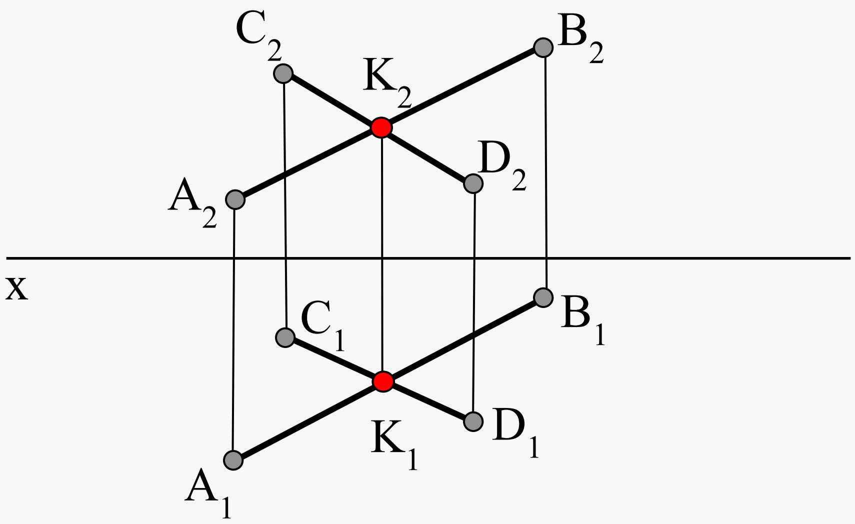
Две прямые пересекаются, если их одноименные проекции пересекаются и проекции точек пересечения лежат на одной линии связи.



$[AB]\cap[CD]$

ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ



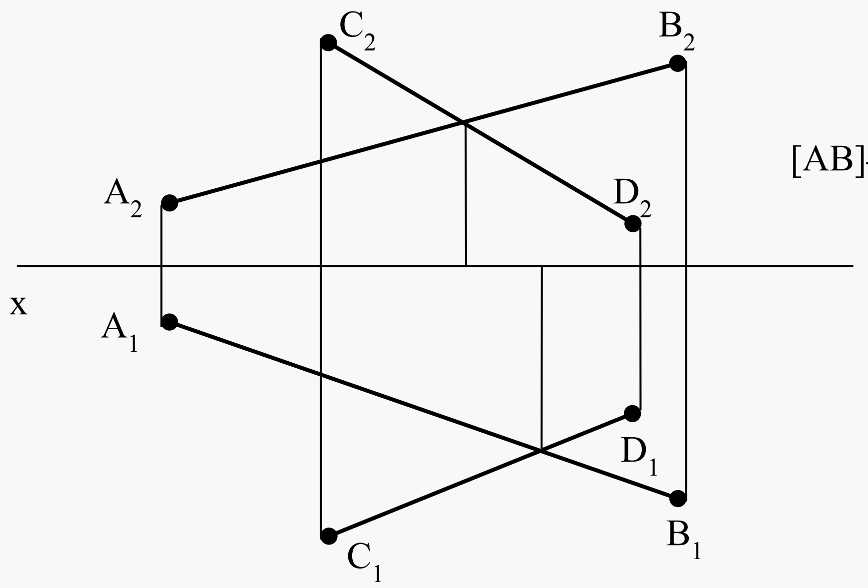


$[AB] \cap [CD] = K$

Если две прямые пересекаются, то их одноименные проекции пересекаются, а проекции точки пересечения лежат на одной линии связи.

3.4.3 Скрещивающиеся прямые

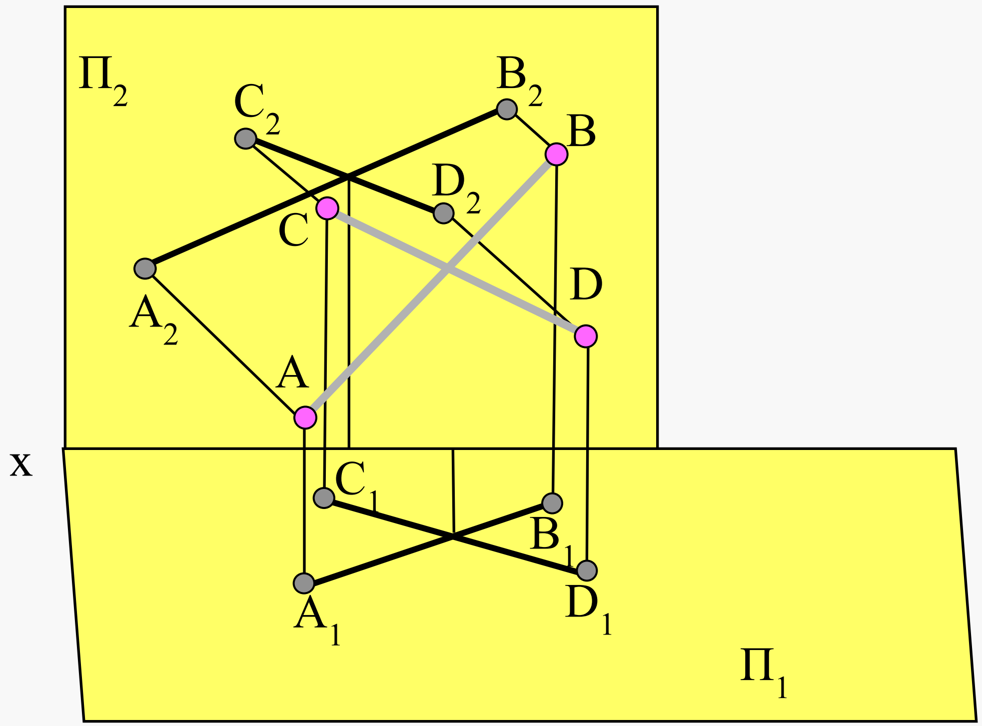
Две прямые скрещиваются, если их одноименные проекции не параллельны, а если пересекаются, то проекции точек пересечения не лежат на одной линии связи.

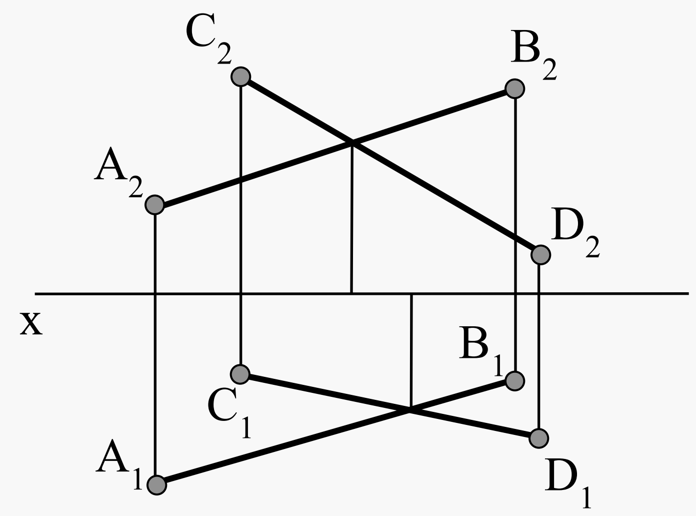


$[AB] \stackrel{\cdot\cdot}{-} [CD]$

Таким образом, по взаимному положению одноименных проекций двух прямых можно определить их относительное положение в пространстве.

СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ



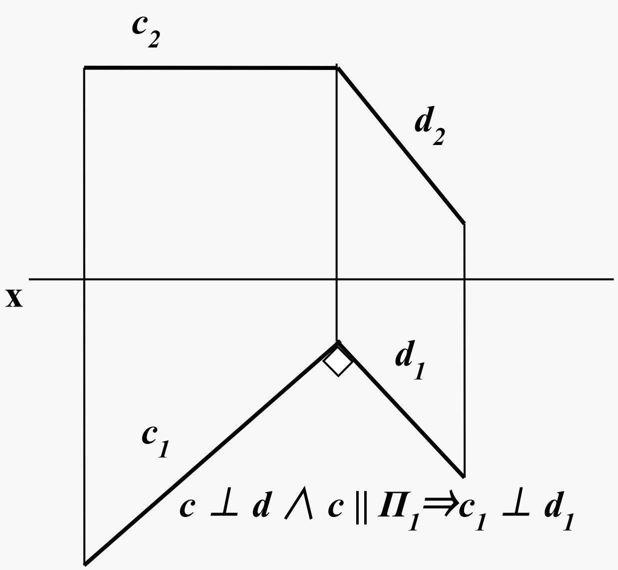


Если две прямые скрещиваются, то их одноименные проекции не параллельны, а если пересекаются, точки пересечения проекций не лежат на одной линии связи.

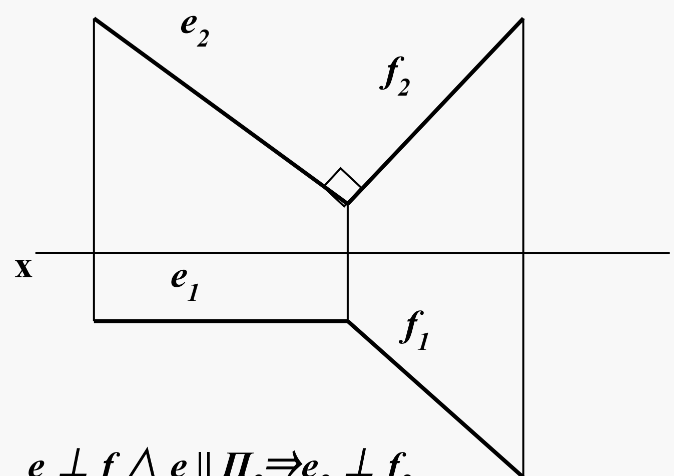
3.4.4 Взаимно-перпендикулярные прямые

Если две прямые в пространстве пересекаются под прямым углом, то их проекции, в общем случае, образуют не прямой угол.

Для того чтобы прямой угол проецировался на плоскость проекций в натуральную величину необходимо, чтобы одна его сторона была параллельна этой плоскости проекций, а другая − не перпендикулярна этой плоскости.



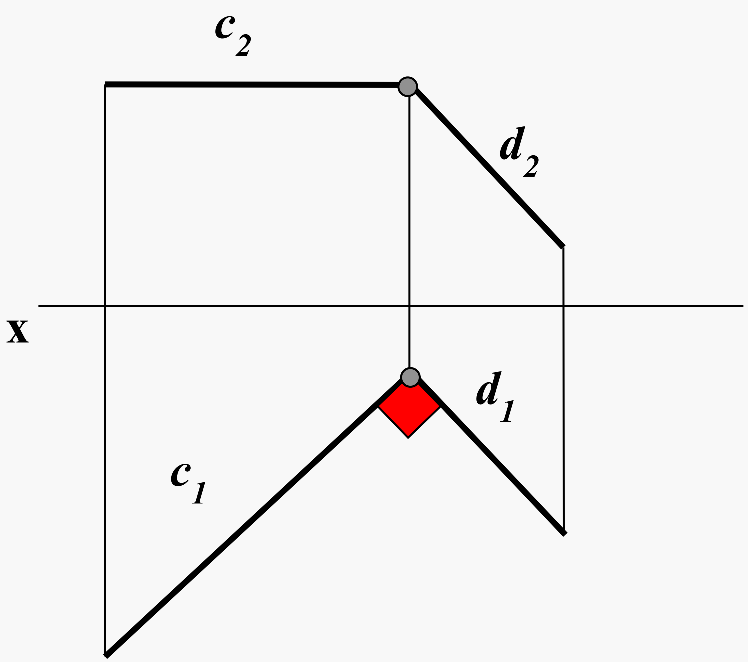
$$c \perp d \wedge c \parallel \Pi_1 \Rightarrow c_1 \perp d_1$$

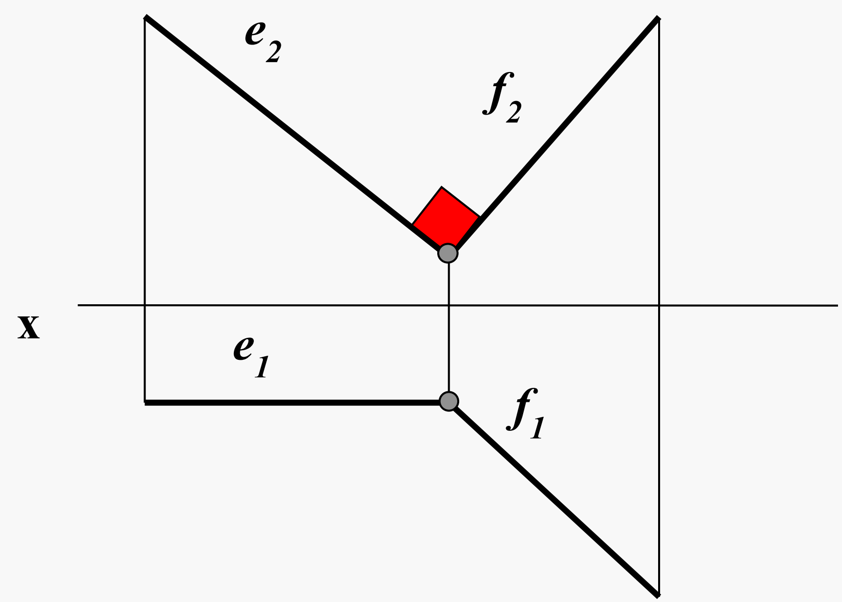


$$e \perp f \wedge e \parallel \Pi_2 \Rightarrow e_2 \perp f_2$$

ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПРЯМОГО УГЛА

Для того, чтобы прямой угол проецировался на плоскость проекций в натуральную величину, необходимо, чтобы одна его сторона была параллельна этой плоскости проекций, а другая- не перпендикулярна этой плоскости.





$c \perp d \wedge c \parallel \Pi_1 \Rightarrow c_1 \perp d_1$

$e \perp f \wedge e \parallel \Pi_2 \Rightarrow e_2 \perp f_2$

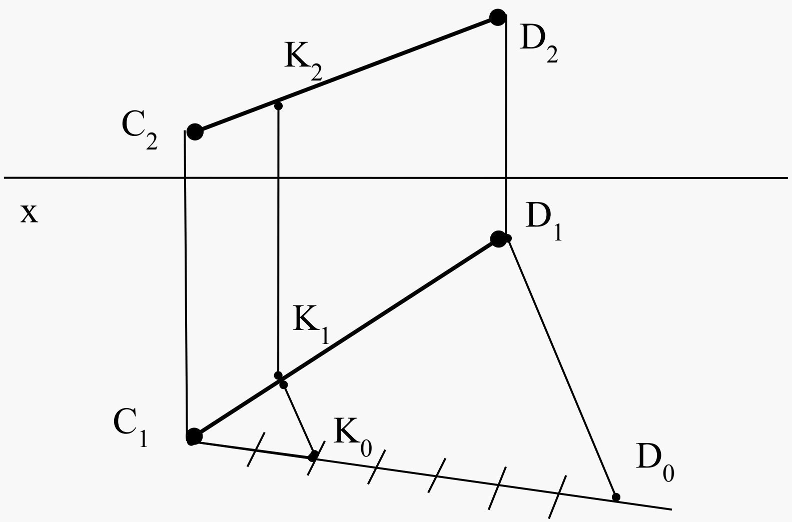
3.5 ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ В ЗАДАННОМ ОТНОШЕНИИ

В соответствии со свойствами параллельных проекций *отношение отрезков прямой равно отношению проекций этих отрезков*. На основании этого задача деления отрезка прямой в заданном отношении на чертеже решается путем деления в этом же отношении проекций этого отрезка.

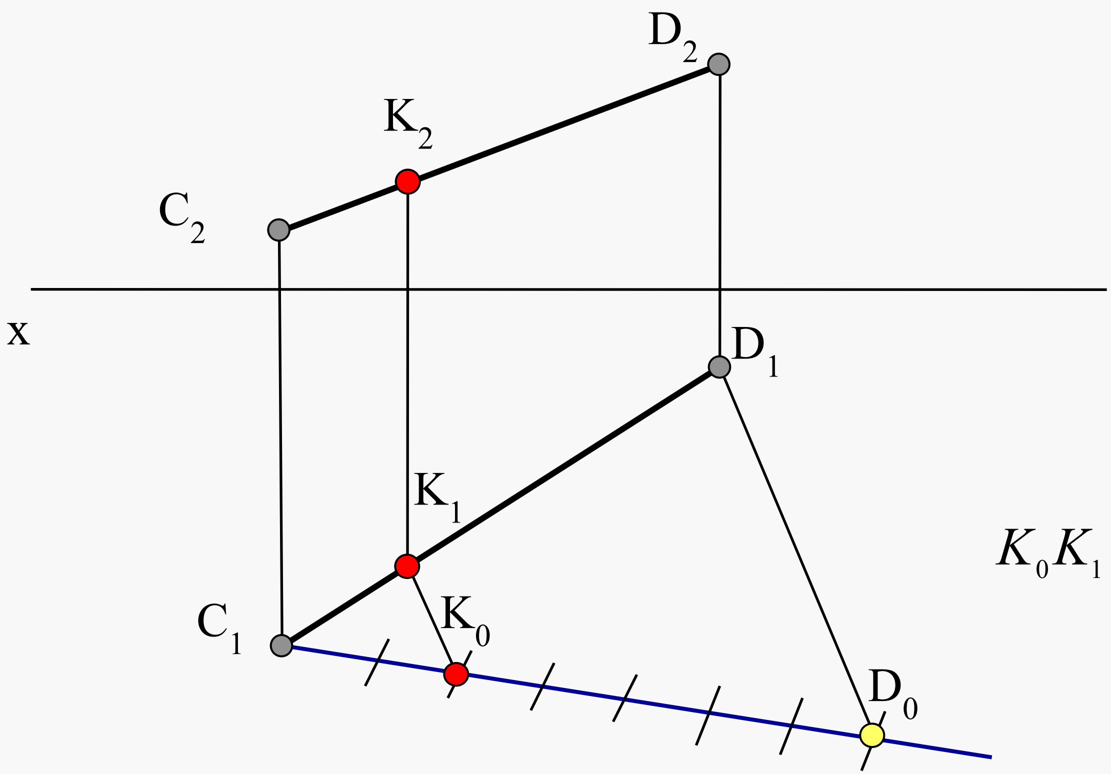
Рассмотрим пример деления отрезка прямой CD в отношении 2:5.

Проведем через точку C_1 вспомогательную прямую под любым углом к горизонтальной проекции C_1D_1 и отложим на ней семь равных отрезков произвольной длины. Отметим точку $К_0$, делящую вспомогательную прямую в отношении 2:5.

Соединив точку D_0 с точкой D_1 и проведя через точку $К_0$ прямую, параллельную прямой D_0D_1, получим точку $К_1$, которая делит горизонтальную проекцию C_1D_1 в заданном отношении. Фронтальную проекцию $К_2$ находим с помощью вертикальной линии связи.



ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА В ЗАДАННОМ ОТНОШЕНИИ (2/5)



$$K_0K_1 \,//\, D_1D_0$$

$$\frac{CK}{KD} = \frac{C_1K_1}{K_1D_1} = \frac{C_1K_0}{K_0D_0} = \frac{2}{5}$$

4. ЛЕКЦИЯ № 3. ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО И ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ. ПРЯМАЯ И ТОЧКА В ПЛОСКОСТИ

4.1 СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПЛОСКОСТИ НА ЧЕРТЕЖЕ

На чертеже плоскость может быть задана :

– проекциями трех точек, не лежащими на одной прямой P(A,B,C);

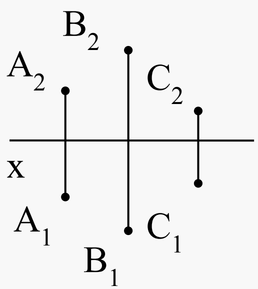
– проекциями прямой и точки, не лежащей на данной прямой Q(b, A);

– проекциями двух параллельных прямых $\Sigma(c\|d)$;

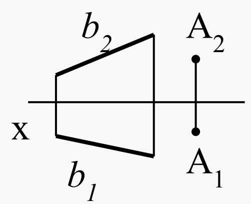
– проекциями двух пересекающихся прямых $T(e\cap f)$;

– проекцией любой плоской фигуры $\Psi(\Delta ABC)$;

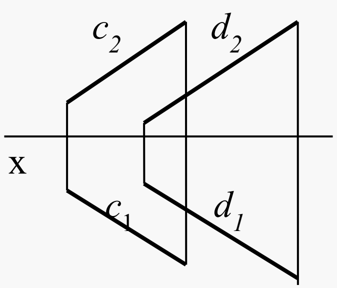
– следами плоскости.



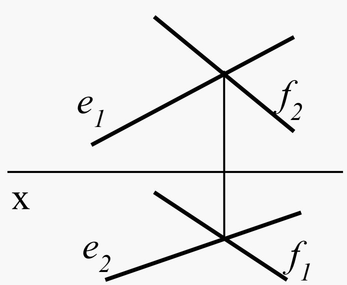
P(A,B,C);



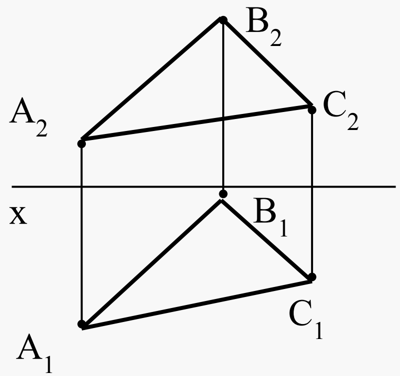
Q(b, A)



$\Sigma(c\|d)$



$T(e\cap f)$

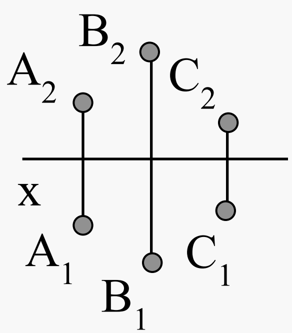


$\Psi(\Delta ABC)$

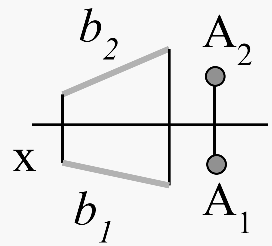
Каждый из рассмотренных способов можно преобразовать в любой другой.

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПЛОСКОСТИ НА ЧЕРТЕЖЕ

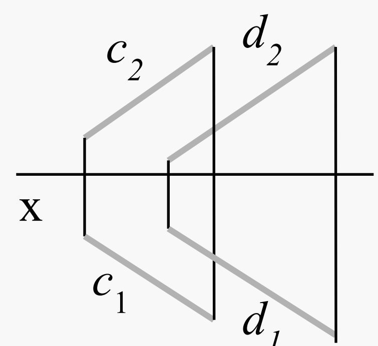
1. Тремя точками не лежащими на одной прямой - P(A,B,C).
2. Прямой и точкой не лежащей на этой прямой - Q(b, A).
3. Двумя параллельными прямыми - Σ(c||d).
4. Двумя пересекающимися прямыми - T(*e*∩*f*).
5. Любой плоской геометрической фигурой - Ψ(ΔABC).
6. Следами.



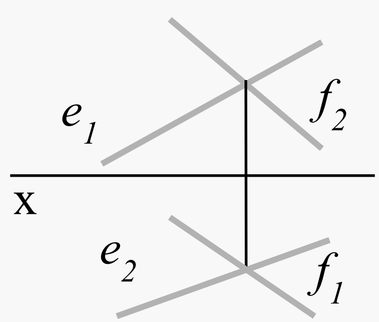
P(A,B,C)



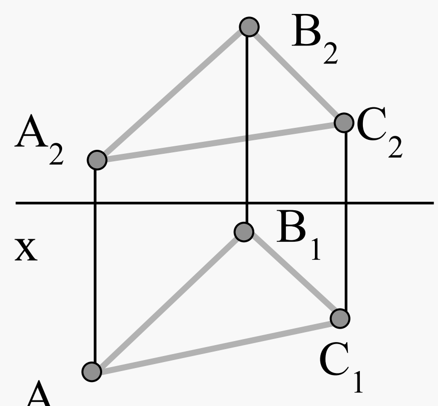
Q(*b*, A)



Σ(*c*||*d*)



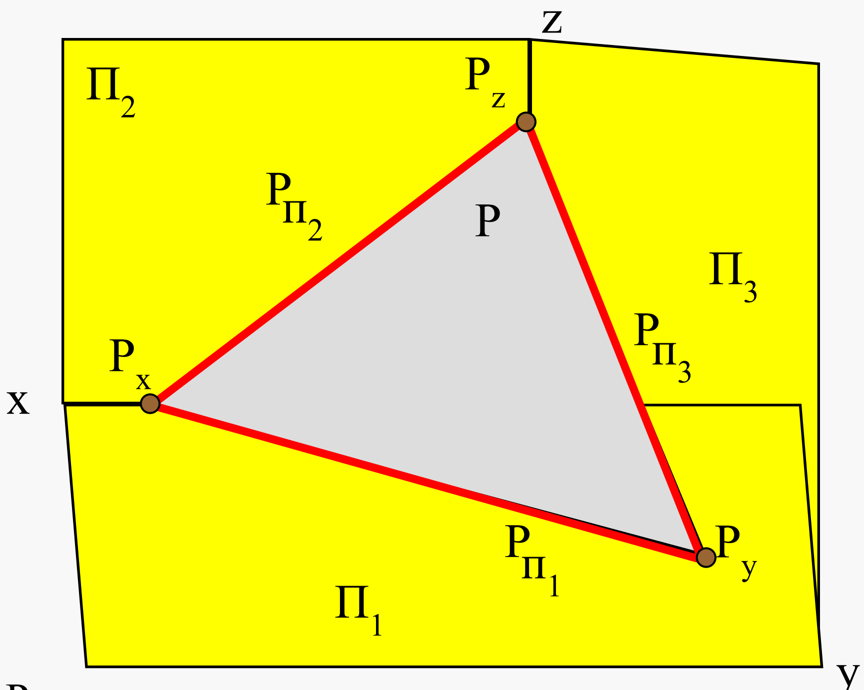
T(*e*∩*f*)



Ψ(ΔABC)

4.2 СЛЕДЫ ПЛОСКОСТИ

Следом плоскости называется прямая линия, по которой плоскость пересекает плоскость проекций.



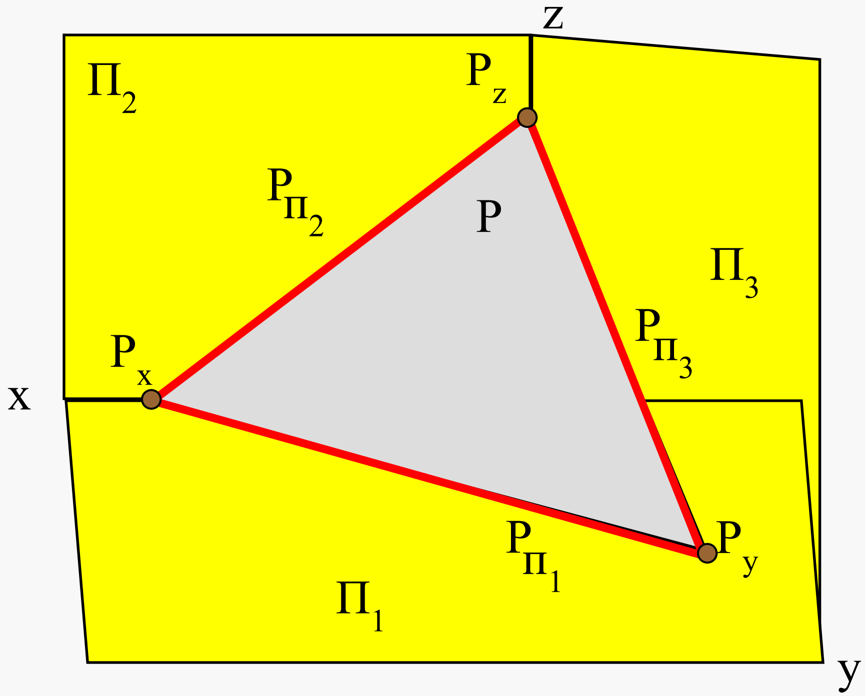
$P_{П_1}$ – горизонтальный след плоскости P

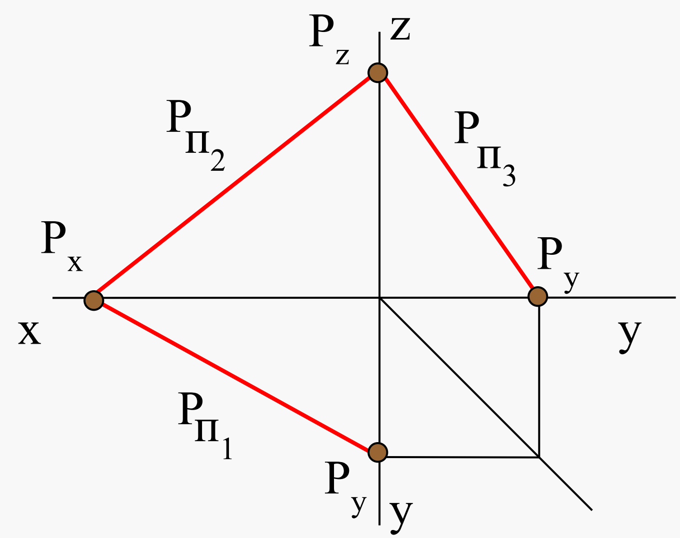
$P_{П_2}$ – фронтальный след плоскости P

$P_{П_3}$ – профильный след плоскости P

СЛЕДЫ ПЛОСКОСТИ

Следом плоскости называется прямая, по которой плоскость пересекает плоскость проекций.





$P_{П_1}$ - горизонтальный след плоскости.

$P_{П_2}$ - фронтальный след плоскости.

$P_{П_3}$ - профильный след плоскости.

P_x, P_y, P_z – точки схода следов.

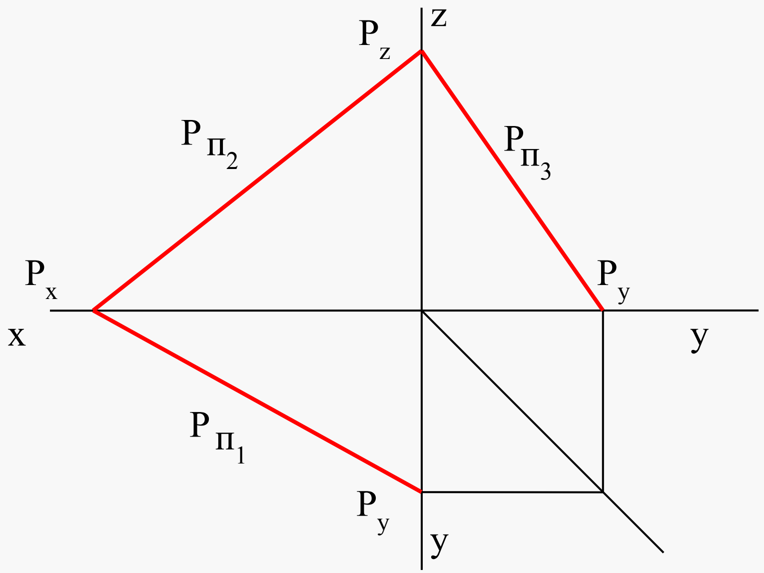
$P_{П_1} \in П_1$

$P_{П_2} \in П_2$

$P_{П_3} \in П_3$

Плоскость P называется *плоскостью общего положения*, так как она не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций.

Точки P_x, P_y, P_z, в которых следы плоскости пересекают оси проекций, называются *точками схода следов*.



Из анализа следов видно, что горизонтальная проекция горизонтального следа совпадает с самим следом, а фронтальная проекция – с осью x. Фронтальная проекция фронтального следа совпадает с самим следом, а горизонтальная – с осью x.

Следы плоскости можно построить при любом из способов ее задания. Для построения следа плоскости достаточно построить две точки, принадлежащие одновременно заданной плоскости и плоскостям проекций. Такими точками могут быть следы прямой, принадлежащей этой плоскости.

4.3 ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

В зависимости от положения плоскости относительно плоскостей проекций различают:

а) плоскости общего положения;

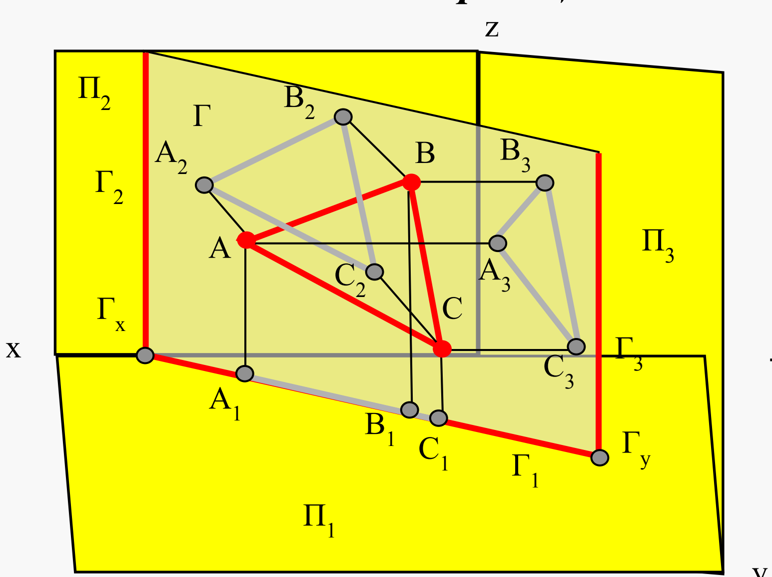
б) проецирующие плоскости;

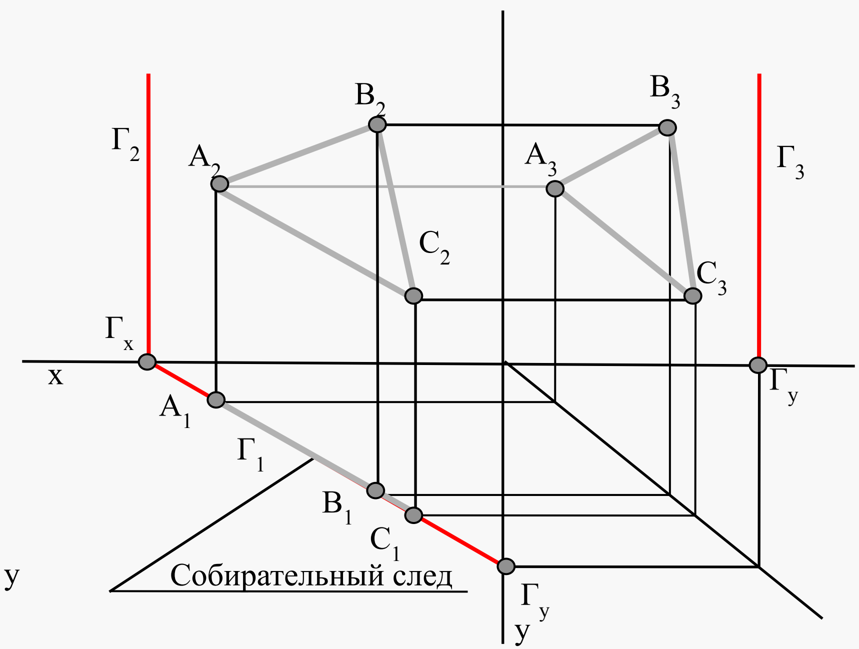
в) плоскости уровня, или дважды проецирующие плоскости.

4.3.1 Проецирующие плоскости

Проецирующими называются плоскости, перпендикулярные одной из плоскостей проекций. Существует три типа проецирующих плоскостей: *горизонтально-проецирующая плоскость, фронтально-проецирующая плоскость и профильно-проецирующая плоскость*.

1 Горизонтально-проецирующей называется плоскость, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций.



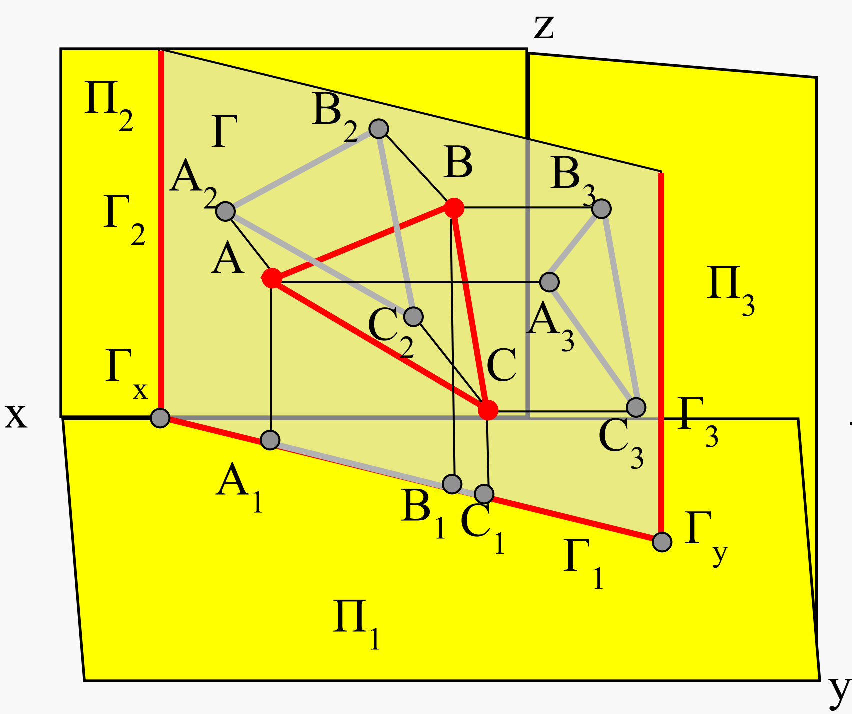


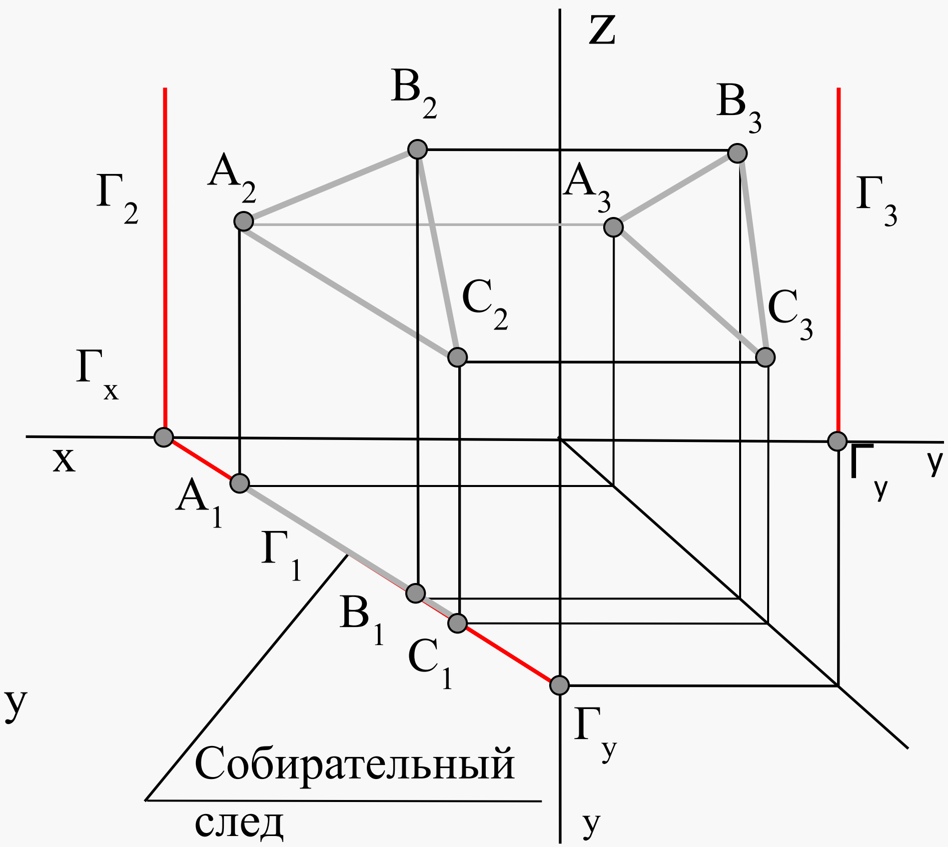
$Г \perp П$

Горизонтально-проецирующая плоскость имеет *горизонтальный собирательный след*. Это значит, что горизонтальные проекции всех фигур, лежащих в этой плоскости, будут находиться на ее горизонтальном следе.

ГОРИЗОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ ПЛОСКОСТЬ

Горизонтально-проецирующей называется плоскость перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций

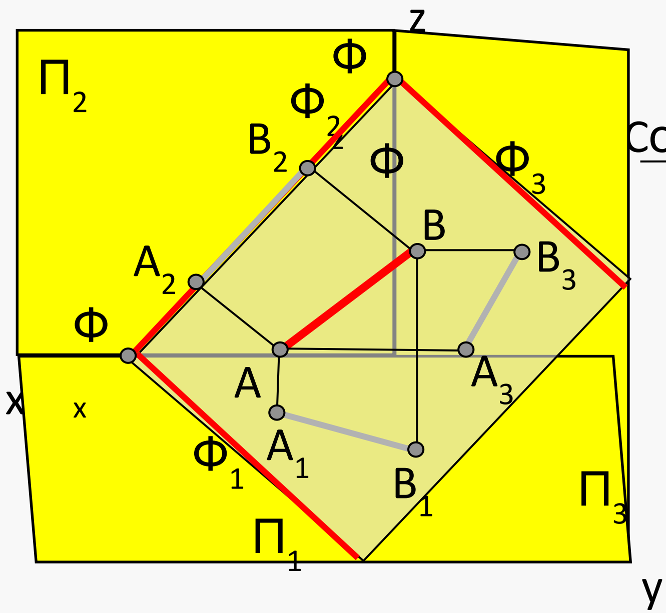


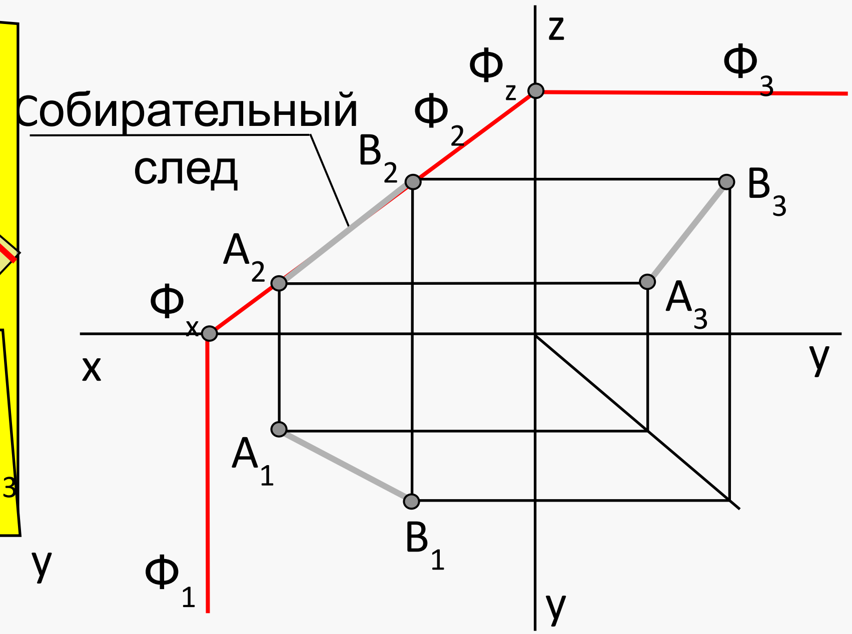


$Г \perp \Pi_1$

$\Delta ABC \subset Г \perp \Pi_1 \Rightarrow [A_1B_1C_1] \subset Г_1$

***2 Фронтально-проецирующей называется плоскость, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций*.**



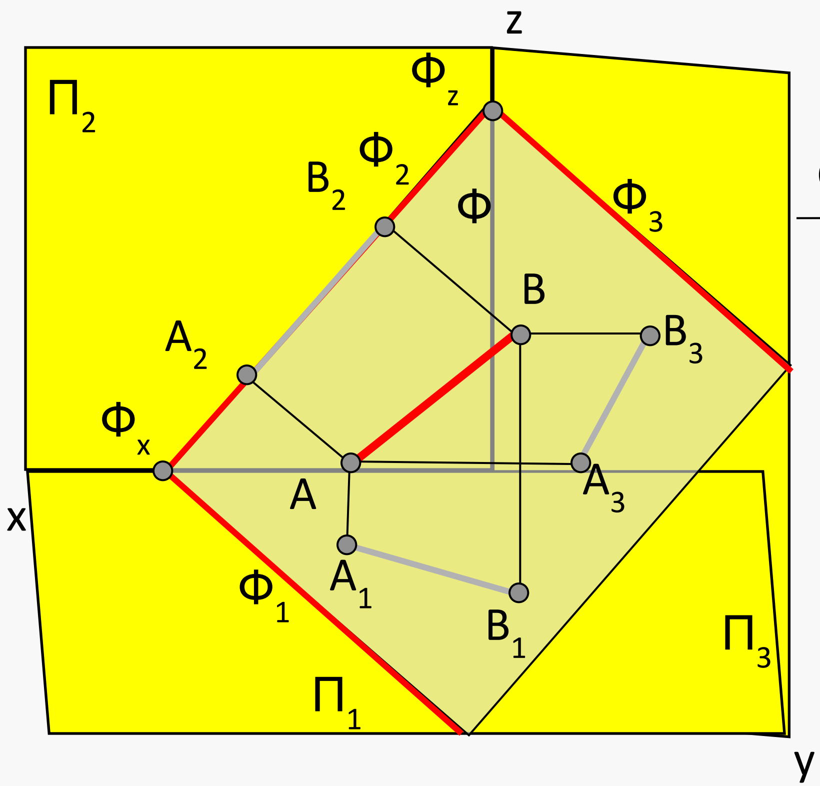


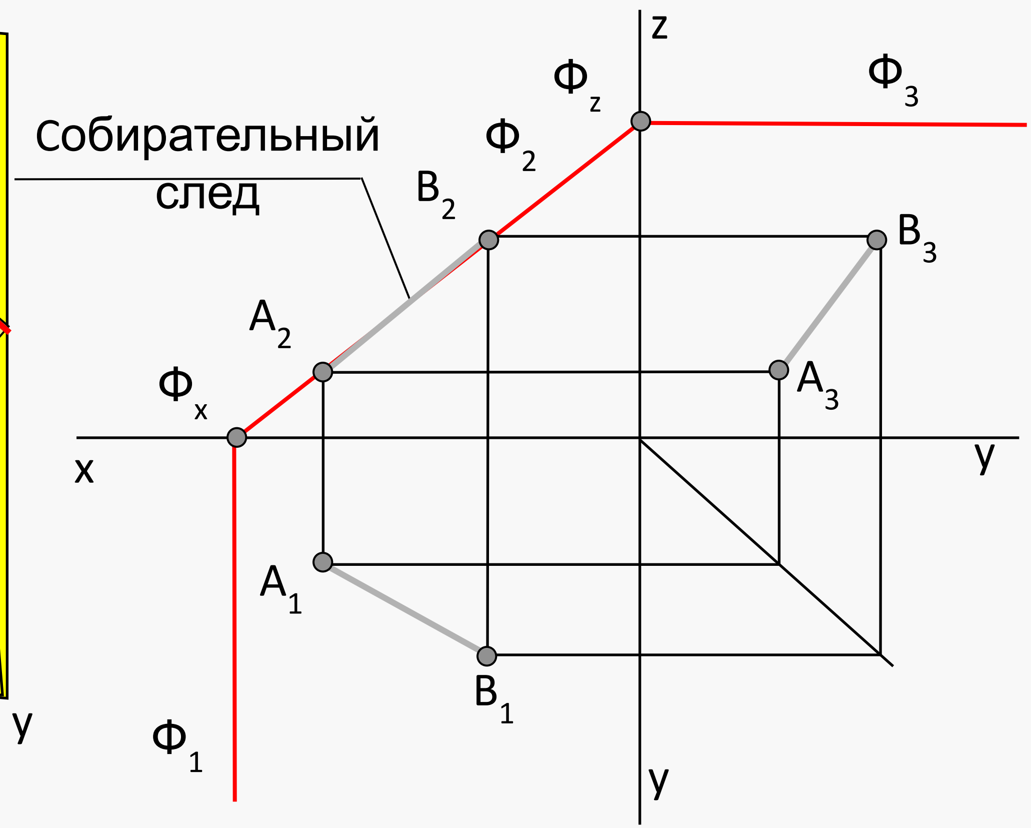
$Ф \perp П_2$

$[AB] \subset Ф \perp П_2 \Rightarrow [A_2B_2] \subset Ф_2$

ФРОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ ПЛОСКОСТЬ

Фронтально-проецирующей называется плоскость перпендикулярная фронтальной плоскости проекций

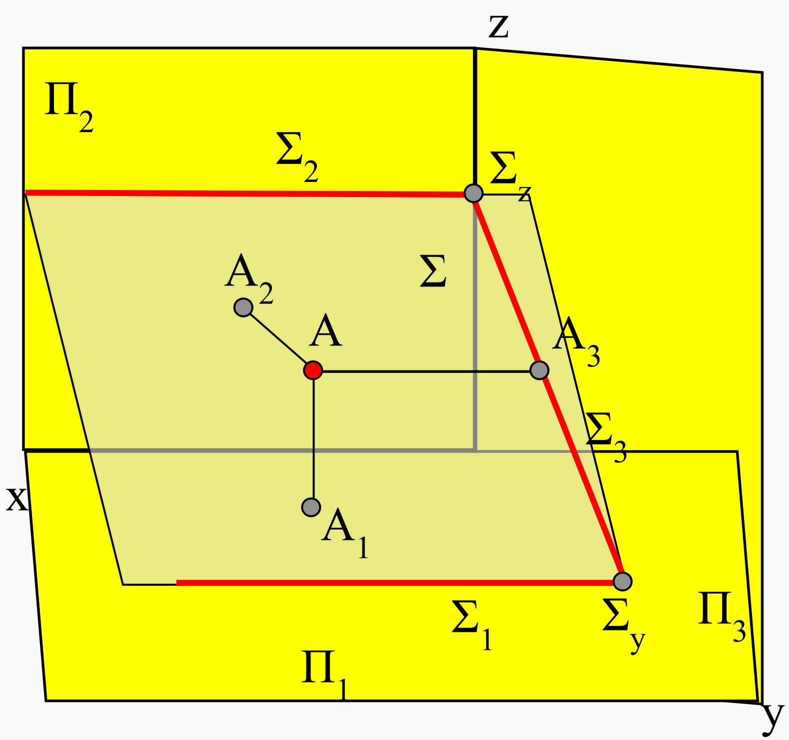


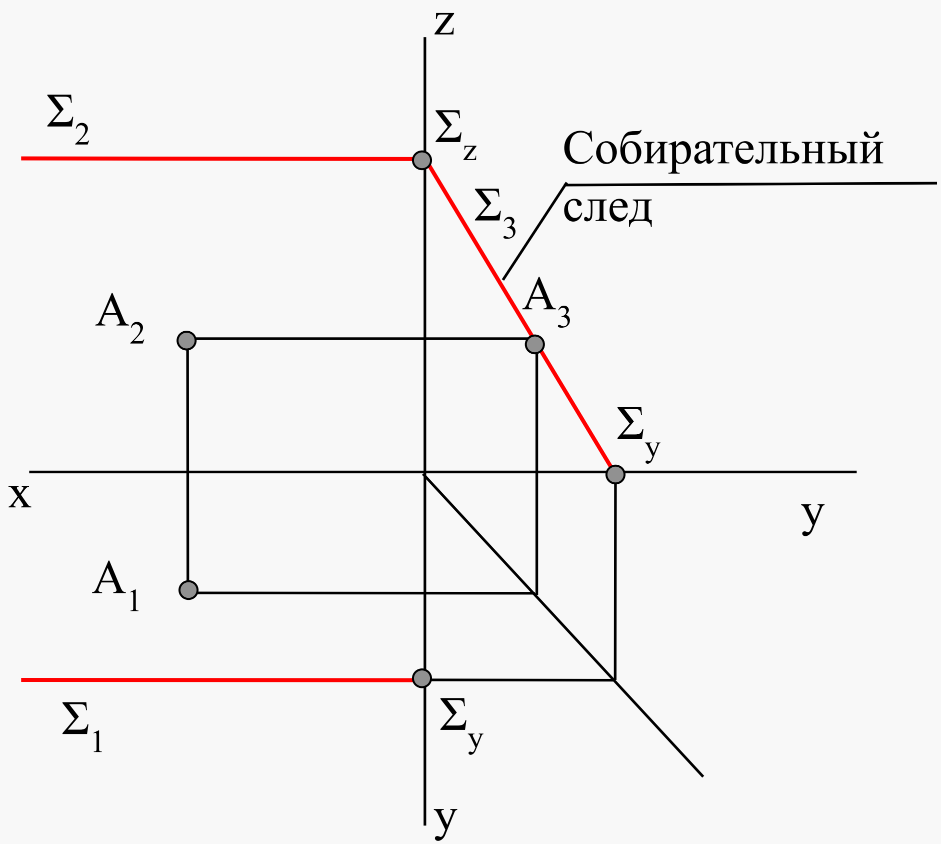


$Ф \perp П_2$

$[AB] \subset Ф \perp П_2 \Rightarrow [A_2B_2] \subset Ф_2$

***3 Профильно-проецирующей называется плоскость, перпендикулярная профильной плоскости проекций*.**





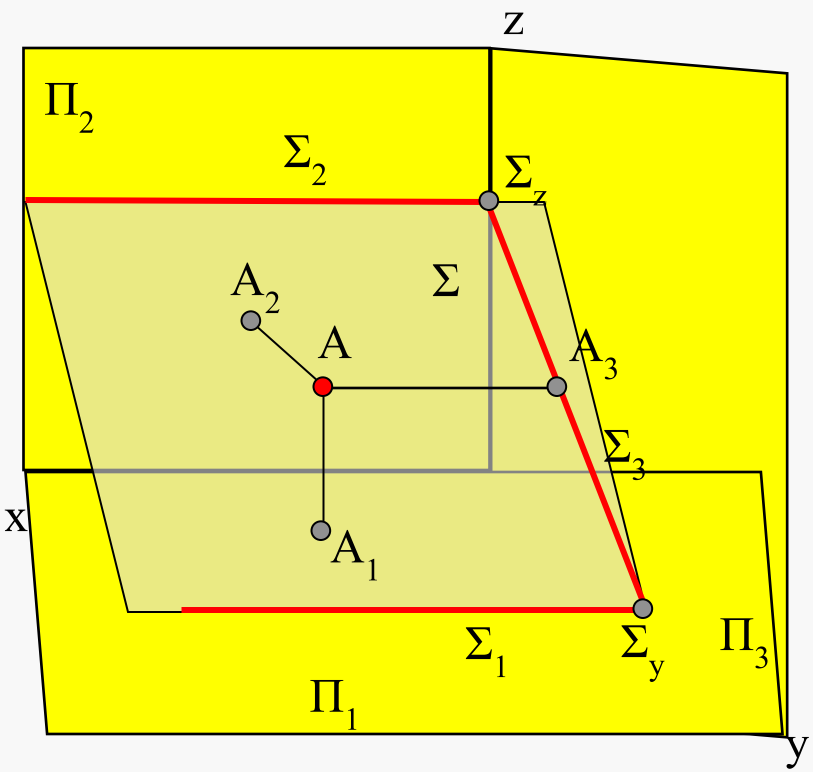
$\Sigma \perp \Pi_3$

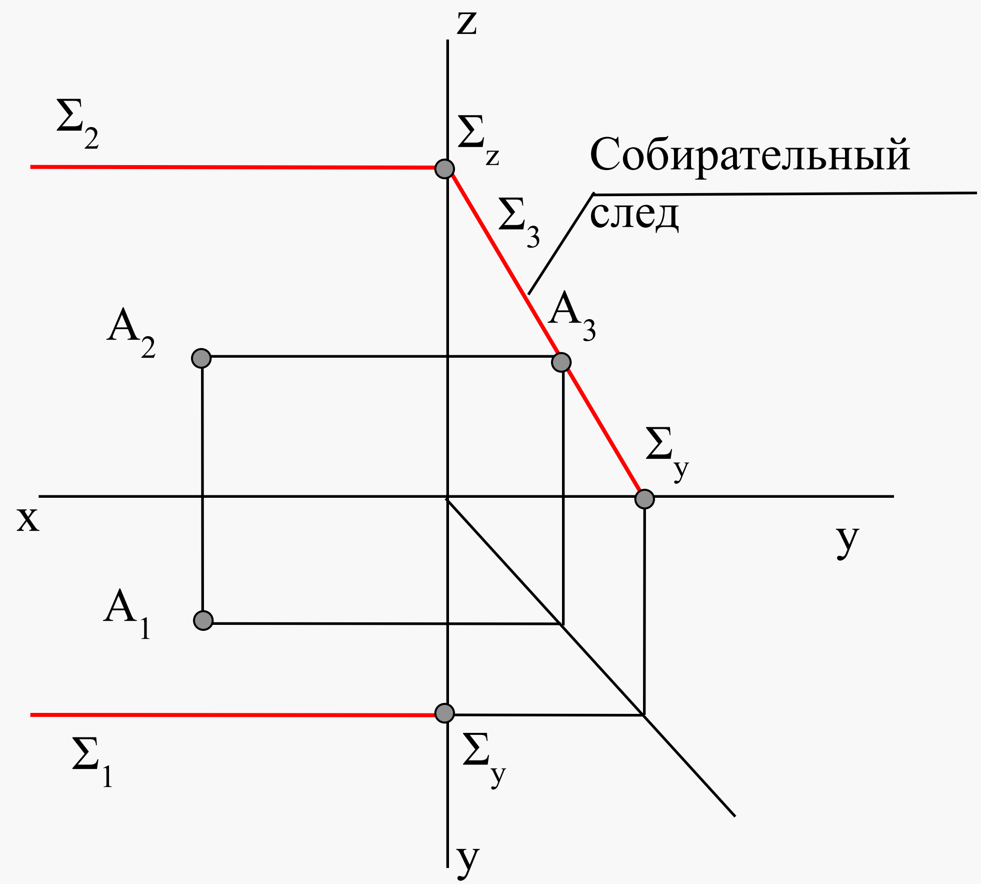
$A \subset \Sigma \perp \Pi_3 \Rightarrow A_3 \subset \Sigma_3$

Важным свойством проецирующей плоскости является то, что она имеет собирательный след.

ПРОФИЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ ПЛОСКОСТЬ

Профильно-проецирующей называется плоскость перпендикулярная профильной плоскости проекций





$\Sigma \perp \Pi$

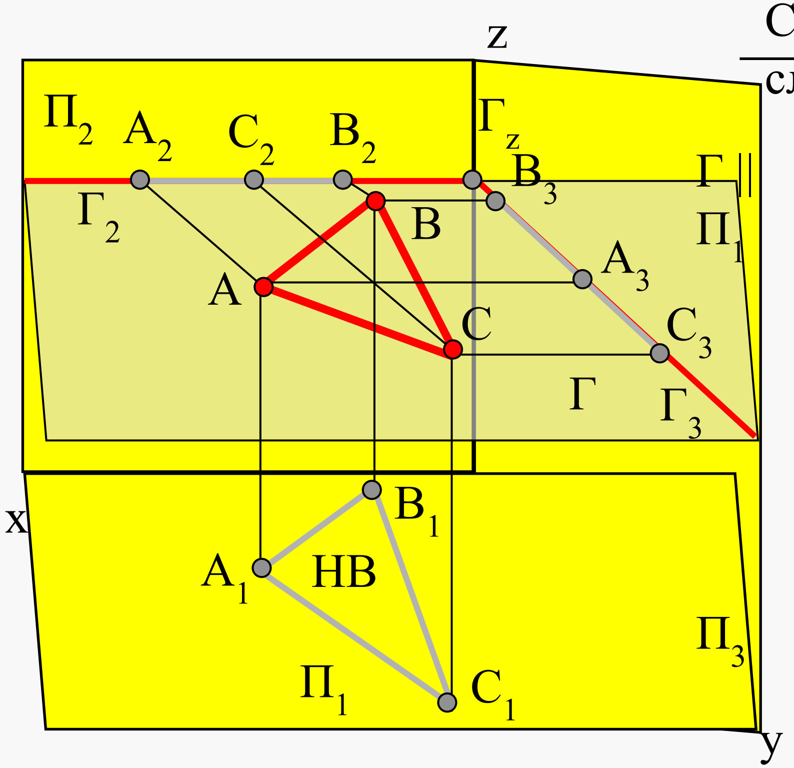
3

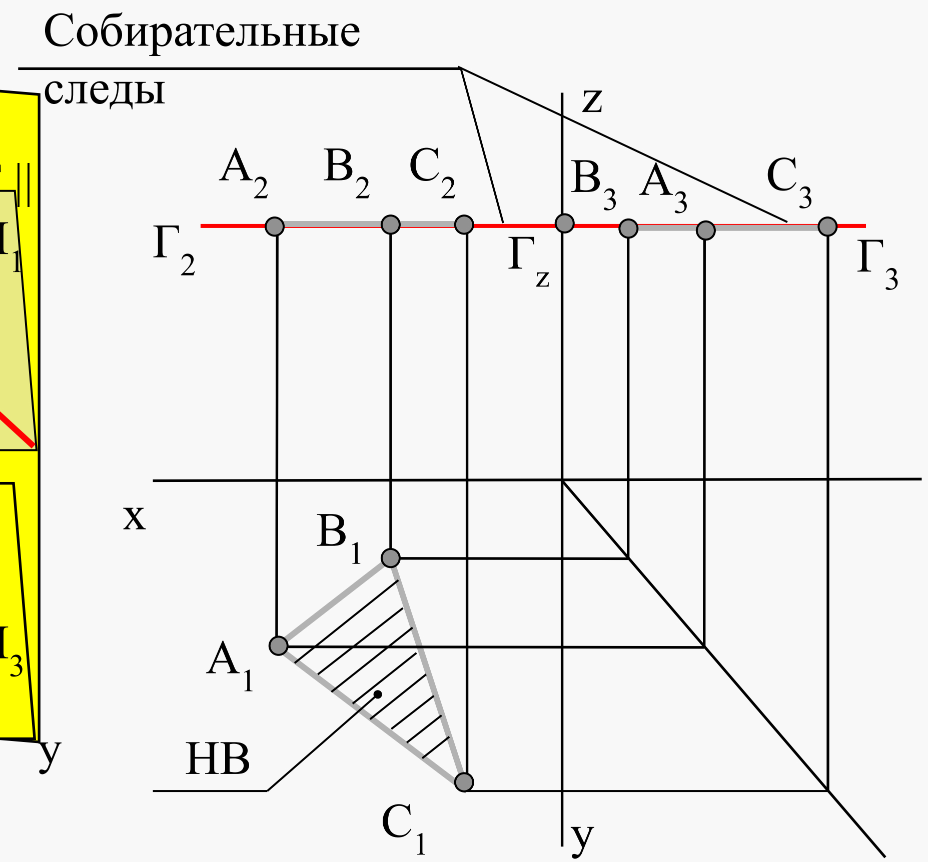
$A \subset \Sigma \perp \Pi_3 \Rightarrow A_3 \subset \Sigma_3$

4.3.2 Плоскости уровня, или дважды проецирующие плоскости

Существует три типа плоскостей уровня: *горизонтальная, фронтальная, профильная.*

1 Горизонтальной называется плоскость, параллельная горизонтальной плоскости проекций, она же перпендикулярная фронтальной и профильной плоскостям проекций.



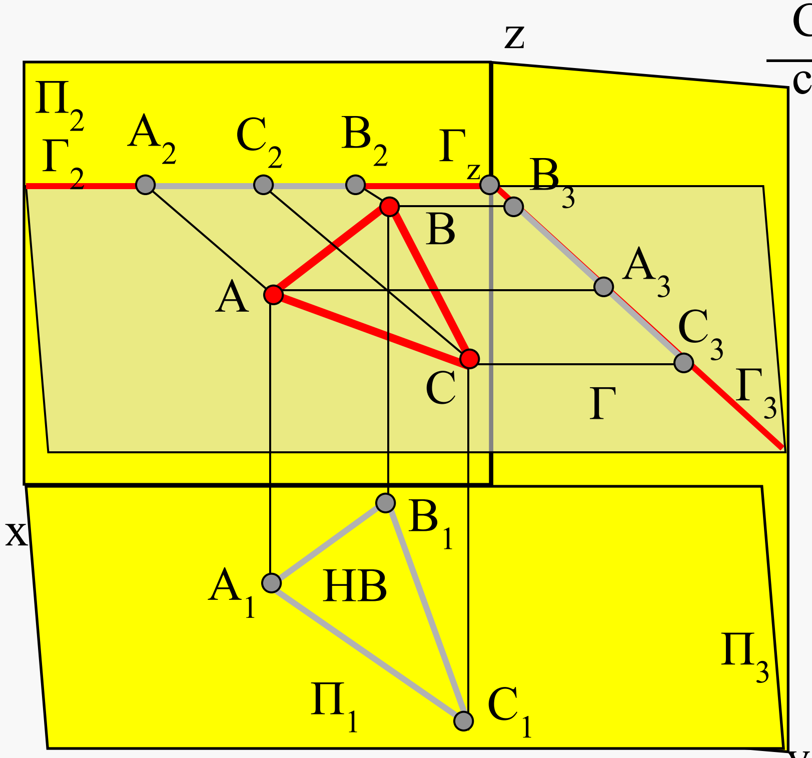


$\Delta ABC \subset Г \Rightarrow \Delta A_1B_1C_1 \equiv |\Delta ABC|$

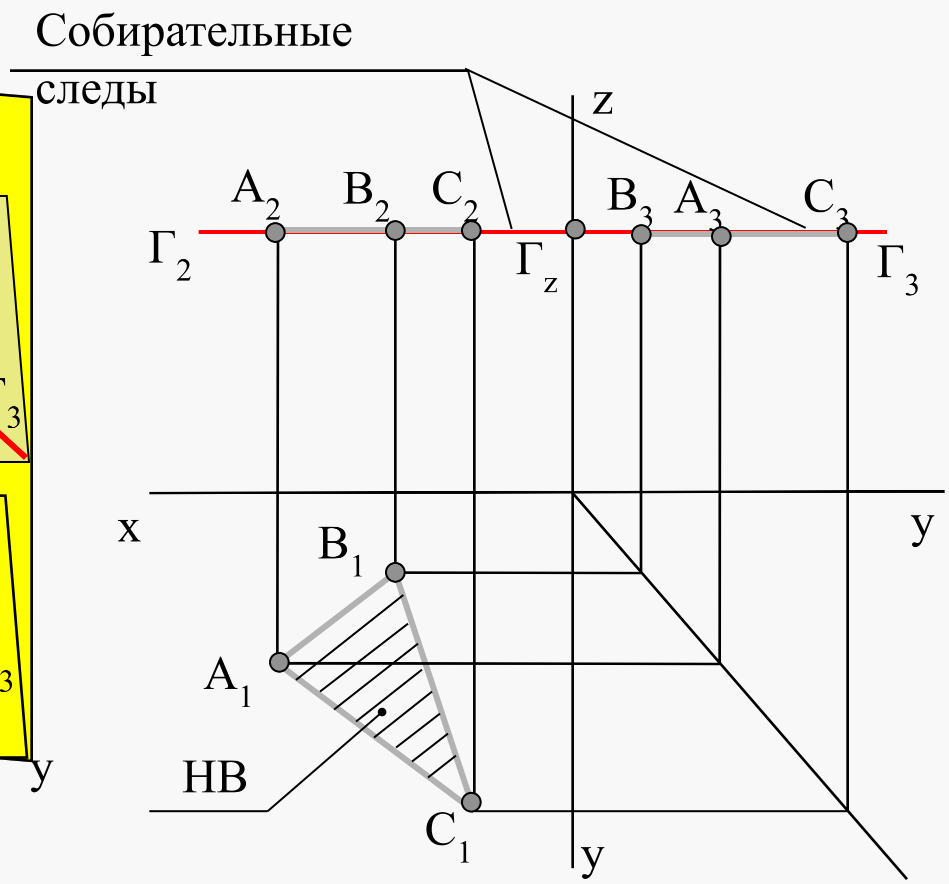
Горизонтальная плоскость имеет два собирательных следа: фронтальный и профильный. На горизонтальную плоскость проекций фигура, лежащая в горизонтальной плоскости, проецируется в натуральную величину.

ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ

Горизонтальной называется плоскость параллельная горизонтальной плоскости проекций

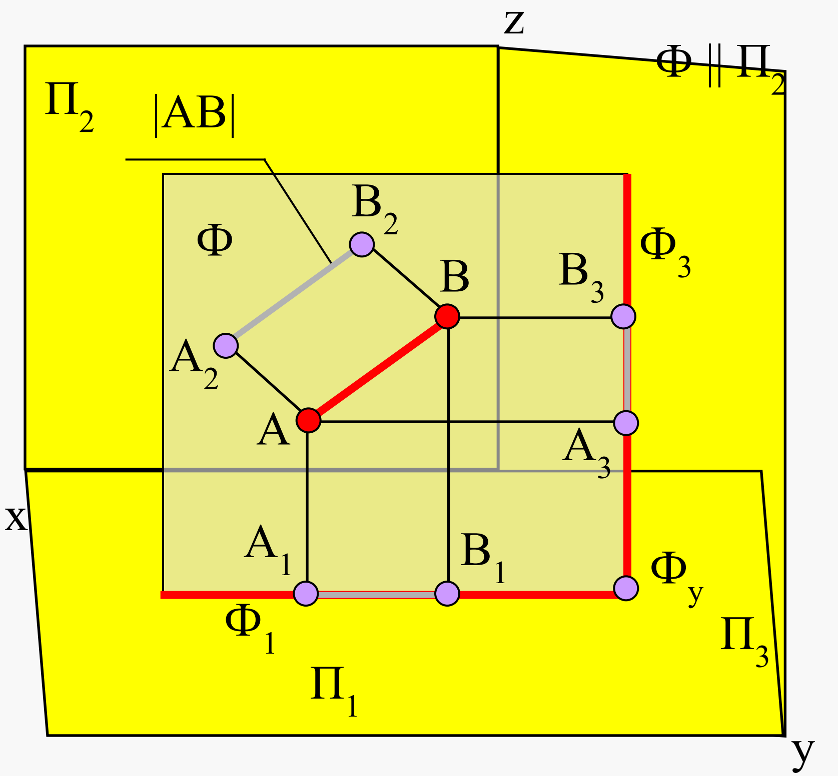


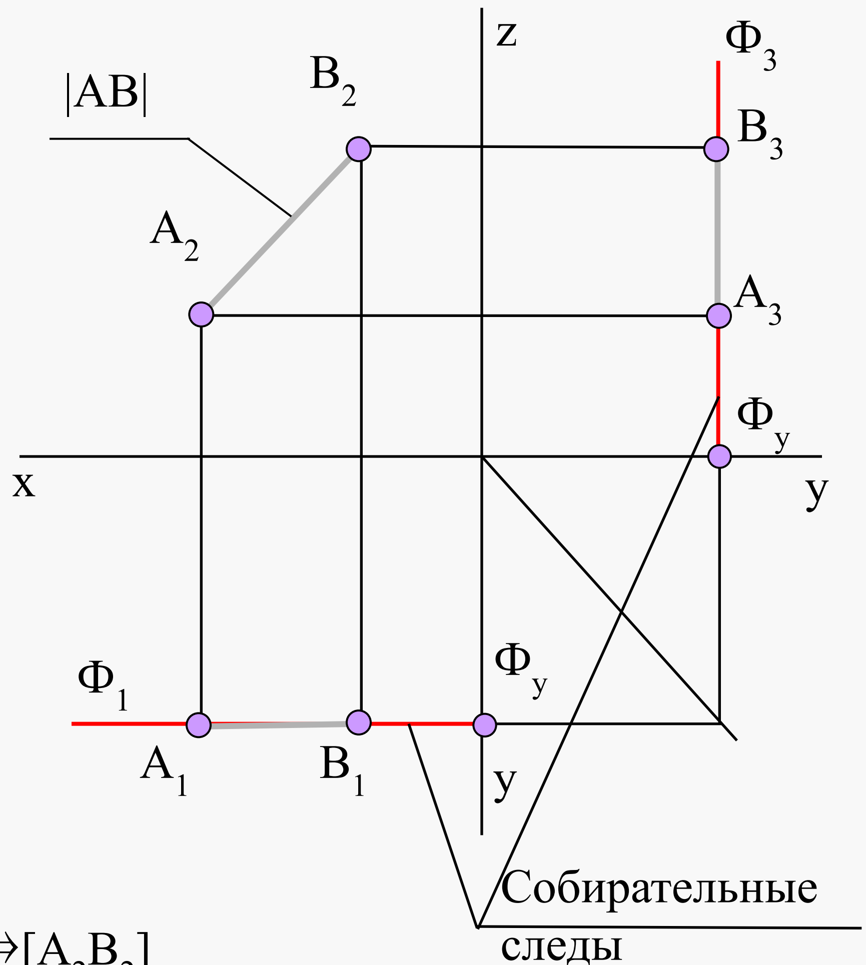
$Г \parallel П_1$



$\Delta ABC \subset Г \Rightarrow \Delta A_1B_1C_1 \equiv |\Delta ABC|$

2 Фронтальной называется плоскость, параллельная фронтальной плоскости проекций, она же перпендикулярная горизонтальной и профильной плоскостям проекций.



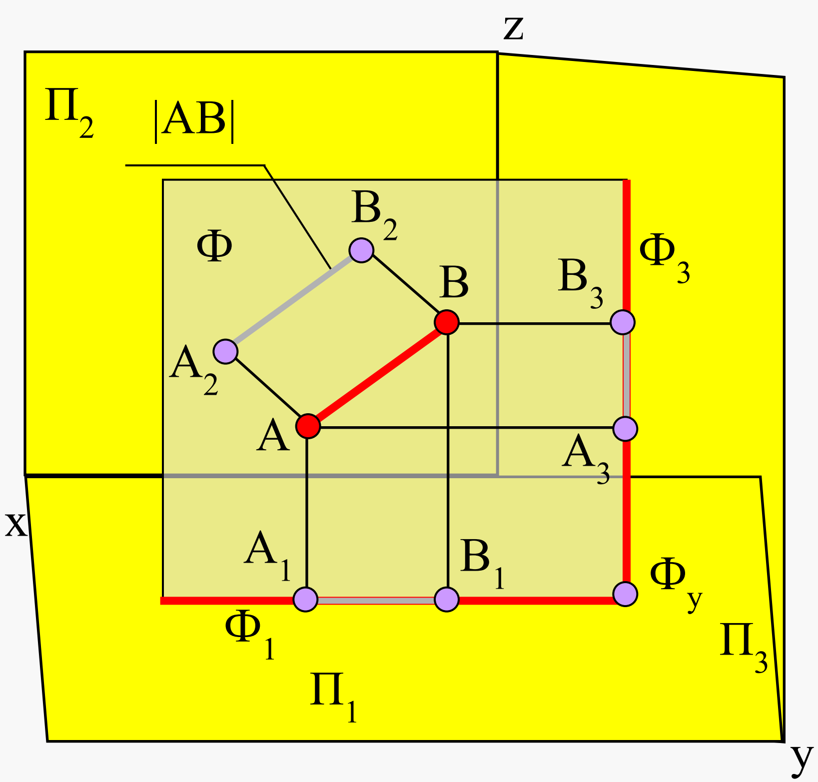


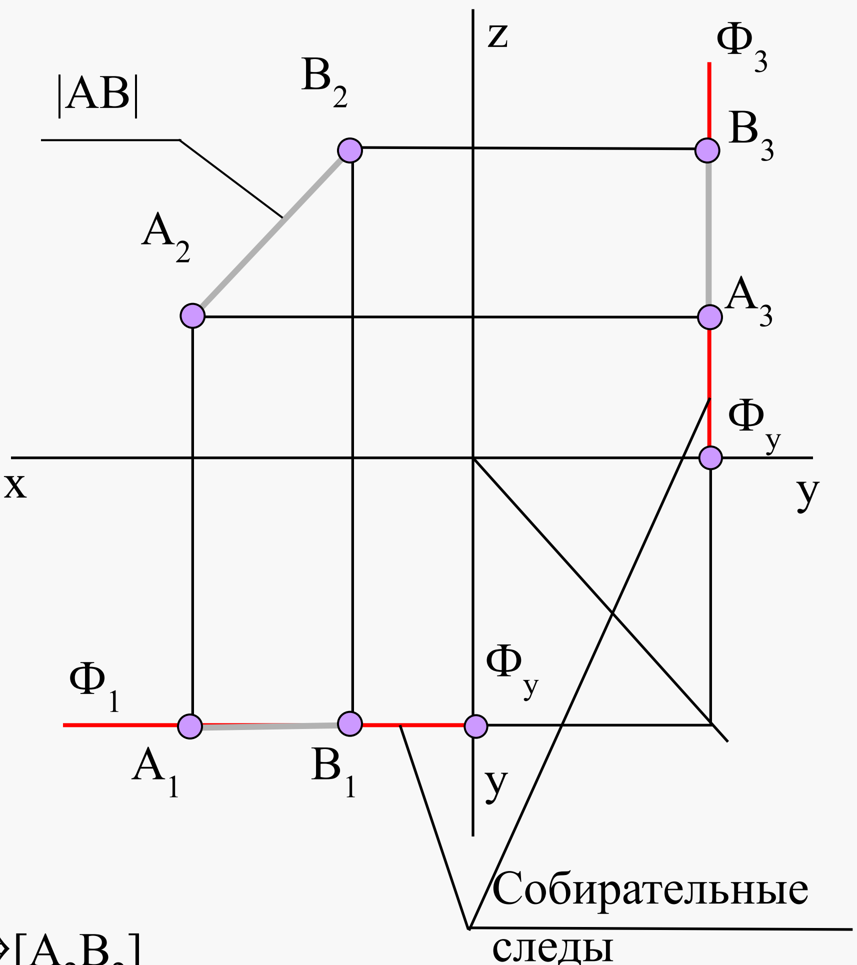
$[AB] \subset Ф \Rightarrow [A_2B_2] \equiv |AB|$

Фронтальная плоскость имеет два собирательных следа: горизонтальный и профильный. На фронтальную плоскость проекций фигура, лежащая в фронтальной плоскости, проецируется в натуральную величину.

ФРОНТАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ

Фронтальной называется плоскость параллельная фронтальной плоскости проекций

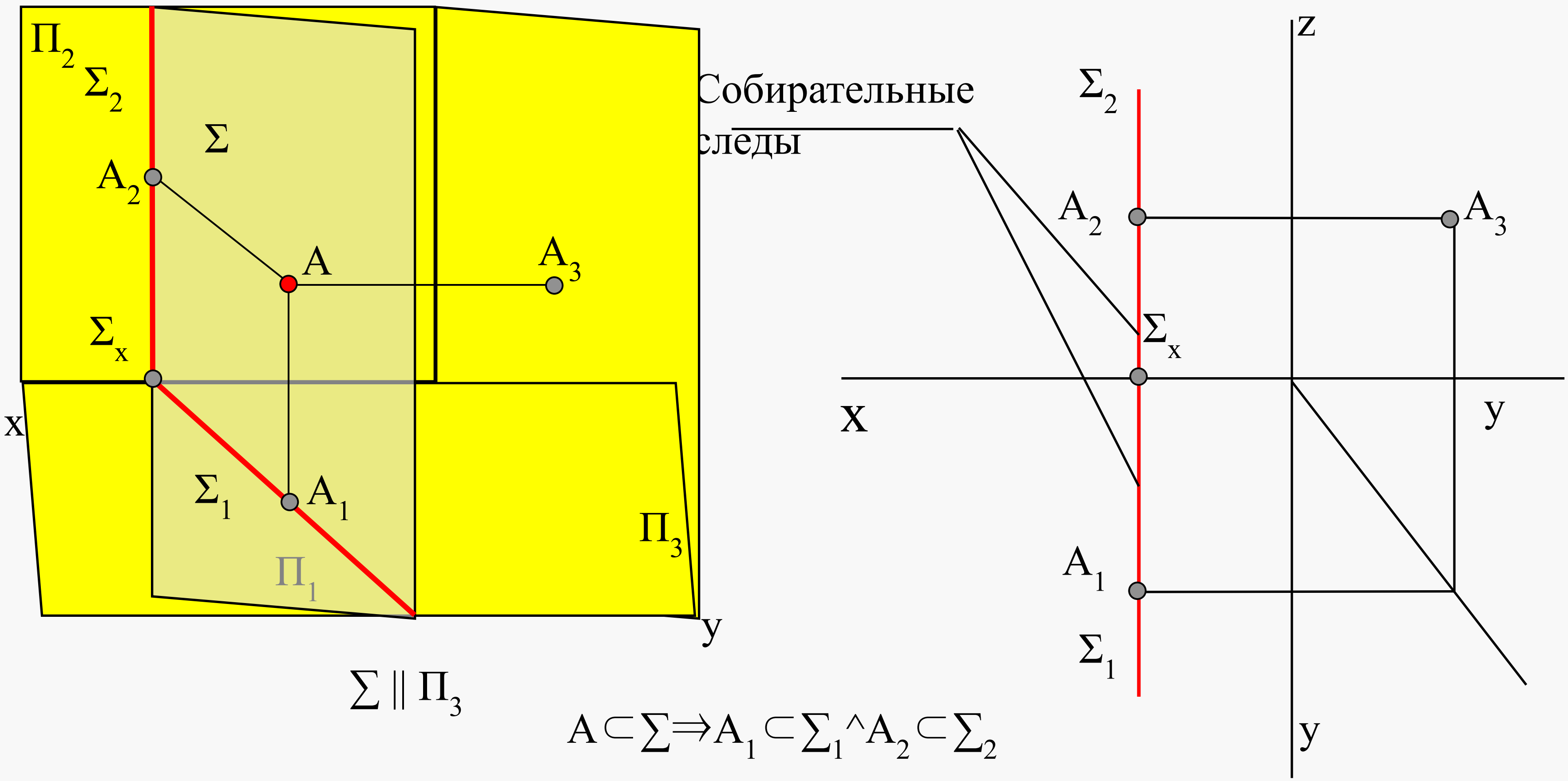




$Ф \parallel \Pi_2$

$[AB] \subset Ф \Rightarrow [A_2B_2] \equiv |AB|$

3 Профильной плоскостью называется плоскость, параллельная профильной плоскости проекций, она же перпендикулярна горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций.



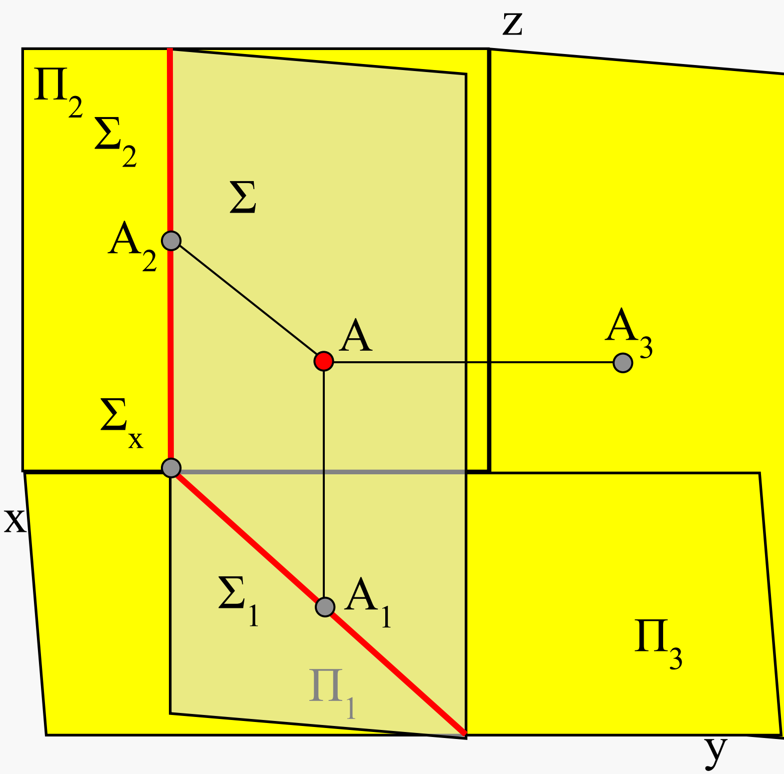
$\Sigma \parallel \Pi_3$

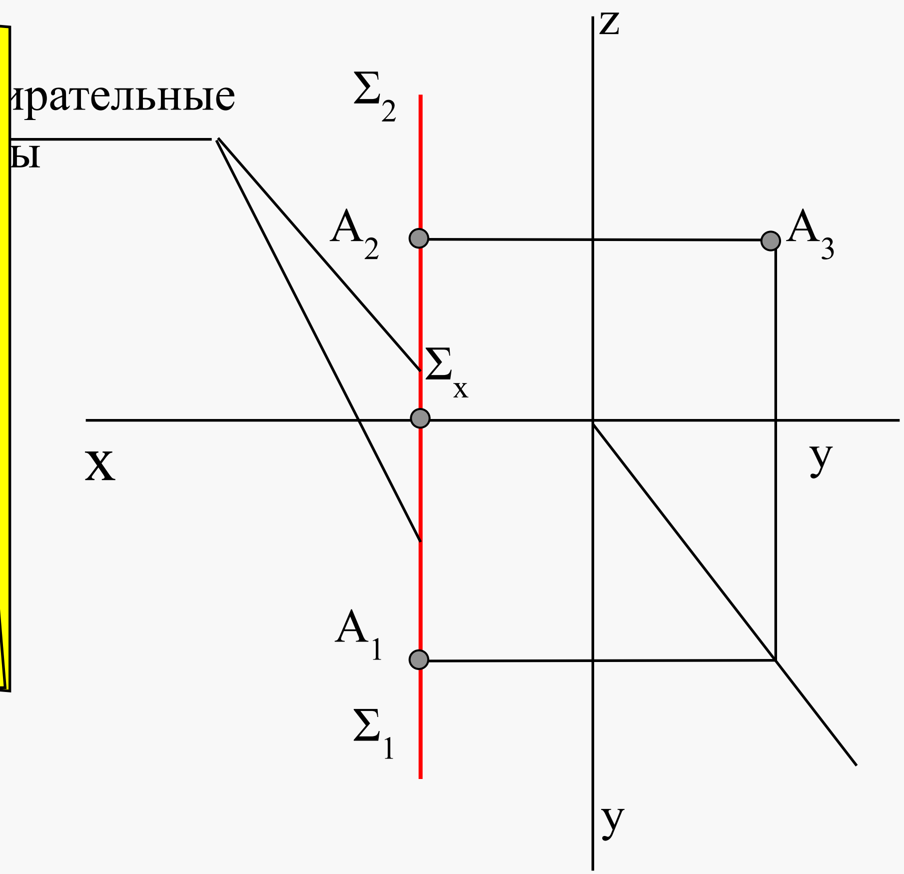
$A \subset \Sigma \Rightarrow A_1 \subset \Sigma_1 \wedge A_2 \subset \Sigma_2$

Профильная плоскость имеет два собирательных следа: горизонтальный и фронтальный. На профильную плоскость проекций фигура, лежащая в профильной плоскости, проецируется в натуральную величину.

ПРОФИЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ

Профильной называется плоскость параллельная профильной плоскости проекций





$\sum \parallel \Pi_3$

$A \subset \sum \Rightarrow A_1 \subset \sum_1 \wedge A_2 \subset \sum_2$

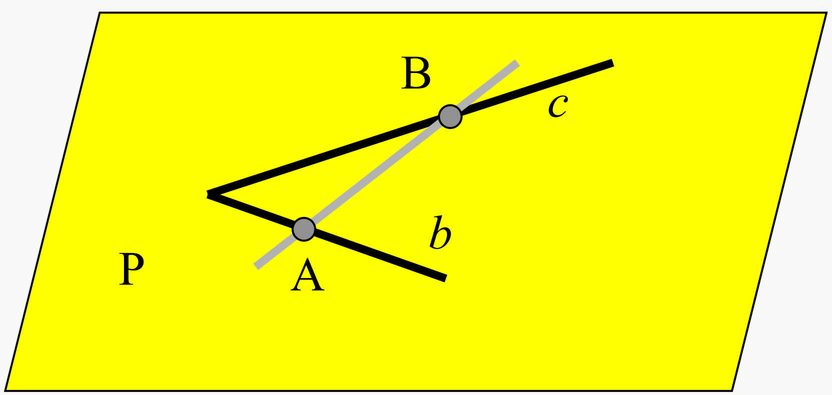
4.4 ПРЯМАЯ И ТОЧКА В ПЛОСКОСТИ

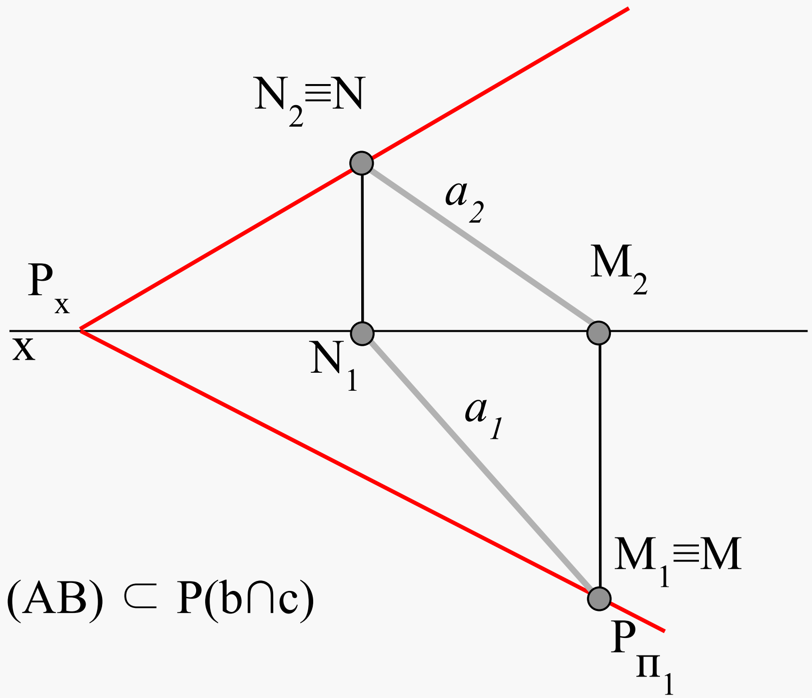
Для того чтобы построить точку, лежащую в заданной плоскости, необходимо построить прямую, принадлежащую этой же плоскости, и на ней построить точку.

Существует два признака принадлежности прямой плоскости:

1. *Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, лежащие в данной плоскости*.

Точками, лежащими на прямой и одновременно принадлежащими плоскости, могут быть следы прямой. Таким образом, можно утверждать, что ***прямая принадлежит плоскости, если ее следы лежат на одноименных следах плоскости.***



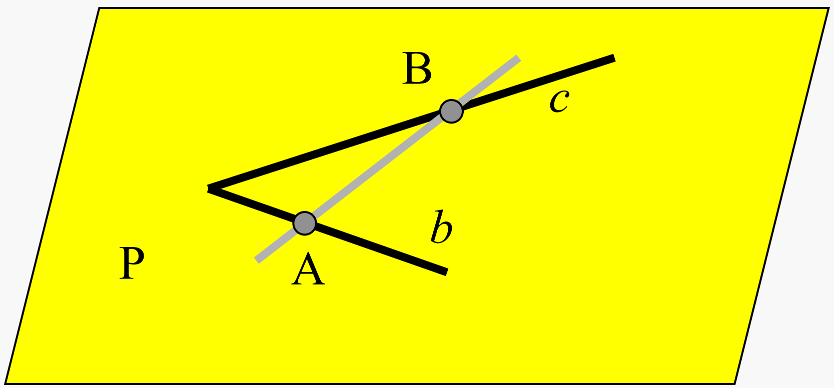


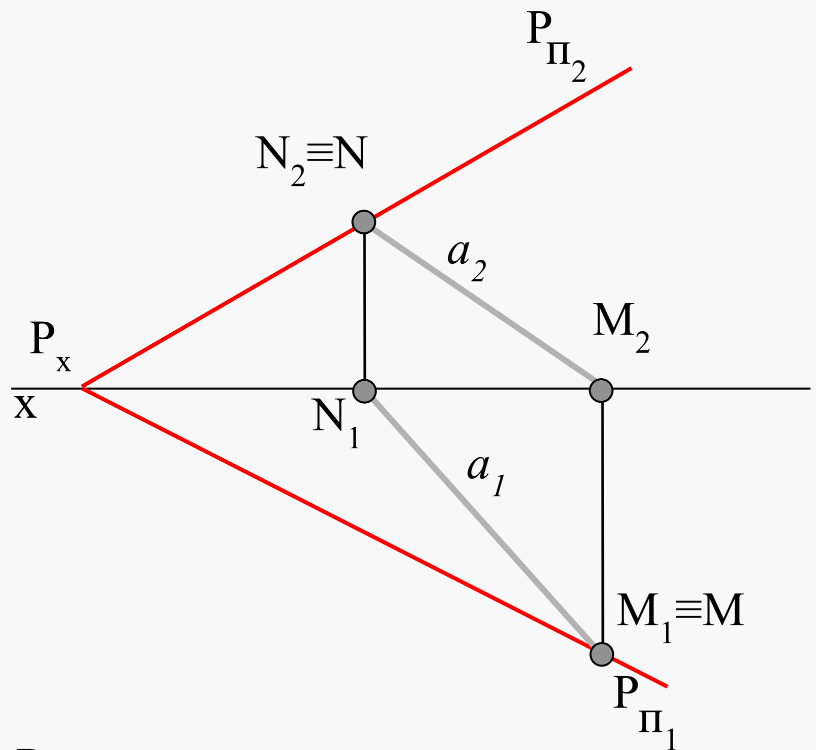
$$A \in b \wedge B \in c \Rightarrow (AB) \subset P(b \cap c)$$

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ПРЯМОЙ ПЛОСКОСТИ

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки лежащие в этой плоскости.

Если плоскость задана следами, то такими точками могут быть следы этой прямой.



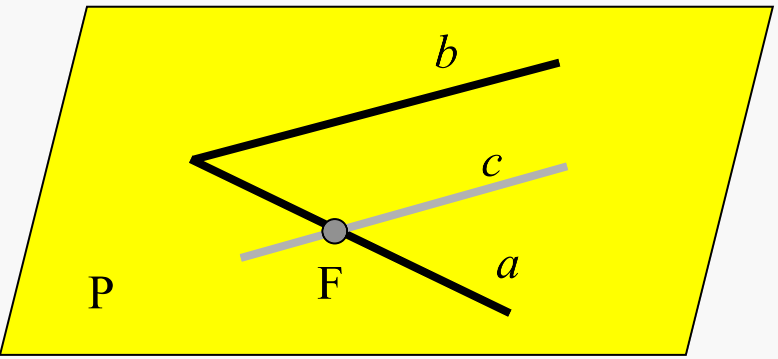


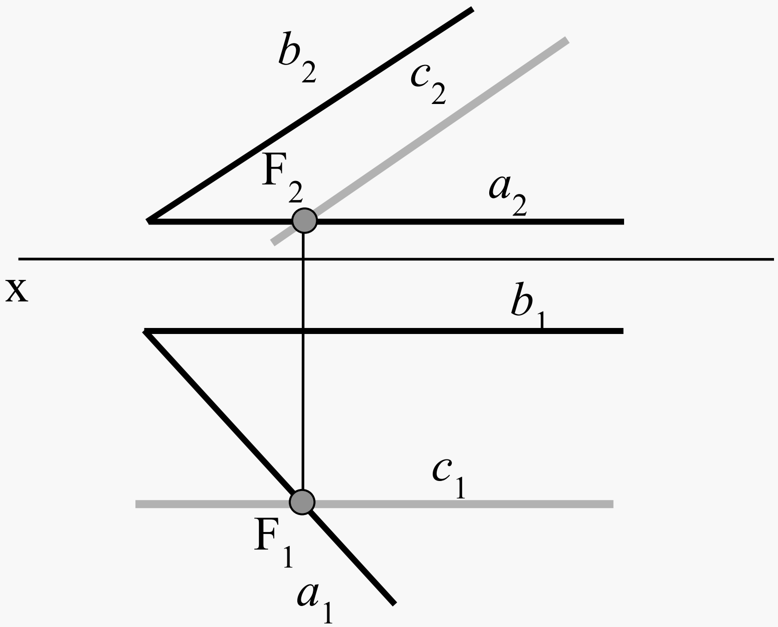
$A \in b \wedge B \in c \Rightarrow (AB) \subset P(b \cap c)$

$M \in P_{П_1} \wedge N \in P_{П_2} \Rightarrow (MN) \subset P$

2. Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через точку, принадлежащую данной плоскости, и параллельна прямой, лежащей в этой плоскости.

При задании плоскости следами из определения следует, что ***прямая принадлежит плоскости, если она параллельна одному из следов этой плоскости и имеет с другим следом общую точку.***



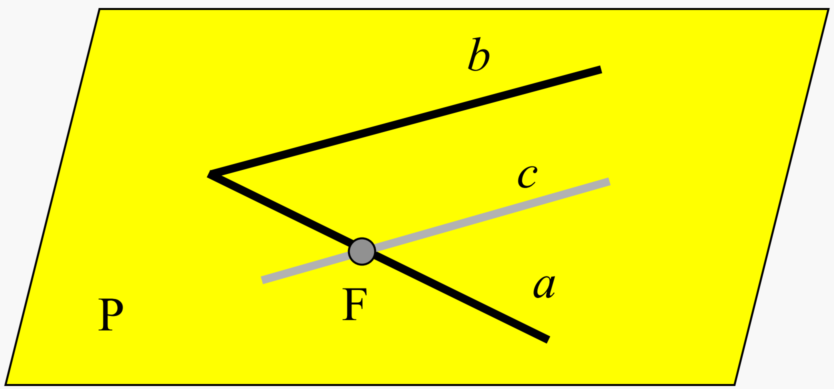


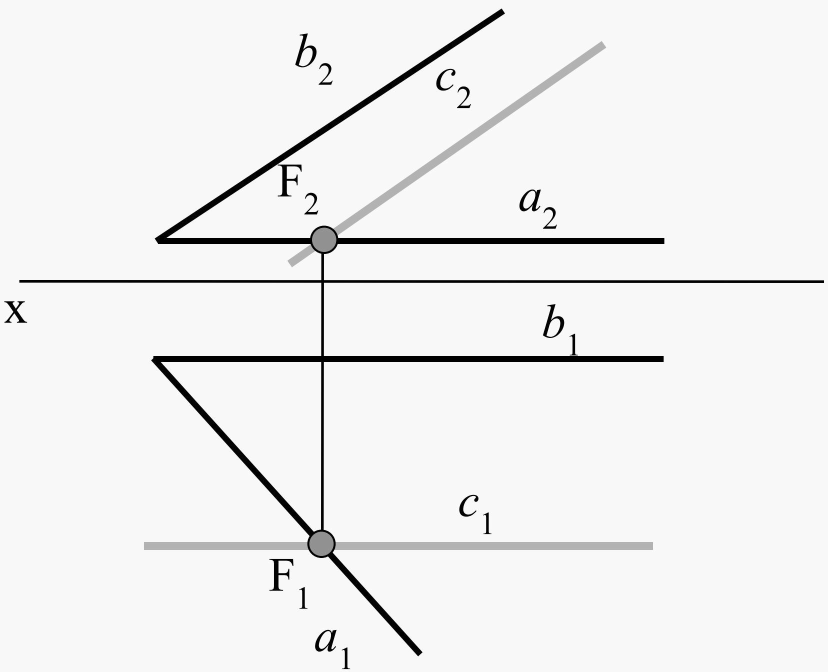
$\mathrm{F} \in a; \quad c \parallel b$

$$\mathrm{F} \in a \wedge c \parallel b \Rightarrow c \in \mathrm{P}(a \cap b)$$

ВТОРОЙ ПРИЗНАК ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ПРЯМОЙ ПЛОСКОСТИ

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через точку, принадлежащую данной плоскости, и параллельна прямой, лежащей в этой плоскости.





$F \in a;\ \ c \parallel b$

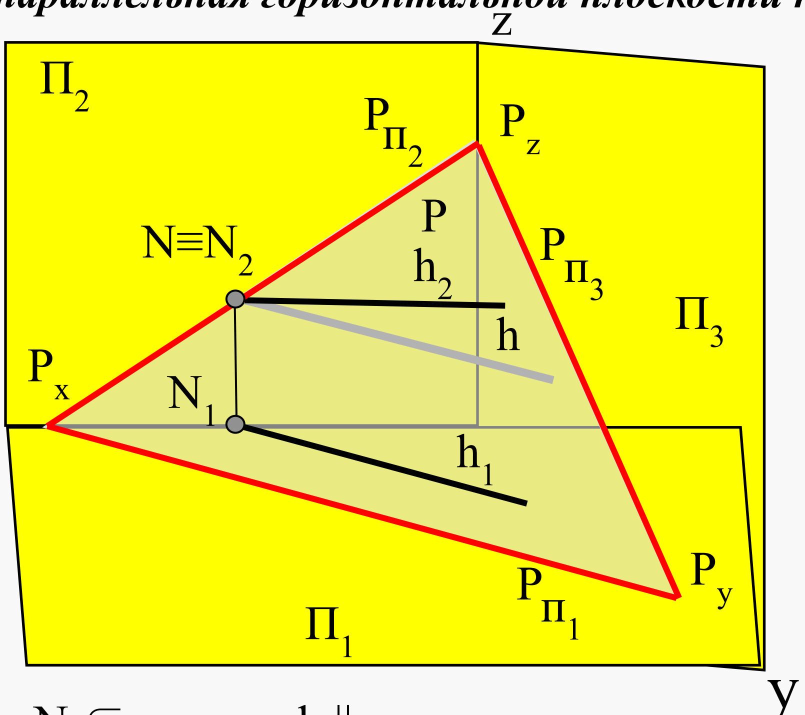
$$F \in a \wedge c \parallel b \Rightarrow c \in P(a \cap b)$$

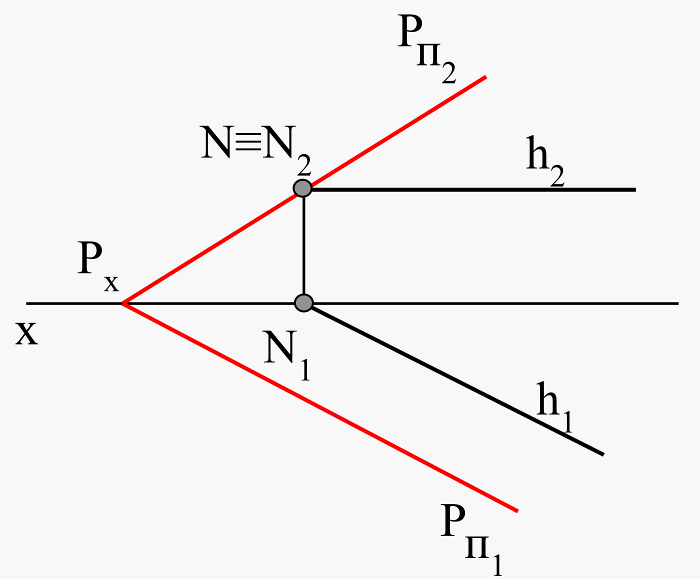
4.5 ГЛАВНЫЕ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

Важное значение при решении задач начертательной геометрии имеют главные линии плоскости (линии особого положения), к которым относятся ***горизонталь плоскости*** (h), ***фронталь плоскости***(f), ***линия наибольшего ската плоскости***(c).

4.5.1 Горизонталь плоскости

Горизонталью плоскости называется прямая, лежащая в плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций.





$N \in P_{\pi_2}$ $\quad h \parallel P_{\pi_1}$

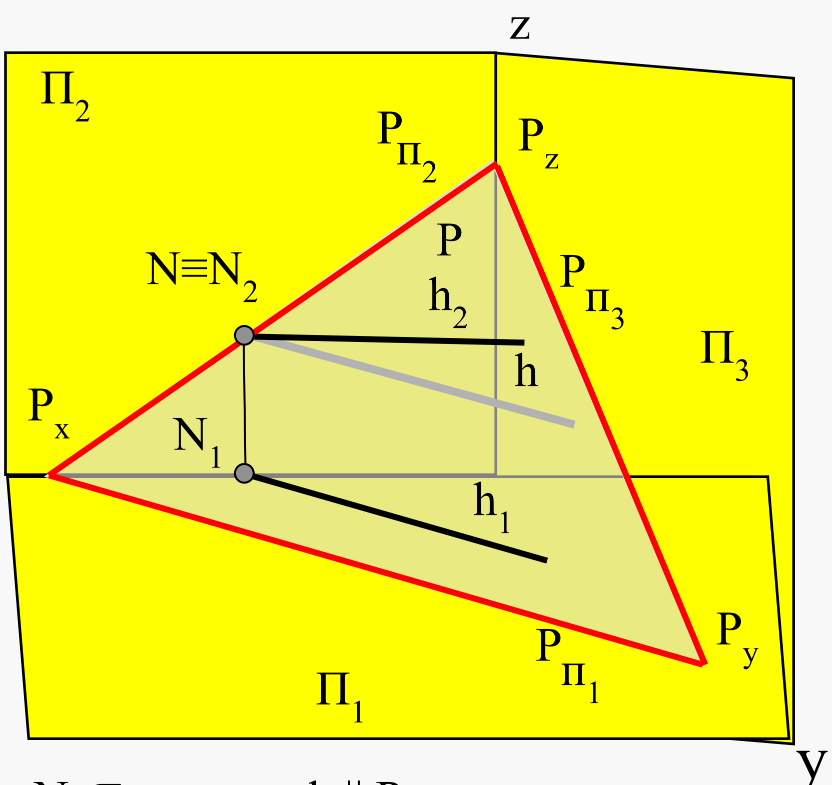
$N \in P_{\pi_2} \wedge h \parallel P_{\pi_1} \Rightarrow h \subset P$

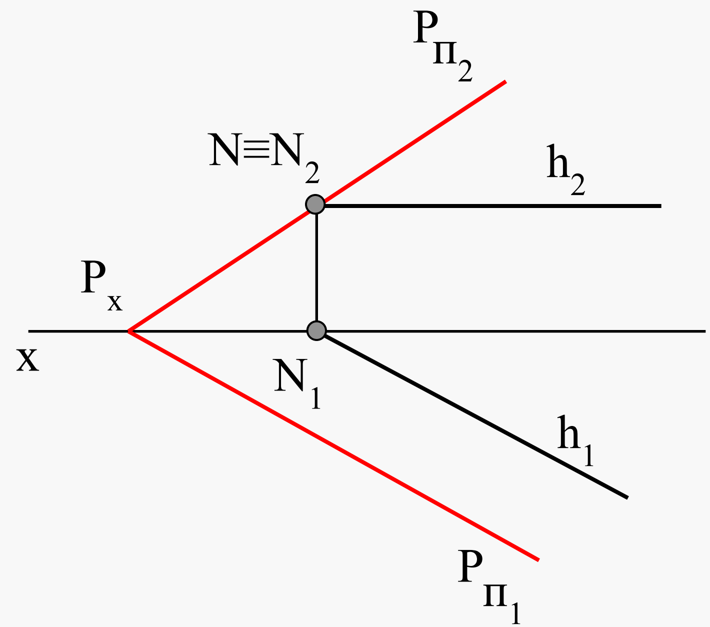
N−фронтальный след прямой h

N_2−фронтальная проекция фронтального следа прямой h

N_1−горизонтальная проекция фронтального следа прямой h

Прямая принадлежит плоскости, если она параллельна одному из следов этой плоскости и имеет с другим следом общую точку.





$N \in P_{п_2}$ $h \parallel P_{п_1}$

$N \in P_{п_2} \wedge h \parallel P_{п_1} \Rightarrow h \subset P$

N−фронтальный след прямой h

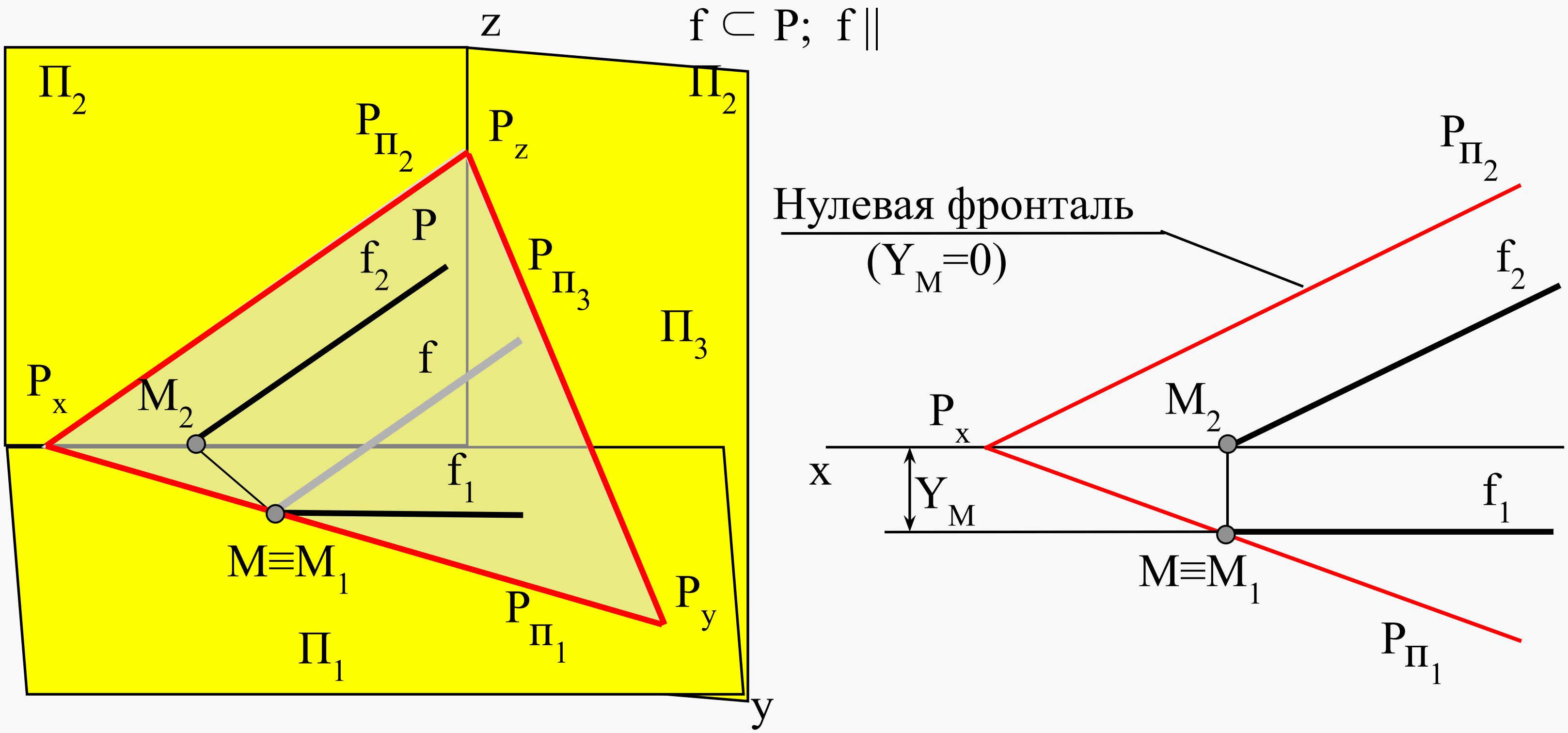
N_2−фронтальная проекция фронтального следа прямой h

N_1−горизонтальная проекция фронтального следа прямой h

4.5.2 Фронталь плоскости

Фронталью плоскости называется прямая, лежащая в данной плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций.

$f \subset P; \ f \parallel$



$f_1 \parallel x$

$f_2 \parallel P_{П_2}$

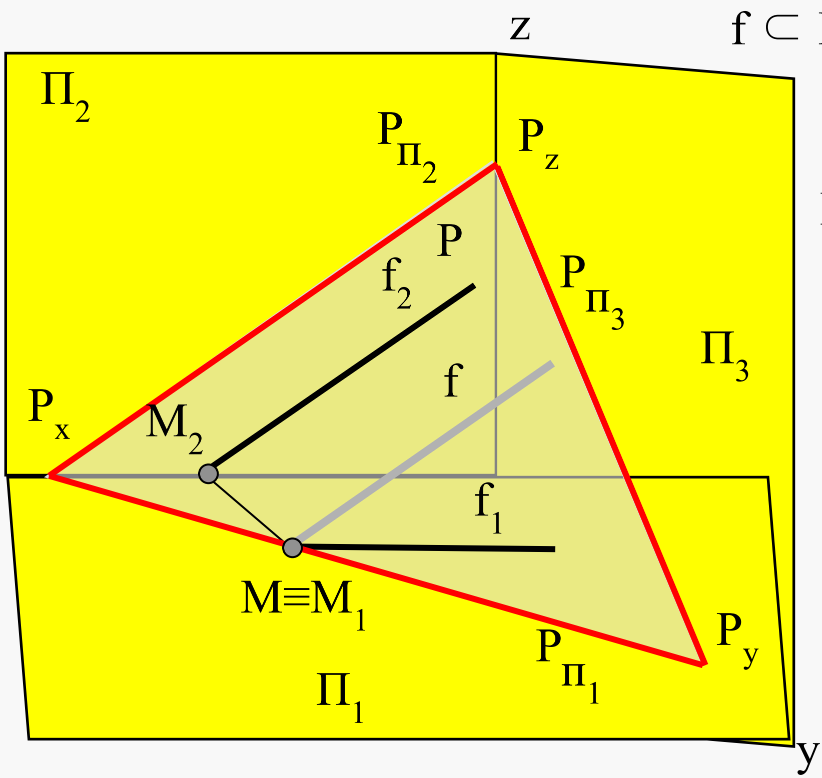
f_1–горизонтальная проекция фронтали

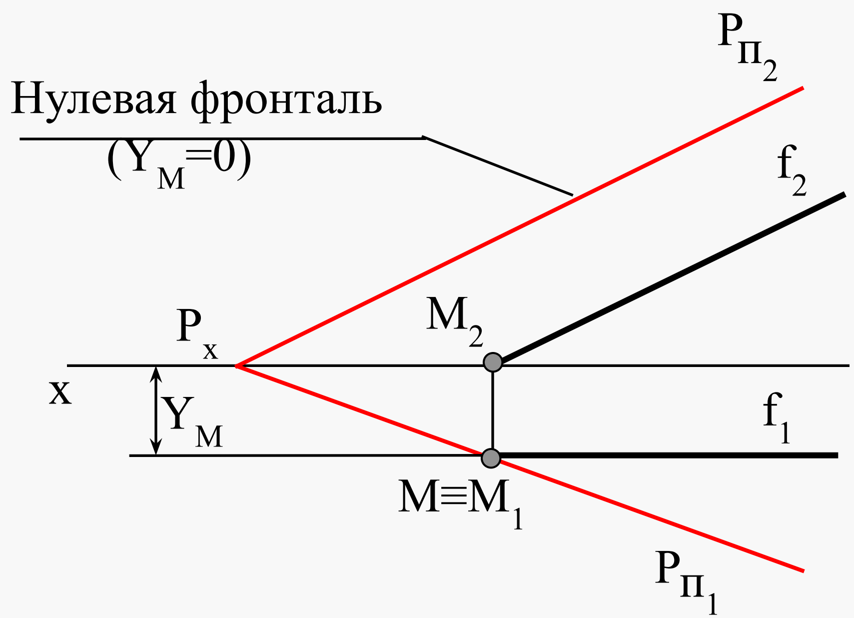
f_2–фронтальная проекция фронтали

ФРОНТАЛЬ ПЛОСКОСТИ

Фронталью плоскости называется прямая, лежащая в данной плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций.

$f \subset P; \; f \parallel \Pi_2$

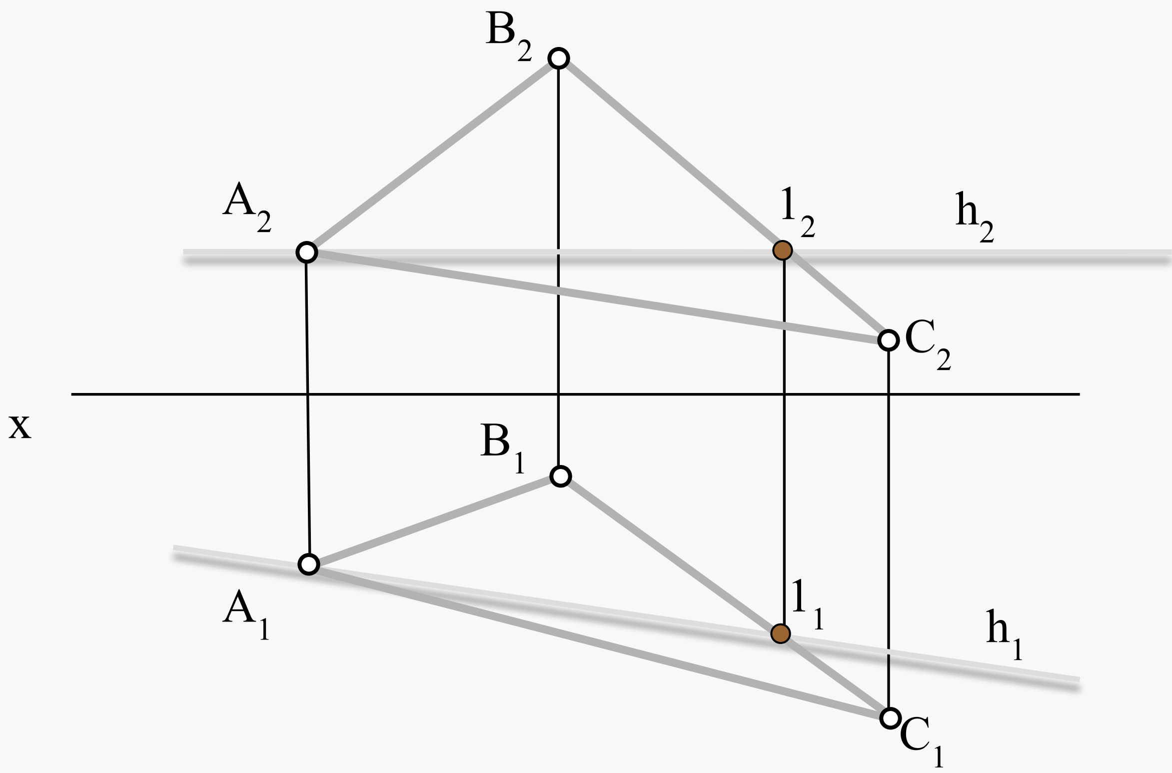




$f_1 \parallel x$
$f_2 \parallel P_{\Pi_2}$

f_1 − горизонтальная проекция фронтали
f_2 − фронтальная проекция фронтали

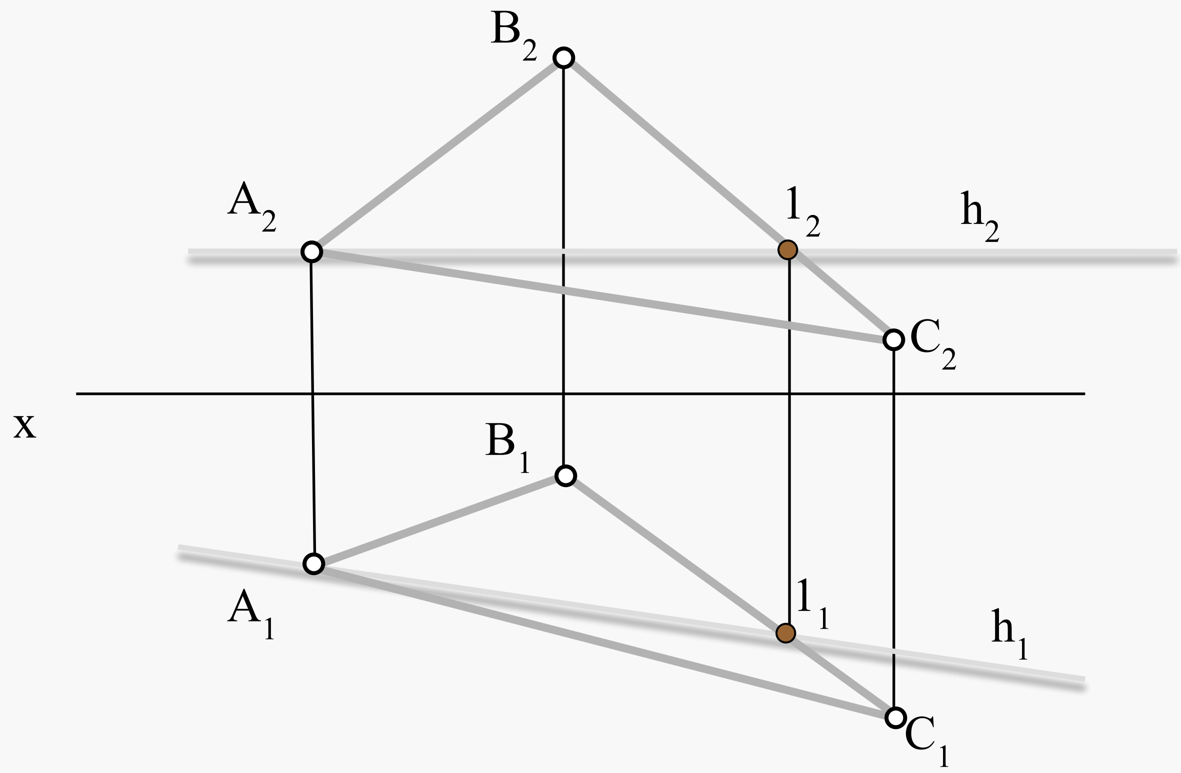
Задача. Построить горизонталь плоскости треугольника ABC.



Задача 2

Построить горизонталь плоскости треугольника ABC.

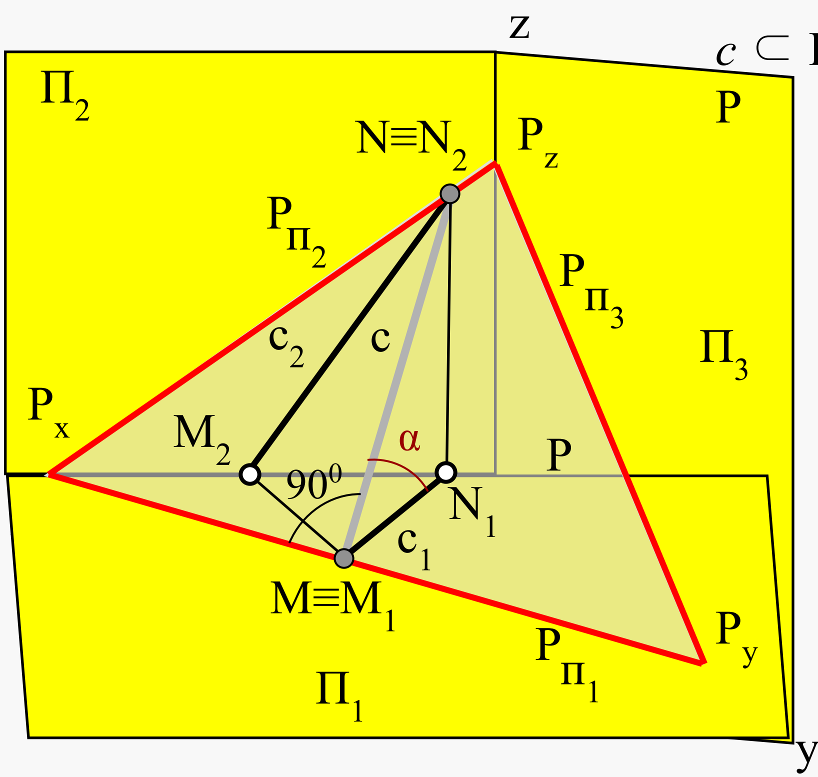
$h_2 \parallel x$

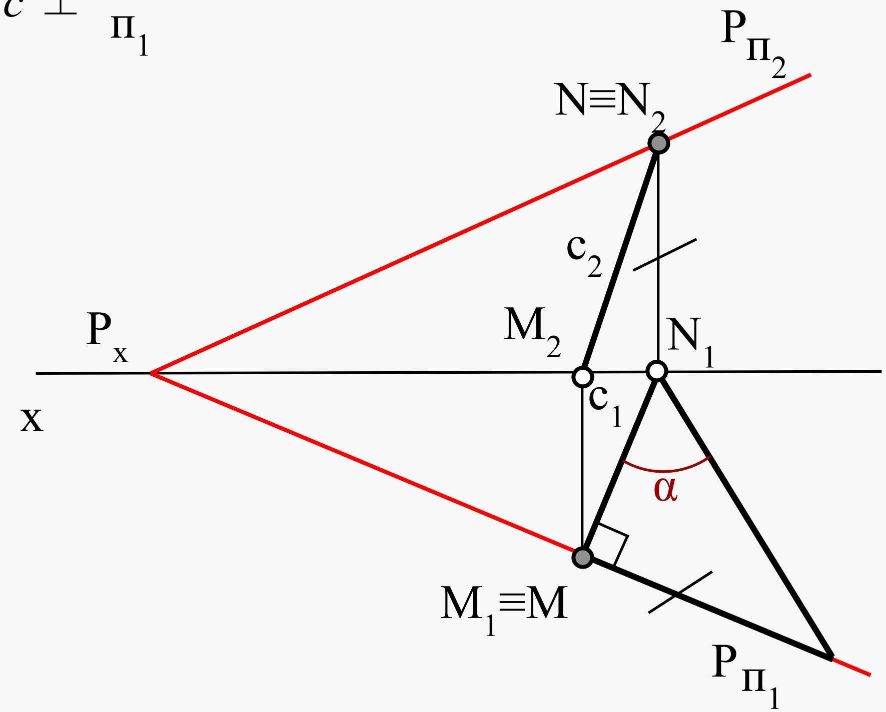


4.5.3 Линия наибольшего ската плоскости

Линией наибольшего ската плоскости называется прямая, лежащая в данной плоскости и перпендикулярная всем горизонталям плоскости, в том числе и горизонтальному следу плоскости (нулевая горизонталь).

$c \subset P;\ c \perp п_1$

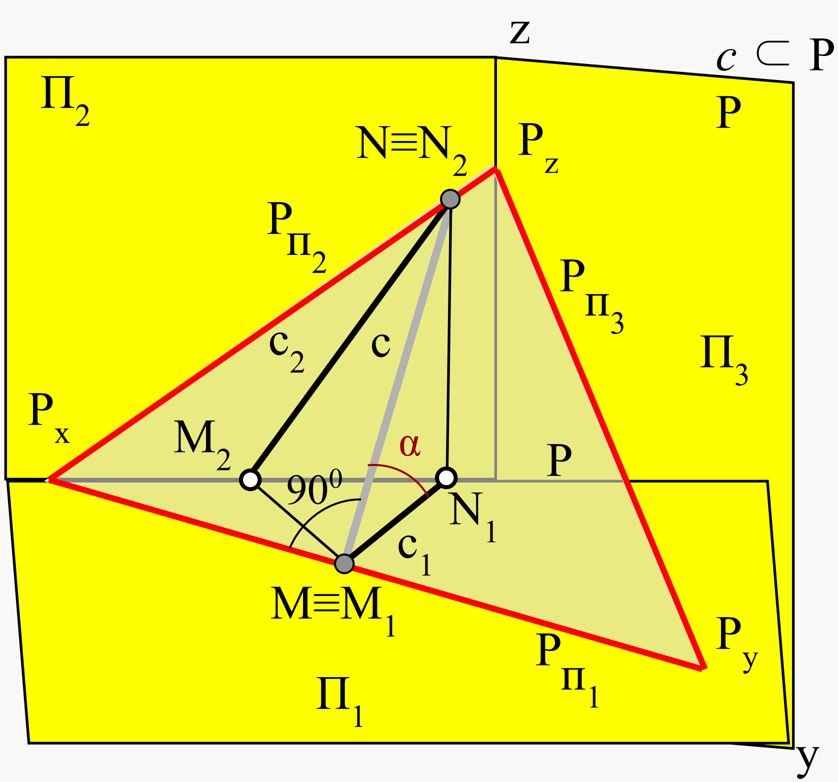




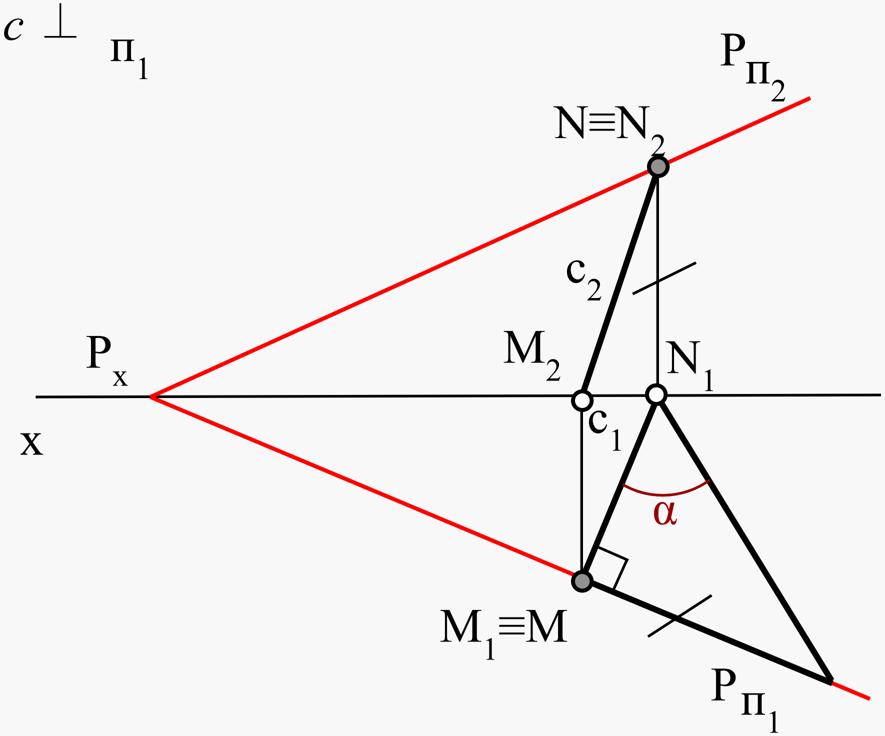
Угол α определяет угол наклона плоскости P к горизонтальной плоскости проекций.

ЛИНИЯ НАИБОЛЬШЕГО СКАТА ПЛОСКОСТИ

Линией наибольшего ската плоскости называется прямая, лежащая в данной плоскости и перпендикулярная всем горизонталям плоскости, в том числе и горизонтальному следу плоскости (нулевая горизонталь).



$c \subset P; \; c \perp П_1$



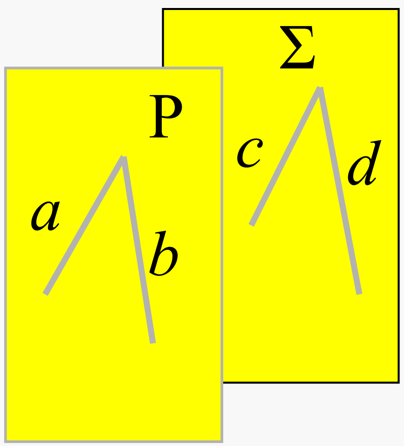
5. ЛЕКЦИЯ № 4. ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ, ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.

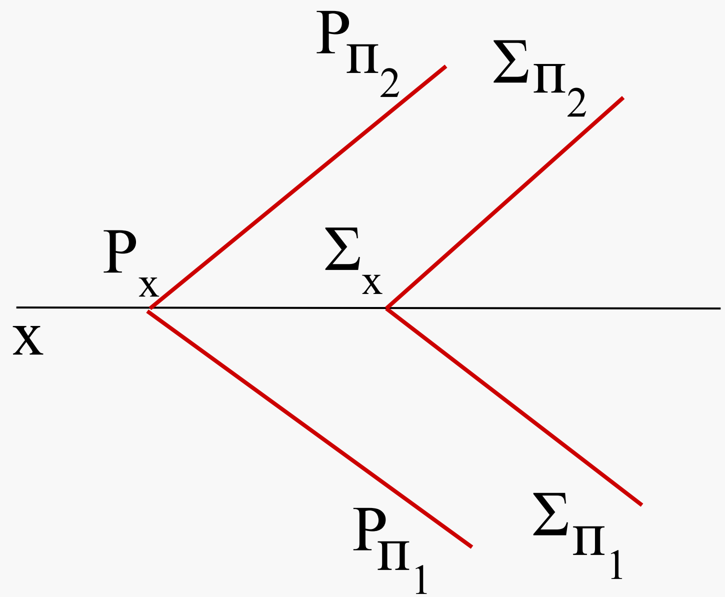
Плоскости в пространстве могут быть параллельными или пересекающимися.

5.1 ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПЛОСКОСТИ

Известно, что если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то такие плоскости параллельны.

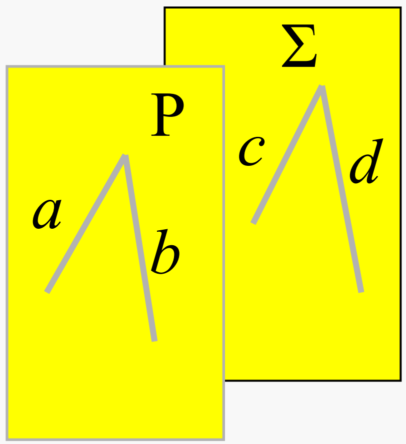
Такими пересекающимися прямыми могут быть следы плоскости. Поэтому, можно утверждать, что если ***одноименные следы плоскостей параллельны, то такие плоскости параллельны.***



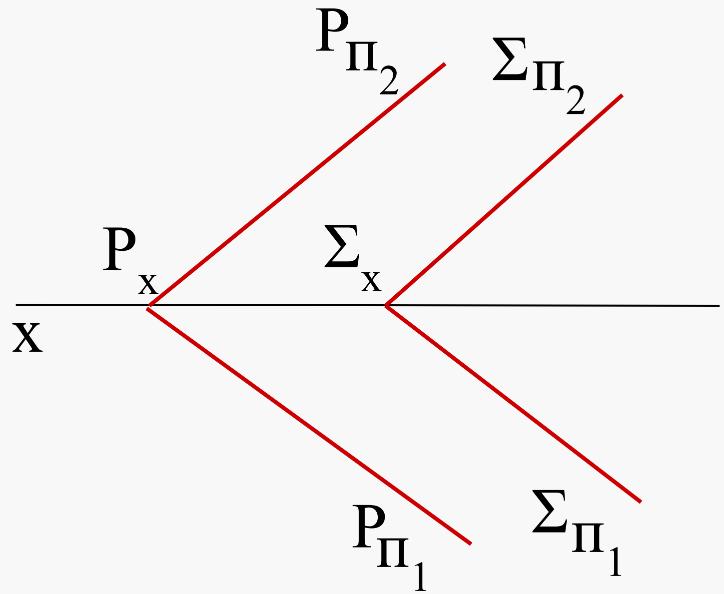


$$a \| c \wedge b \| d \Rightarrow P(a \cap b) \| \Sigma(c \cap d)$$

$$P_{П_1} \| \Sigma_{П_1} \wedge P_{П_2} \| \Sigma_{П_2} \Rightarrow P \| \Sigma$$

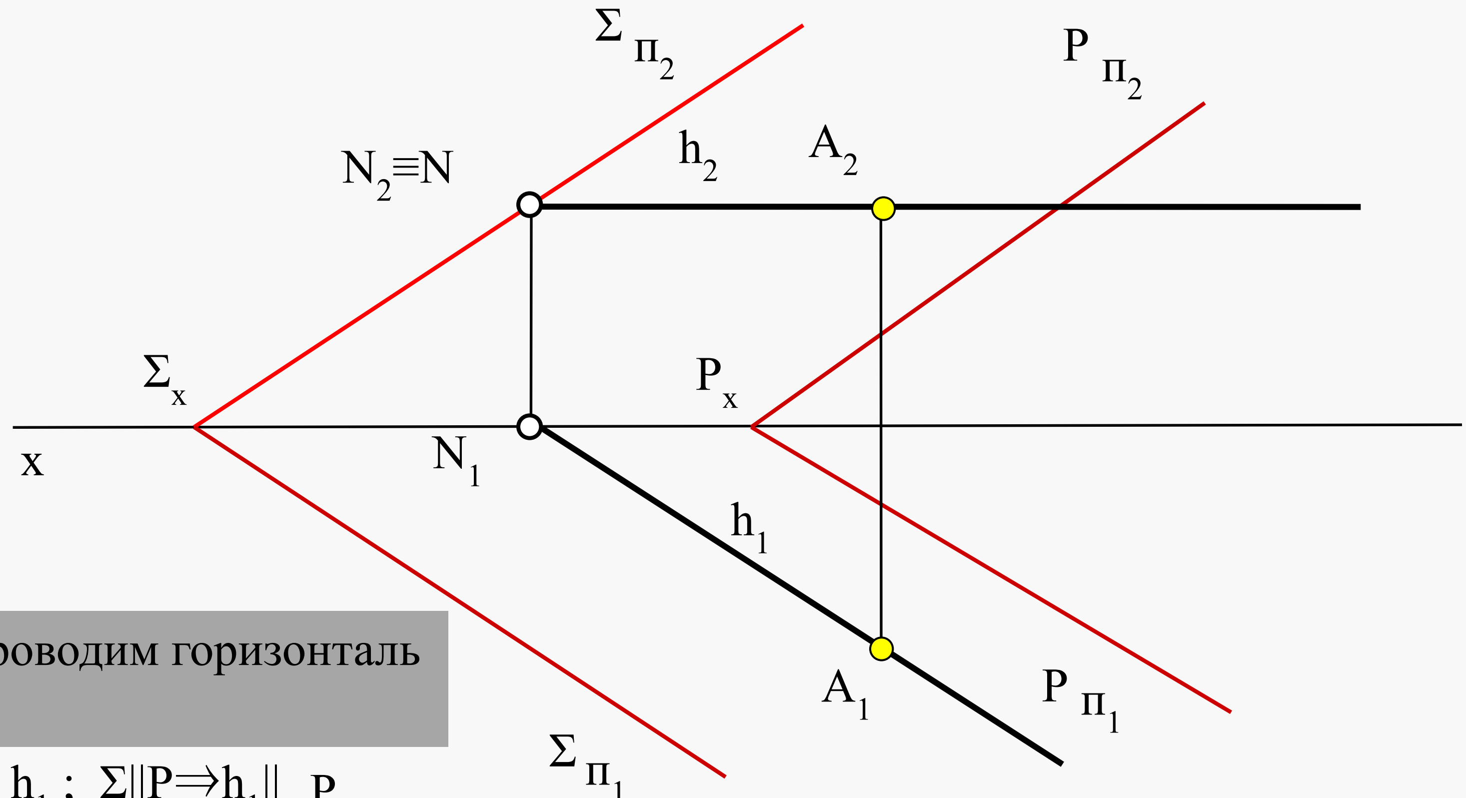


$$a \| c \wedge b \| d \Rightarrow P(a \cap b) \| \Sigma(c \cap d)$$



$$P_{\Pi_1} \| \Sigma_{\Pi_1} \wedge P_{\Pi_2} \| \Sigma_{\Pi_2} \Rightarrow P \| \Sigma$$

Задача. Построить плоскость Σ, проходящую через точку А и параллельную плоскости Р.



Через точку А проводим горизонталь плоскости Σ || P

1) $h \in \Sigma$; $A_1 \in h_1$; $\Sigma \| P \Rightarrow h_1 \| P_{\pi_1}$

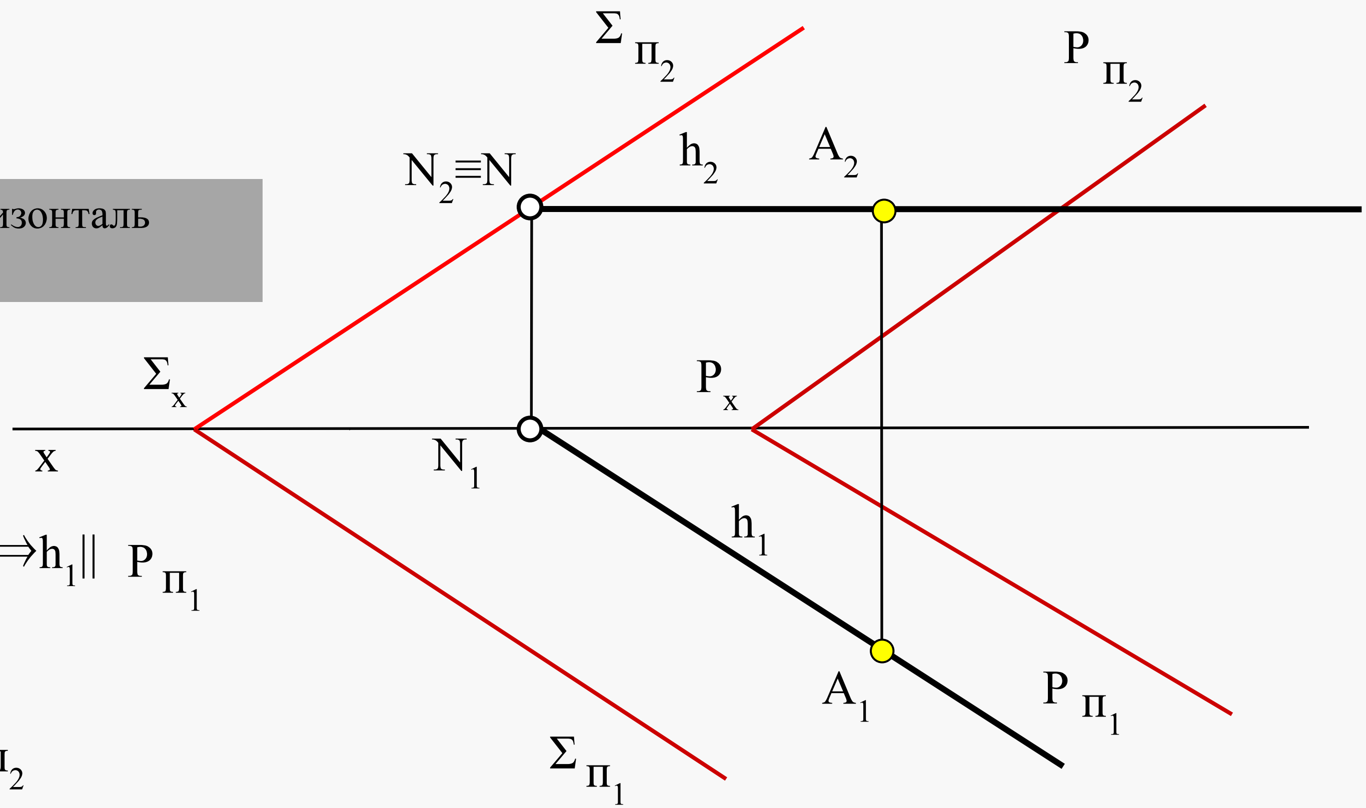
2) $A_2 \in h_2$; $h_2 \| x$

3) $N \equiv N_2 \in \Sigma_{\pi_2} \| P_{\pi_2}$

4) $\Sigma_x \in \Sigma_{\pi_1} \| P_{\pi_1}$

Для построения следов плоскости Σ строим сначала горизонталь этой плоскости, затем через построенный фронтальный след горизонтали проводим фронтальный след плоскости Σ параллельно фронтальному следу плоскости Р. Горизонтальный след плоскости Σ проводим из точки схода следов Σ_x параллельно горизонтальному следу плоскости Р.

Через точку А проводим горизонталь плоскости $\Sigma \| P$



1) $h \in \Sigma$; $A_1 \in h_1$; $\Sigma \| P \Rightarrow h_1 \| P_{\pi_1}$

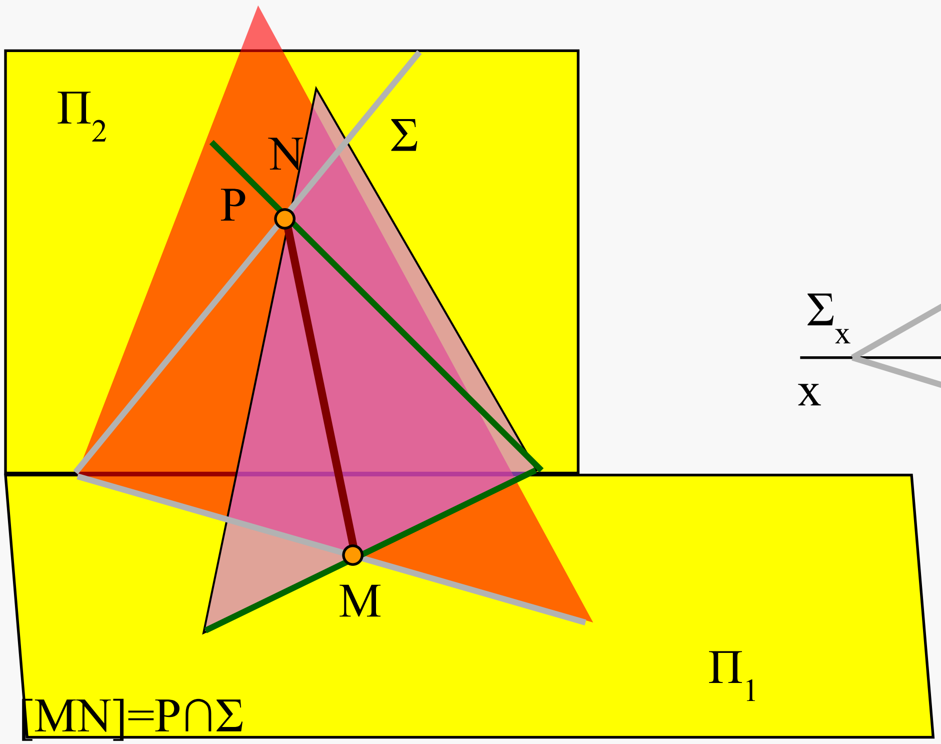
2) $A_2 \in h_2$; $h_2 \| x$

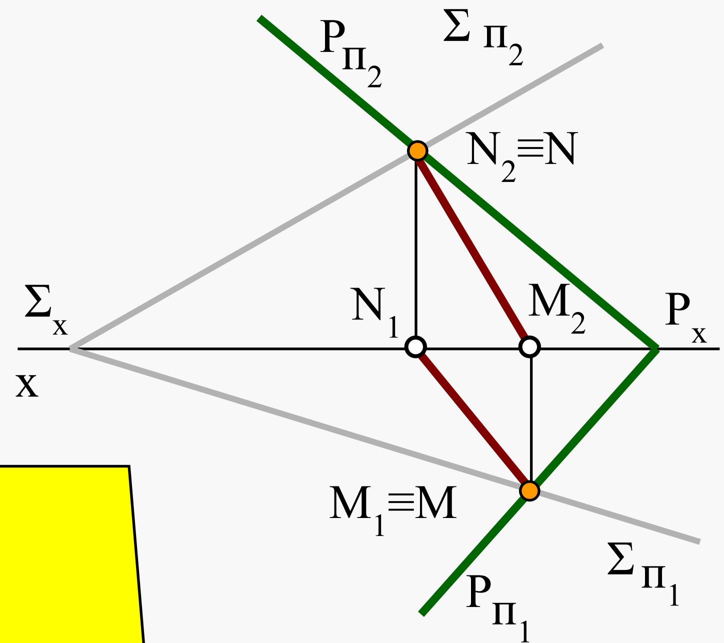
3) $N \equiv N_2 \in \Sigma_{\pi_2} \| P_{\pi_2}$

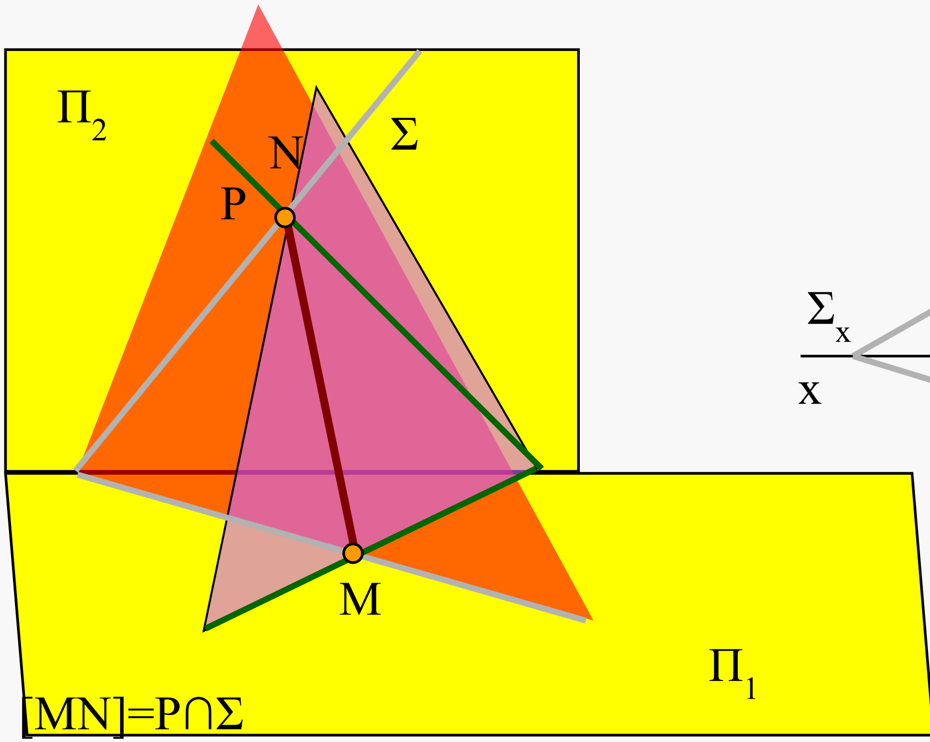
4) $\Sigma_x \in \Sigma_{\pi_1} \| P_{\pi_1}$

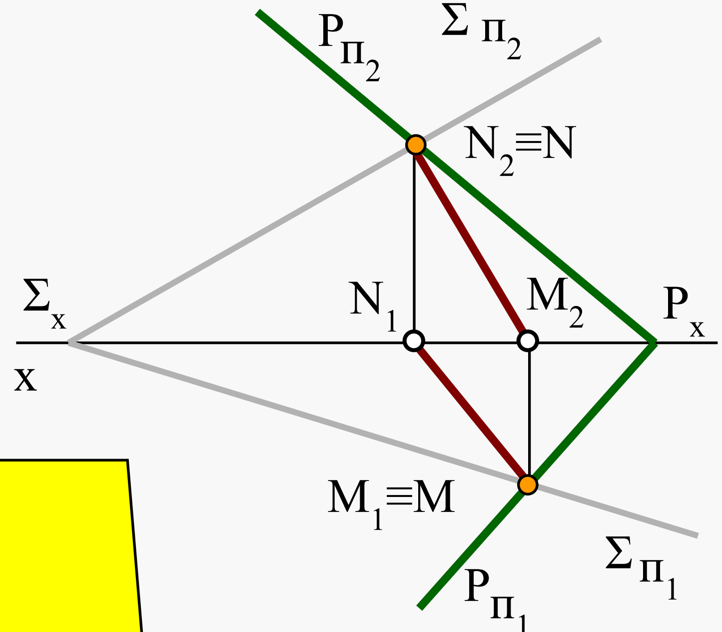
5.2 ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ ПЛОСКОСТИ

Две плоскости в пространстве пересекаются по прямой линии, для построения которой необходимо построить две точки, принадлежащие одновременно двум плоскостям. Если плоскости заданы следами, то такими точками могут быть точки пересечения одноименных следов этих плоскостей (следы линии пересечения).







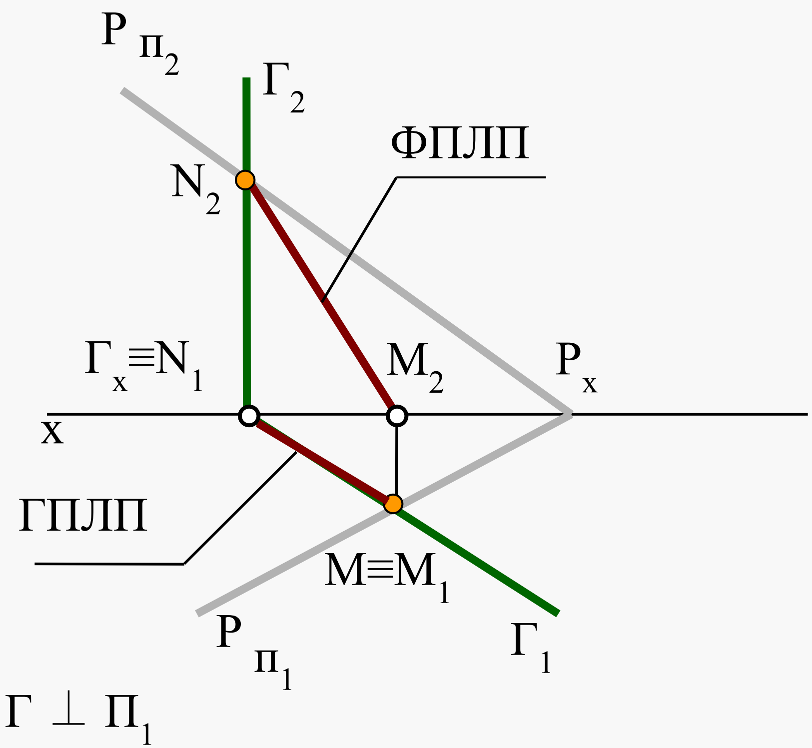


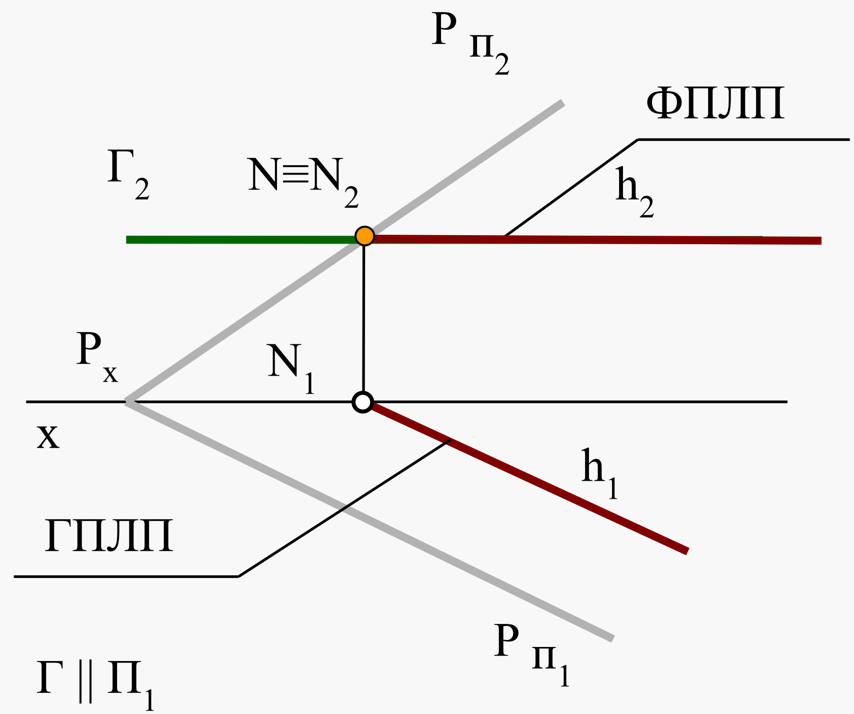
M,N−горизонтальный и фронтальный следы линии пересечения

$[M_1N_1]$−горизонтальная проекция линии пересечения (ГПЛП)

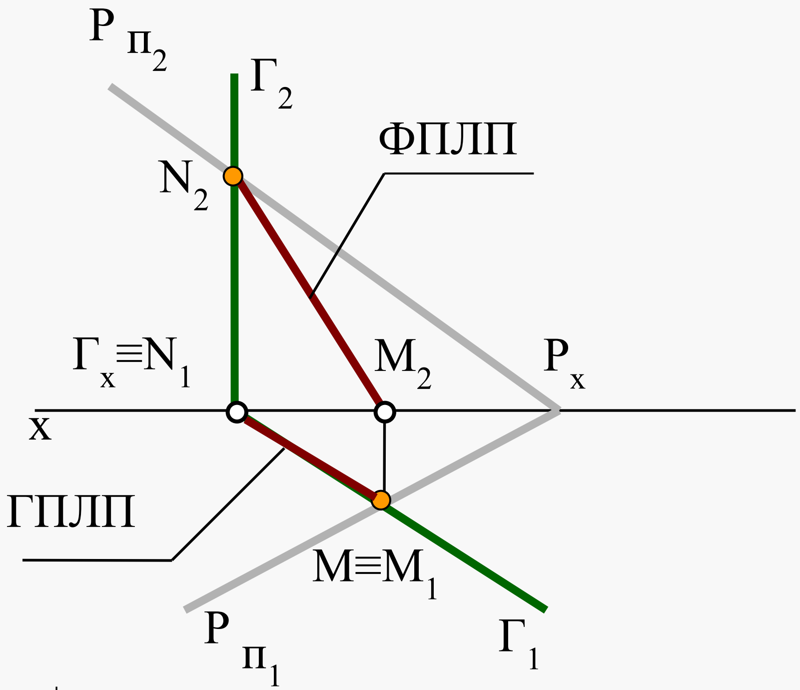
$[M_2N_2]$−фронтальная проекция линии пересечения (ФПЛП)

Рассмотрим несколько примеров построения линии пересечения двух плоскостей различного вида и положения.





ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПЛОСКОСТЕЙ

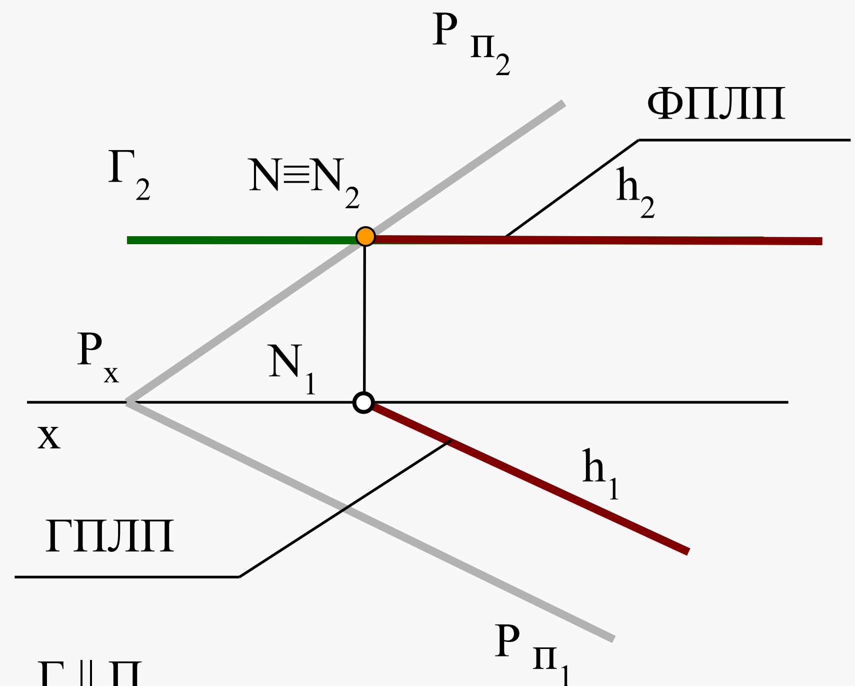


Г ⊥ П$_1$

[M$_1$N$_1$]–горизонтальная проекция линии пересечения

[M$_1$N$_1$] ⊂ Г

[M$_2$N$_2$]–фронтальная проекция линии пересечения



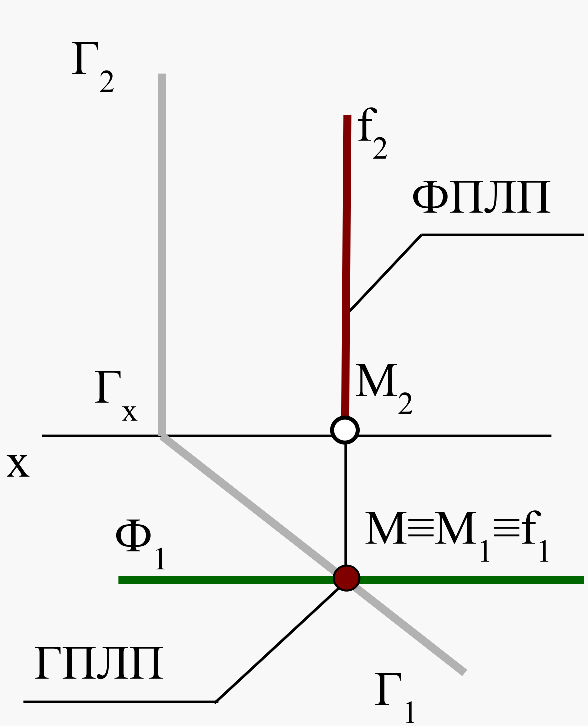
Г || П$_1$

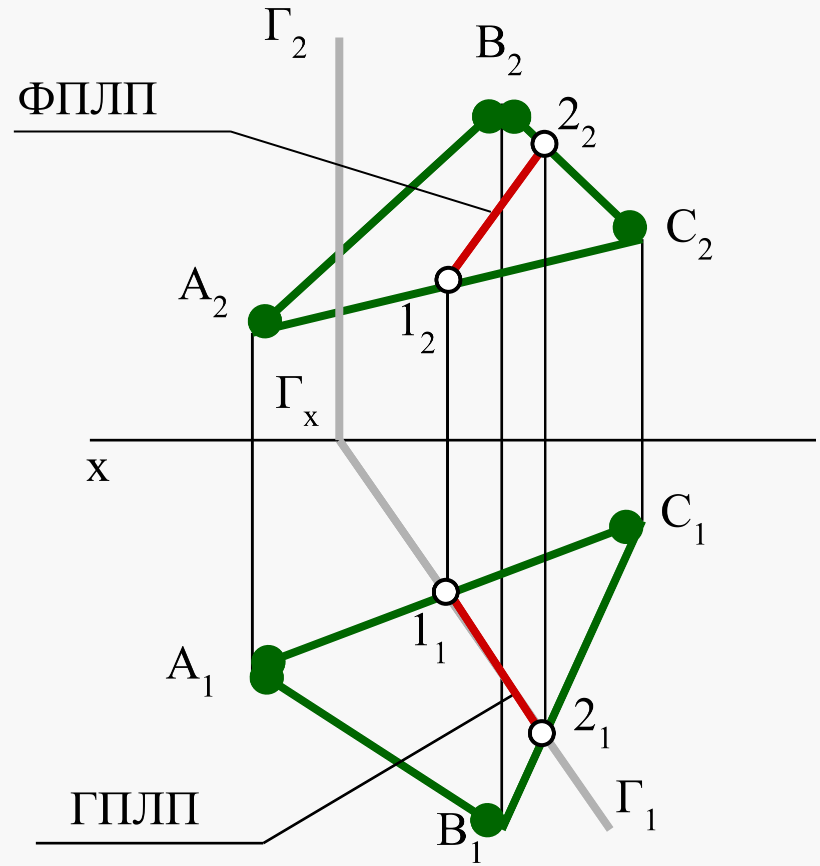
h$_2$ – фронтальная проекция линии пересечения, h$_2$ ⊂ Г$_2$

h$_1$ – горизонтальная проекция линии пересечения, h$_1$ || P п$_1$

h –горизонталь плоскостей P и Г.

ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПЛОСКОСТЕЙ





$Г \perp П_1$, $Ф \parallel П_1$

$Г \cap Ф = f$ – фронталь плоскостей Г и Ф

f_1 – горизонтальная проекция линии пересечения

f_2 – фронтальная проекция линии пересечения

$[1_1 2_1]$ – горизонтальная проекция линии пересечения

$[1_2 2_2]$ – фронтальная проекция линии пересечения

5.3 ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Существуют следующие относительные положения прямой и плоскости:

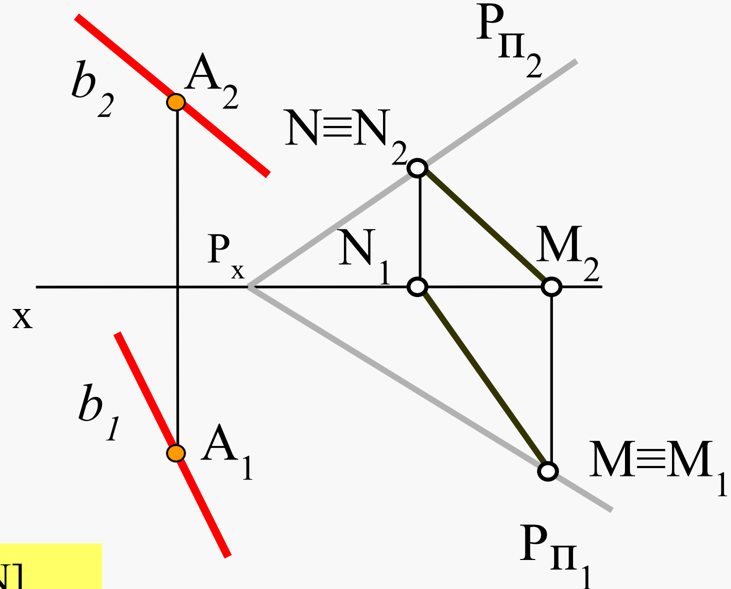
а) прямая лежит в плоскости (признаки принадлежности прямой плоскости рассмотрены в лекции №3);

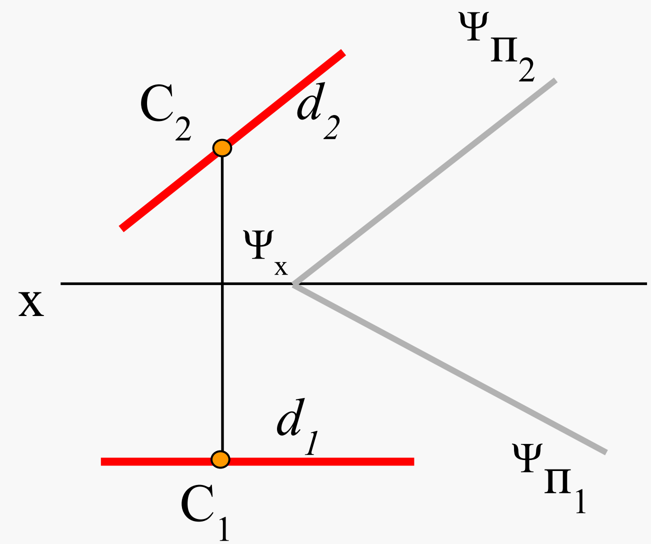
б) прямая параллельна плоскости;

в) прямая пересекается с плоскостью.

5.3.1 Прямая, параллельная плоскости

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна любой прямой, лежащей в этой плоскости.





$[MN] \subset P$

$b_1 \| [M_1N_1]$ $b_2 \| [M_2N_2]$

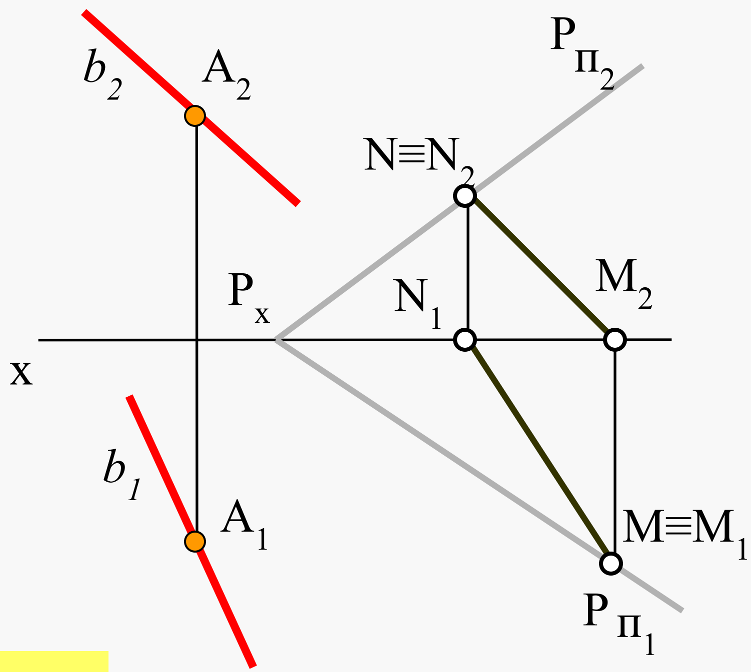
$b \| [MN] \subset P \Rightarrow b \| P$

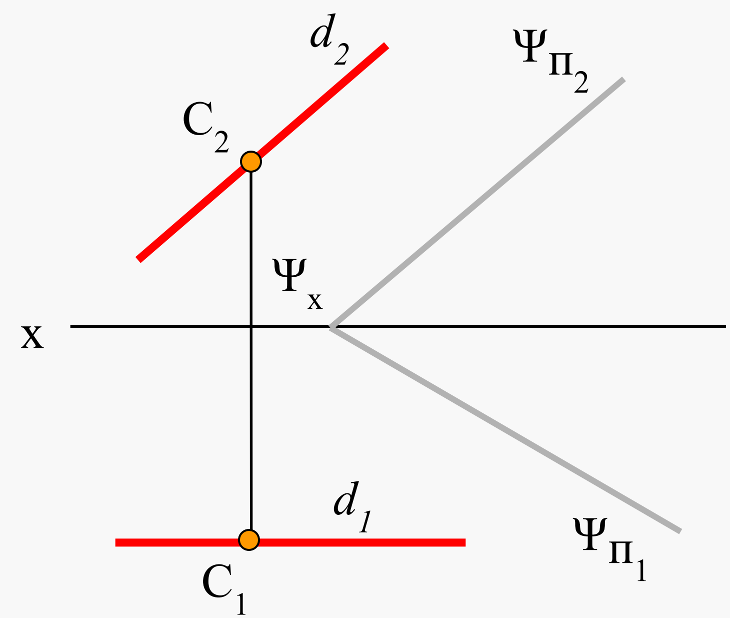
$d_2 \| \Psi_{П_2}$ $d_1 \| x$

$d \| \Psi_{П_2} \Rightarrow d \| \Psi$

ПРЯМАЯ, ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ПЛОСКОСТИ

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна любой прямой, лежащей в этой плоскости.





$[MN] \subset P$

$b_1 \| [M_1N_1]$

$b_2 \| [M_2N_2]$

$b \parallel [MN] \subset P \Rightarrow b \parallel P$

$d_2 \| \Psi_{П_2}$

$d_1 \| x$

$d \parallel \Psi_{П_2} \Rightarrow d \parallel \Psi$

5.3.2 Прямая, пересекающаяся с плоскостью

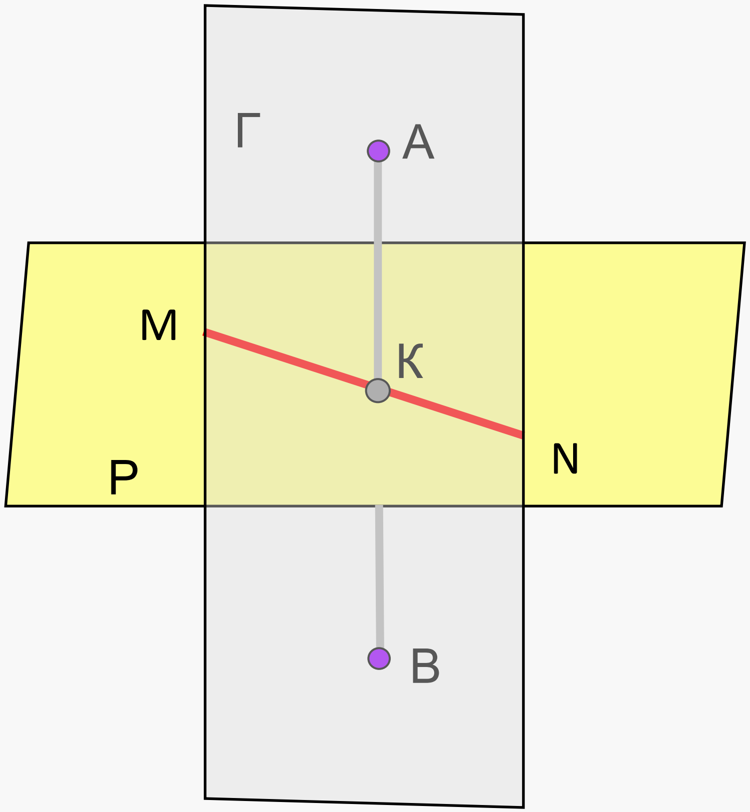
Прямая пересекается с плоскостью, если она имеет с этой плоскостью одну общую точку.

Задача на построение точки пересечения прямой с плоскостью является одной из основных задач начертательной геометрии и решается по следующему графическому алгоритму:

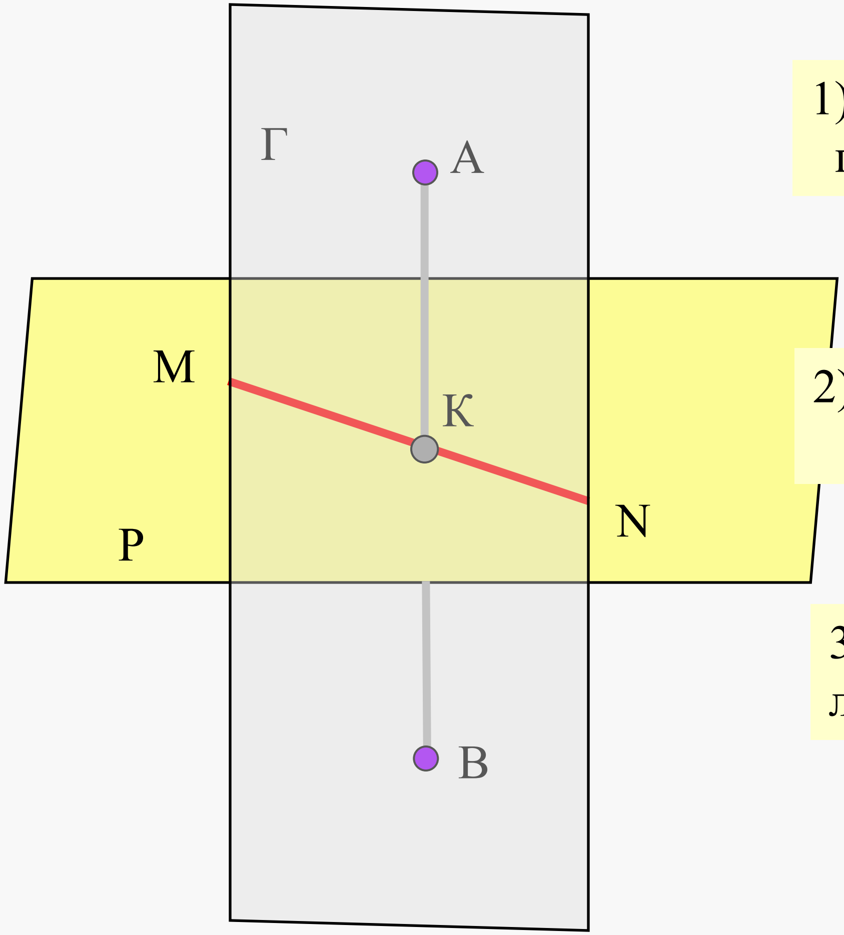
а) заключить заданную прямую (AB) во вспомогательную плоскость (Г);

б) построить линию пересечения (MN) заданной плоскости (P) и вспомогательной плоскости (Г);

в) на пересечении заданной прямой (AB) и линии пересечения двух плоскостей (MN) отметить искомую точку пересечения прямой с плоскостью (К).



ПОСТРОЕНИЕ ТОЧКИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПРЯМОЙ С ПЛОСКОСТЬЮ



1) Заключаем прямую во вспомогательную плоскость (уровня или проецирующую).

$[AB] \subset Г$

2) Строим линию пересечения плоскости P со вспомогательной плоскостью Г.

$P \cap Г = (MN)$

3) Отмечаем точку пересечения прямой с линией пересечения плоскостей.

$(MN) \cap (AB) = K$

$K = (AB) \cap P$

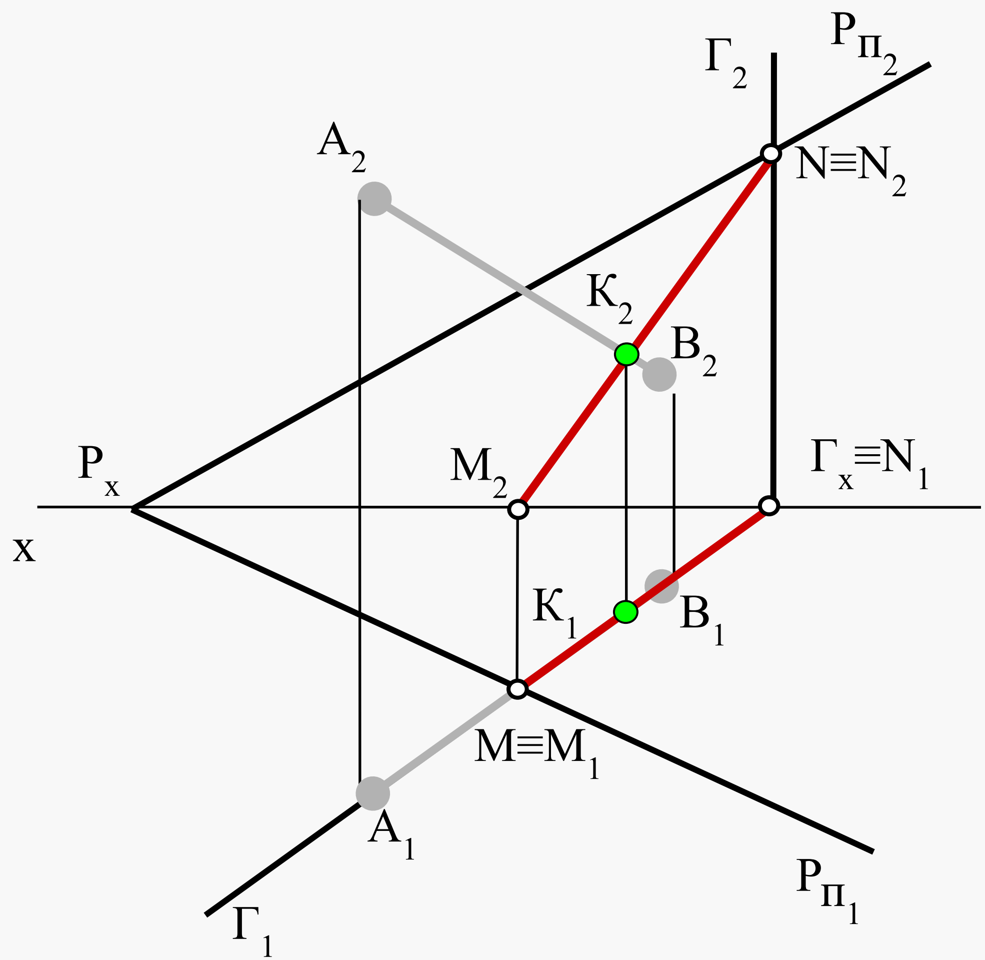
Задача 2. Построить точку пересечения прямой (AB) с плоскостью P, заданную следами.

1) [AB] ⊂ Г

2) P∩Г=(MN)

3) MN)∩(AB)=K

K=(AB)∩P



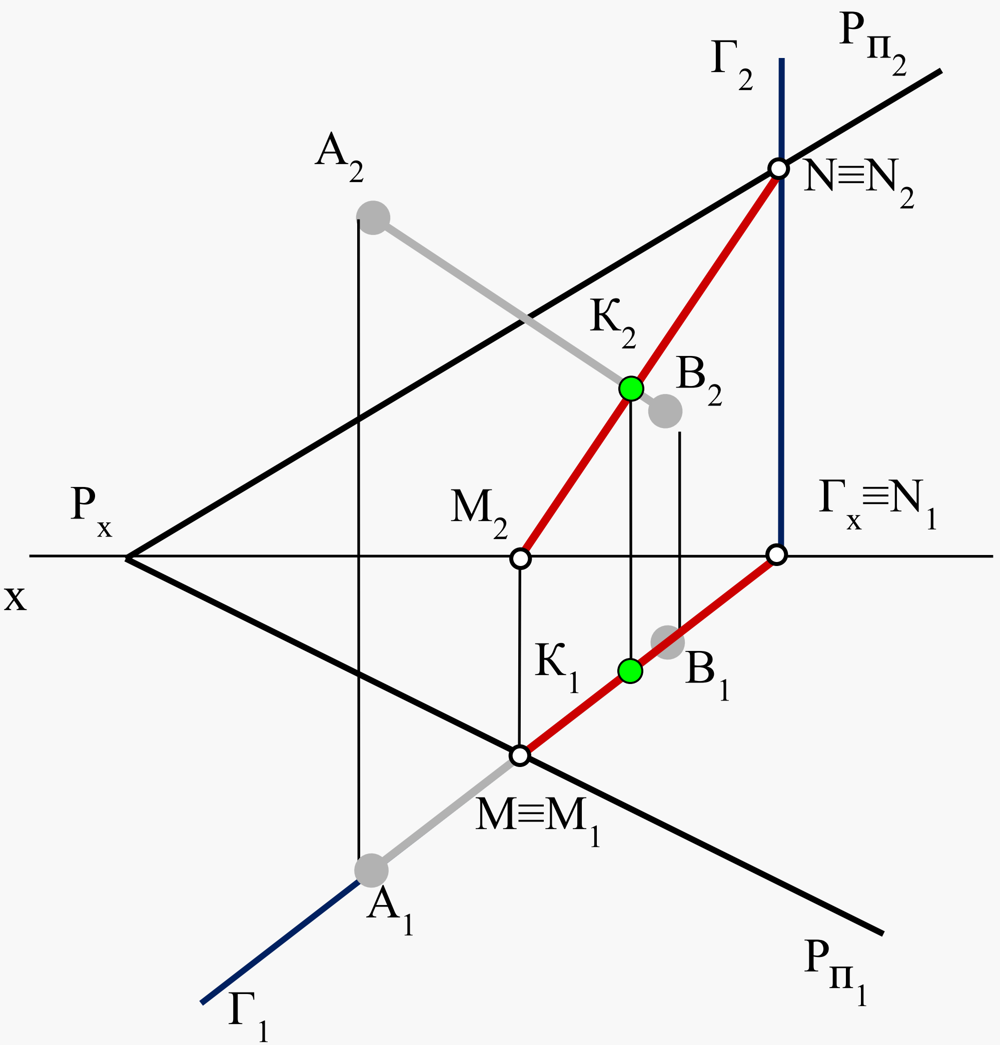
Задача 2. Построить точку пересечения прямой (AB) с плоскостью P, заданную следами.

1) [AB] ⊂ Г

2) P∩Г=(MN)

3) MN)∩(AB)=K

K=(AB)∩P



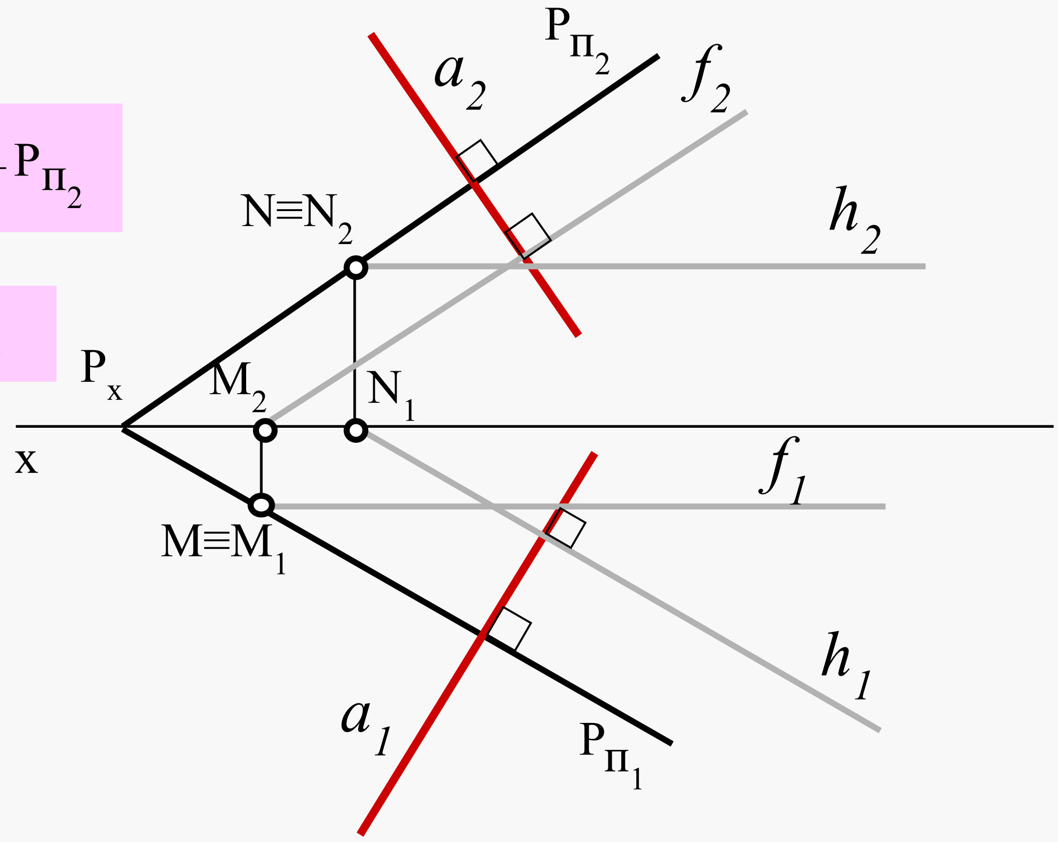
5.3.3 Прямая, перпендикулярная плоскости

Если прямая перпендикулярна плоскости, то горизонтальная проекция этой прямой перпендикулярна горизонтальным проекциям всех горизонталей плоскости, в том числе и горизонтальному следу плоскости, а фронтальная проекция перпендикулярна фронтальным проекциям всех фронталей плоскости, в том числе и фронтальному следу плоскости.

.

$$a \perp \mathrm{P} \Rightarrow a_1 \perp \mathrm{P}_{\pi_1} \wedge a_2 \perp \mathrm{P}_{\pi_2}$$

$$a \perp \mathrm{P} \Rightarrow a_1 \perp h_1 \wedge a_2 \perp f_2$$

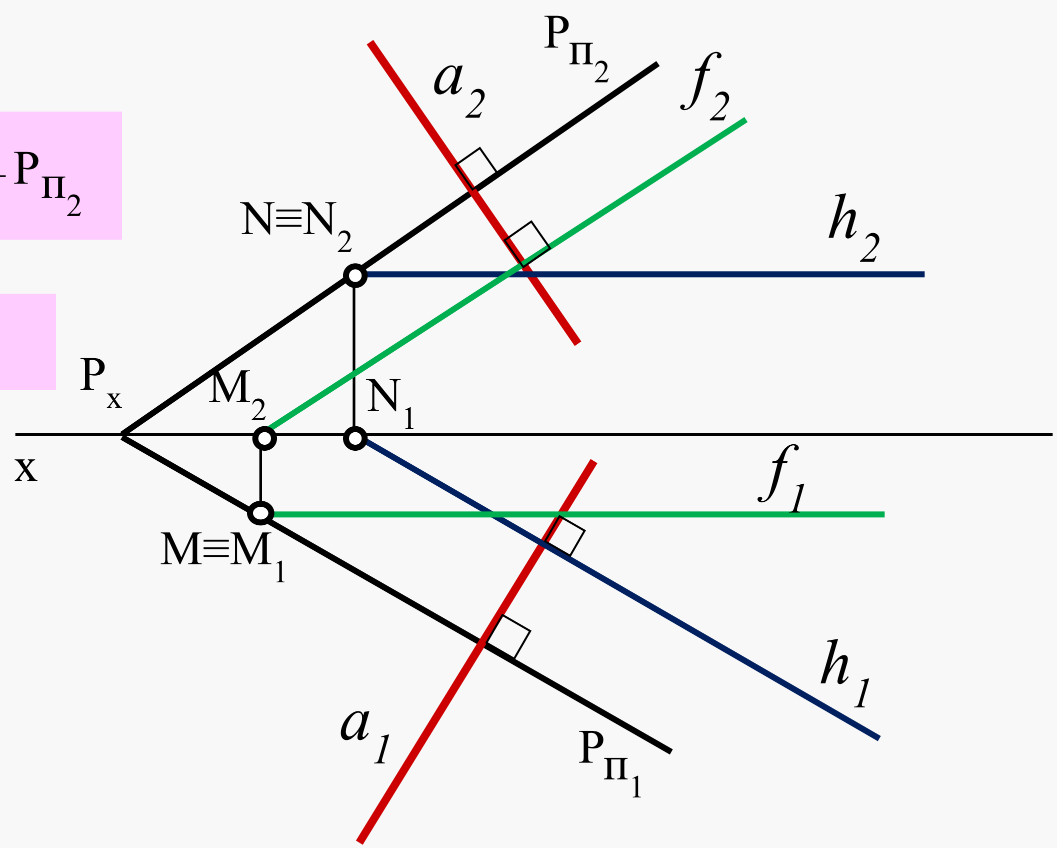


ПРЯМАЯ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНАЯ ПЛОСКОСТИ

Если прямая перпендикулярна плоскости, то горизонтальная проекция этой прямой перпендикулярна горизонтальным проекциям всех горизонталей плоскости, в том числе и горизонтальному следу плоскости, а фронтальная проекция перпендикулярна фронтальным проекциям всех фронталей плоскости, в том числе и фронтальному следу плоскости.

$$a \perp P \Rightarrow a_1 \perp P_{\Pi_1} \wedge a_2 \perp P_{\Pi_2}$$

$$a \perp P \Rightarrow a_1 \perp h_1 \wedge a_2 \perp f_2$$



Задача 3. Определить расстояние от точки А до плоскости Р, заданной следами.

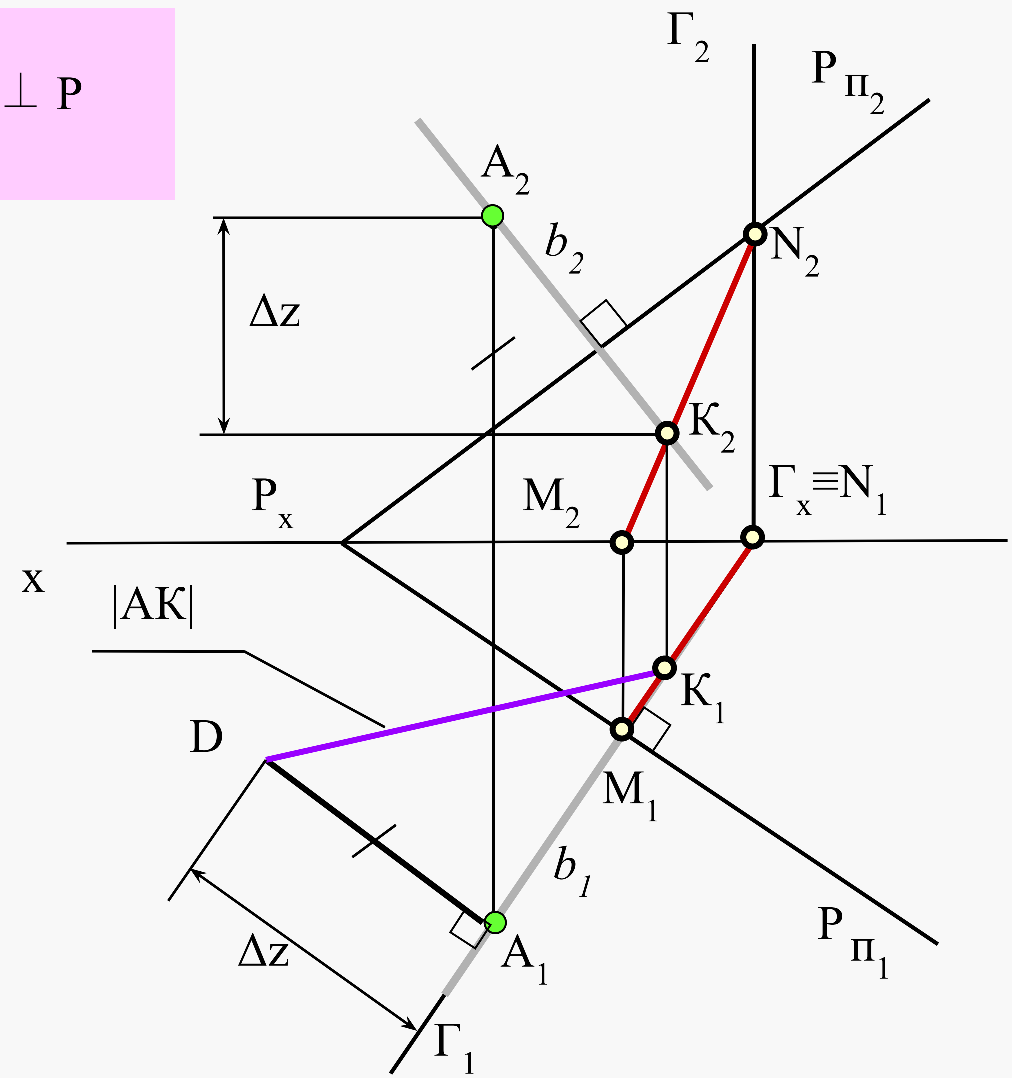
1) $b_1 \perp P_{П_1} \wedge b_2 \perp P_{П_2} \Rightarrow b \perp P$

2) $b \subset Г$

3) $[MN] = P \cap Г$

4) $К = b \cap P$

5) $[DК_1] = |AК|$



Задача 3. Определить расстояние от точки А до плоскости Р, заданной следами.

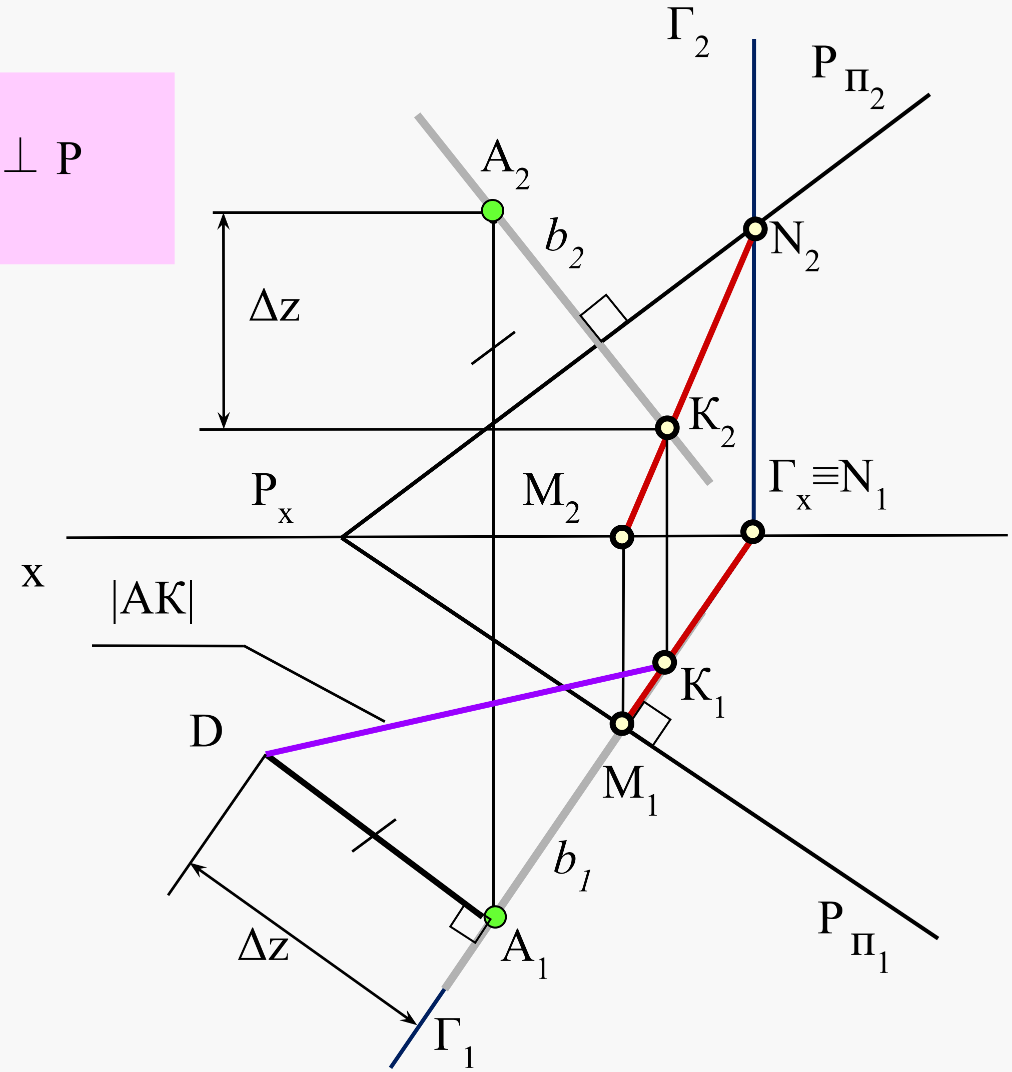
1) $b_1 \perp P_{п_1} \wedge b_2 \perp P_{п_2} \Rightarrow b \perp P$

2) $b \subset Г$

3) $[MN] = P \cap Г$

4) $К = b \cap P$

5) $[DК_1] = |AК|$



5.4 ВЗАИМНО-ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПЛОСКОСТИ

Построение взаимно-перпендикулярных плоскостей можно выполнить двумя способами:

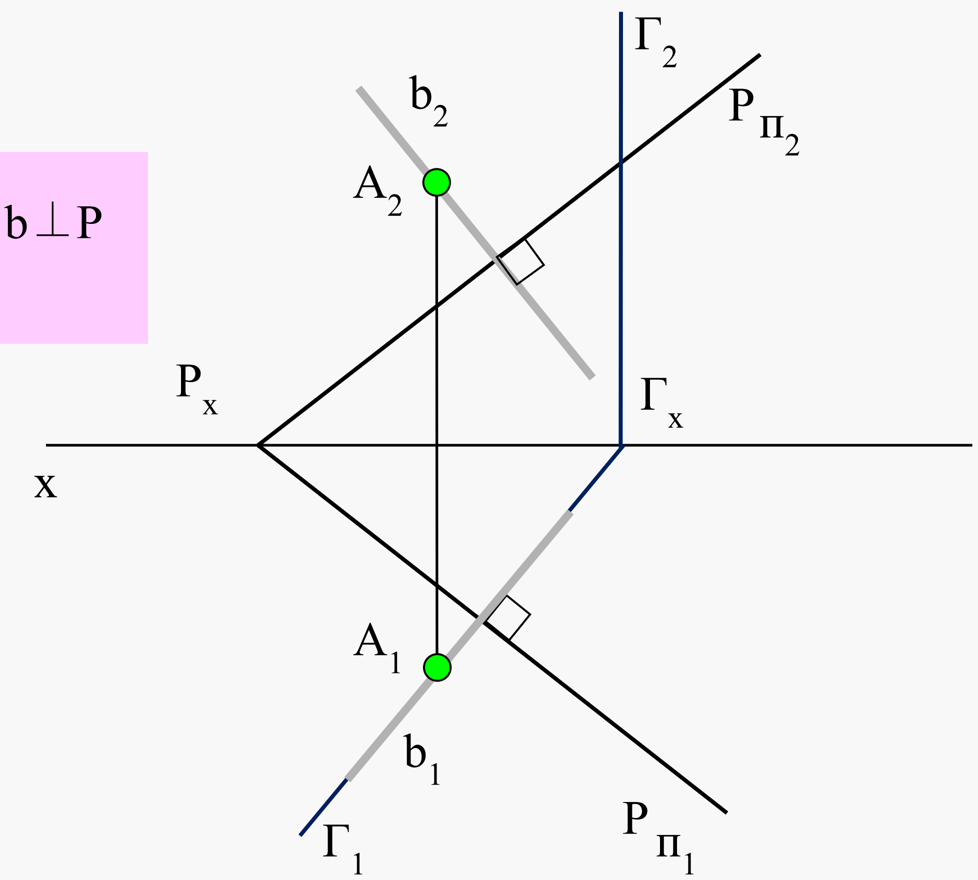
а) плоскость проводят через прямую, перпендикулярную заданной плоскости;

б) плоскость проводят перпендикулярно прямой, лежащей в заданной плоскости.

Рассмотрим эти способы на конкретных задачах.

1) $b_1 \perp P_{п_1} \wedge b_2 \perp P_{п_2} \Rightarrow b \perp P$

2) $Г \subset b \perp P \Rightarrow Г \perp P$

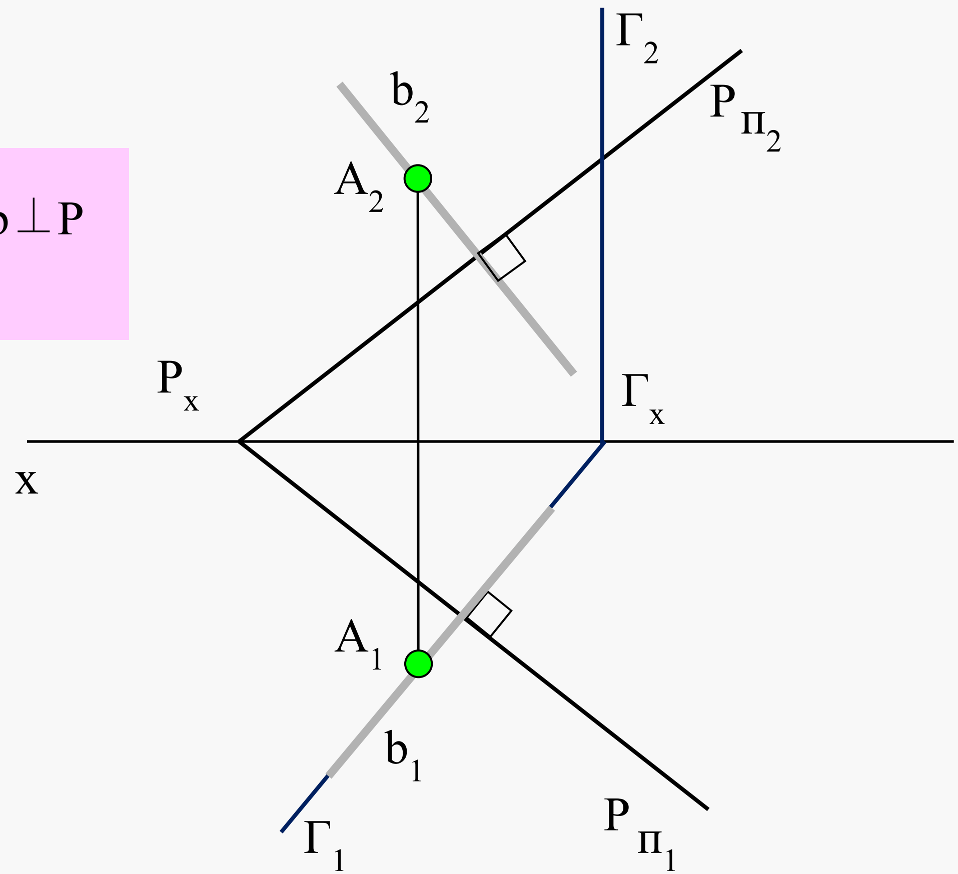


ВЗАИМНО-ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПЛОСКОСТИ

Задача 4. Через точку А провести плоскость Г перпендикулярную плоскости Р, заданную следами.

1) $b_1 \perp P_{\pi_1} \wedge b_2 \perp P_{\pi_2} \Rightarrow b \perp P$

2) $Г \subset b \perp P \Rightarrow Г \perp P$



Задача 5. Через точку B провести плоскость P, перпендикулярную плоскости, заданной параллельными прямыми c и d.

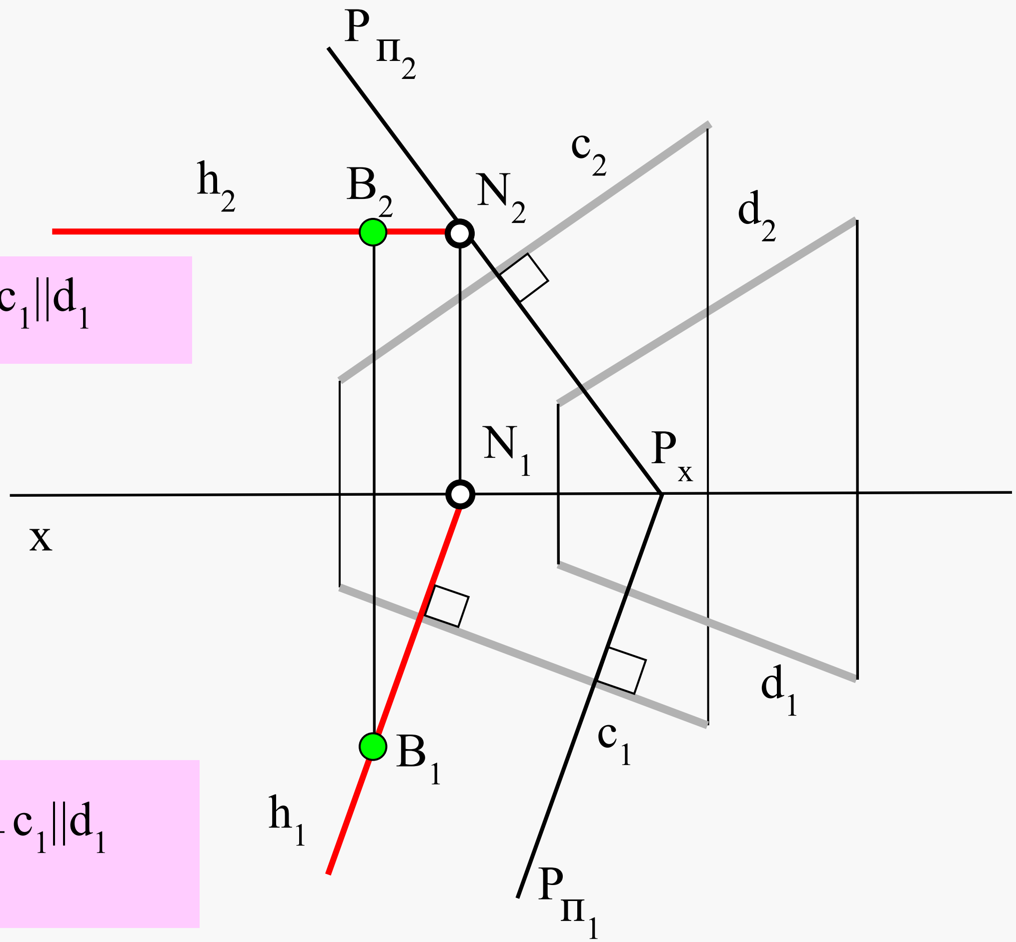
$P \perp c \| d \Rightarrow P \perp Q(c \| d)$

1) $h \subset P \perp Q(c \| d) \Rightarrow h_1 \| P_{\pi_1} \wedge h_1 \perp c_1 \| d_1$

2) $h_2 \| x$

3) $h \subset P \Rightarrow N_2 \subset P_{\pi_2}$

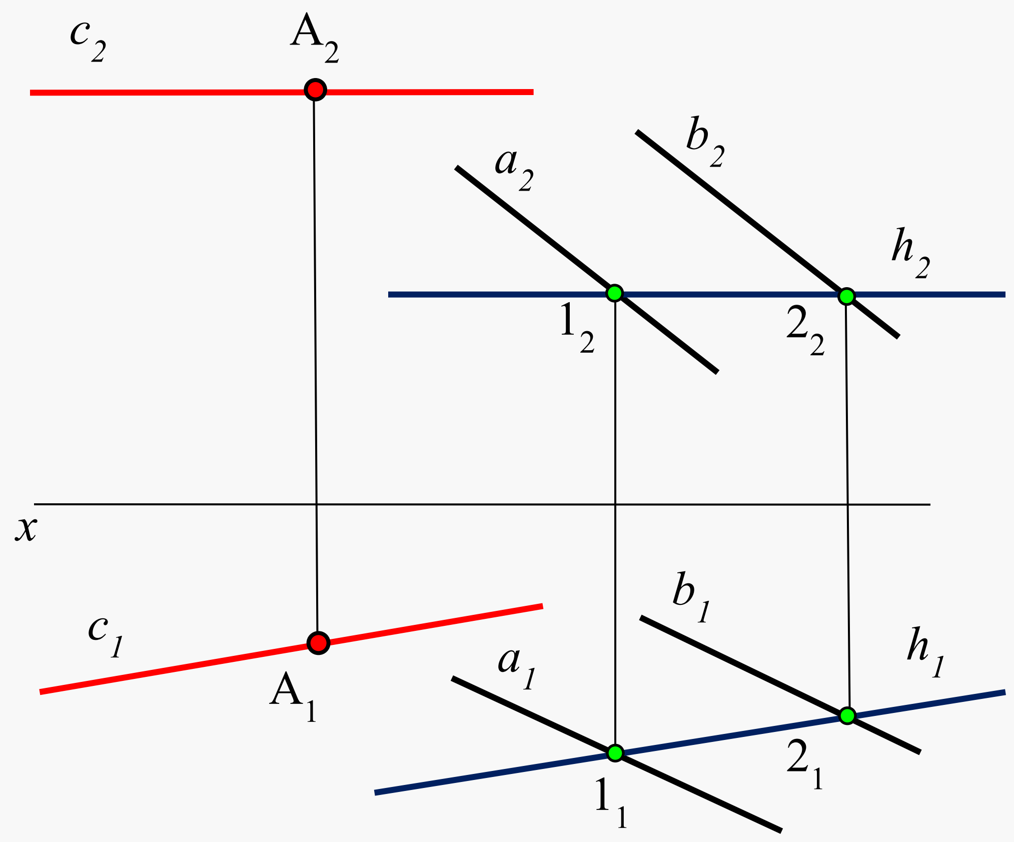
4) $P \perp Q(c \| d) \Rightarrow P_{\pi_2} \perp c_2 \| d_2 \wedge P_{\pi_1} \perp c_1 \| d_1$



З а д а ч а 6 . Через точку *A* провести прямую *C*, параллельную плоскости *P*, заданной двумя параллельными прямыми *a* и *b,* и горизонтальной плоскости проекций.

1.
$h \in P(a||b)$^$h||\Pi_1$
$h||\Pi_1 \Rightarrow h_2||x$

2. $c||h \Rightarrow c||P(a||b)$^$c||\Pi_1$



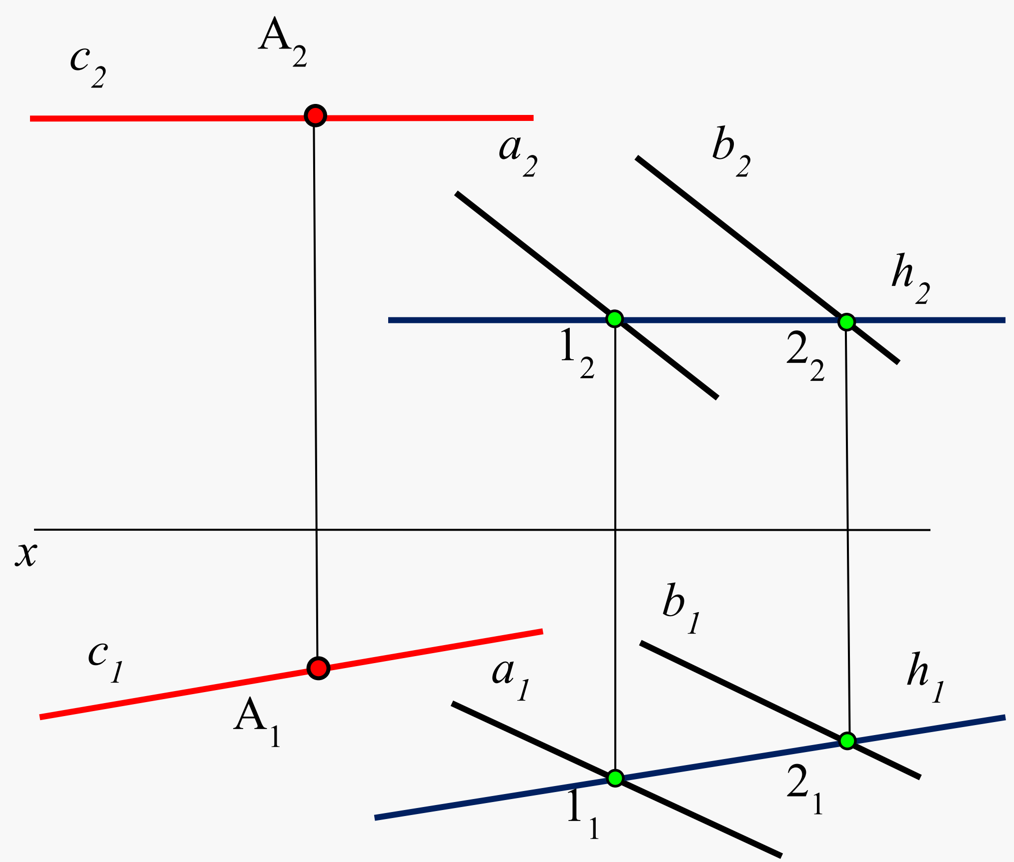
З а д а ч а 6 . Через точку *A* провести прямую *C*, параллельную плоскости *P*, заданной двумя параллельными прямыми *a* и *b,* и горизонтальной плоскости проекций

1.

$h \in P(a||b)$^$h||\Pi_1$

$h||\Pi_1 \Rightarrow h_2||x$

2. $c||h \Rightarrow c||P(a||b)$^$c||\Pi_1$

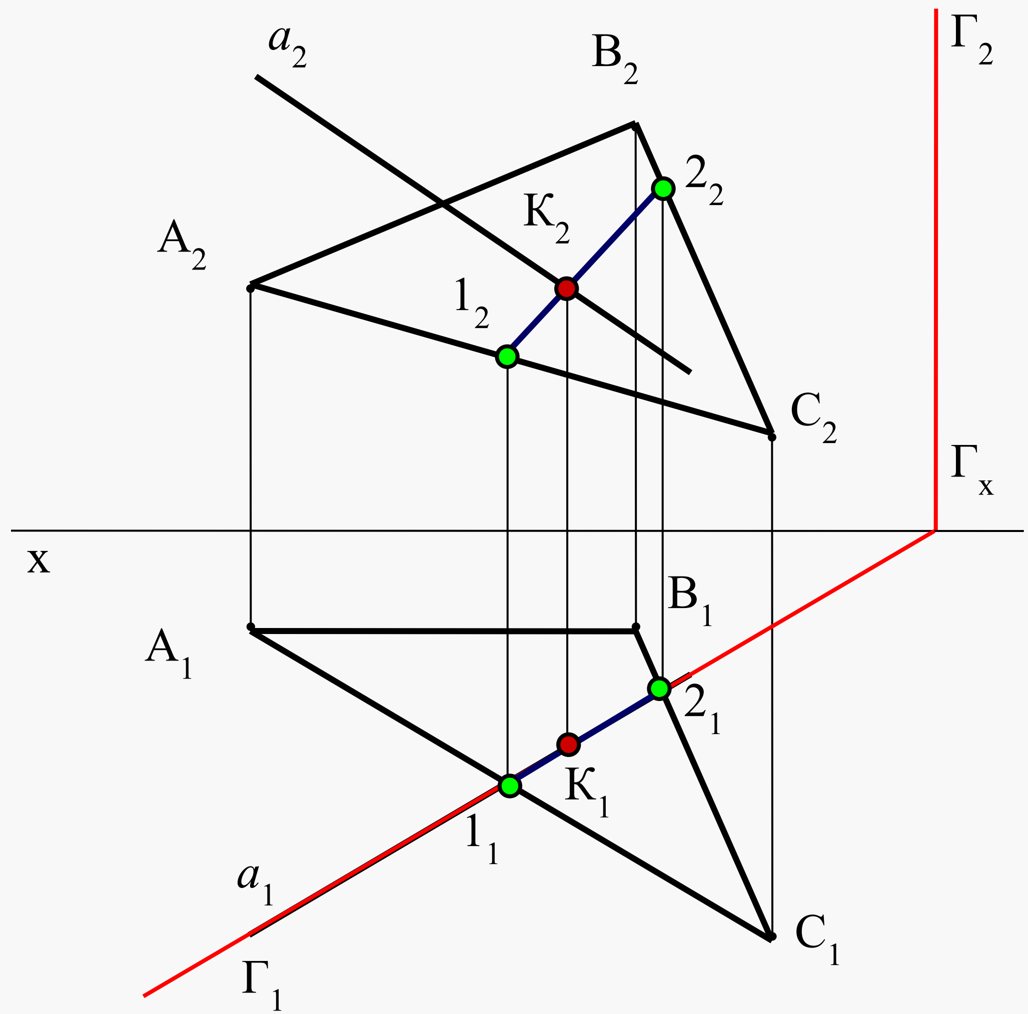


З а д а ч а 7. Построить точку пересечения прямой *a* с плоскостью треугольника *ABC*.

1. $a \subset \Gamma$

2. $[1,2] = \Delta ABC \cap \Gamma$

3. $К = a \cap [1,2]$

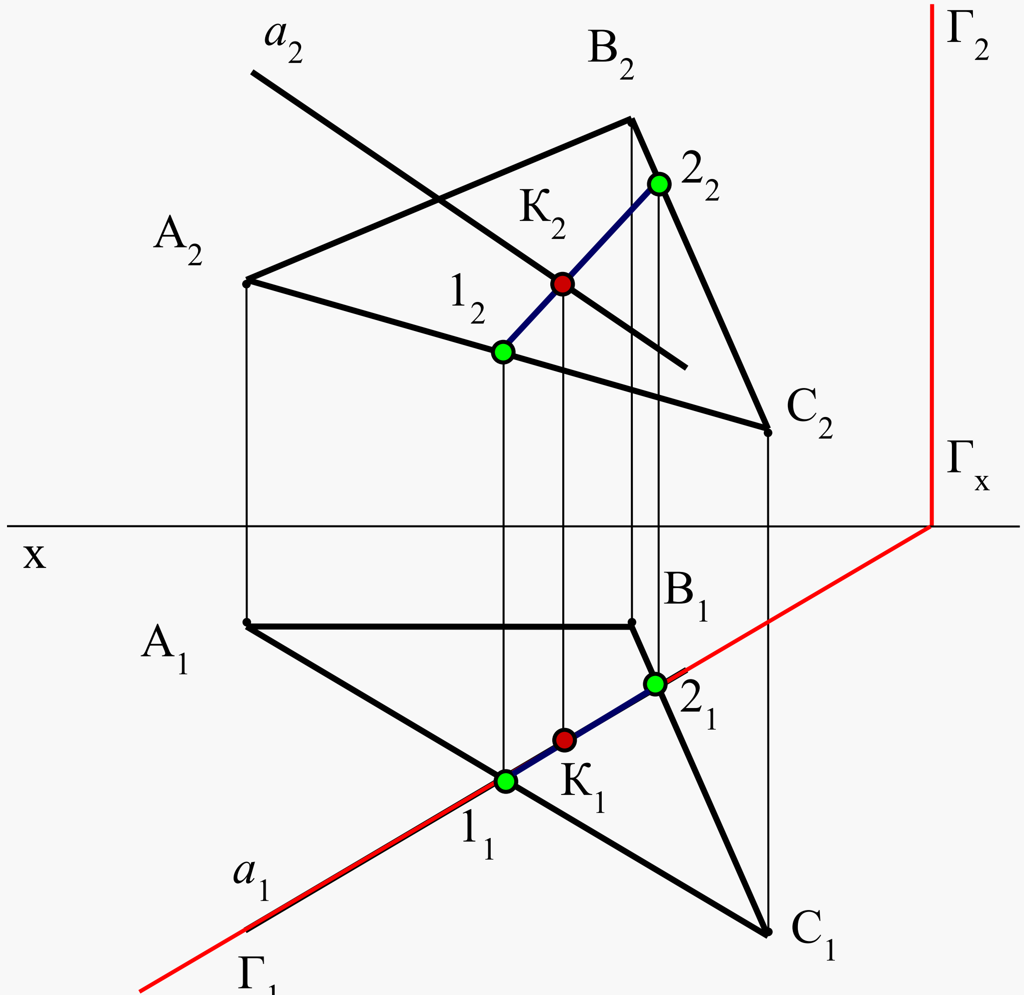


З а д а ч а 7. Построить точку пересечения прямой *a* с плоскостью треугольника *ABC*.

1. $a \subset \Gamma$

2. $[1,2] = \Delta ABC \cap \Gamma$

3. $K = a \cap [1,2]$

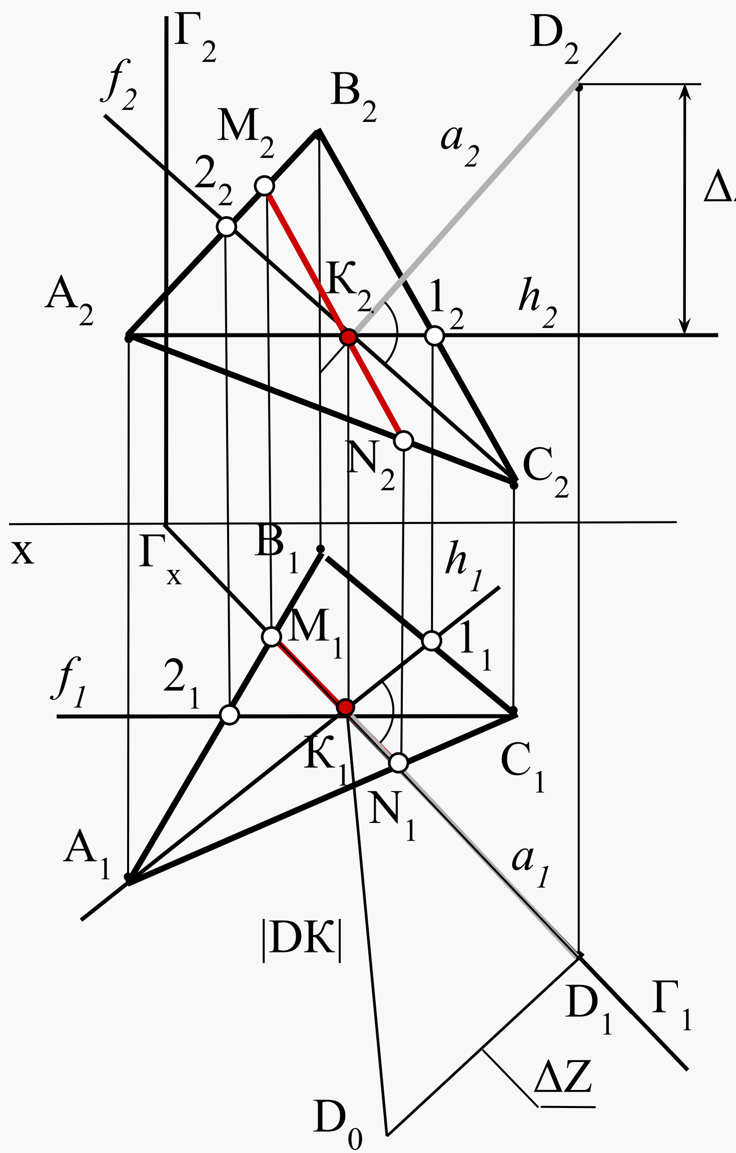


З а д а ч а 8. Определить расстояние от точки *D* до плоскости θ, заданной треугольником *ABC*

1. $a \perp \Delta ABC$

2. $К = a \cap \Delta ABC$

3. $[К_1 D_0] = |DК|$

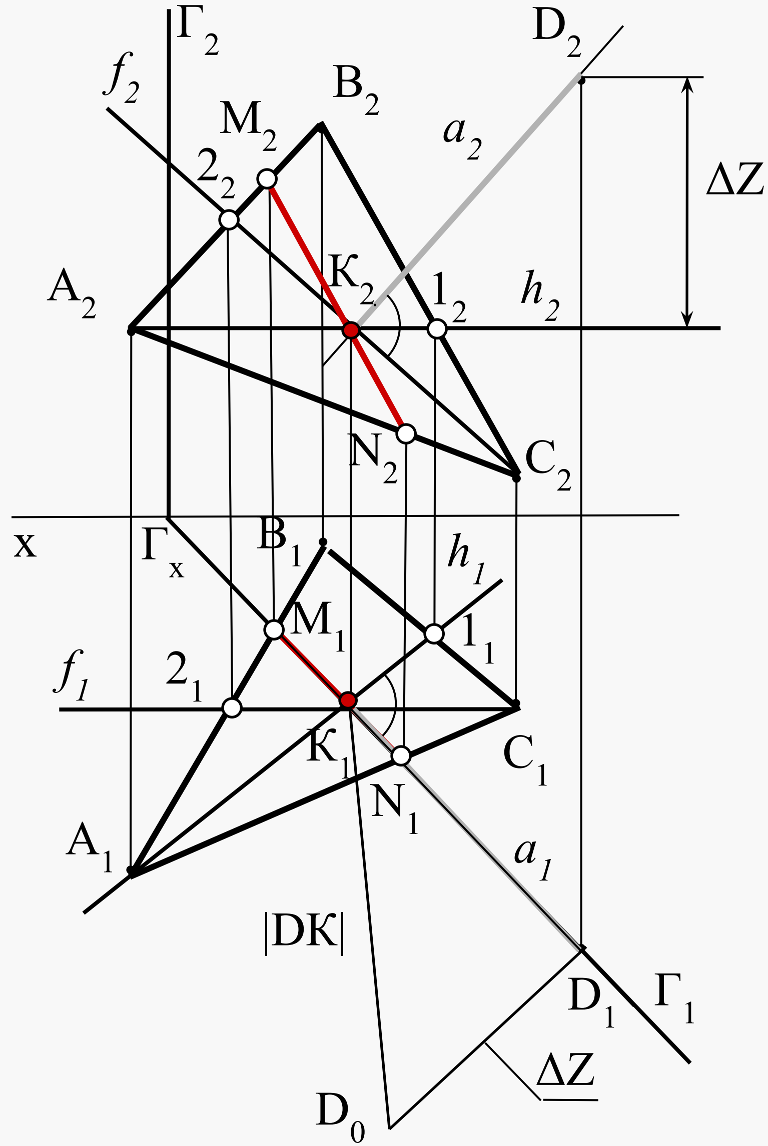


З а д а ч а 8. Определить расстояние от точки *D* до плоскости θ, заданной треугольником *ABC*

1. $a \perp \Delta ABC$

2. $К = a \cap \Delta ABC$

3. $[К_1D_0] = |DК|$

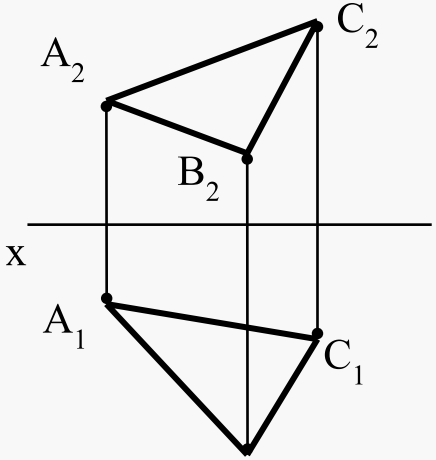


6 ЛЕКЦИЯ №5. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОЕКЦИЙ

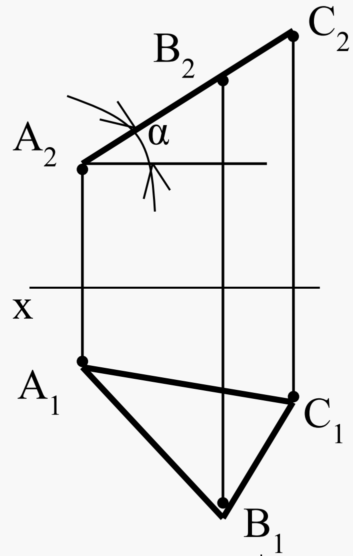
6.1 ЦЕЛИ И СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОЕКЦИЙ

Количество и характер графических построений при решении задач начертательной геометрии определяется не только сложностью задачи, но и тем, какими проекциями задана пространственная фигура.

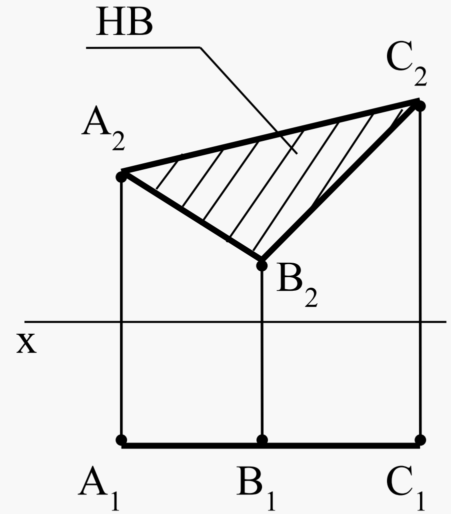
Вид проекций главным образом зависит от расположения геометрической фигуры относительно плоскостей проекций.



ΔABC общего положения



$\Delta ABC \perp П_2$



$\Delta ABC \parallel П_2$

Решение задач значительно упрощается, если геометрическая фигура занимает частное положение (параллельна или перпендикулярна плоскости проекций).

Под преобразованием проекций понимают построение по заданным проекциям новых проекций геометрической фигуры таким образом, чтобы фигура заняла частное положение относительно плоскостей проекций.

Перевод геометрической фигуры из общего положения в частное осуществляется двумя способами:

1.) ***Способ перемены плоскостей проекций.***

Сущность способа заключается в том, что, сохраняя неизменным положение геометрической фигуры в пространстве, производят замену исходной системы плоскостей проекций на новую, относительно которой фигура займет частное положение.

2.) ***Способ плоскопараллельного перемещения.***

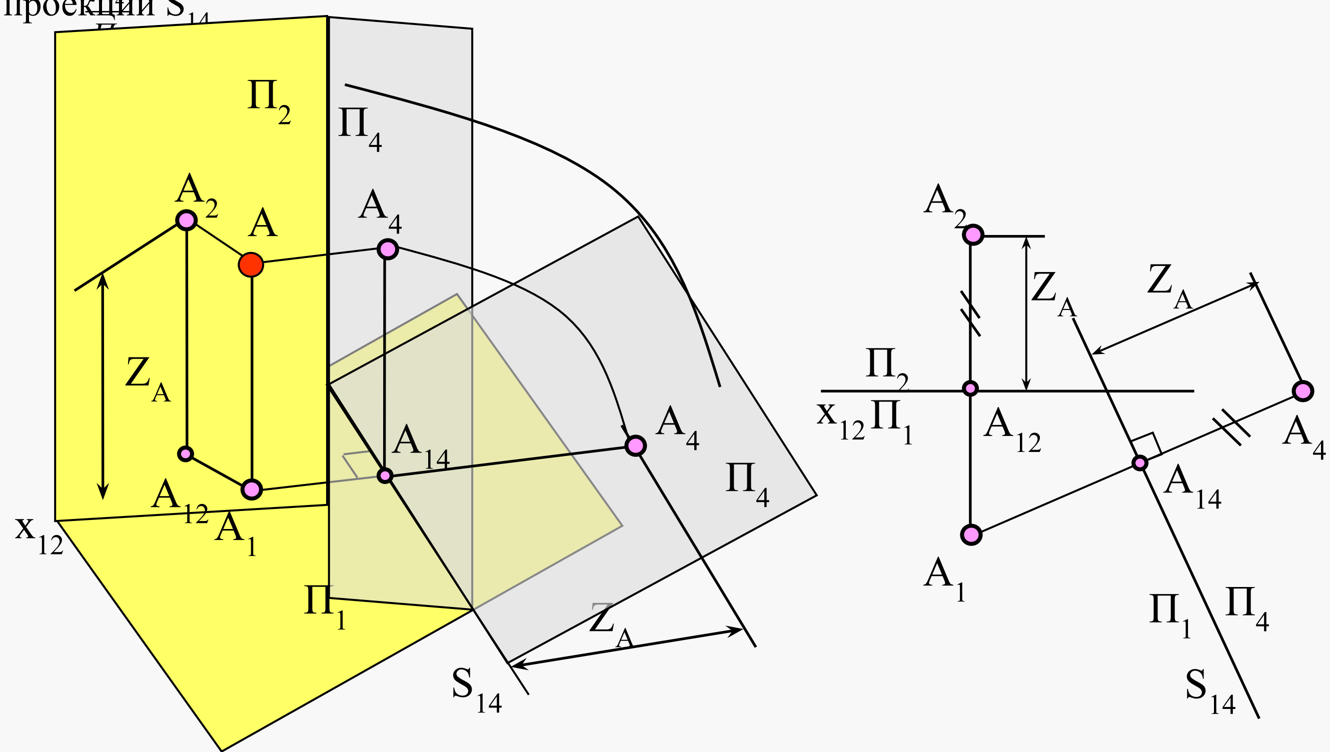
Сущность способа заключается в том, что, сохраняя неизменной систему плоскостей проекций, производят перемещение геометрической фигуры в пространстве таким образом, чтобы она заняла частное положение относительно плоскостей проекций.

6.2 СПОСОБ ПЕРЕМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

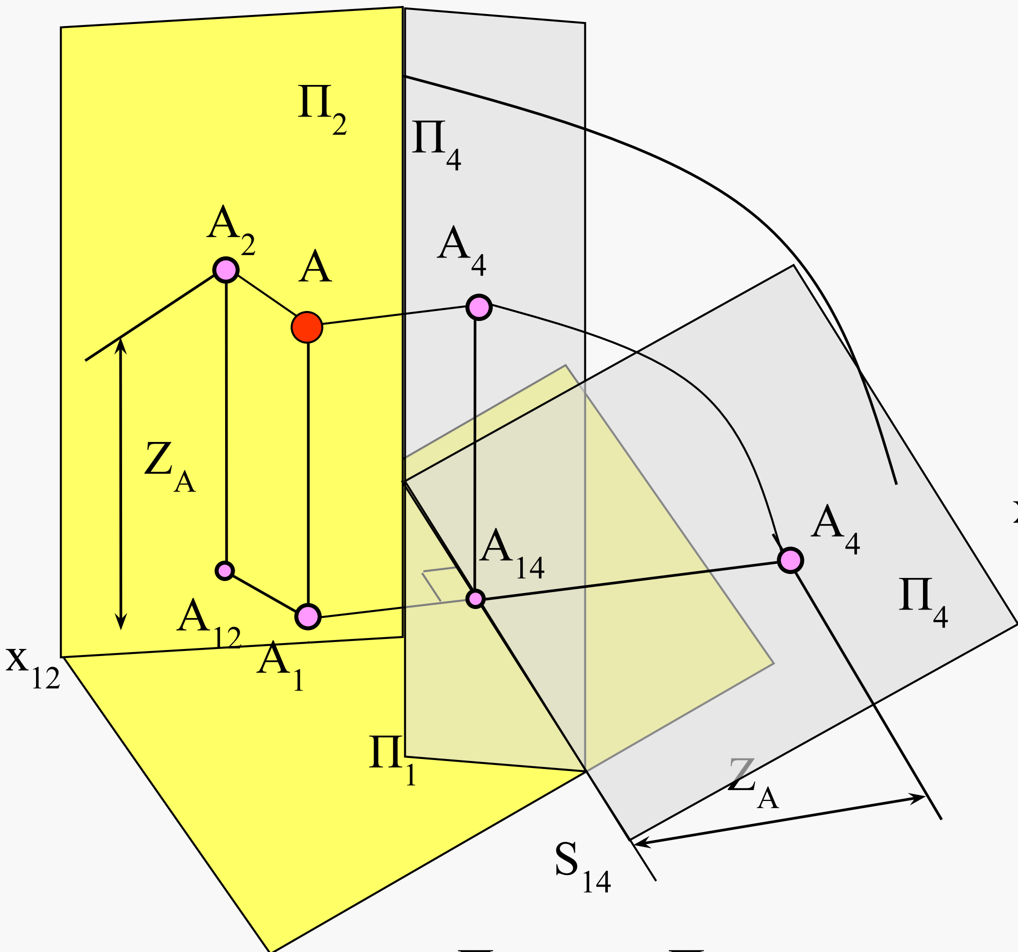
6.2.1 Замена одной плоскости проекций

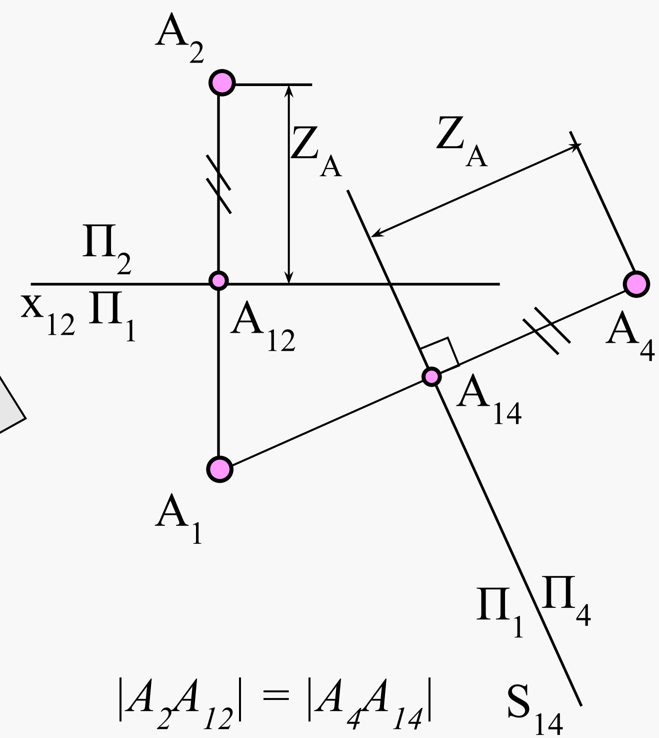
Исходная система плоскостей проекций обозначается $X_{12}\,\frac{П_2}{П_1}$

При замене плоскости $П_2$ на новую плоскость $П_4$ ($П_2 \to П_4 \perp П_1$) получаем новую систему плоскостей проекций $S_{14}\,\frac{П_4}{П_1}$



СПОСОБ ПЕРЕМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ



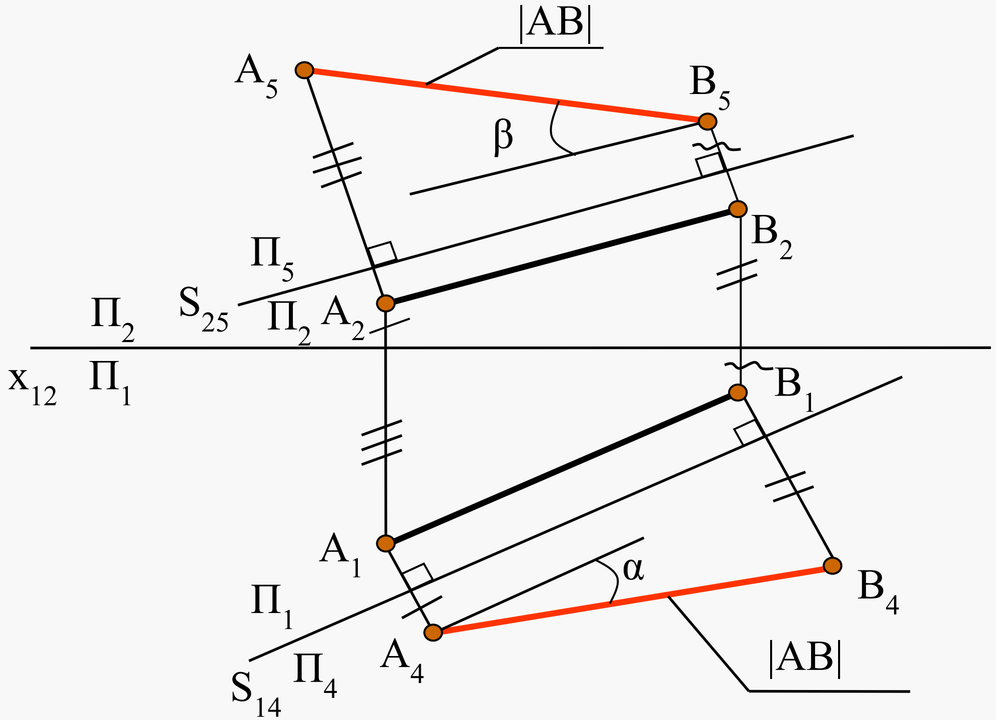


$|A_2A_{12}| = |A_4A_{14}|$

$П_2 \rightarrow П_4 \perp П_1$; $\quad x_{12}\,\dfrac{П_2}{П_1} \rightarrow S_{14}\,\dfrac{П_4}{П_1}$

Правило построения новой проекции точки при замене одной плоскости проекций: ***расстояние от новой проекции точки до новой оси проекций равно расстоянию от заменяемой проекции точки до исходной (предыдущей) оси проекций.***

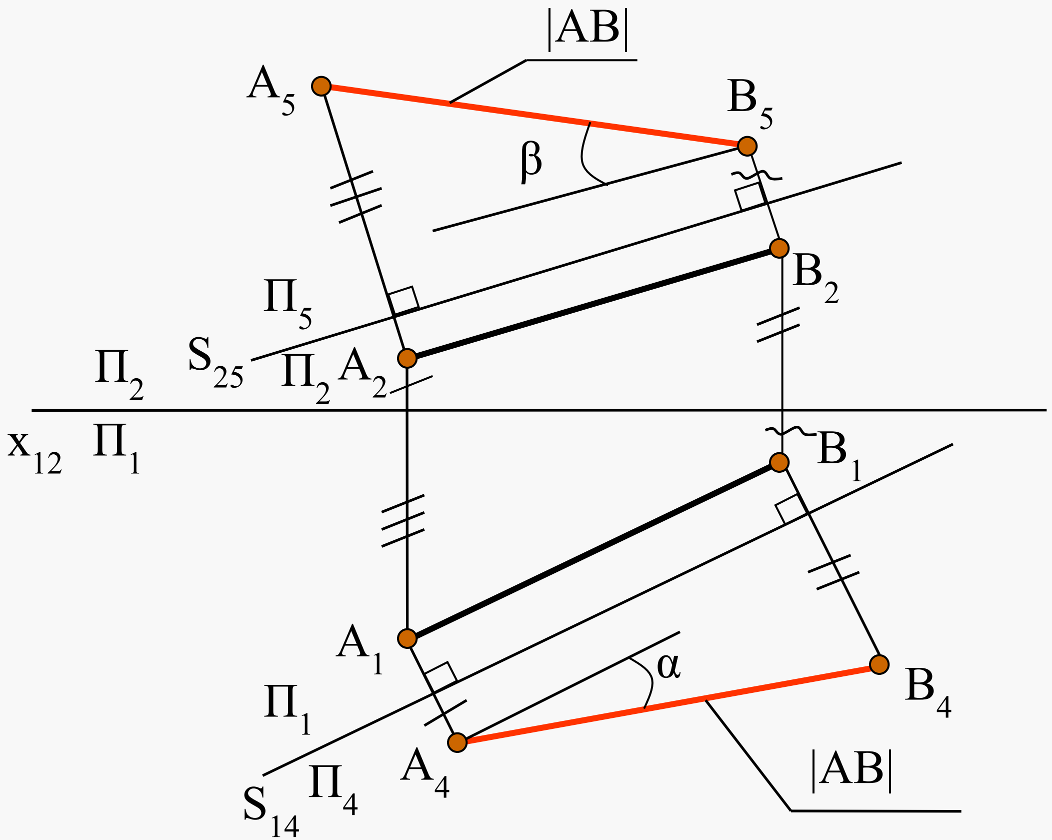
Задача 1. Определить натуральную величину отрезка прямой AB и его углы наклона к плоскостям проекций Π_1 и Π_2.



1) $\Pi_2 \rightarrow \Pi_4 \perp \Pi_1$; $x_{12} \rightarrow s_{14} \| [A_1B_1]$; $[AB] \| \Pi_4 \Rightarrow [A_4B_4] = |AB|$

2) $\Pi_1 \rightarrow \Pi_5 \perp \Pi_2$; $x_{12} \rightarrow s_{25} \| [A_2B_2]$; $[AB] \| \Pi_5 \Rightarrow [A_5B_5] = |AB|$

Задача 1. Определить натуральную величину отрезка прямой АВ и его углы наклона к плоскостям проекций Π_1 и Π_2.



1) $\Pi_2 \rightarrow \Pi_4 \perp \Pi_1$; $x_{12} \rightarrow s_{14} \| [A_1B_1]$; $[AB] \| \Pi_4 \Rightarrow [A_4B_4] = |AB|$

2) $\Pi_1 \rightarrow \Pi_5 \perp \Pi_2$; $x_{12} \rightarrow s_{25} \| [A_2B_2]$; $[AB] \| \Pi_5 \Rightarrow [A_5B_5] = |AB|$

6.2.2 Перемена двух плоскостей проекций

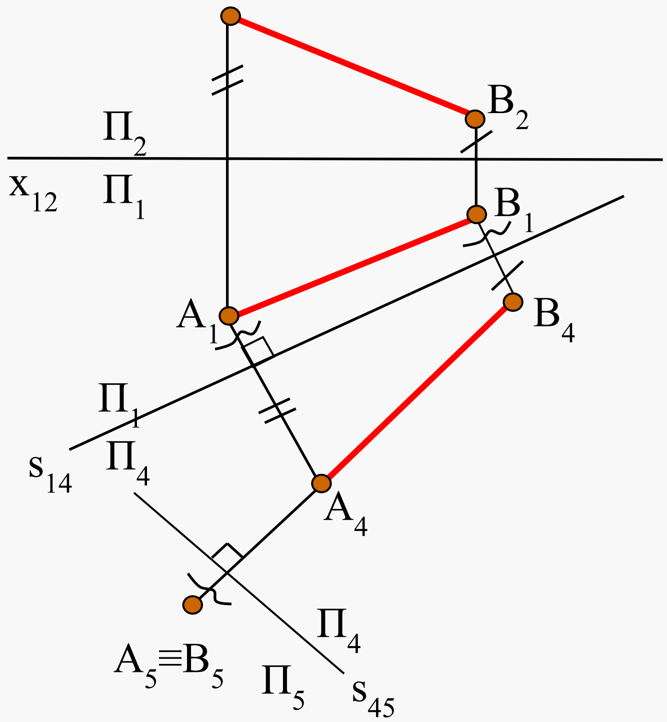
Перемену двух плоскостей проекций рассмотрим на примере решения задачи.

Задача 1. Преобразовать отрезок прямой AB общего положения в отрезок проецирующей прямой.

Эта задача решается в два этапа: сначала заменим плоскость проекций $П_2$ на плоскость $П_4$, параллельную отрезку AB, а затем заменим плоскость проекций $П_1$ на плоскость $П_5$, перпендикулярную отрезку AB.

1) $П_2 \rightarrow П_4 \perp П_1$; $x_{12} \rightarrow s_{14} \| [A_1B_1]$
$[AB] \| П_4$

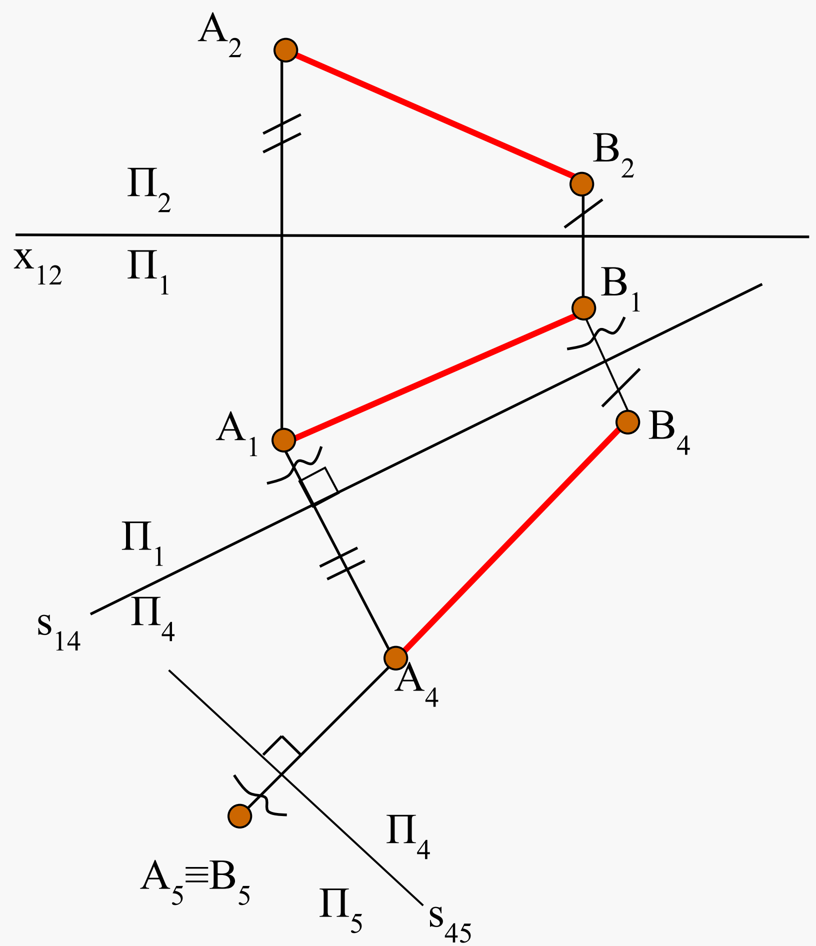
2) $П_1 \rightarrow П_5 \perp П_4$; $s_{14} \rightarrow s_{45} \perp [A_4B_4]$
$[AB] \perp П_5$



Задача 2. Преобразовать отрезок прямой АВ общего положения в отрезок проецирующей прямой.

1) $\Pi_2 \to \Pi_4 \perp \Pi_1$; $x_{12} \to s_{14} \| [A_1B_1]$
$[AB] \| \Pi_4$

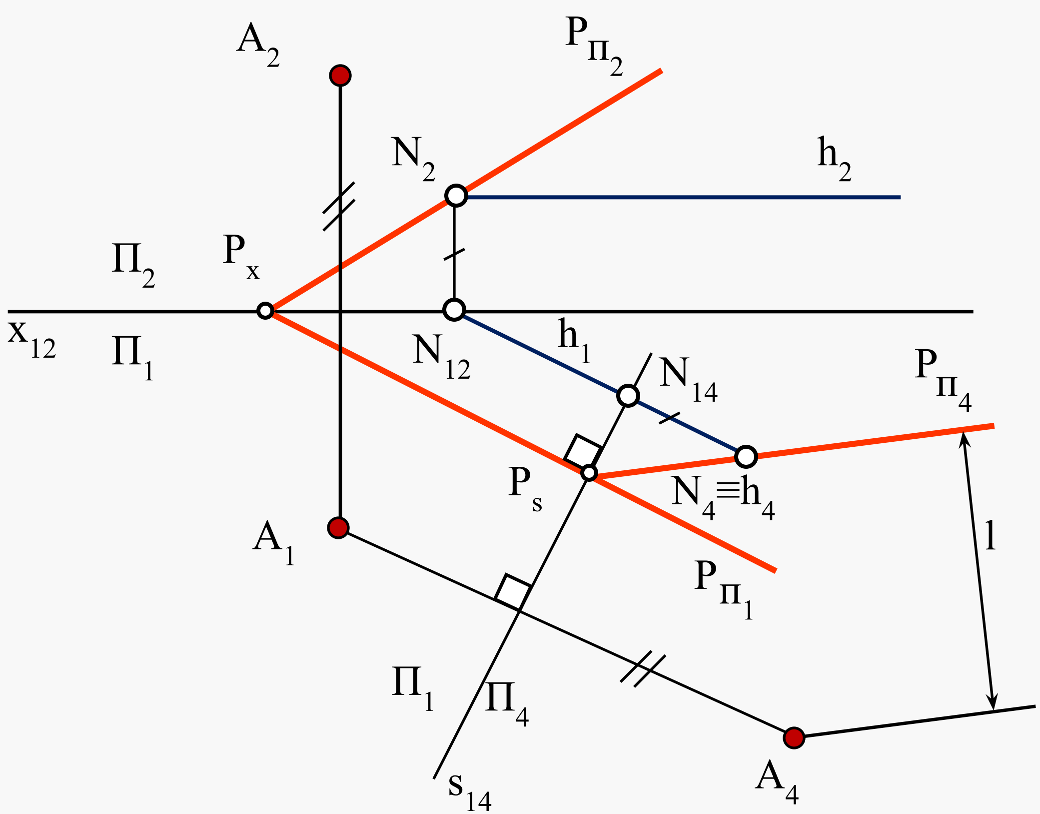
2) $\Pi_1 \to \Pi_5 \perp \Pi_4$; $s_{14} \to s_{45} \perp [A_4B_4]$
$[AB] \perp \Pi_5$

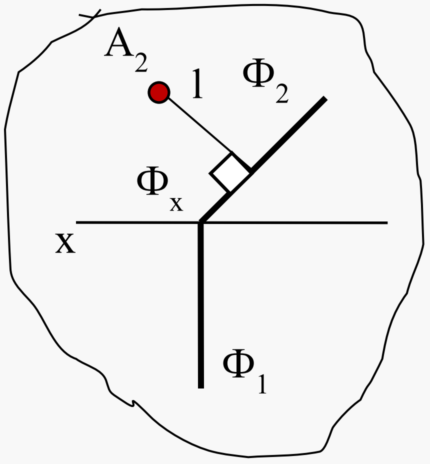


ПРАВИЛО ПОСТРОЕНИЯ НОВЫХ ПОЕКЦИЙ ТОЧЕК

Расстояние новой проекции точки до новой оси проекций равно расстоянию от заменяемой проекции точки до предыдущей оси проекций.

Задача 3. Определить расстояние от точки С до плоскости Р общего положения, заданной следами.



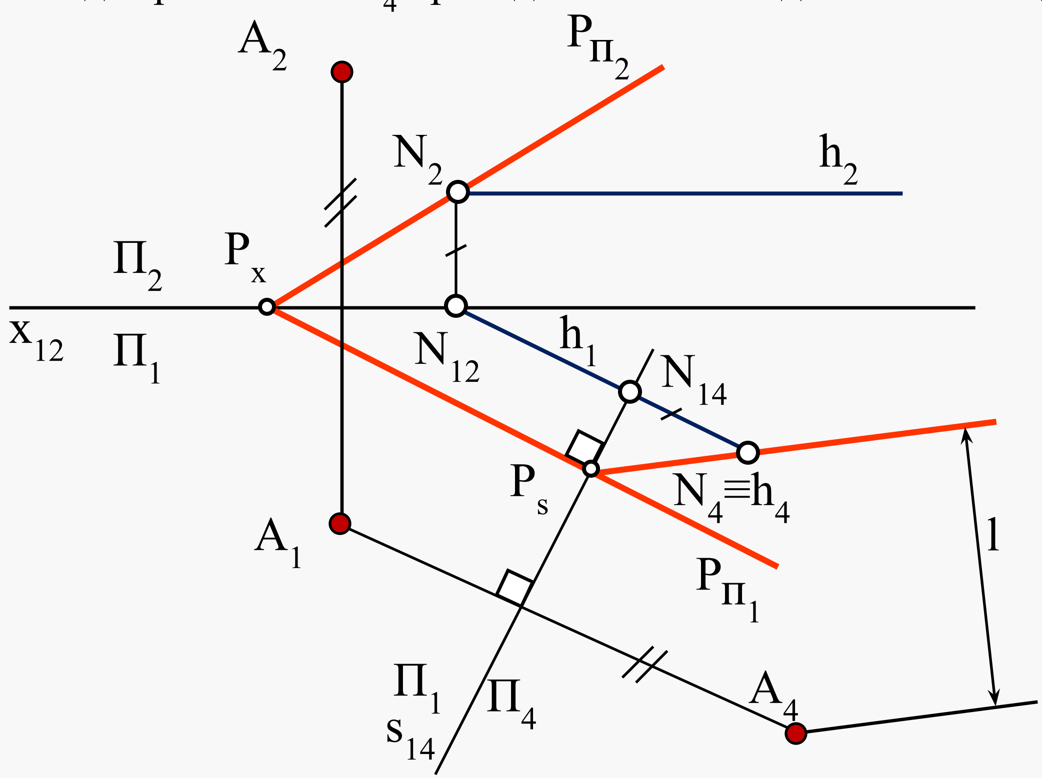


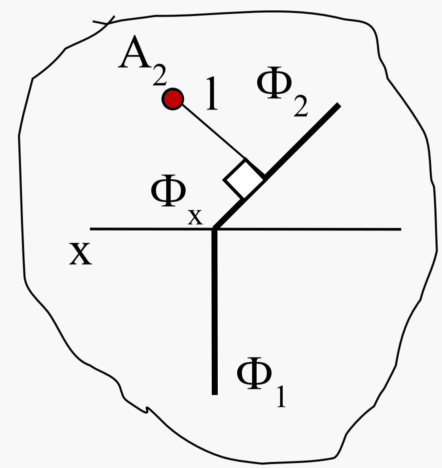
$\Pi_2 \rightarrow \Pi_4 \perp \Pi_1$; $x_{12} \rightarrow s_{14} \perp P_{\pi_1}$; $P \perp \Pi_4$

Задача 3. Определить расстояние от точки С до плоскости Р общего положения, заданной следами.

Легко определяется расстояние от точки до проецирующей плоскости, поэтому преобразуем плоскость Р в проецирующую плоскость.

Заменим плоскость $П_1$ на новую плоскость $П_4$ перпендикулярную плоскости Р, тогда плоскость Р станет проецирующей, а ее горизонтальный след будет перпендикулярен новой оси проекций x_{14}. Чтобы построить новый след плоскости Р на плоскости $П_4$, строим горизонталь h плоскости Р и ее след на плоскости $П_4$ (N_4), через новую точку схода следов P_s и новый след горизонтали N_4 проводим новый след плоскости Р($P_{П_4}$).





$П_2 \to П_4 \perp П_1$; $x_{12} \to s_{14} \perp P_{П_1}$; $P \perp П_4$

6.3 СПОСОБ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПЕМЕЩЕНИЯ

Плоскопараллельным называется такое перемещение геометрической фигуры в пространстве, при котором все ее точки движутся по траекториям, расположенным в параллельных плоскостях.

В зависимости от положения этих траекторий относительно плоскостей проекций и вида траекторий перемещения точек различают следующие частные случаи способа плоскопараллельного перемещения:

а) способ параллельного перемещения (переноса);

б) способ вращения вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекций;

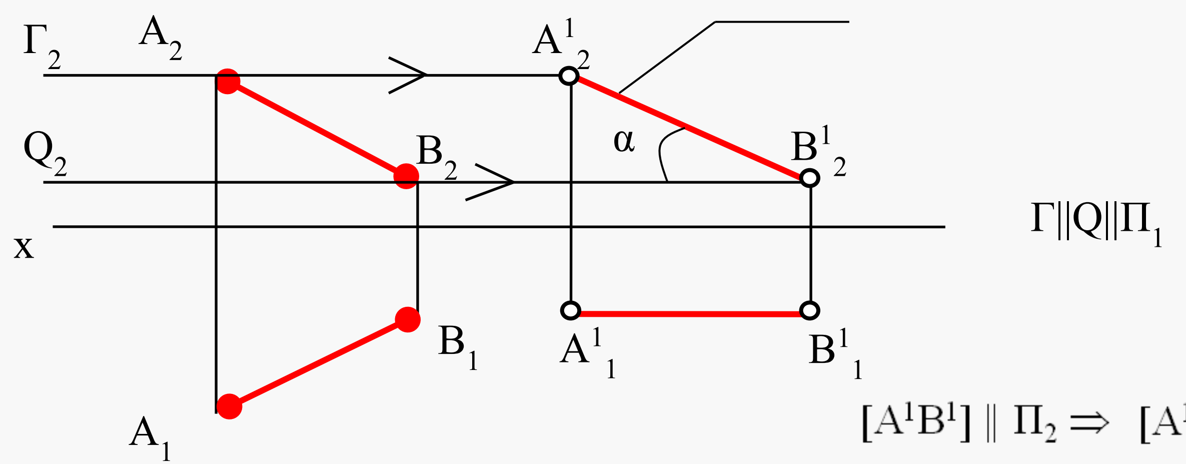
в) способ вращения вокруг оси, параллельной плоскости проекций (вращение вокруг главных линий плоскости);

г) способ вращения вокруг оси, принадлежащей плоскости проекций (вращение вокруг следа плоскости, способ совмещения).

7.3.1 Способ параллельного перемещения (переноса)

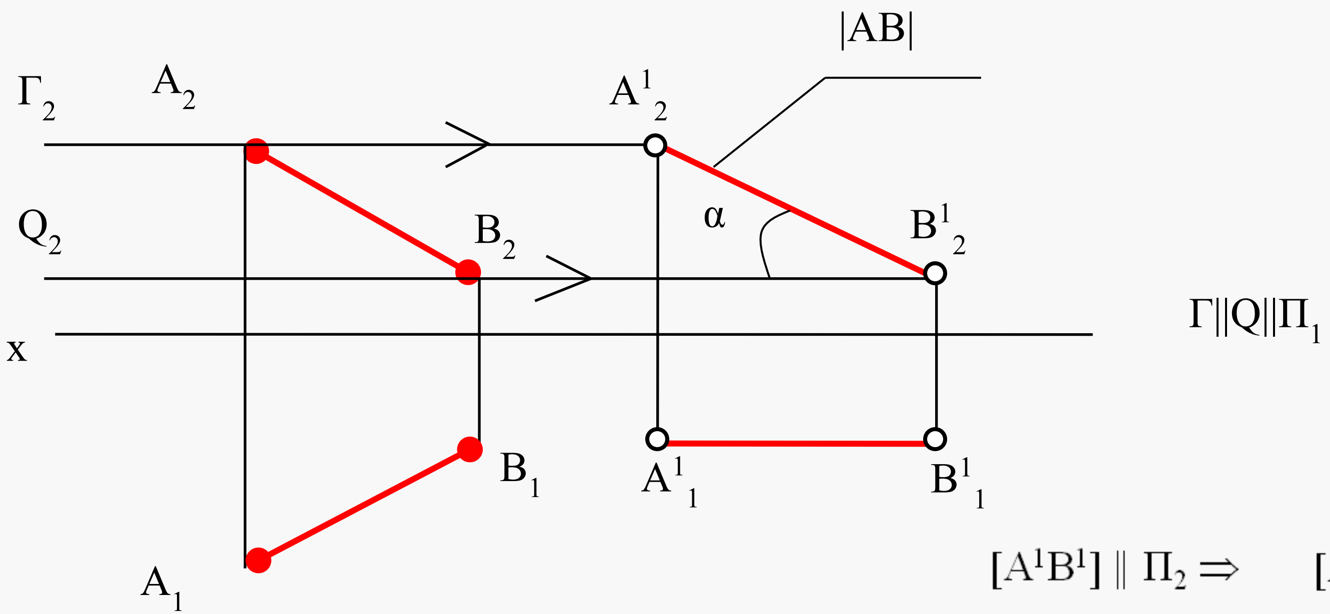
При параллельном перемещении все точки геометрической фигуры движутся по произвольным траекториям, расположенным в параллельных плоскостях, которые сами параллельны одной из плоскостей проекций.

При этом способе одну из проекций геометрической фигуры, сохраняя неизменным ее форму и размеры, перемещают по произвольной траектории и устанавливают в частное положение на свободном поле чертежа, а все точки другой проекции будут перемещаться по прямым, параллельным оси проекции.



$[A^1B^1] \parallel \Pi_2 \Rightarrow [A^1{}_2B^1{}_2]=|AB|$

Задача 4. Определить натуральную величину и угол наклона отрезка прямой АВ к плоскости $П_1$ способом параллельного переноса (перемещения).

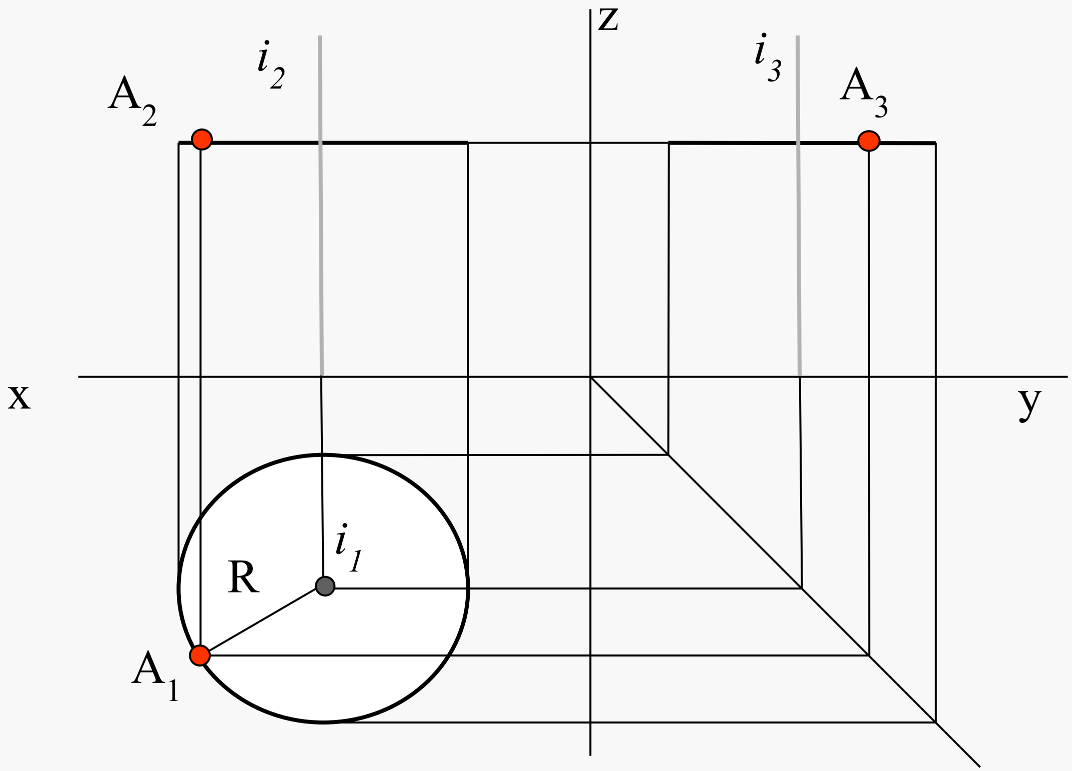


$[A^1B^1] \parallel П_2 \Rightarrow \quad [A^1{}_2B^1{}_2]=|AB|$

При этом способе одну из проекций геометрической фигуры, сохраняя неизменным ее форму и размеры, перемещают по произвольной траектории и устанавливают в частное положение на свободном поле чертежа, а все точки другой проекции будут перемещаться по прямым, параллельным оси проекции.

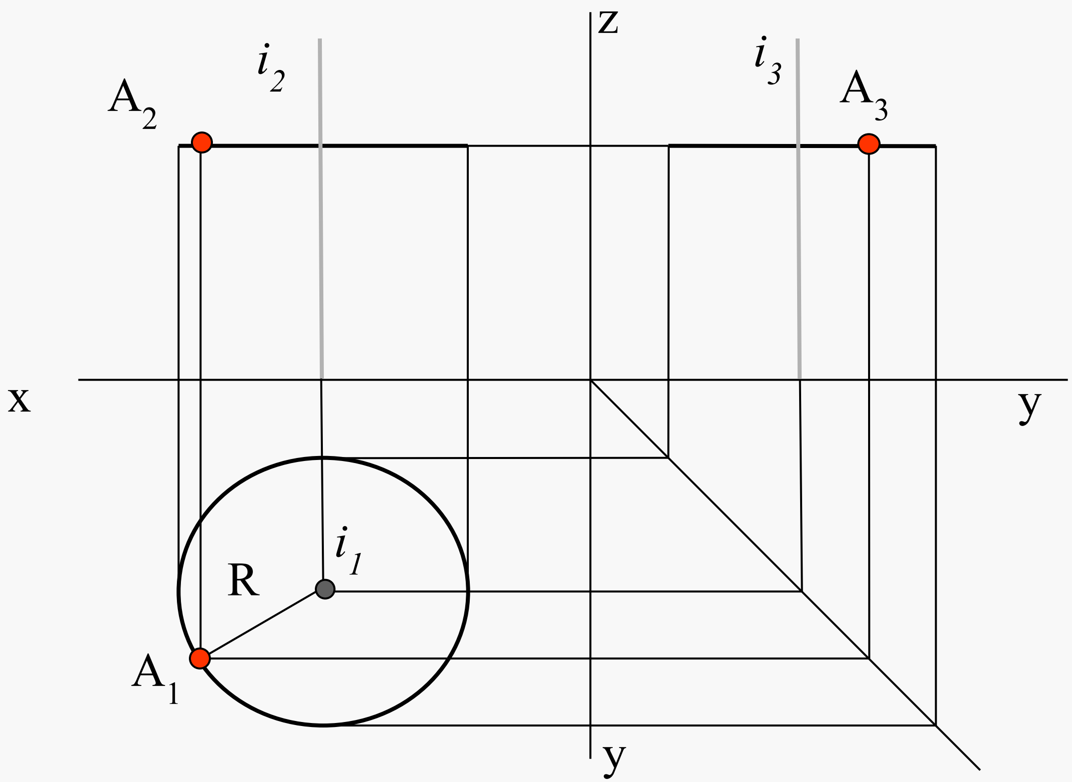
6.3.2 Вращение вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекций

При вращении точки вокруг оси, перпендикулярной одной из плоскостей проекций, траектория движения проекции точки на данной плоскости проекций будет окружность, а на других плоскостях проекций − прямая, параллельная оси проекций.



$i \perp \Pi_1$

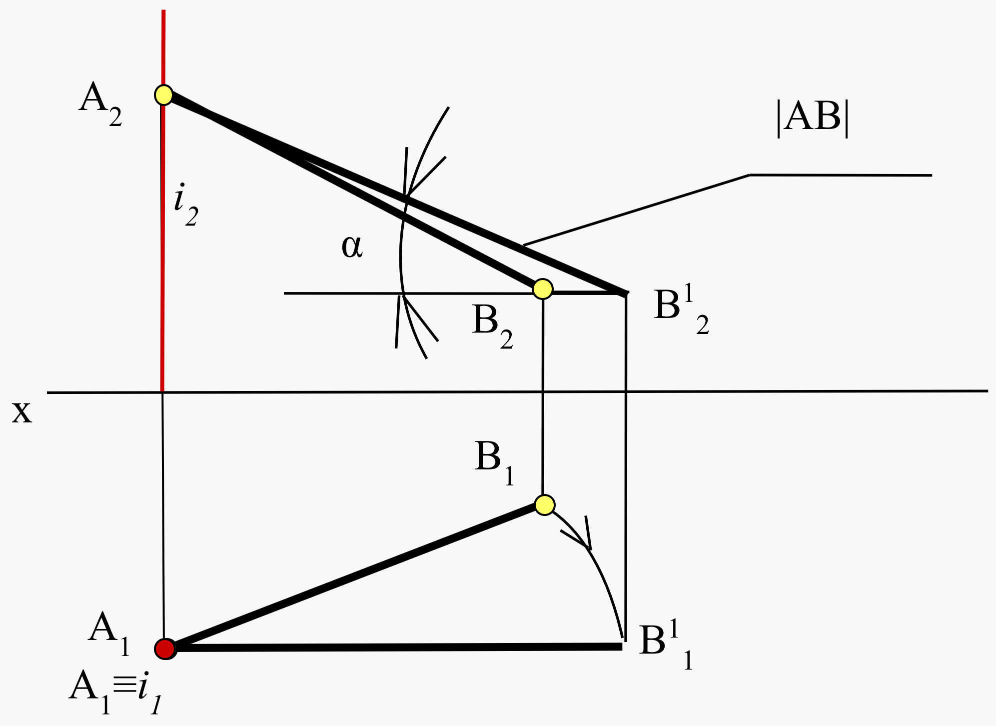
ВРАЩЕНИЕ ВОКРУГ ОСИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ



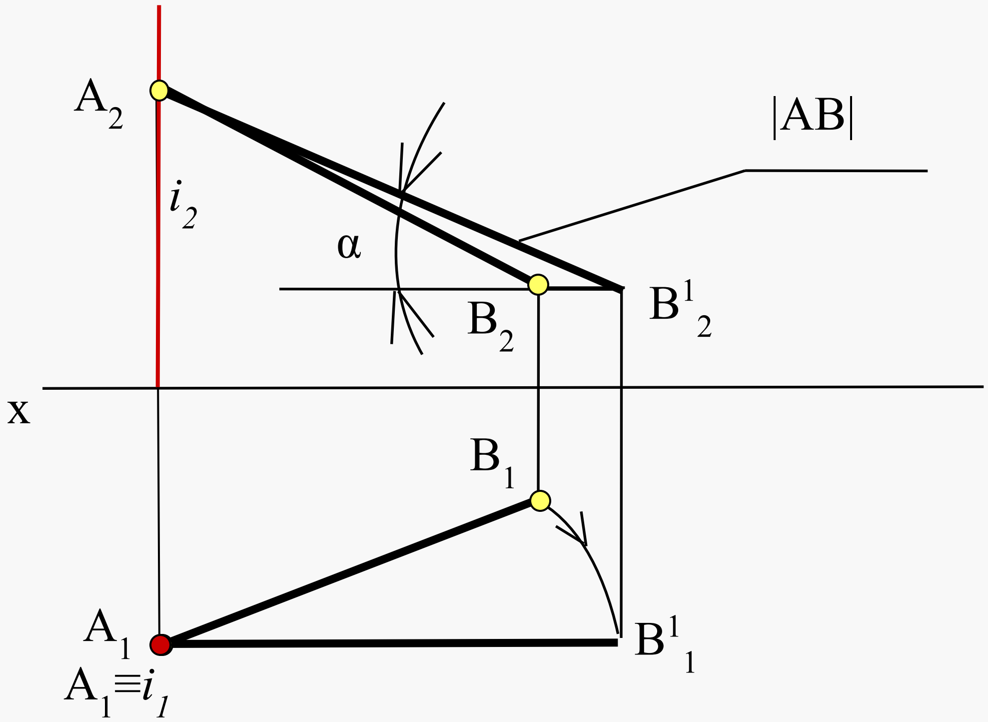
$i \perp \Pi_1$

Если ось вращения перпендикулярна плоскости проекций Π_1, то горизонтальная проекция точки A_1 вращается по окружности радиусом R, фронтальная проекция перемещается по прямой параллельной оси x, а профильная проекция − по прямой параллельной оси y.

Задача 5. Определить натуральную величину и угол наклона отрезка прямой AB к плоскости $П_1$.



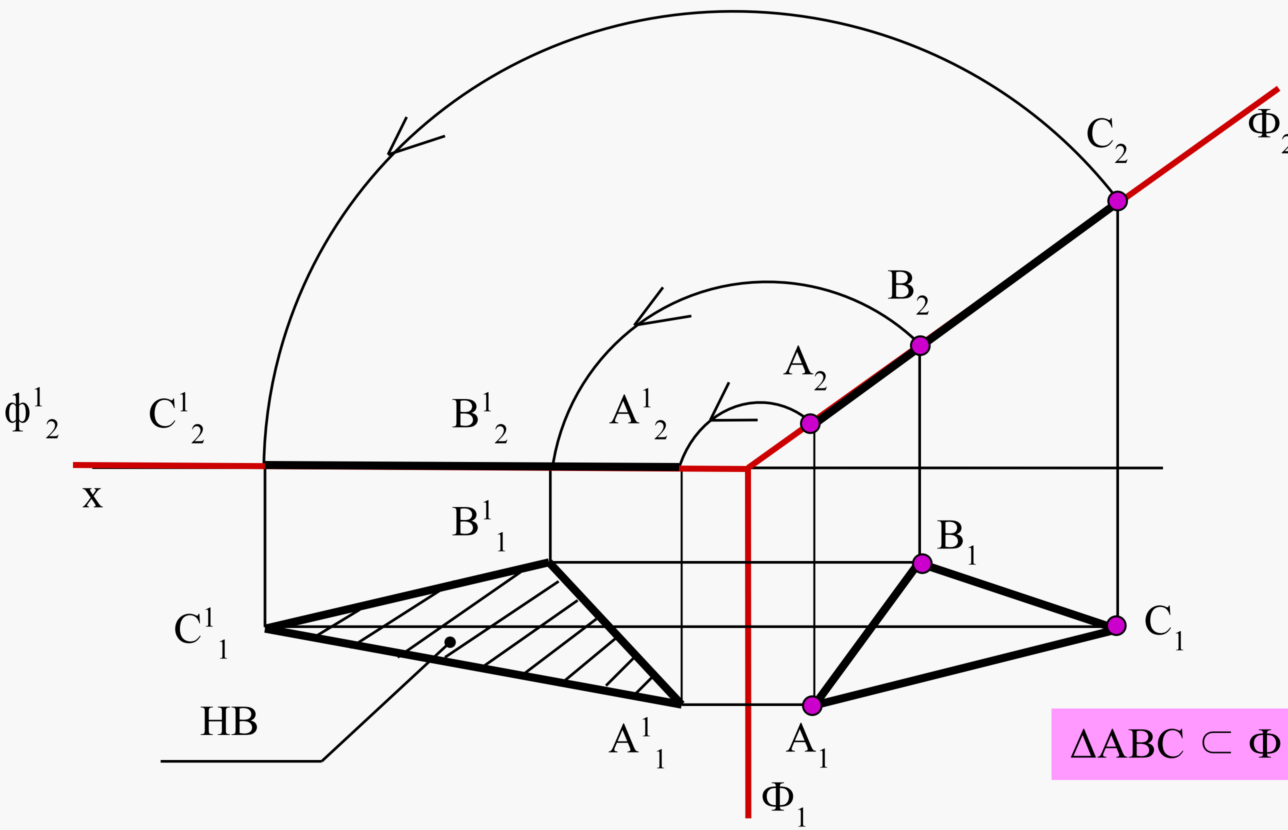
Задача 5. Определить натуральную величину и угол наклона отрезка прямой АВ к плоскости $П_1$.



6.3.3 Способ совмещения

Сущность способа совмещения заключается во вращении плоскости вместе с лежащей в ней фигурой вокруг одного из следов плоскости до совмещения с плоскостью проекций, при этом фигура проецируется на эту плоскость проекций в натуральную величину.

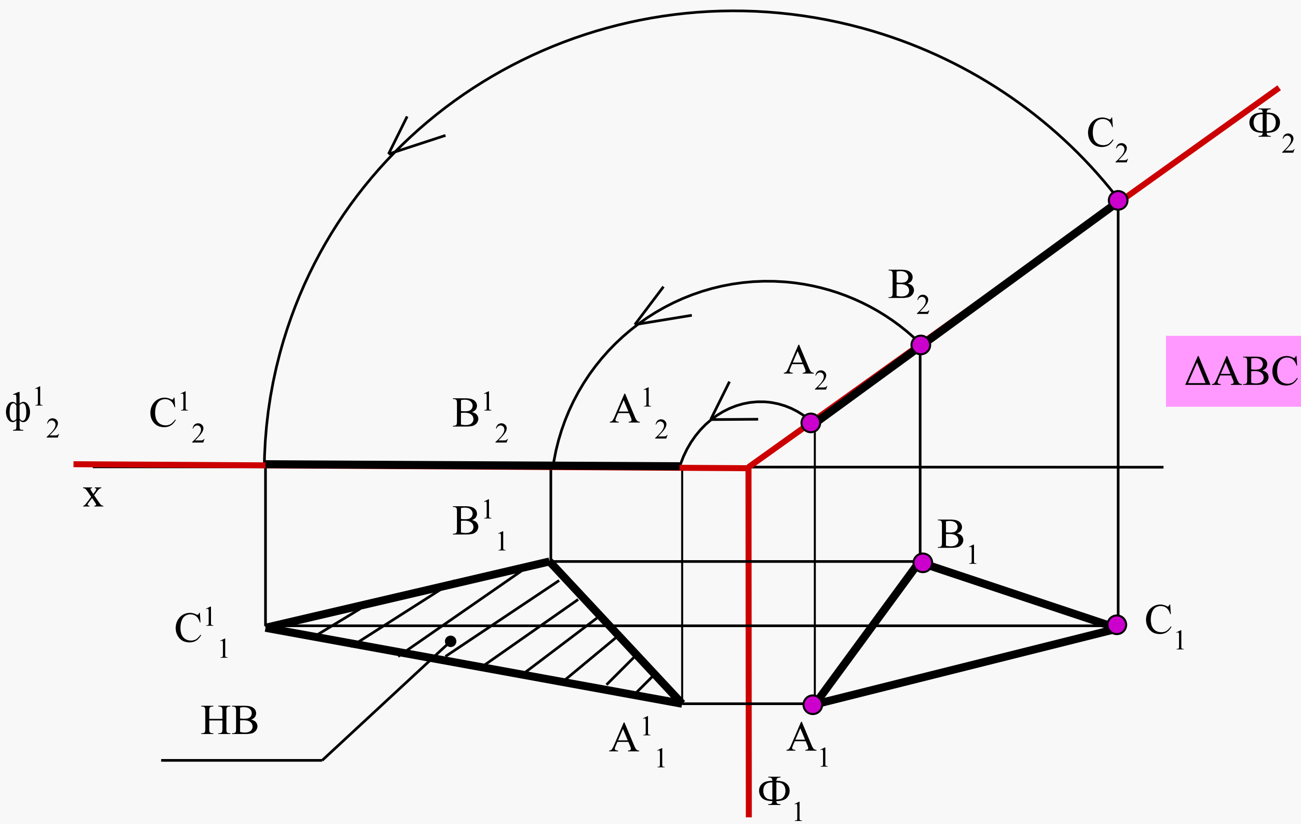
Способ совмещения удобно использовать, когда плоская геометрическая фигура лежит в проецирующей плоскости. Осью вращения при этом является след плоскости, перпендикулярный оси проекций.



$\Delta ABC \subset \Phi \perp \Pi_2$

СПОСОБ СОВМЕЩЕНИЯ

Сущность способа совмещения заключается во вращении плоскости вместе с лежащей в ней фигурой вокруг одного из следов плоскости до совмещения с плоскостью проекций, при этом фигура проецируется на эту плоскость проекций в натуральную величину.



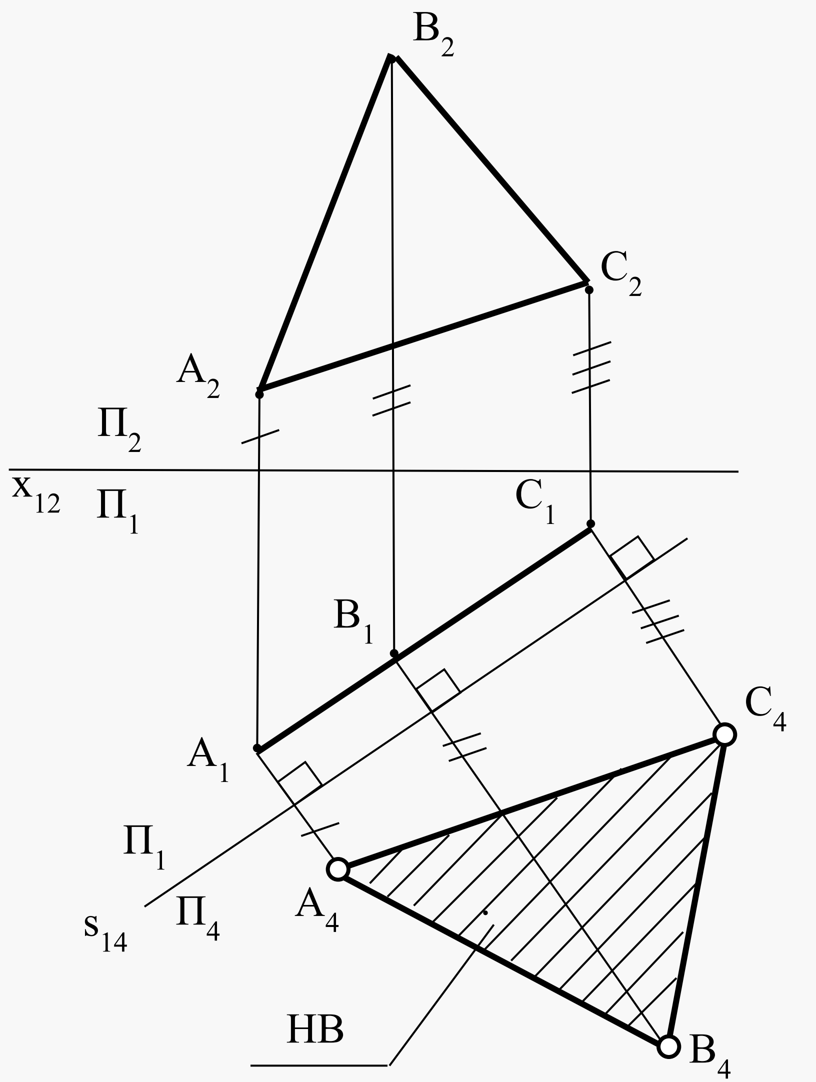
$\Delta ABC \subset \Phi \perp \Pi_2$

З а д а ч а 6. Определить натуральную величину треугольника *ABC*, плоскость которого перпендикулярна плоскости Π_1, способом перемены плоскостей проекций

$\Delta ABC \perp \Pi$

1

$\Pi_2 \rightarrow \Pi_4 \perp \Pi_1$
$x_{12} \rightarrow s_{14} \parallel [A_1B_1C_1]$
$\Delta ABC \parallel \Pi_4$



З а д а ч а 6. Определить натуральную величину треугольника *АВС*, плоскость которого перпендикулярна плоскости Π_1, способом перемены плоскостей проекций

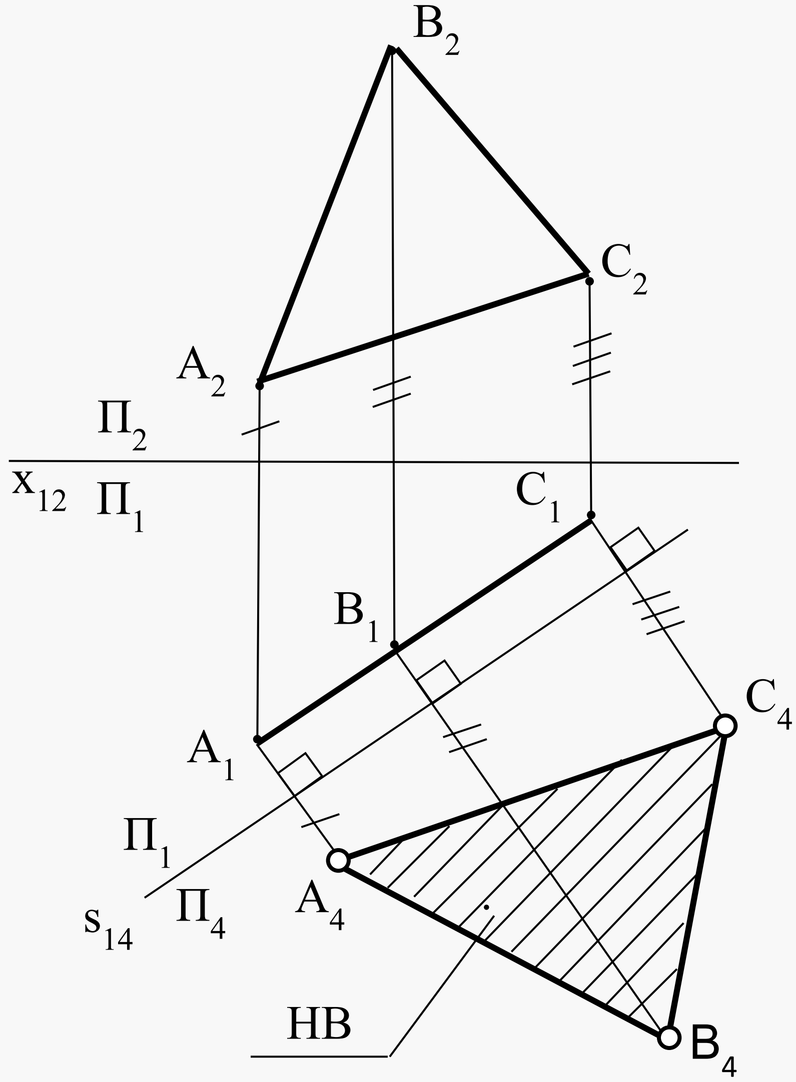
$\Delta ABC \perp \Pi$

1

$\Pi_2 \rightarrow \Pi_4 \perp \Pi_1$

$x_{12} \rightarrow s_{14} \parallel [A_1B_1C_1]$

$\Delta ABC \parallel \Pi_4$



Задача 7. Определить расстояние от точки D до плоскости ΔABC.

1.Строим горизонталь h ΔABC

$h \subset \Delta ABC \wedge h \| \Pi_1$

2.

$\Pi_2 \to \Pi_4 \perp \Pi_1$

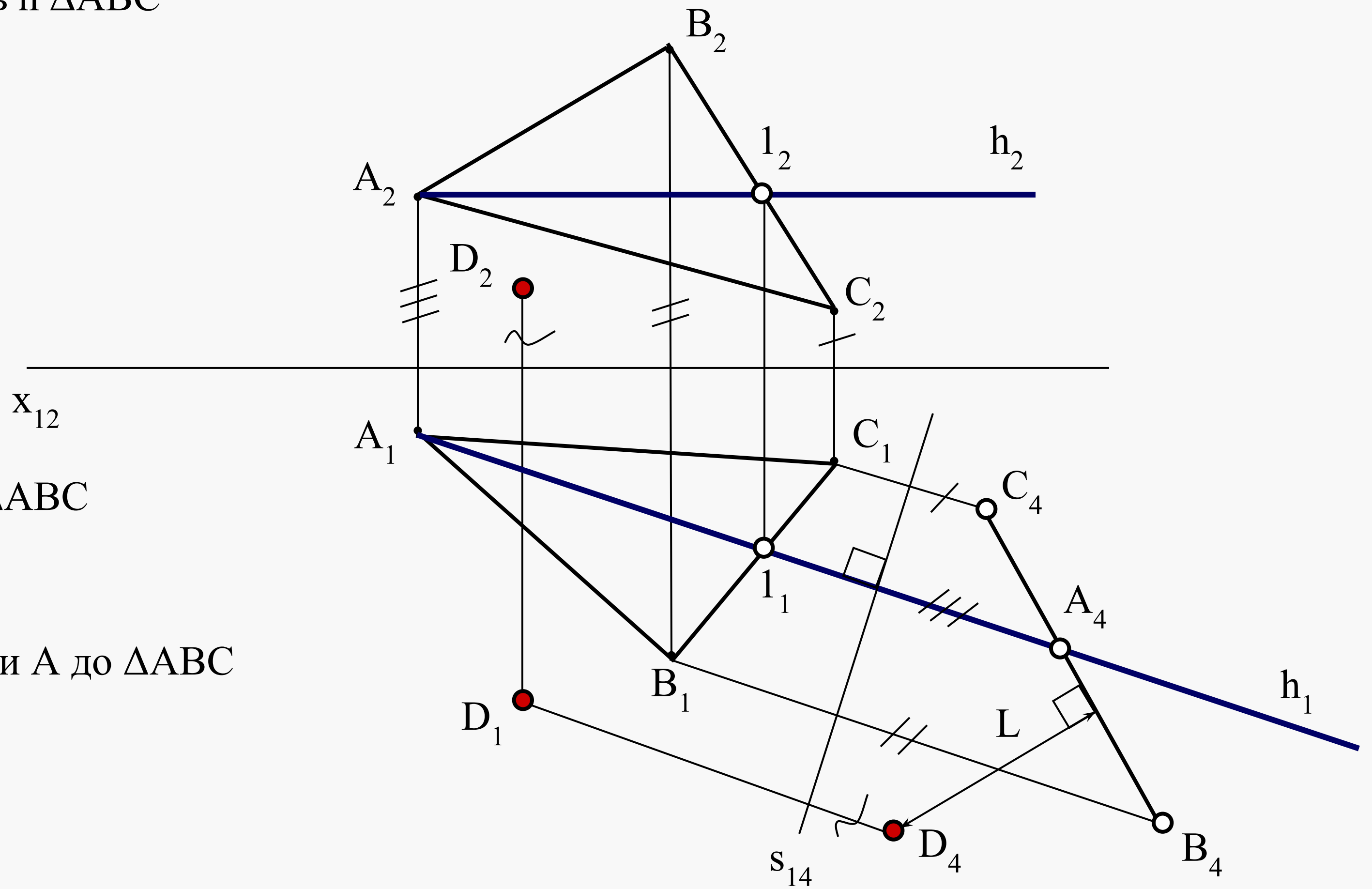
$x_{12} \to s_{14} \perp h_1$

$s_{14} \perp h_1 \Rightarrow \Delta ABC \perp \Pi_4$

$D_2 \to D_4$

$[A_4B_4C_4]$−проекция ΔABC на плоскость Π_4.

L−расстояние от точки А до ΔABC



Задача 7. Определить расстояние от точки D до плоскости ΔABC.

Для решения задачи преобразуем плоскость, в которой лежит треугольник, в проецирующую.

1.Строим горизонталь h ΔABC

$h \subset \Delta ABC \wedge h \parallel \Pi_1$

2.

$\Pi_2 \rightarrow \Pi_4 \perp \Pi_1$

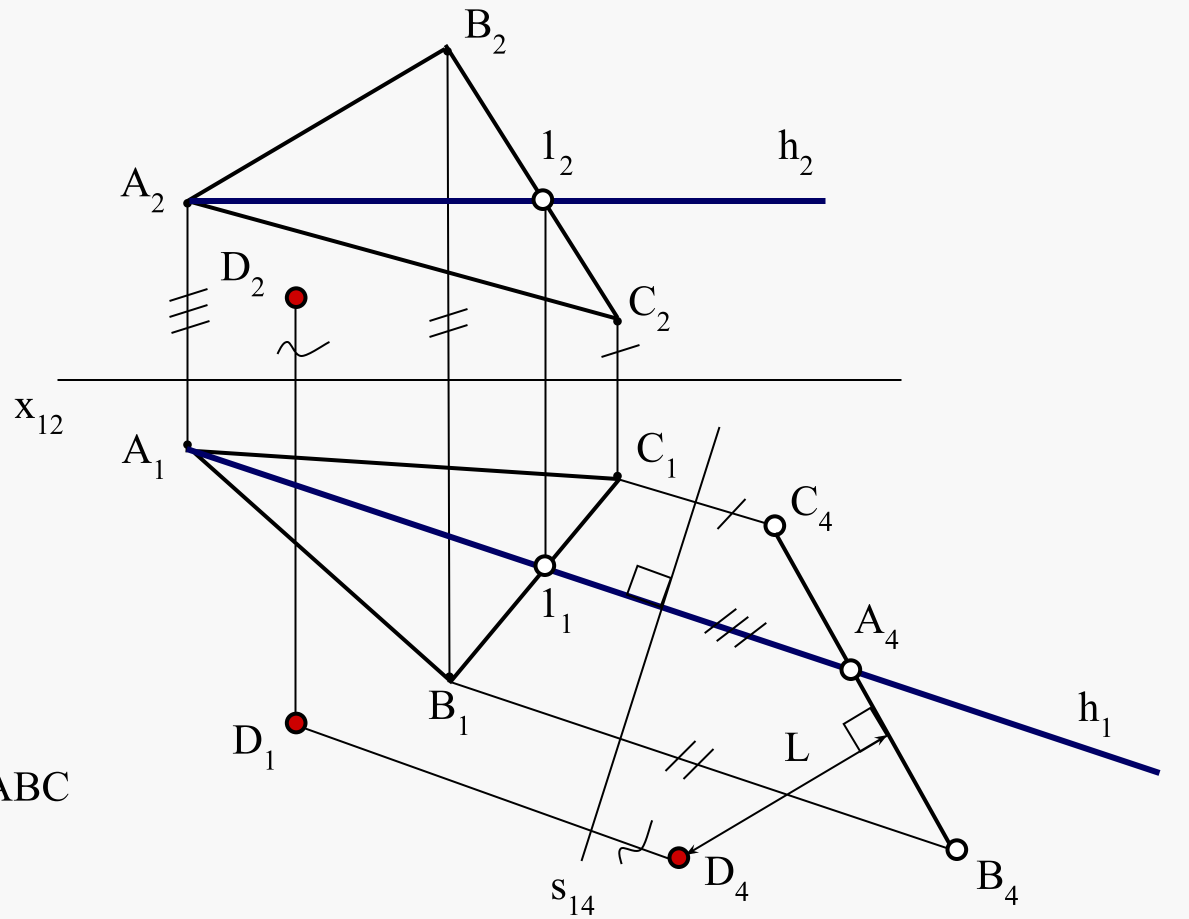
$x_{12} \rightarrow s_{14} \perp h_1$

$s_{14} \perp h_1 \Rightarrow \Delta ABC \perp \Pi_4$

$D_2 \rightarrow D_4$

$[A_4B_4C_4]$−проекция ΔABC на плоскость Π_4.

L−расстояние от точки A до ΔABC

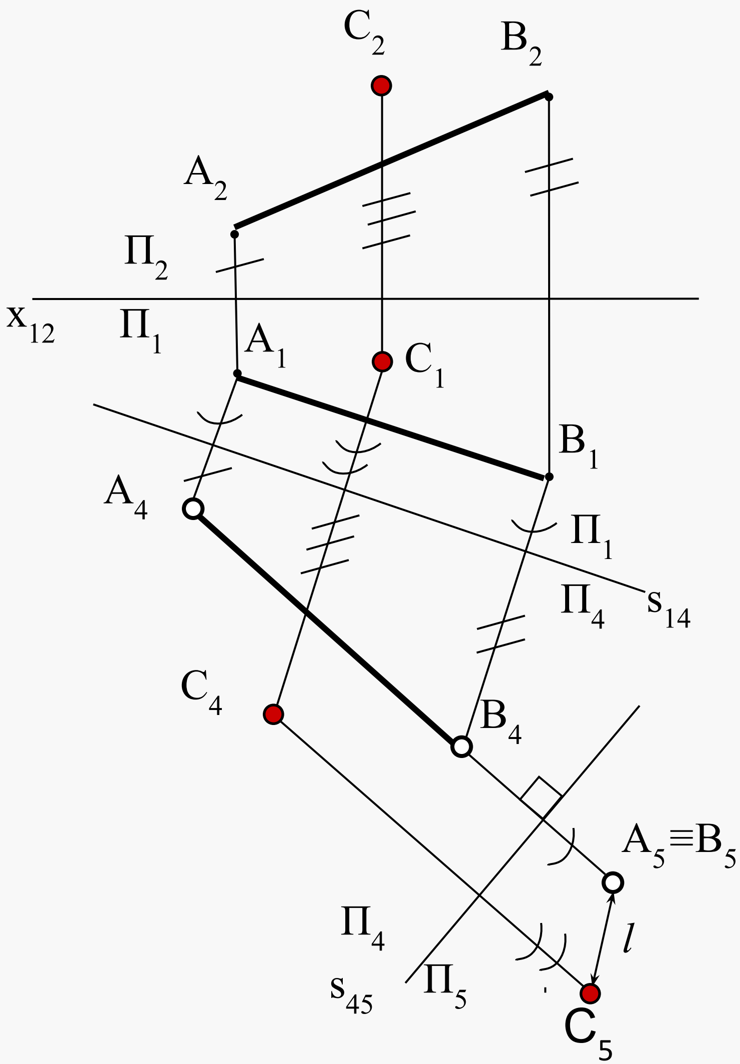


З а д а ч а 8. Определить расстояние между точкой *C* и прямой *AB* способом перемены плоскостей проекций.

1. $\Pi_2 \to \Pi_4 \perp \Pi_1$
   $x_{12} \to s_{14} \parallel [A_1B_1]$
   $[AB] \parallel \Pi_4$

2. $\Pi_1 \to \Pi_5 \perp \Pi_4$
   $s_{14} \to s_{45} \perp [A_4B_4]$
   $[AB] \perp \Pi_5$

3. $C_2 \to C_4 \to C_5$



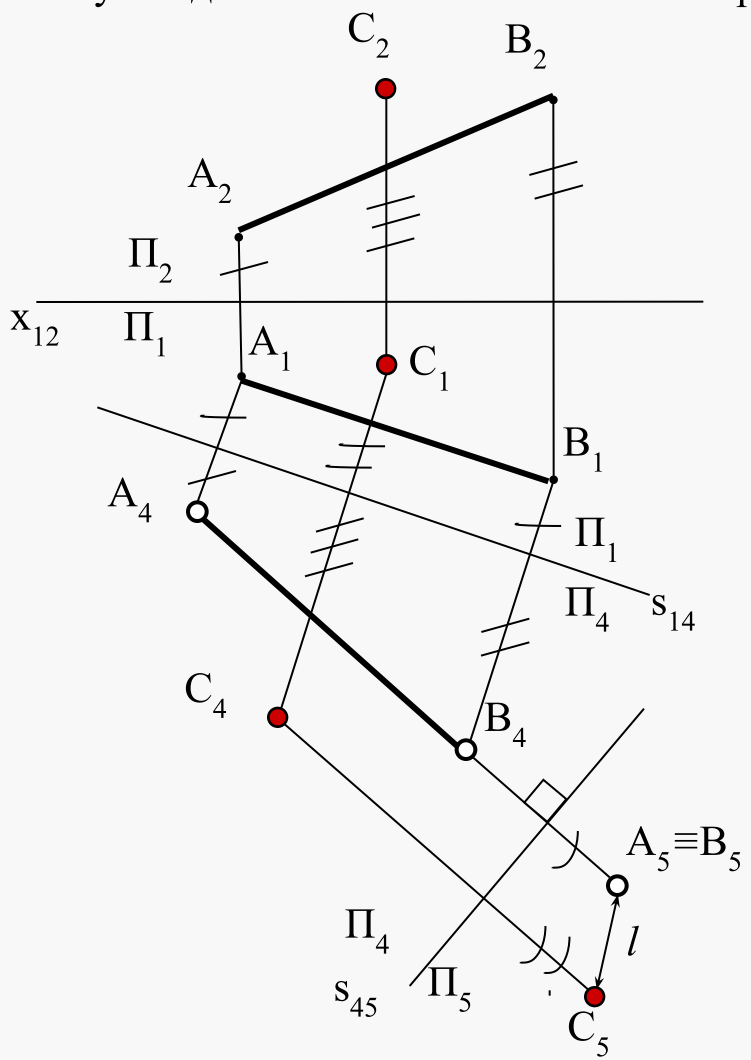
З а д а ч а 8. Определить расстояние между точкой *C* и прямой *AB* способом перемены плоскостей проекций.

Задача решается путем двойной замены плоскостей проекций

1. $\Pi_2 \to \Pi_4 \perp \Pi_1$
   $x_{12} \to s_{14} \parallel [A_1B_1]$
   $[AB] \parallel \Pi_4$

2. $\Pi_1 \to \Pi_5 \perp \Pi_4$
   $s_{14} \to s_{45} \perp [A_4B_4]$
   $[AB] \perp \Pi_5$

3. $C_2 \to C_4 \to C_5$



7. ЛЕКЦИЯ № 6. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ ПЛОСКОСТЯМИ

7.1 ОБЩАЯ МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ТЕЛА ПЛОСКОСТЬЮ

При выполнении чертежей для выявления внутренней конфигурации изображаемого предмета строят сечения и разрезы.

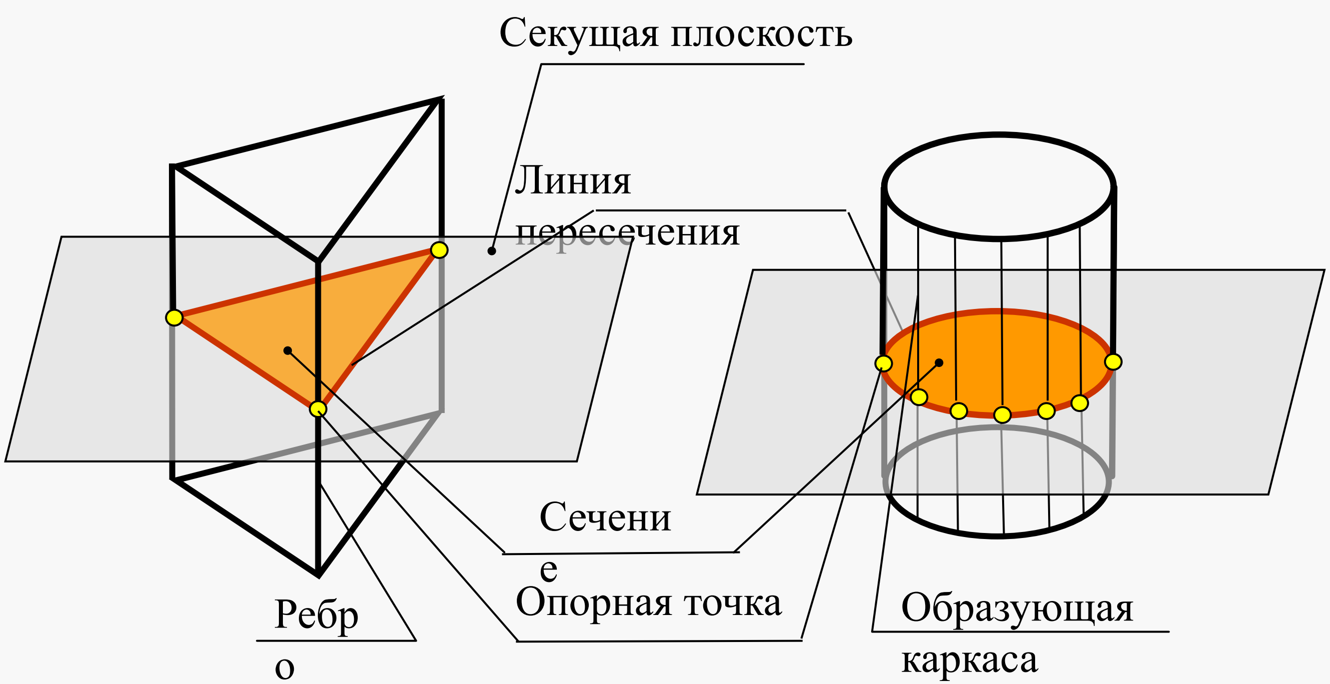
Сечением называется плоская фигура, получаемая в результате пересечения геометрического тела плоскостью.

При пересечении поверхности геометрического тела плоскостью образуется линия пересечения, тогда ***сечением называется плоская фигура, лежащая в секущей плоскости и ограниченная линией пересечения***.

В отличии от сечения на разрезе изображают то, что лежит в секущей плоскости и расположено за ней.

Для построения сечения необходимо найти точки, в которых ребра многогранника или образующие кривой поверхности пересекают секущую плоскость − ***способ ребер***, или найти отрезки прямых, по которым грани многогранника пересекают секущую плоскость − ***способ граней.***

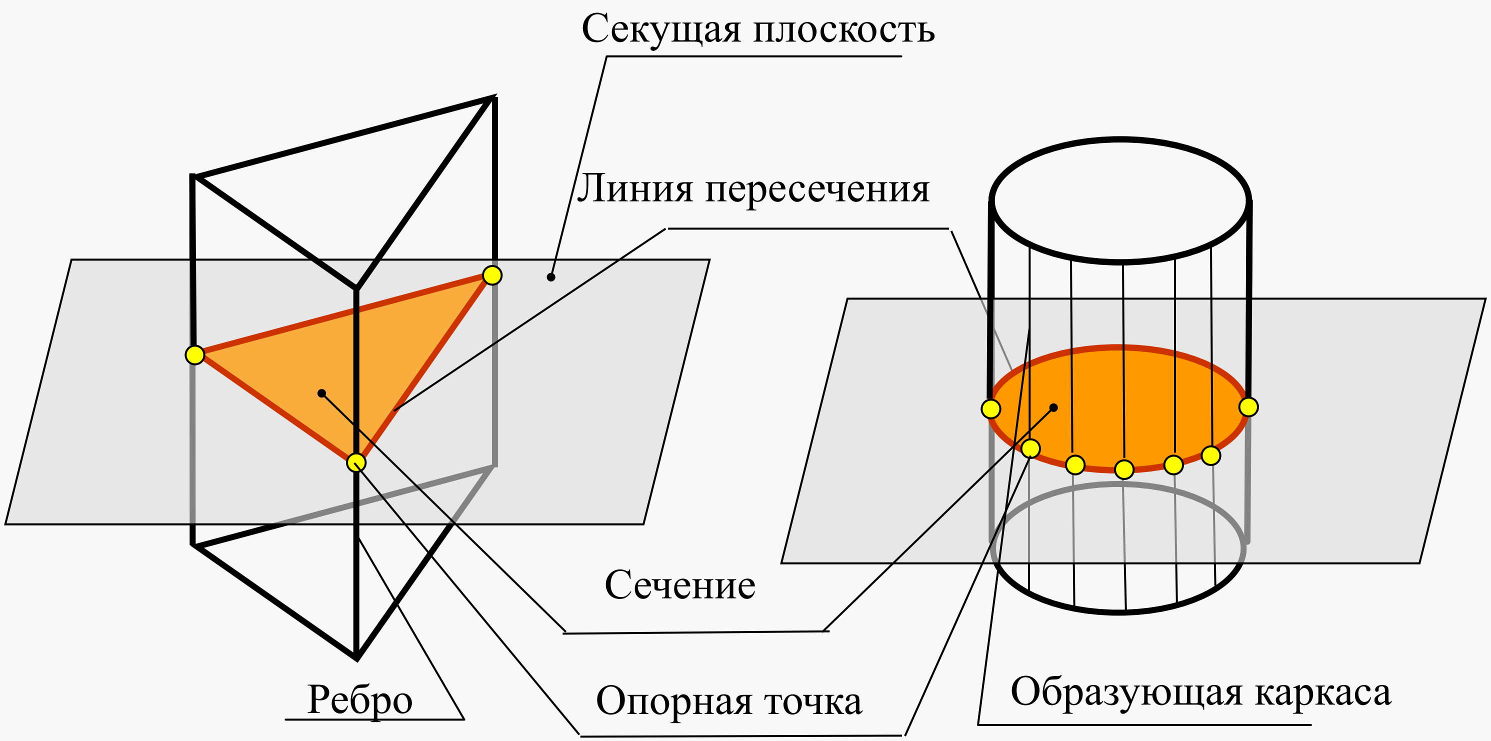
Методику построения линии пересечения рассмотрим для способа ребер.



ПОСТРОЕНИЕ ФИГУРЫ СЕЧЕНИЯ

Сечением называется плоская фигура, лежащая в секущей плоскости и ограниченная линией пересечения.

Для построения сечения необходимо найти точки, в которых ребра многогранника или образующие кривой поверхности пересекают секущую плоскость − ***способ ребер***, или найти отрезки прямых, по которым грани многогранника пересекают секущую плоскость − ***способ граней***



Как следует из рисунка для построения линии пересечения необходимо построить проекции *опорных точек*, а затем соединить их отрезками прямой линии (для многогранников) или плавной кривой (для тел вращения).

Опорные точки − это точки, в которых ребра многогранника или образующие кривой поверхности пересекаются с секущей плоскостью.

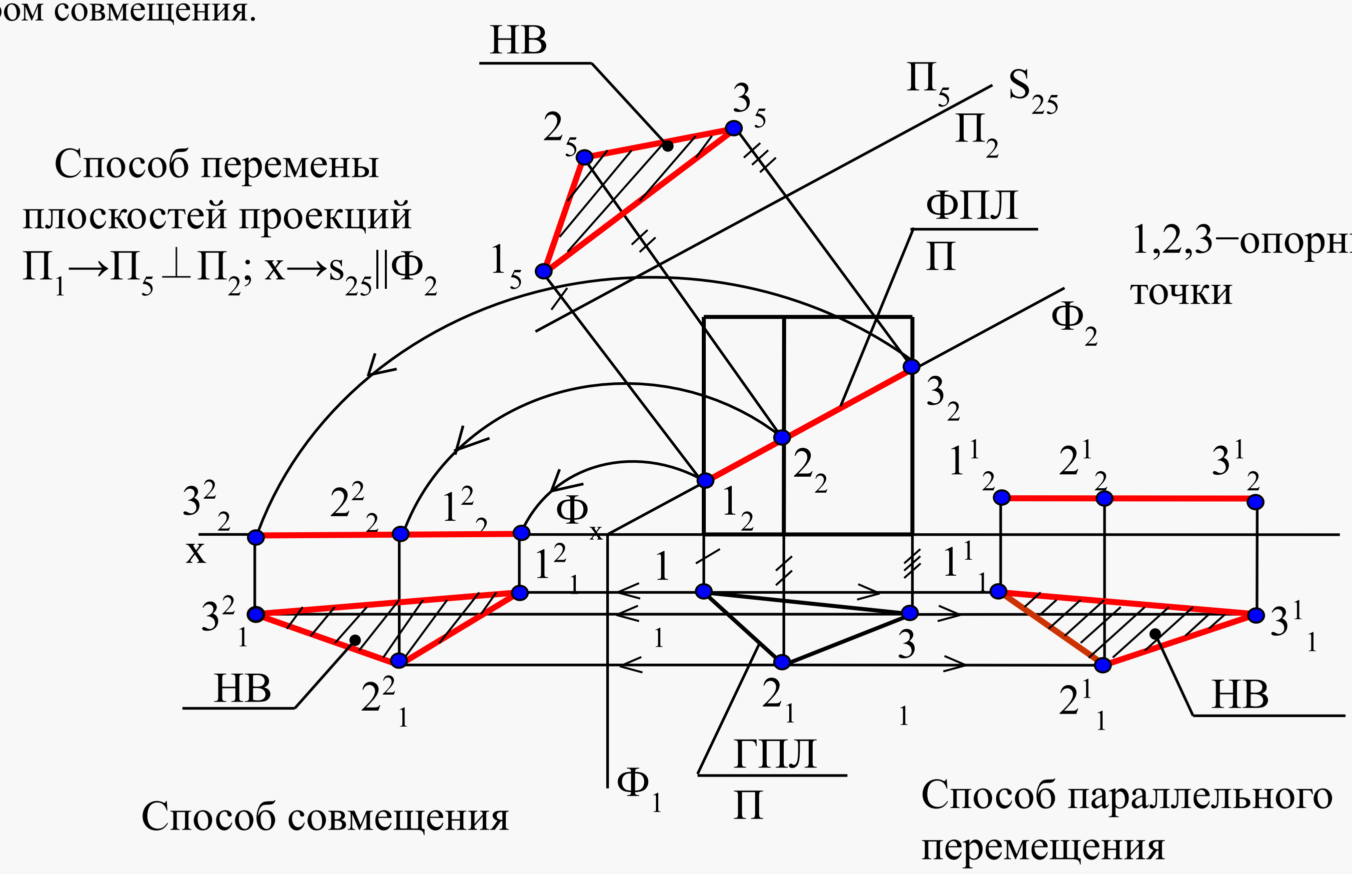
7.2 ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННОЙ, ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ И НАХОЖДЕНИЕ НАТУРАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ СЕЧЕНИЯ

7.2.1 Пересечение многогранников

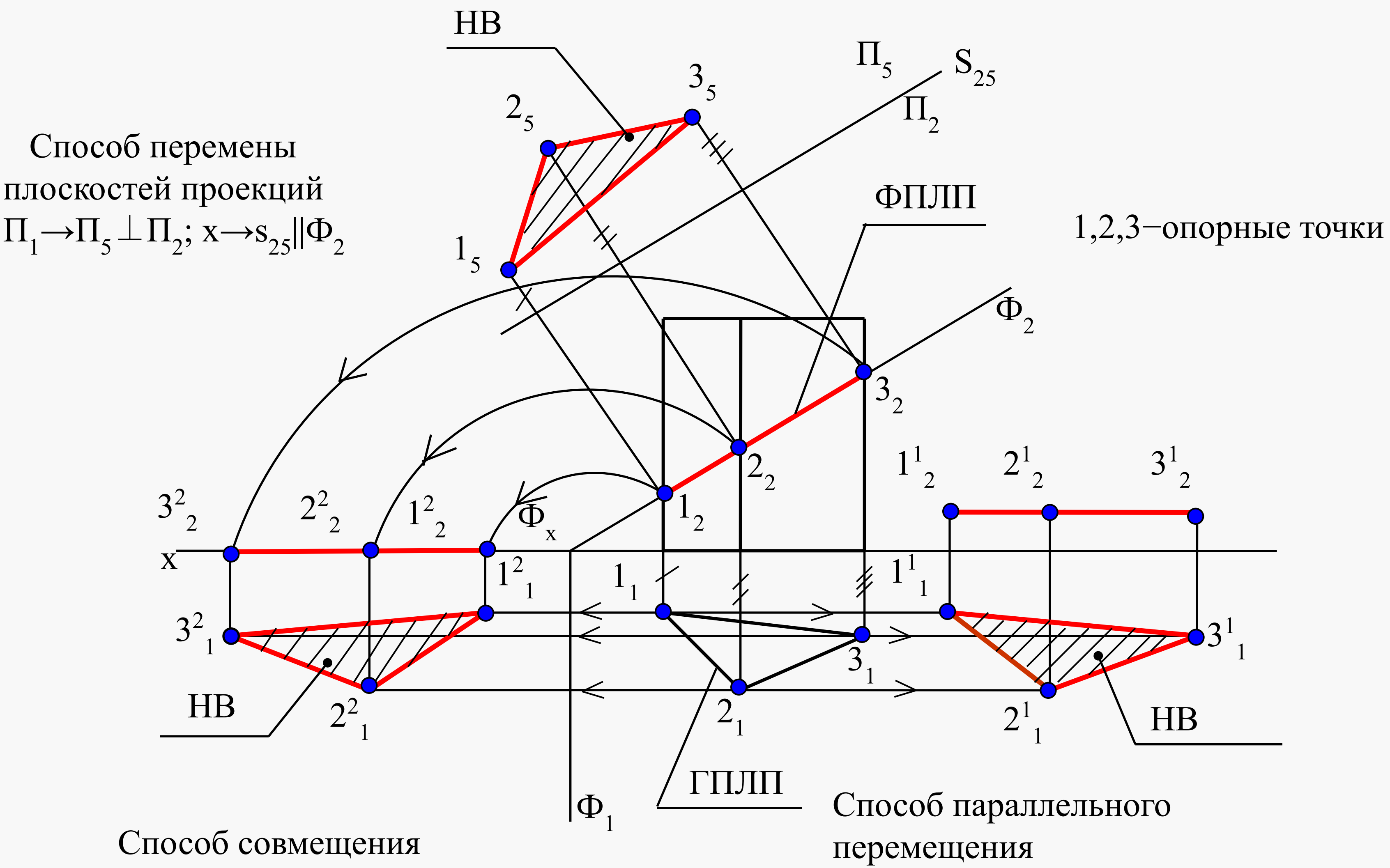
Методику построения сечения и нахождение его натуральной величины рассмотрим на примере решения задачи.

Задача. Построить проекции линии пересечения прямой треугольной призмы фронтально-проецирующей плоскостью Ф и найти натуральную величину сечения.

Для построения проекций линии пересечения используем способ ребер. Натуральную величину сечения найдем способом параллельного перемещения, способом перемены плоскостей проекций, способом совмещения.

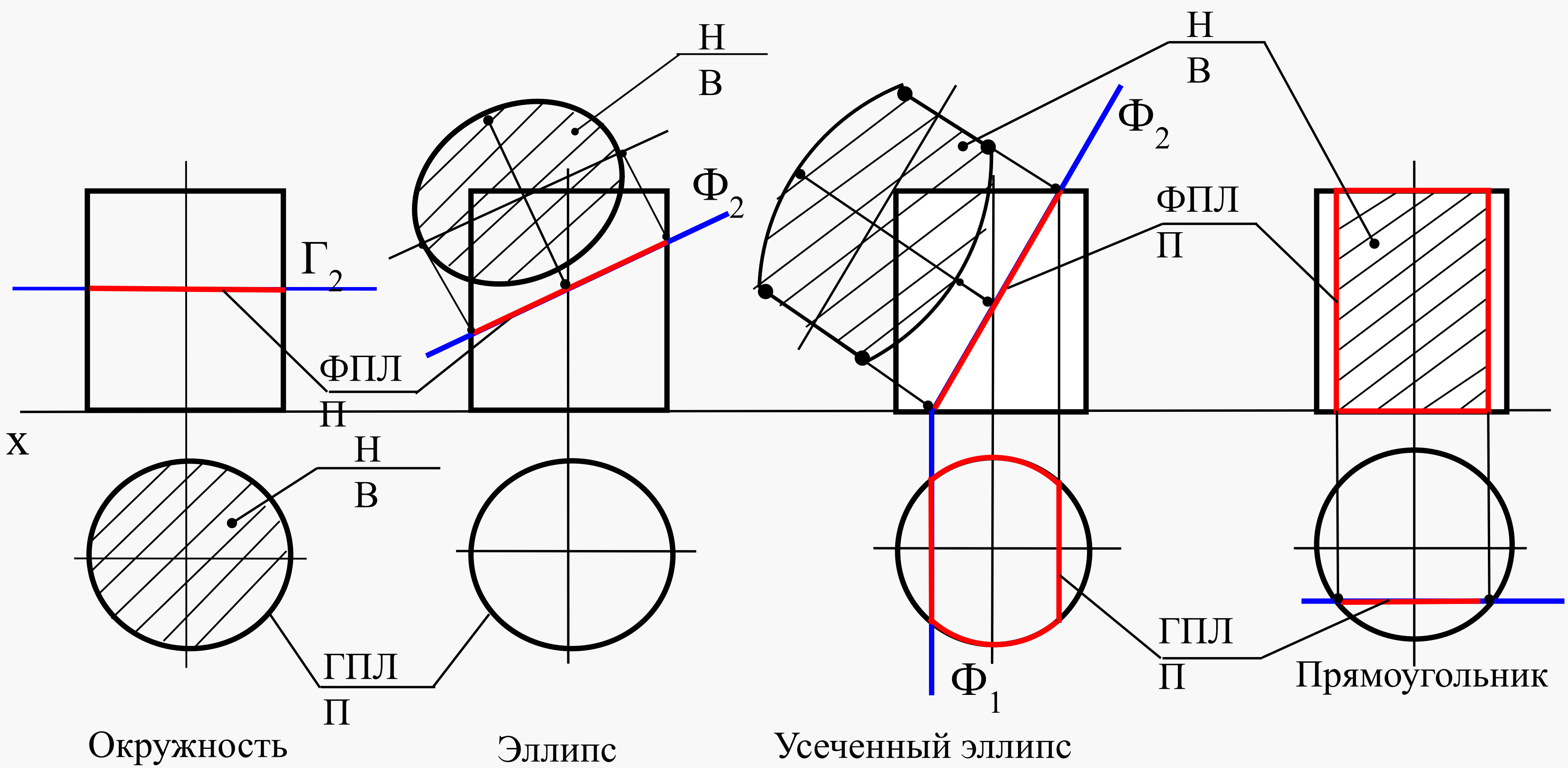


Задача 1. Построить проекции линии пересечения прямой треугольной призмы фронтально-проецирующей плоскостью Ф и найти натуральную величину сечения.

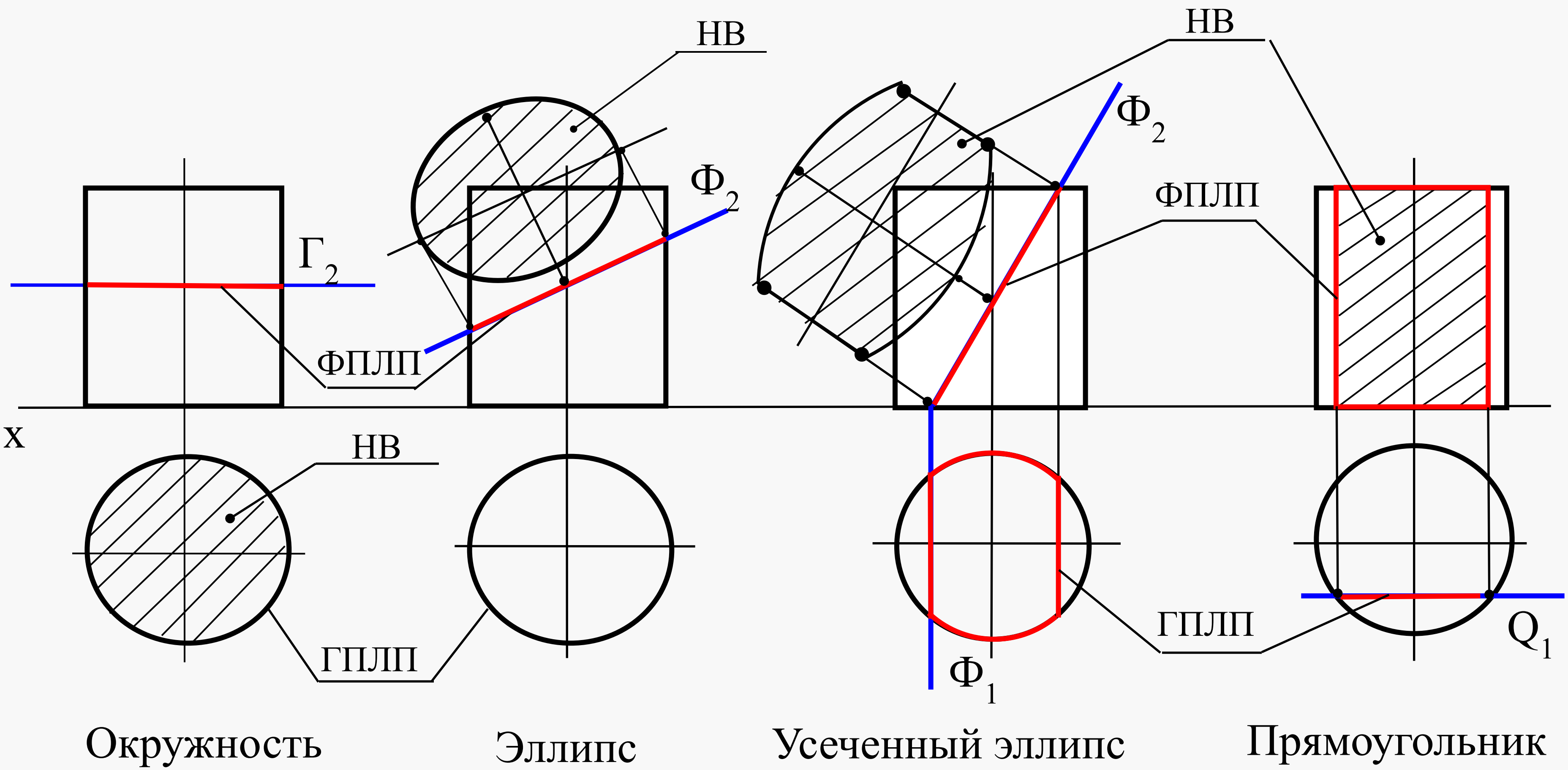


7.2.2 Пересечение тел вращения

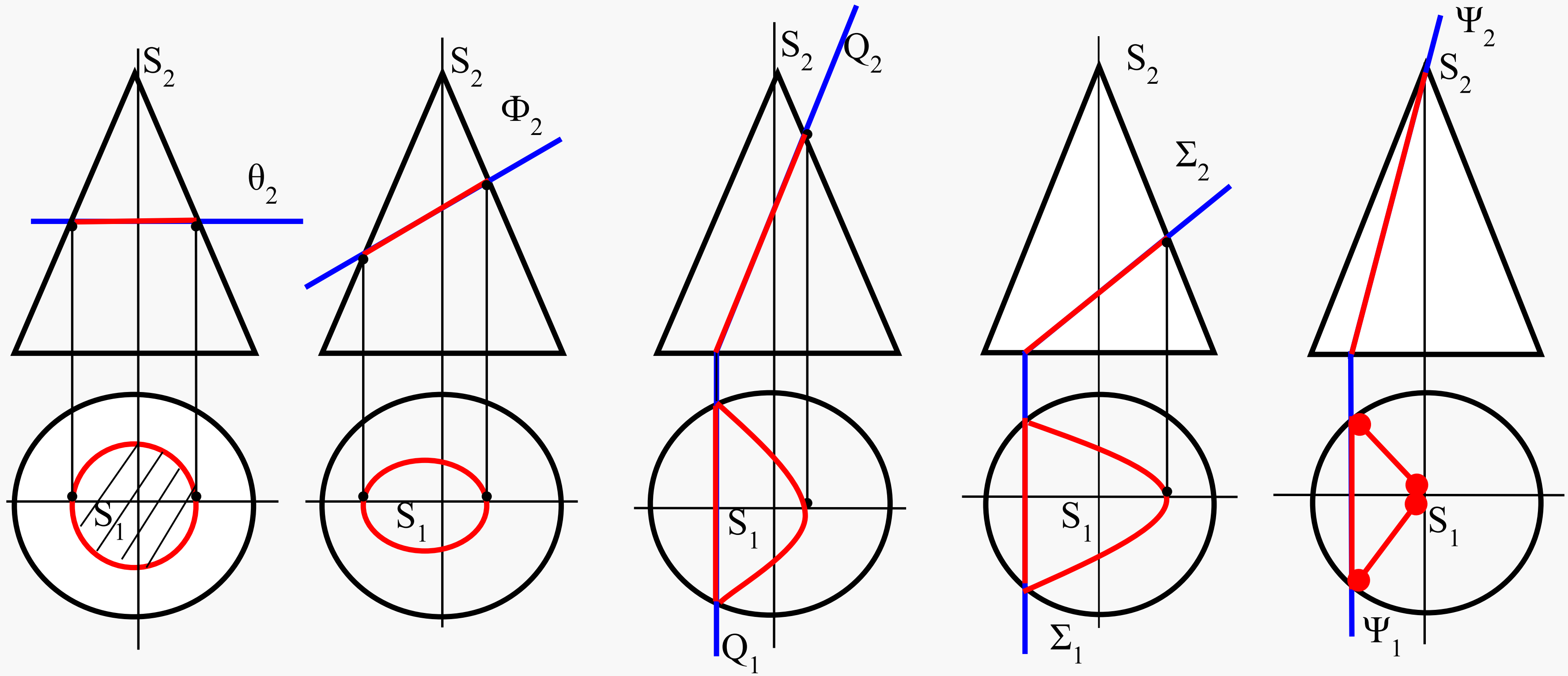
При пересечении цилиндра секущей плоскостью линией пересечения могут быть окружность, эллипс, усеченный эллипс, прямоугольник.



ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЦИЛИНДРА

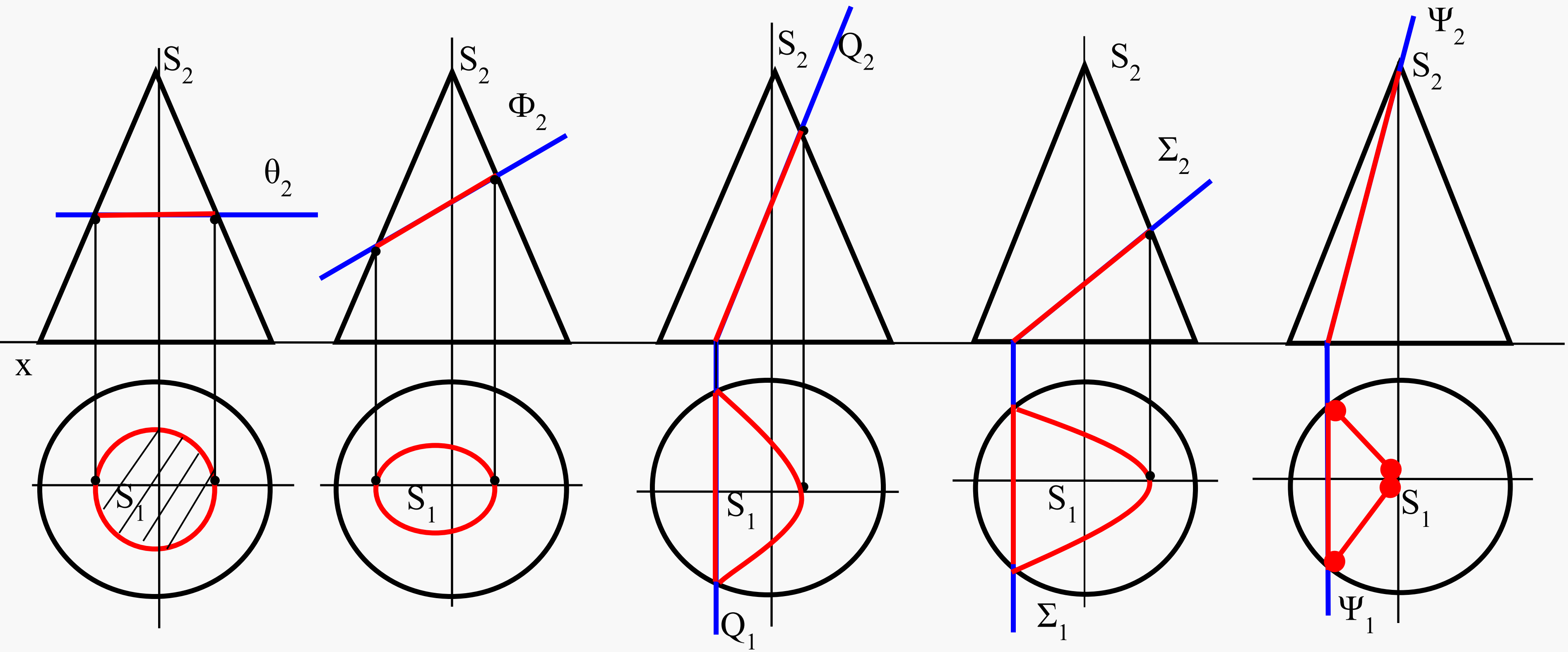


При пересечении конуса секущей плоскостью линией пересечения может быть окружность, эллипс, парабола, гипербола, треугольник.



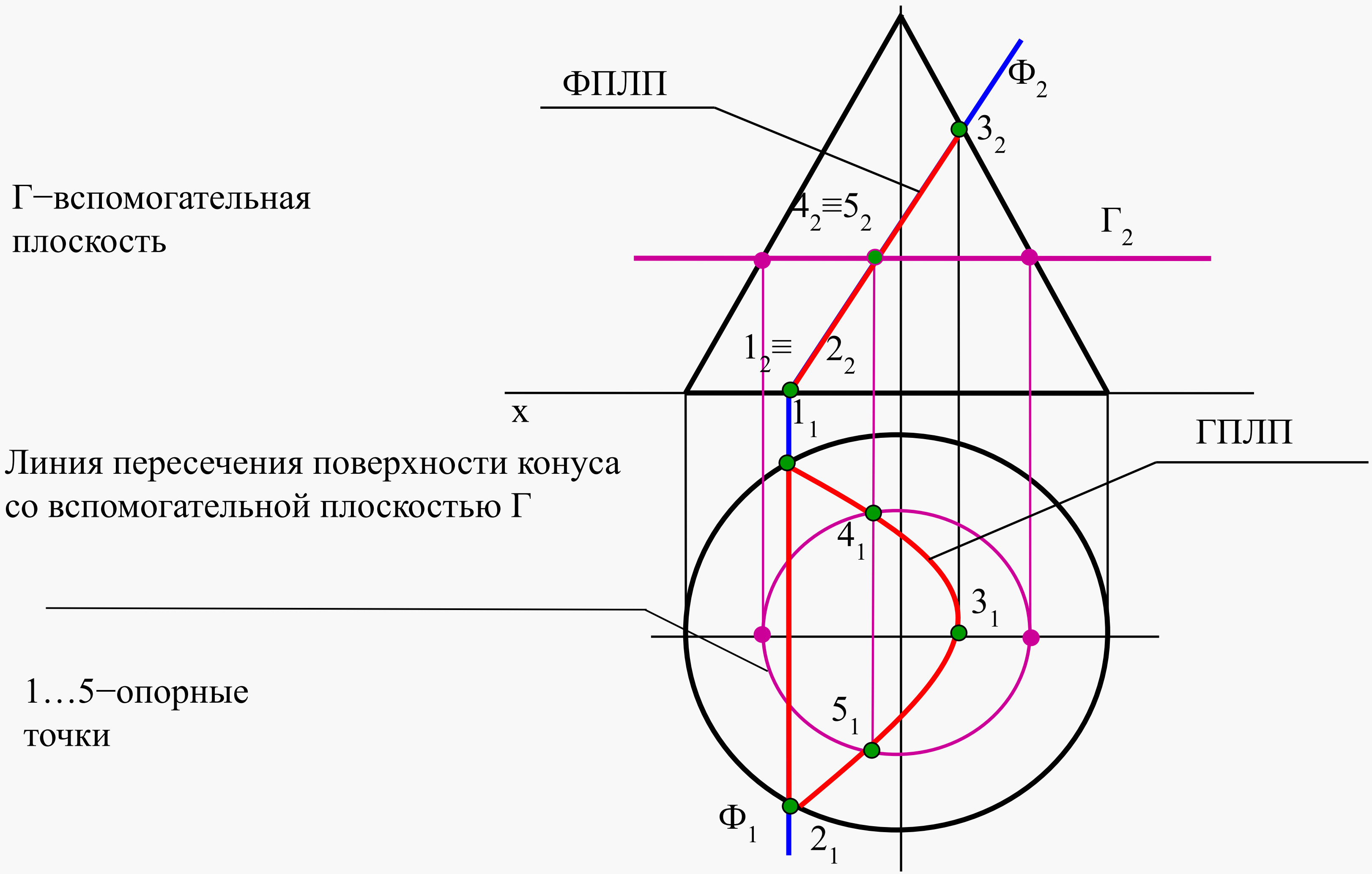
Окружность Эллипс Парабола Гипербола Треугольник

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ КОНУСА



Окружность Эллипс Парабола Гипербола Треугольник

Задача 2. Построить проекции сечения прямого кругового конуса фронтально-проецирующей плоскостью Ф, параллельной боковой образующей.



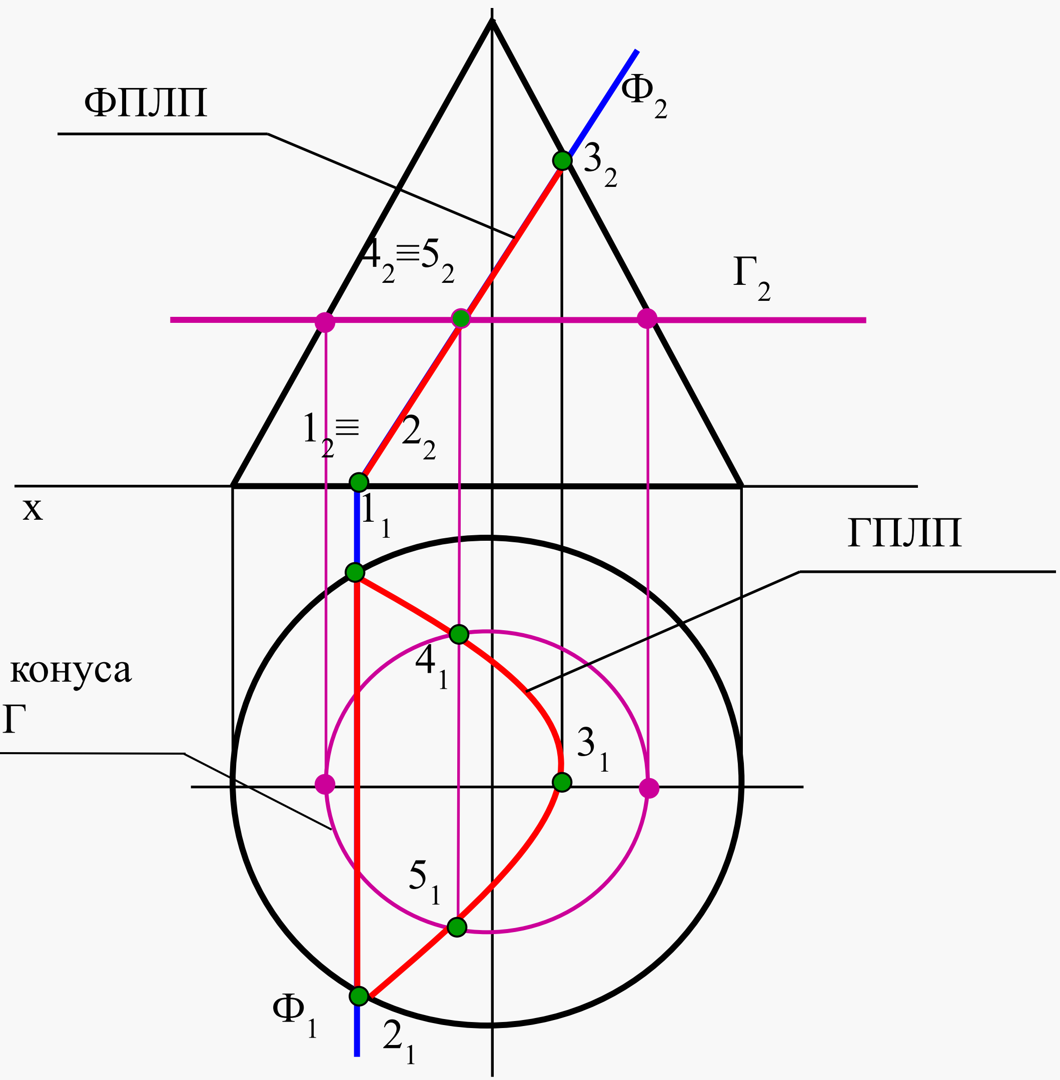
Задача 2. Построить проекции сечения прямого кругового конуса фронтально-проецирующей плоскостью Ф, параллельной боковой образующей.

Задача решается способом вспомогательных секущих плоскостей

Г−вспомогательная плоскость

1…5−опорные точки

Линия пересечения поверхности конуса со вспомогательной плоскостью Г



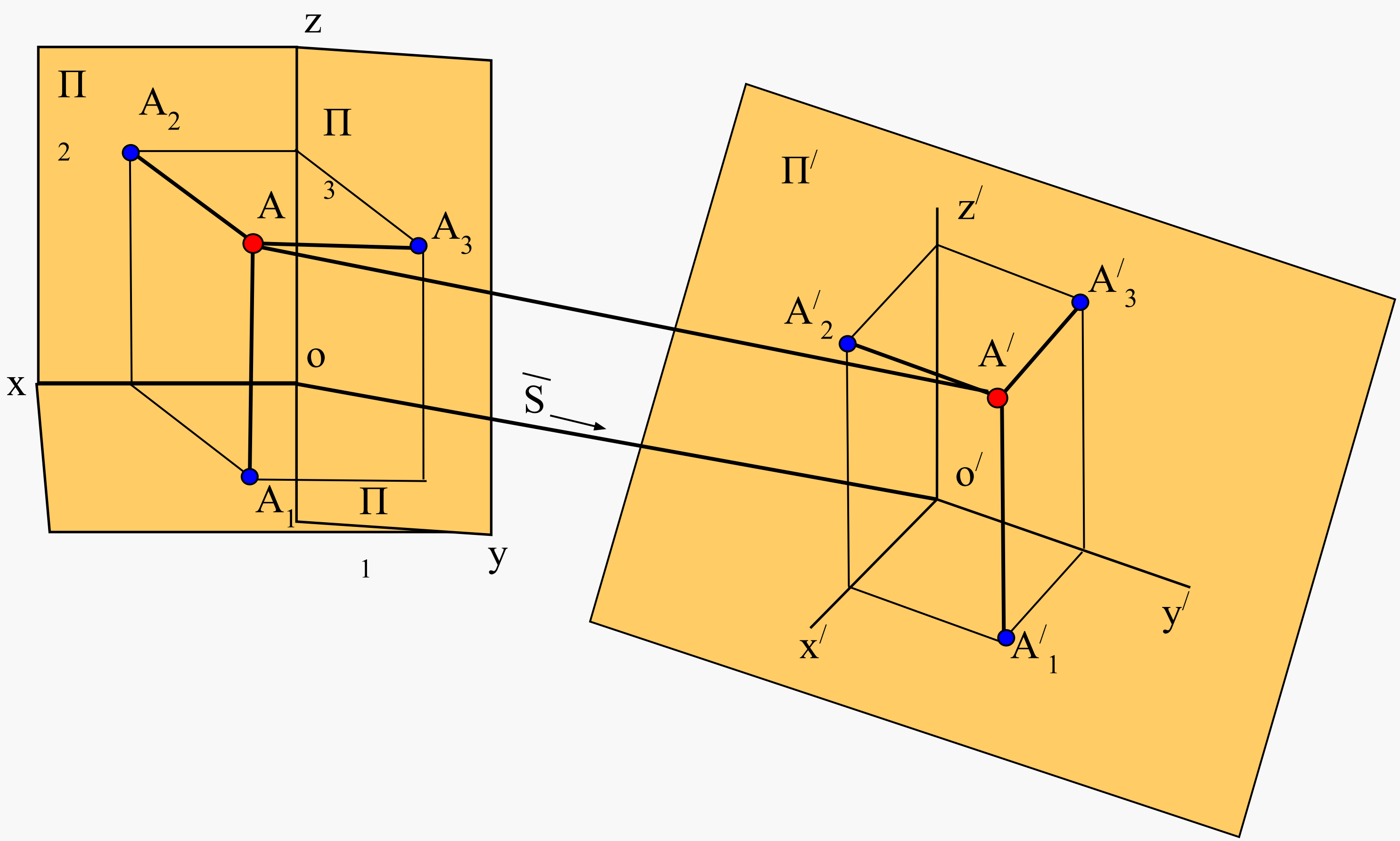
7.3 АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

Технический чертеж предмета, выполненный в параллельных прямоугольных проекциях, точно определяет форму и размеры предмета, но не обладает достаточной наглядностью.

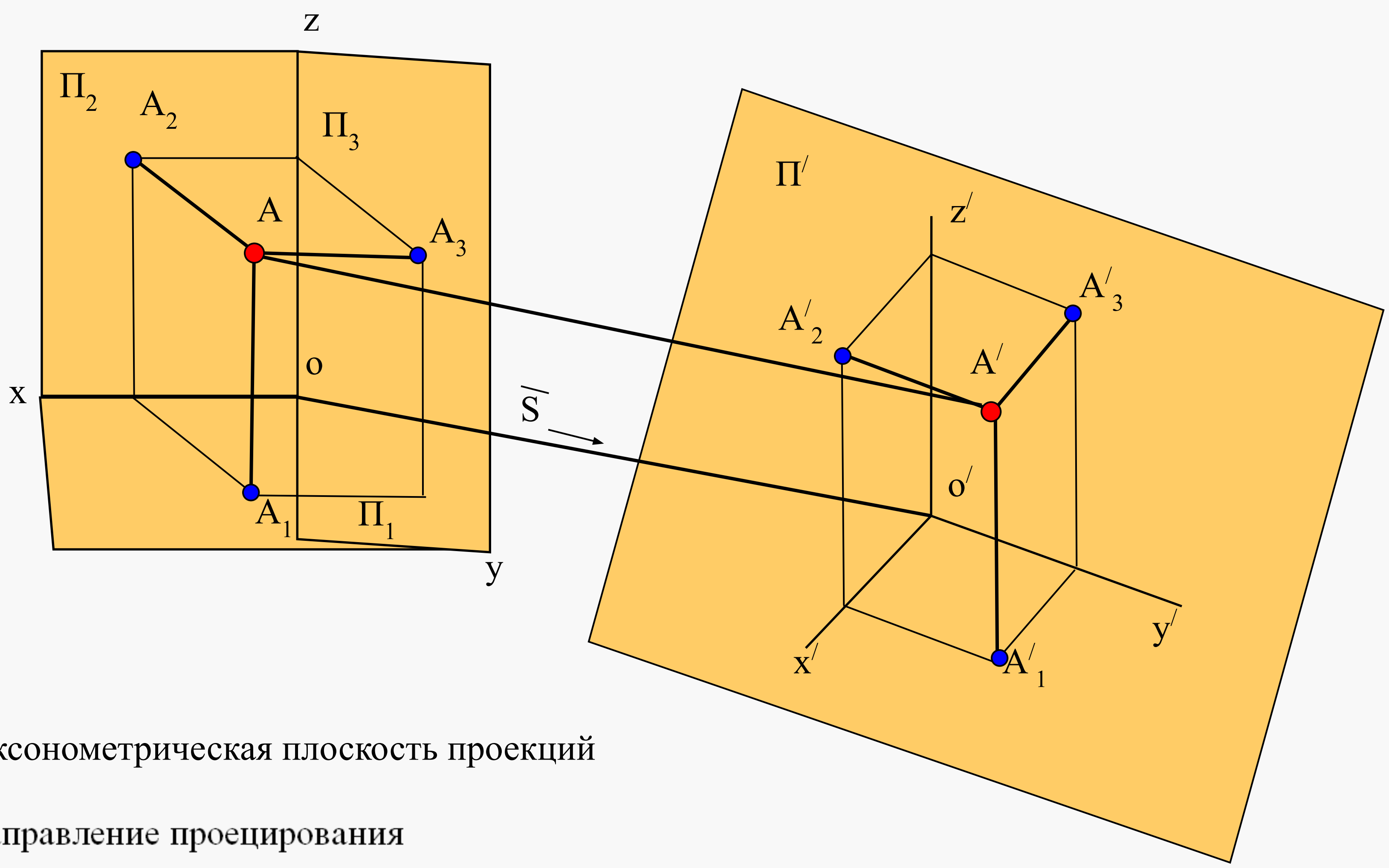
В случае необходимости строят наглядное изображение предмета - аксонометрическую проекцию.

7.3.1 Образование аксонометрических проекций

Метод аксонометрического проецирования основан на том, что предмет вместе с осями прямоугольной системы координат, относительно которой он ориентирован в пространстве, проецируется параллельно на некоторую плоскость, которая называется аксонометрическая плоскость проекций (П/) или картинная плоскость.



ОБРАЗОВАНИЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ



$\Pi^{/}$–аксонометрическая плоскость проекций

$\overline{S}$–направление проецирования

$x^{/}, y^{/}, z^{/}$–аксонометрические оси проекций

$A^{/}$–аксонометрическая проекция точки А

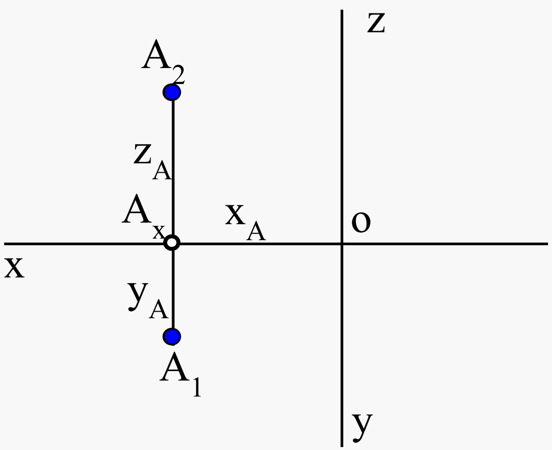
Аксонометрическая проекция - это проекция на одну плоскость, а не на две (три),как при параллельном прямоугольном проецировании.

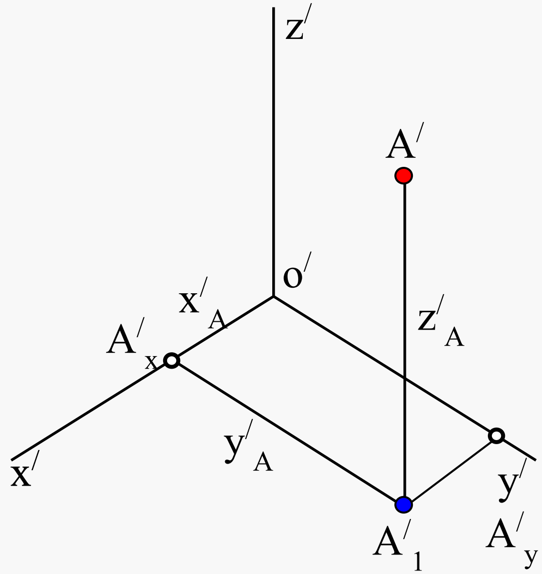
Аксонометрические координаты точки и соответствующие им прямоугольные координаты отличаются. Это отличие характеризуется коэффициентами искажения, которые зависят от направления проецирования и положения картинной плоскости.

Различают следующие коэффициенты искажения:

к - по оси x, m - по оси y, n - по оси z..

На практике используют приведенные коэффициенты искажения K, M, N.





$$k=\frac{A'_x O'}{A_x O}$$ – коэффициент искажения по оси x

$$m=\frac{A'_x A'_1}{A_x A_1}$$ – коэффициент искажения по оси y

$$n=\frac{A' A'_1}{A_2 A_x}$$ – коэффициент искажения по оси z

В зависимости от соотношения коэффициентов искажения различают изометрические ($k=m=n$), диметрические ($k=n\neq m$) и триметрические($k\neq m\neq n$) аксонометрические проекции. В зависимости от направления проецирования аксонометрические проекции разделяют на прямоугольные ($\bar{S} \perp \Pi'$) и косоугольные ($\bar{S} \not\perp \Pi'$).

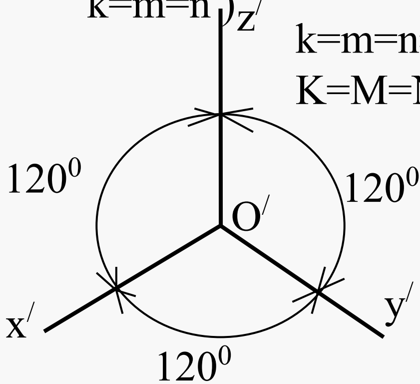
Наибольшее распространение получили прямоугольные изометрическая и диметрическая проекции, а также косоугольная фронтальная диметрическая проекция (кабинетная проекция).

Прямоугольная изометрическая проекция

($S \perp \Pi'$, $k=m=n$)

$k=m=n\approx 0{,}82$

$K=M=N=1$

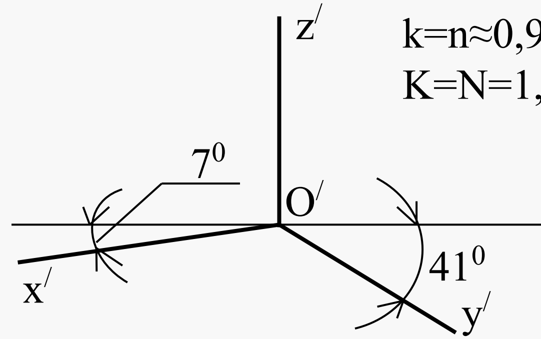


Прямоугольная диметрическая проекция

($S \perp \Pi'$, $k=n\neq m$)

$k=n\approx 0{,}94$, $m=0{,}47$

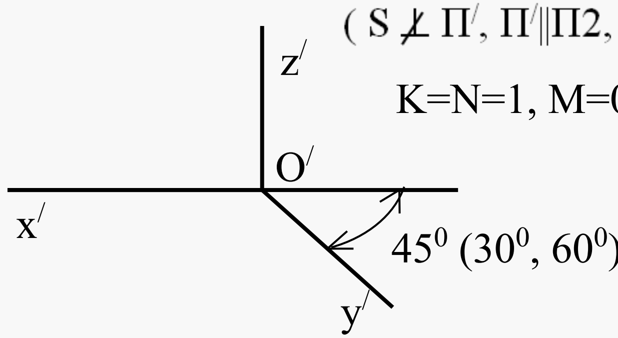
$K=N=1$, $M=0{,}5$



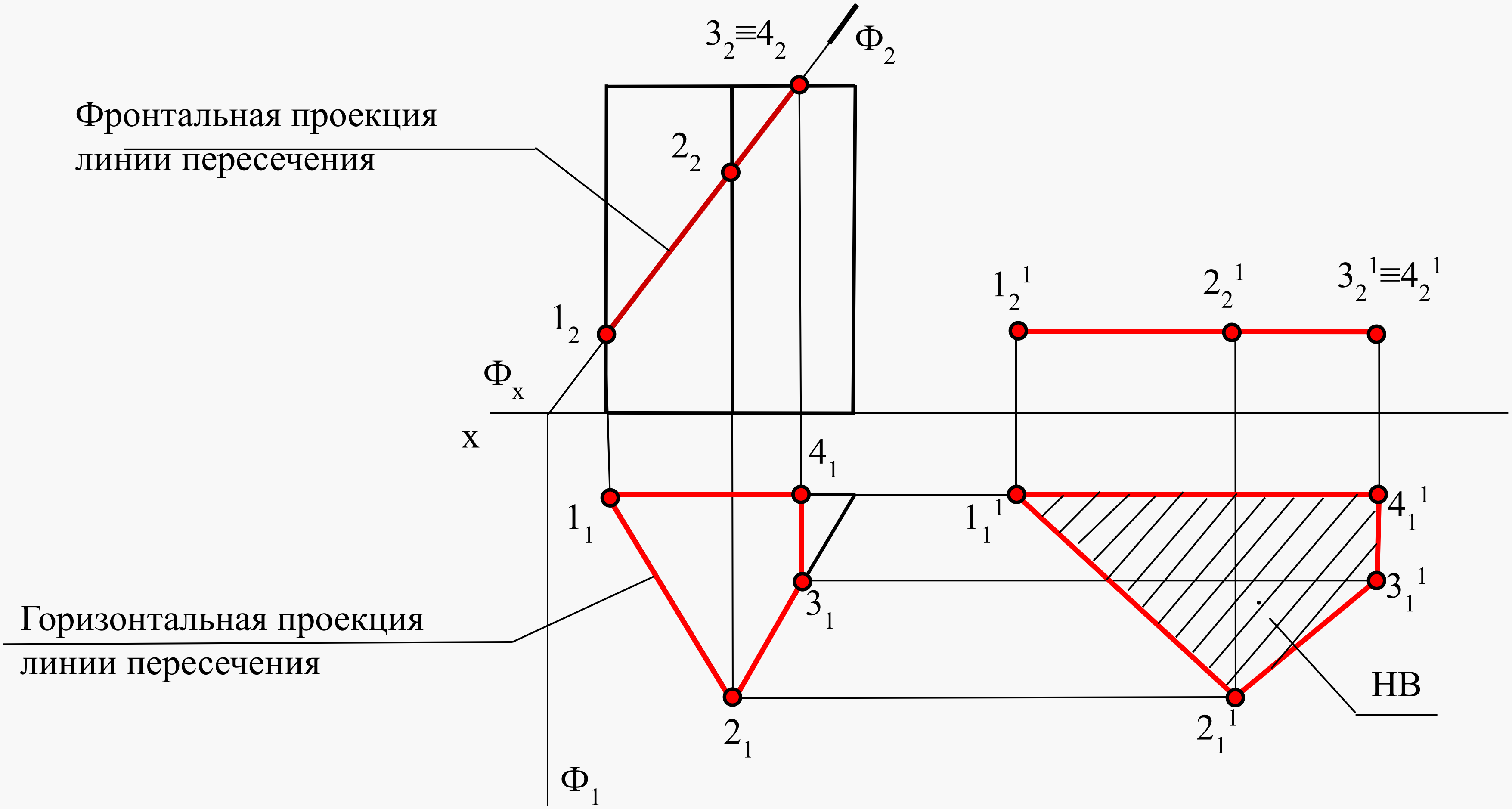
Косоугольная фронтальная диметрическая проекция

($S \not\perp \Pi'$, $\Pi' \parallel \Pi 2$, $k=n\neq m$)

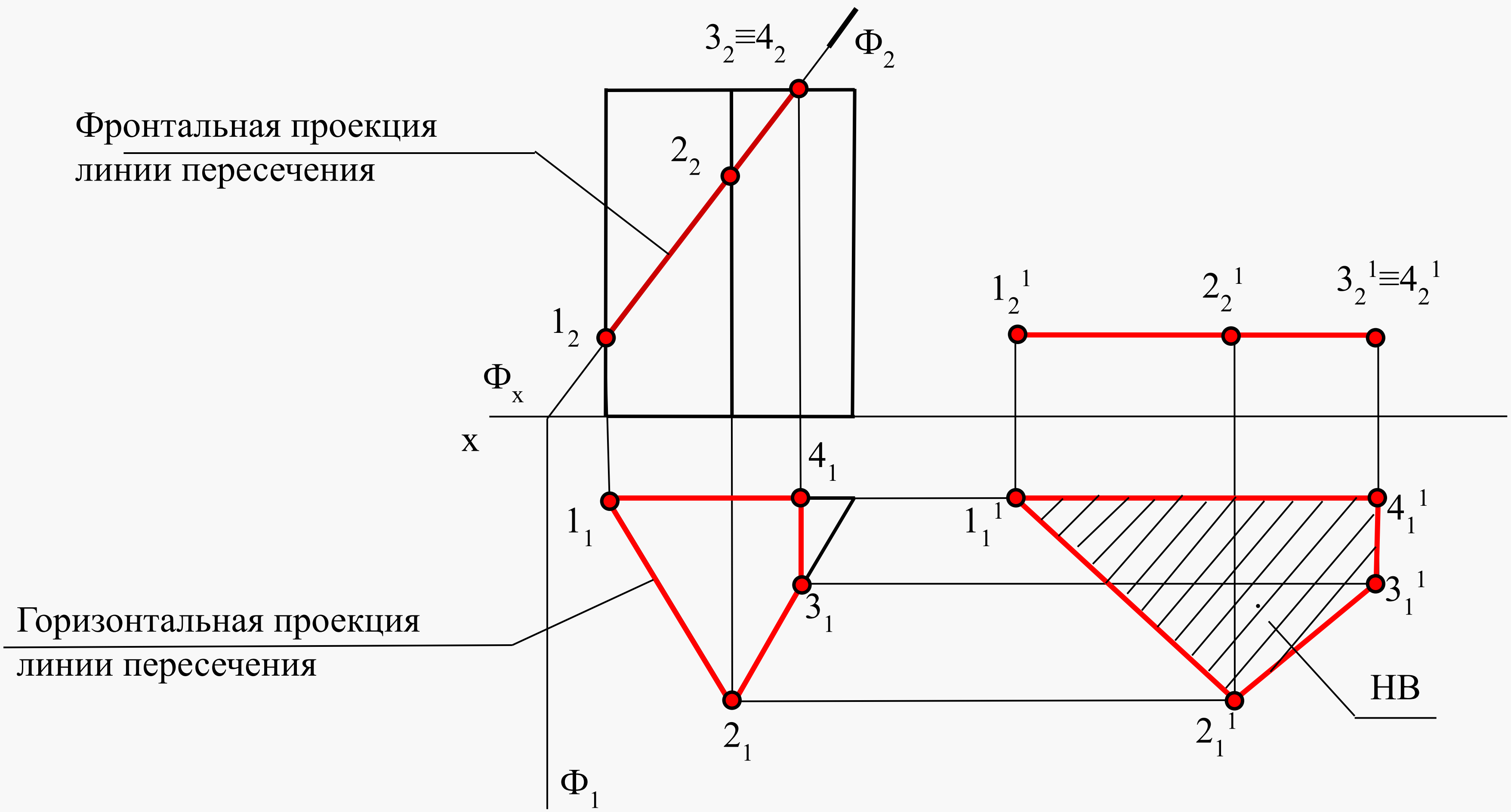
$K=N=1$, $M=0{,}5$



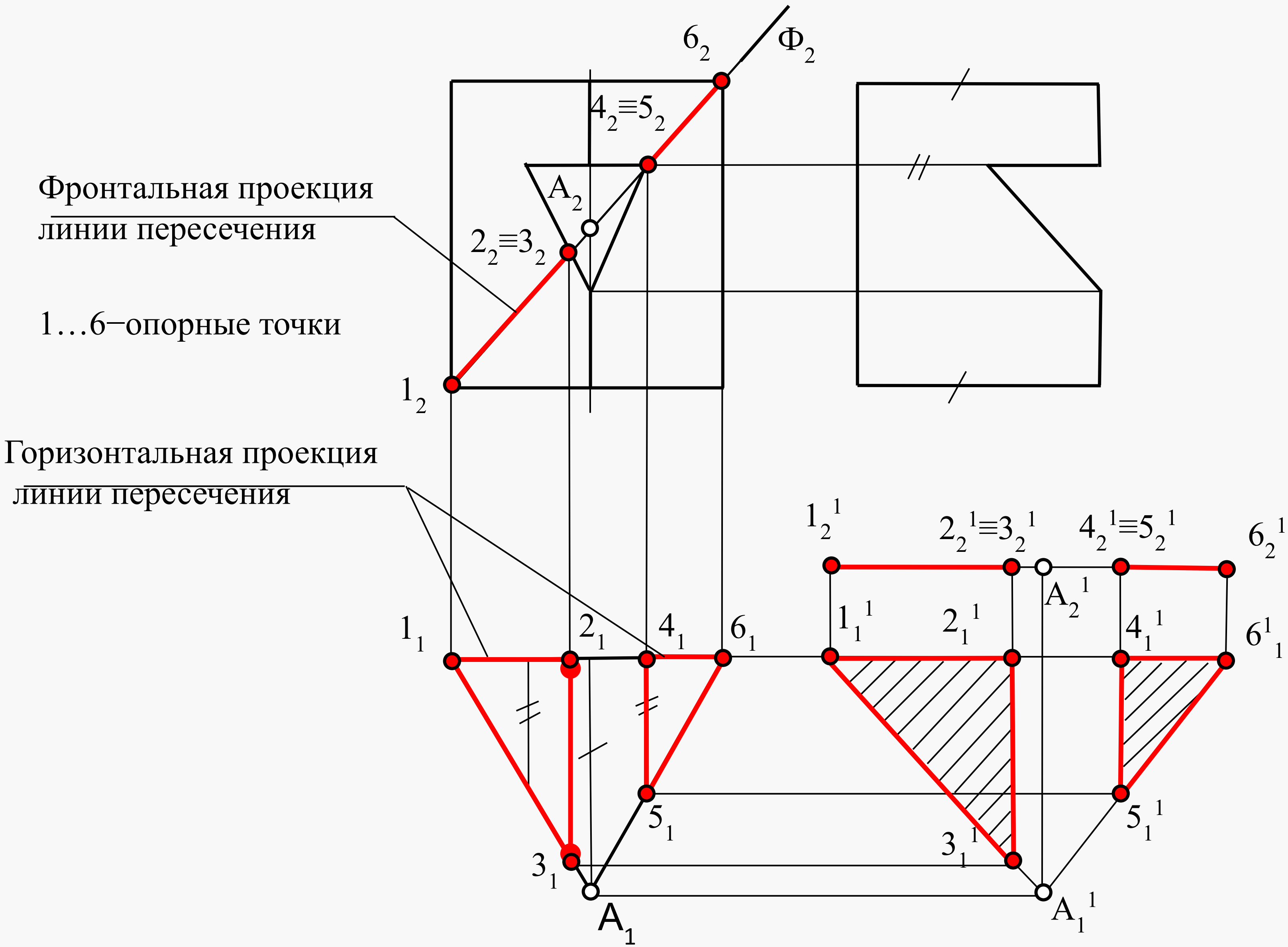
З а д а ч а 4. Найти проекции сечения прямой треугольной призмы фронтально-проецирующей плоскостью *Ф* и определить натуральную величину сечения.



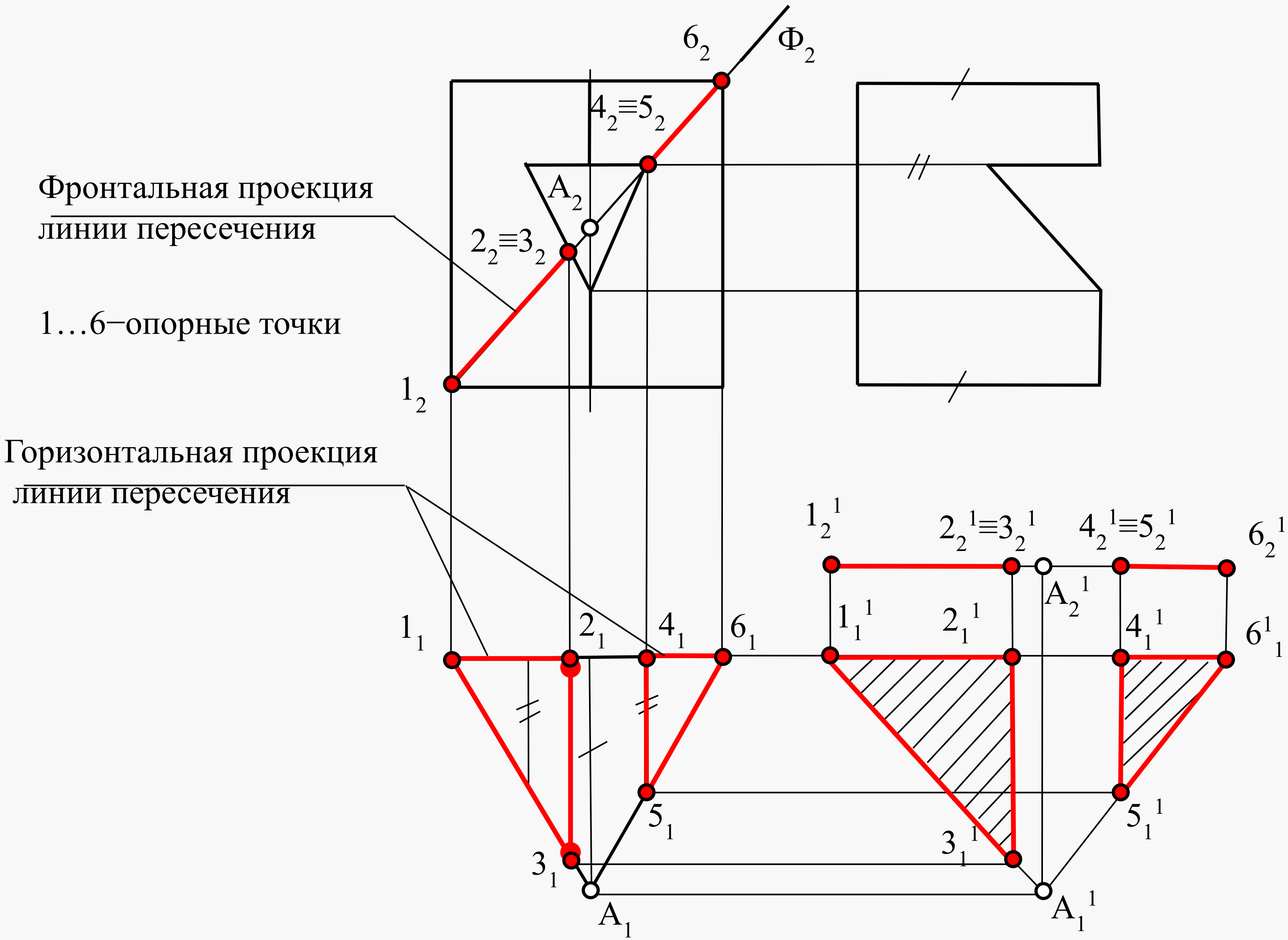
З а д а ч а 4. Найти проекции сечения прямой треугольной призмы фронтально-проецирующей плоскостью *Ф* и определить натуральную величину сечения.



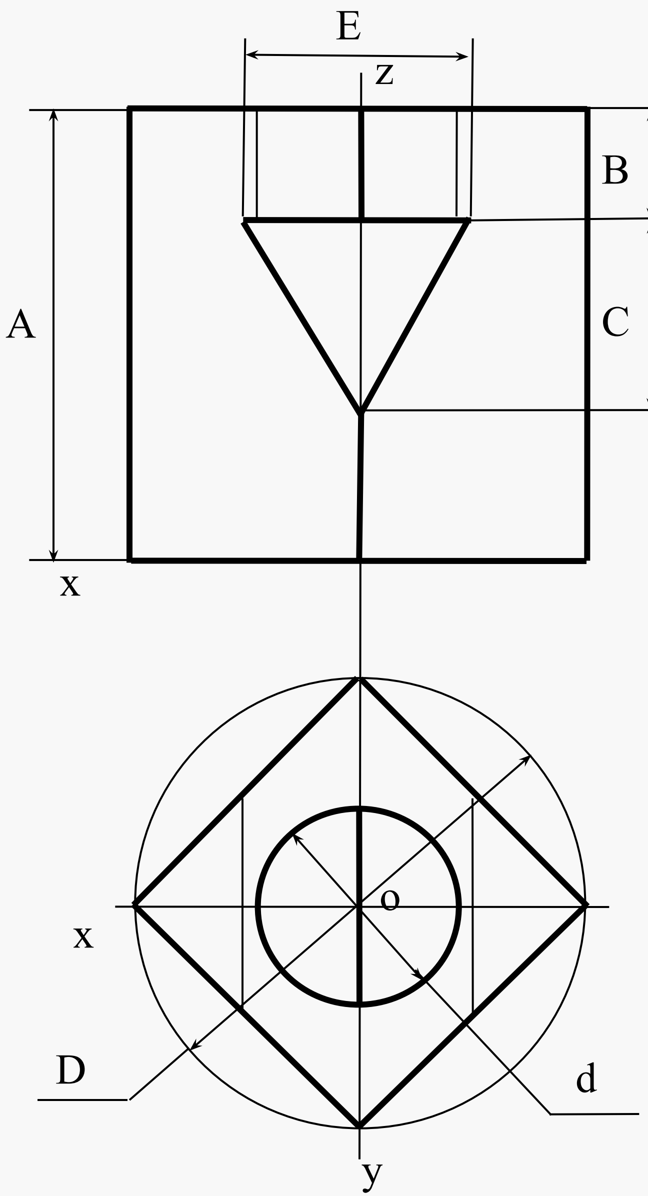
З а д а ч а 5. Построить профильную проекцию детали, фронтальную и горизонтальную проекции линии пересечения детали плоскостью *Ф*. Определить натуральную величину фигуры сечения.

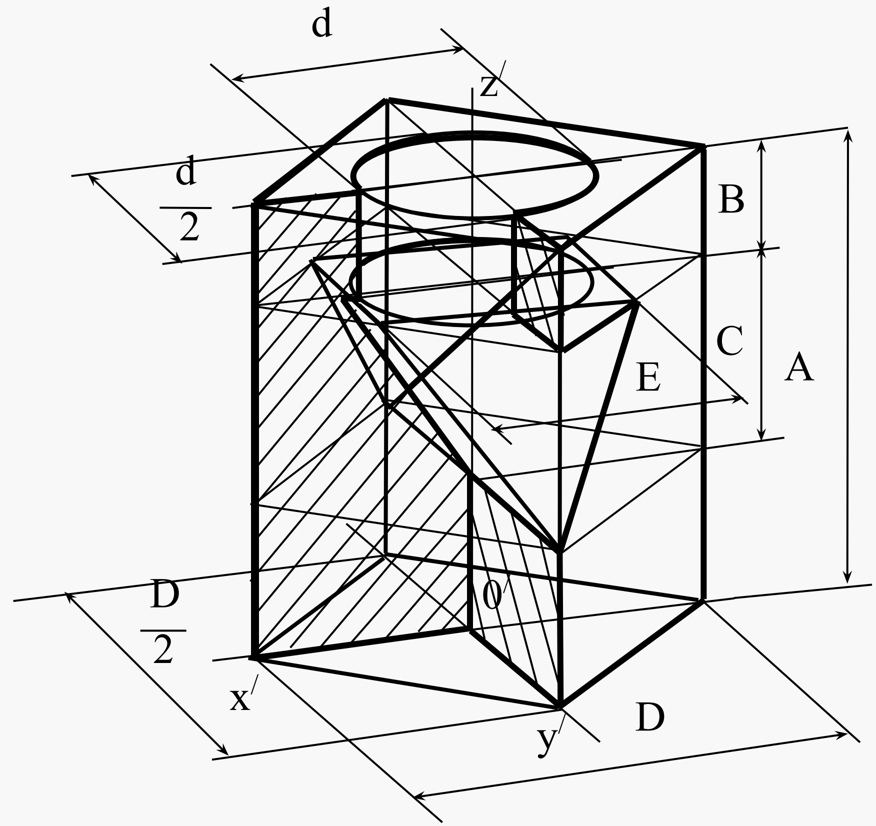


З а д а ч а 5. Построить профильную проекцию детали, фронтальную и горизонтальную проекции линии пересечения детали плоскостью *Ф*. Определить натуральную величину фигуры сечения.



З а д а ч а 6. По заданным прямоугольным проекциям геометрической фигуры построить ее диметрическую проекцию и вырезать четверть.





З а д а ч а 6. По заданным прямоугольным проекциям геометрической фигуры построить ее диметрическую проекцию и вырезать четверть.