Вычисление пределов функции. Предел функции на бесконечности. Два замечательных предела. Вычисление числа «е». (практическое занятие)

Автор: преподаватель ГПОУ ТО «НПК»

Гусева Л. Г.

Цель занятия:

Повторить, обобщить и систематизировать знания по теме «Вычисление пределов функции» и отработать их применение на практике

Задачи:

Обучающие:

-ознакомление студентов с общей схемой вычисления пределов функции на основе обобщения ранее изученного материала;

- разобрать различные примеры задач на определение пределов функции, охватывающие все подтемы данной темы;

- закрепление навыков нахождения пределов функций при решении задач

Развивающие:

- формирование самостоятельности мышления, мыслительных операций: сравнение, анализ, обобщение;

- формирование навыков самостоятельной работы;

- умение обобщать, абстрагировать и конкретизировать знания при определении предела функции.

Воспитательные:

воспитание умения контролировать свою деятельность и оценивать её;

воспитание познавательной активности, культуры общения.

Ход урока:

1. Организационный момент
2. Проверка домашнего задания
3. Повторение опорных знаний
4. Изучение нового материала
5. Актуализация знаний
6. Домашнее задание
7. Итоги урока. Рефлексия

Проверка домашнего задания

Вычислите пределы:

1 вариант

1) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{5}{2x-8}$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x^2-2x}{2x^2-5x}$

3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$

2 вариант

1) $\lim\limits_{x\to 3}\left(x^3+x-5\right)$

2) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2+2x-15}{x^2-9}$

3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{5x}$

Проверка домашнего задания

Ответы:

1) -1,2; 0,4; $-\sqrt{5}$

2) 25, 4/3, $1/5\sqrt{2}$

Повторение опорных знаний

- Что называют пределом функции в точке?
- Записать определение непрерывности функции.
- Сформулируйте основные теоремы о пределах.
- Какие способы вычисления пределов вы знаете?

Повторение опорных знаний

Определение предела. Число *b* – предел функции *f(x)* при *x* стремящемся к *a*, если для каждого положительного числа е можно указать такое положительной число d, что для всех *x*, отличных от *a* и удовлетворяющих неравенству |*x*-*a*|<d, имеет место неравенство |f(x)-b|<d.

Если *b* есть предел функции *f(x)* при *x* стремящемся к *a*, то записывают это так: $\lim_{x\to a} f(x) = b.$

Функция *f(x)* непрерывна в точке *a*, если

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a).$$

Повторение опорных знаний

Основные теоремы о пределах:

ТЕОРЕМА 1. Предел суммы двух функций при *x* стремящемся к *a* равен сумме пределов этих функций , то есть

$$\lim_{x\to a}\left(f(x)+g(x)\right)=\lim_{x\to a}f(x)+\lim_{x\to a}g(x).$$

ТЕОРЕМА 2. Предел произведения двух функций при *x* стремящемся к *a* равен произведению пределов этих функций, то есть

$$\lim_{x\to a}\left(f(x)g(x)\right)=\lim_{x\to a}f(x)\cdot\lim_{x\to a}g(x).$$

ТЕОРЕМА 3. Предел частного двух функций при *x* стремящемся к *a* равен частному пределов, если предел знаменателя отличен от нуля, то есть

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim\limits_{x\to a}f(x)}{\lim\limits_{x\to a}g(x)}\quad,\quad \text{если}\quad \lim_{x\to a}g(x)\neq 0$$

и равен плюс (минус) бесконечности, если предел знаменателя 0, а предел числителя конечен и отличен от нуля.

Повторение опорных знаний

Способы вычисления пределов:

1) Непосредственной подстановкой
2) Разложение числителя и знаменателя на множители и сокращение дроби
3) Домножение на сопряженные с целью избавления от иррациональности

Изучение нового материала

Предел на бесконечности:

Число ***A*** называется пределом функции ***y=f(x)*** на бесконечности (или при ***x***, стремящимся к бесконечности), если для всех достаточно больших по модулю значений аргумента ***x*** соответствующие значения функции ***f(x)*** сколь угодно мало отличаются от числа ***A*.**

Изучение нового материала

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3}{x+5}=\dfrac{3}{\infty}=0$

2) $\lim\limits_{x\to\infty}(x^3-6x^2+5x-1)=\infty$

3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-5x+4}{x^2+2x+3}=\dfrac{\infty}{\infty}$

Разделим числитель и знаменатель дроби н старшую степень переменной:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3x^2}{x^2}-\frac{5x}{x^2}+\frac{4}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+\frac{2x}{x^2}+\frac{3}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{3-\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}}{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}=\frac{3-\frac{5}{\infty}+\frac{4}{\infty}}{1+\frac{2}{\infty}+\frac{3}{\infty}}=$$

$$=\frac{3-0+0}{1+0+0}=3$$

Изучение нового материала

Первый замечательный предел

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)}{x}=1.$$

Второй замечательный предел равен

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e.$$

Изучение нового материала

Использование замечательных пределов

Первый замечательный предел:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{tg}(x)}{x}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(x)}{x}\cdot\frac{1}{\cos(x)}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)}{x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{1}{\cos(x)}=$$

$$=1\cdot\frac{1}{\lim\limits_{x\to 0}\cos(x)}=1\cdot\frac{1}{1}=1.$$

Второй замечательный предел:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2x+1}=\lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{x}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}\cdot\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)\cdot\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}\cdot\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=\left(1+\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}\right)\cdot e\cdot e=(1+0)\cdot e^{2}=e^{2}.$$

Изучение нового материала

1. $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin Rx}{x} = R\lim_{x\to 0}\frac{\sin Rx}{Rx} = R$$

2. $$\lim_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x})^{3x} = \lim_{x\to\infty}((1+\frac{2}{x})^{\frac{x}{2}})^{6} = e^{6}$$

Актуализация знаний

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5}{4x+1}$

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-2x^2+3}{3x^3-5}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x^3+3x^2\right)$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(5+\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}\right)$

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x}{x-2}$

6. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^5+x^6}{x^3+x^4}$

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3tgx}{x}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{\sin 2x}$

9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 17x}{8x}$

10. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{5}{x})^x$

11. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{2}{3x})^x$

12. $\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{3+x}{3})^{\frac{1}{x}}$

Задание на дом

Вычислите пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x-1}$

2. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-9x+20}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 5x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg\,2x}{x}$

6. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{x+2}{x}\right)^{2x}$

Рефлексия

Сегодня я узнал …

Было трудно …

Было интересно …

Я понял, что…

Теперь я могу …

Я попробую …

Я научился …

Меня заинтересовало …

Меня удивило …