

# Формулы косинуса суммы и

## разности

Урок «Алгебры и начала анализа»

## двух аргументов

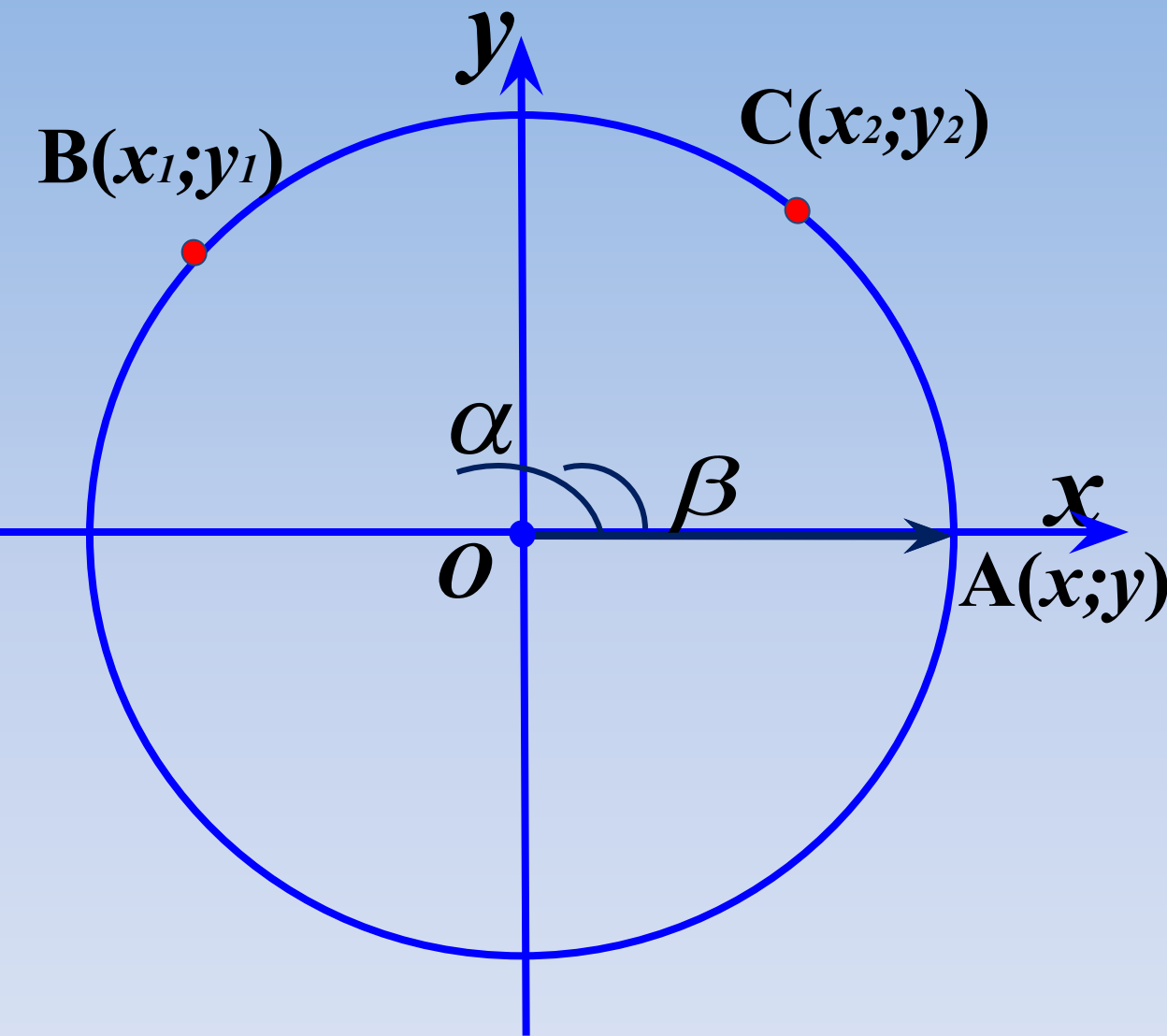
10 класс

МБОУ «Ивановская средняя общеобразовательная школа»

Учитель математики I квалификационной категории

Давыдова Лариса Викторовна

2012 год



**Повернём**  
**радиус  $OA$ ,**  
**равный 1,**  
**на угол  $\alpha$**   
**и на угол  $\beta$**

**Найдём скалярное  
произведение векторов  $\overrightarrow{OB}$**

**и  $\overrightarrow{OC}$ .**

$\overrightarrow{OB}(x_1; y_1)$   
 $\overrightarrow{OC}(x_2; y_2)$

$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = x_1 x_2 + y_1 y_2 \quad (1)$$

**Из определения синуса и косинуса:**

$$x_1 = R \cos \alpha$$

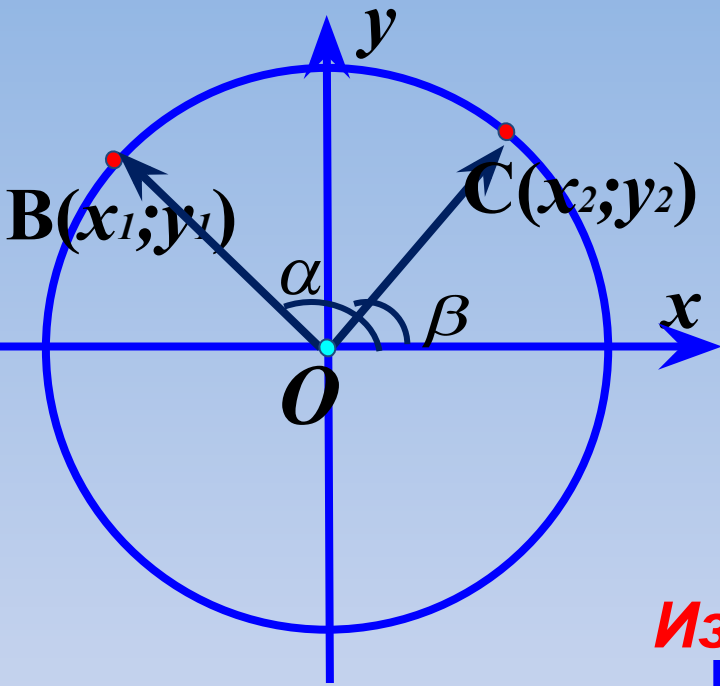
$$y_1 = R \sin \alpha$$

$$x_2 = R \cos \beta$$

$$y_2 = R \sin \beta$$

**Подставим данные значения в правую часть равенства (1):**

$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = R^2 \cos \alpha \cos \beta + R^2 \sin \alpha \sin \beta = R^2 (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$$



**По теореме о скалярном произведении векторов:**

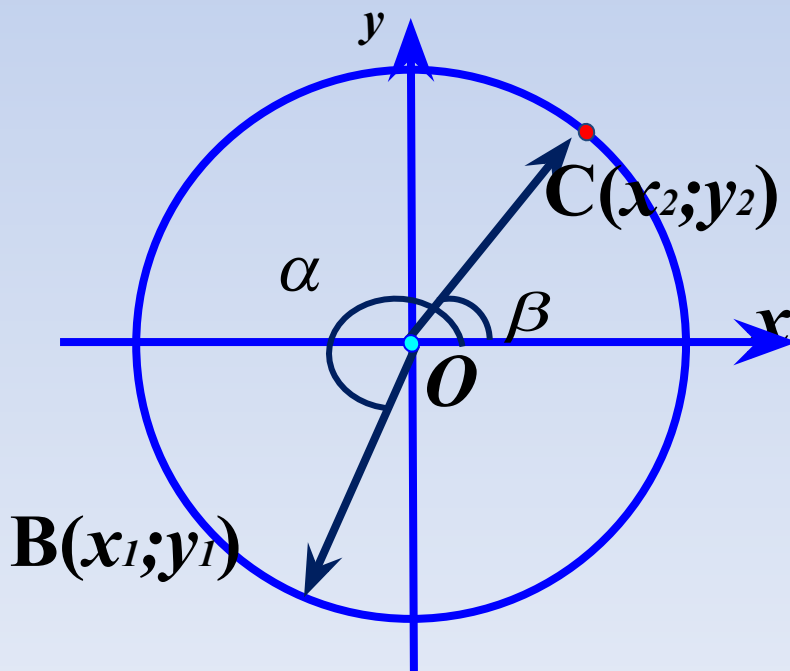
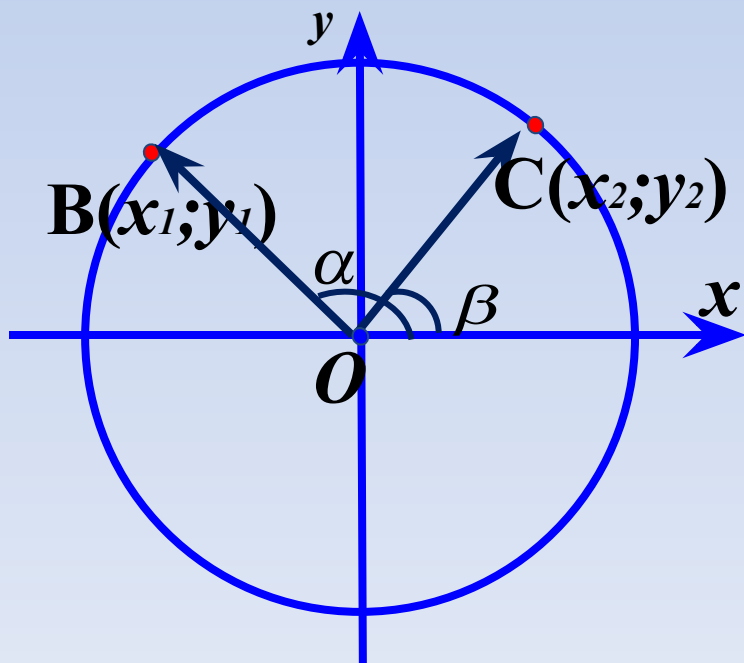
$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = |\overrightarrow{OB}| \cdot |\overrightarrow{OC}| \cos \angle BOC = R^2 \cos \angle BOC$$

$$\angle BOC = \alpha - \beta$$

$$\angle BOC = 2\pi - (\alpha - \beta)$$

**В любом случае:**

$$\cos \angle BOC = \alpha - \beta$$



$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = R^2 \cos(\alpha - \beta)$$

$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = R^2 (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$$

*Левые части равенств равны, значит правые тоже равны.  
Получаем формулу косинуса разности двух аргументов:*

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

*Формула косинуса суммы двух аргументов:*

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha - (-\beta)) = \cos \alpha \cos(-\beta) + \sin \alpha \sin(-\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

# Закрепление материала №9.2(б)

1. Вычислить: 1)  $\cos 75^\circ$

Воспользуемся тем, что  $75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$ ;

$$\begin{aligned}\cos 75^\circ &= \cos(45^\circ + 30^\circ) = \\ &= \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ =\end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

# Закрепление материала

## №9.2 (а)

1. Вычислить: 2)  $\cos 15^\circ$ .

Воспользуемся тем, что  $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$ ;

$$\begin{aligned}\cos 15^\circ &= \cos(45^\circ - 30^\circ) = \\ &= \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ =\end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

# Закрепление материала

2. Вычислить  $\cos\left(\frac{\pi}{3} - y\right)$ , если известно, что

$$\cos y = -\frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < y < \pi$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - y\right) = \cos\frac{\pi}{3}\cos y + \sin\frac{\pi}{3}\sin y$$

$$\sin^2 y = 1 - \cos^2 y = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\sin^2 y = \frac{16}{25}$$

$$\sin y = \frac{4}{5}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - y\right) = \cos\frac{\pi}{3}\cos y + \sin\frac{\pi}{3}\sin y = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4\sqrt{3} - 3}{10}$$



# Закрепление материала

3. Вычислить:

$$1) \cos 37^\circ \cos 8^\circ - \sin 37^\circ \sin 8^\circ;$$

$$2) \cos 107^\circ \cos 17^\circ + \sin 107^\circ \sin 17^\circ$$

Ответ: 1)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       2) 0

# Домашнее задание

П 9.1, вывод формул косинуса суммы  
и разности двух аргументов,  
№ 9.4, 9.6, 9.12



## ***Список используемой литературы:***

- 1.С.М.Никольский Алгебра и начала математического анализа: учеб. Для 10 кл. общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни. – М.: Просвещение, 2011.- 430с.
- 2.Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 10 класс: базовый и профил. уровни /М.К.Потапов, А.В.Шевкин. – 5-е изд. – М. Просвещение, 2011. – 159с.