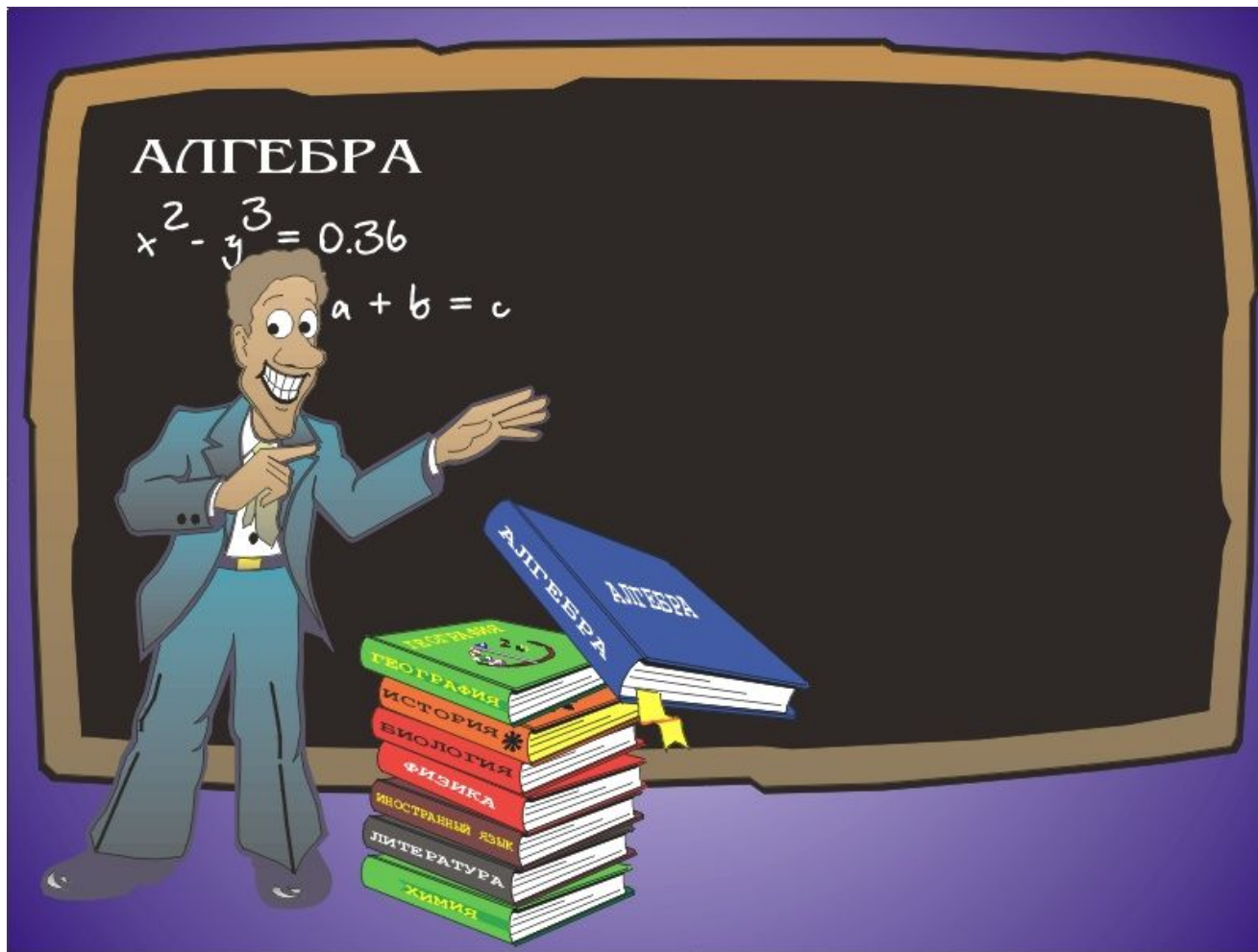
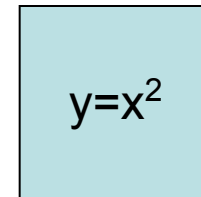


Квадратичная функция



Примеры квадратичной функции

- Площадь квадрата y со стороной x вычисляется по формуле $y=x^2$



- Если тело брошено вверх со скоростью v , то расстояние s от него до поверхности земли в момент времени t определяется формулой

$$s = -\frac{gt^2}{2} + vt + s_0$$

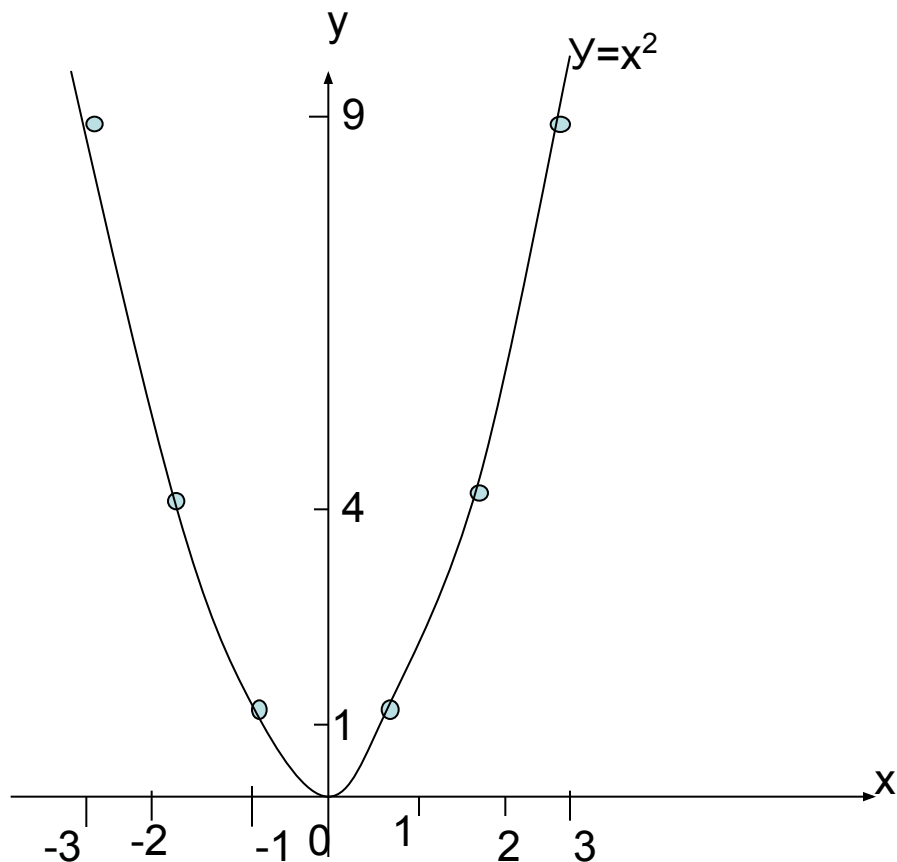
Определение. Функция $y=ax^2+bx+c$, где a , b и c заданные действительные числа, $a \neq 0$, x – действительная переменная, называется **квадратичной функцией**.

Построение графика квадратичной функции $y=x^2$

1. Для того, чтобы построить график функции $y=x^2$, необходимо составить таблицу соответственных значений x и y .

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

2. Построим эти точки на координатной плоскости, а затем через них проведём плавную линию. Мы получим график функции $y=x^2$.



Свойства функции $y = x^2$

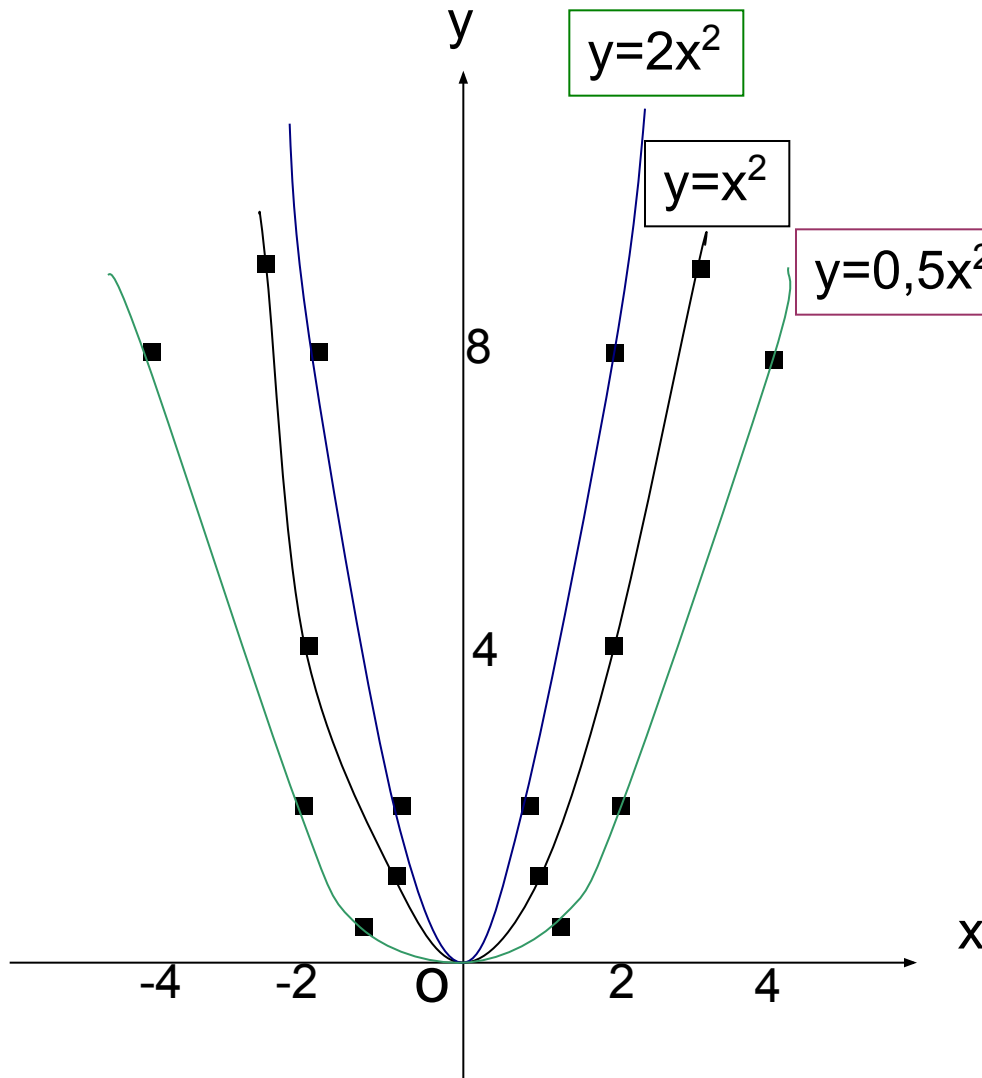
1). Значение функции $y=x^2$ положительно при $x \neq 0$ и равно нулю при $x=0$.
Парабола $y=x^2$ проходит через начало координат, а остальные точки лежат выше оси абсцисс. Говорят, что парабола $y=x^2$ касается оси абсцисс в точке $(0; 0)$.

2). График функции $y=x^2$ симметричен относительно оси ординат. Таким образом, ось ординат является осью симметрии параболы. Точку пересечения параболы с её осью симметрии называют вершиной параболы.

3). Функция $y=x^2$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$; убывает на промежутке $(-\infty; 0]$.

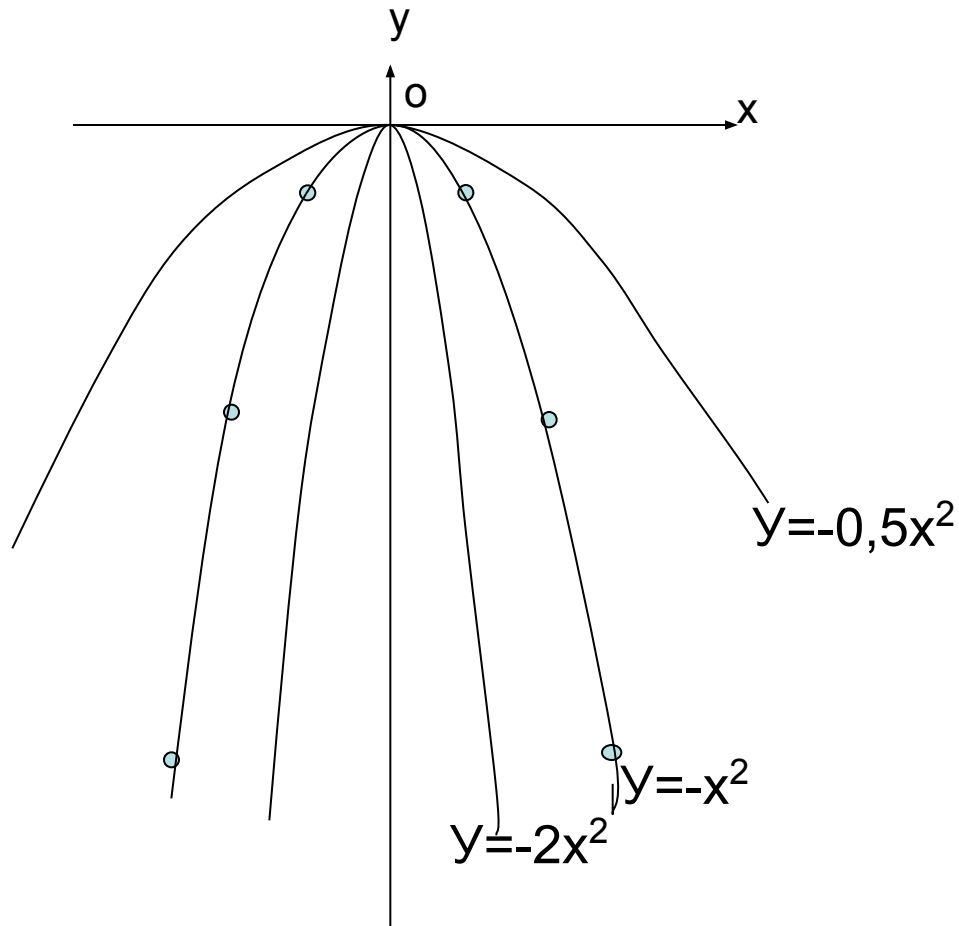
4). Наименьшее значение функции равна нулю при $x=0$.

График квадратичной функции $y=kx^2$ с положительным коэффициентом k .



Чем больше коэффициент, тем круче поднимаются ветви параболы. Чем меньше коэффициент, тем ветви параболы ближе к оси Ox

График квадратичной функции $y=kx^2$ с отрицательным коэффициентом k



Когда коэффициент k отрицательный, то ветви параболы направлены вниз.

Чем меньше модуль коэффициента k , тем ветви параболы ближе к оси Ox

Если в функции $y=ax^2$ коэффициент $a=0$, то график превратится в прямую линию, совпадающую с осью абсцисс.

Если в функции $y=ax^2+bx+c$ коэффициент a равен нулю, то квадратичная функция $y=ax^2+bx+c$ превратится в линейную функцию.

Поэтому, рассматривая квадратичную функцию, обычно подразумевают, что коэффициент $a \neq 0$

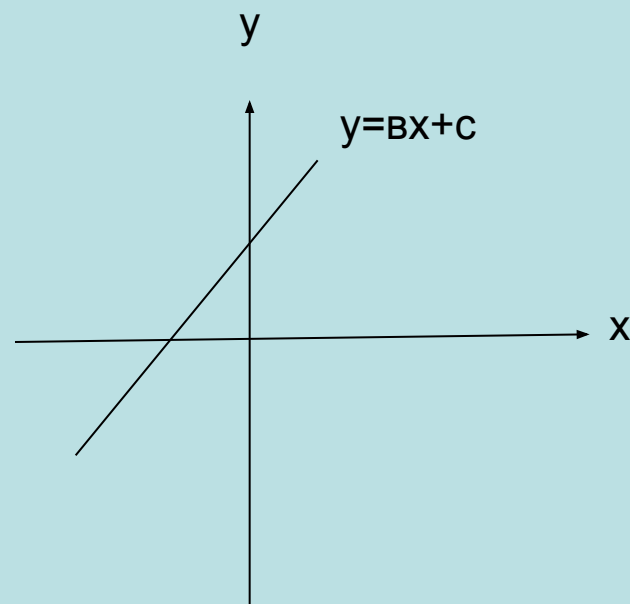
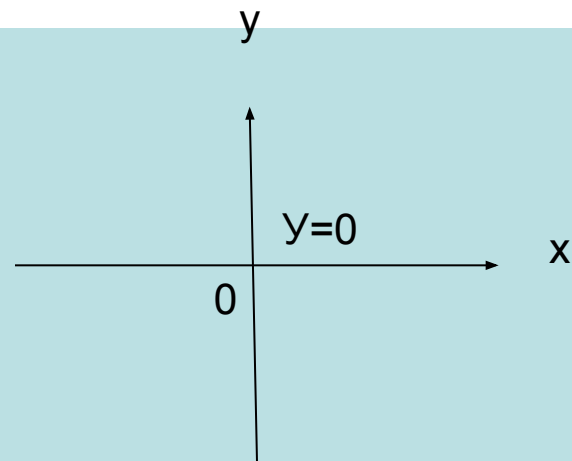


Схема построения графика функции $y=ax^2+bx+c$

1. Находим координаты вершины параболы $(x_0; y_0)$ с помощью формул:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}; \quad y_0(x_0) = ax_0^2 + bx_0 + c$$

2. Проводим ось симметрии параболы $y=ax^2+bx+c$, которая проходит через вершину параболы параллельно оси ординат.

3. Находим нули функции, если они есть, приравнявая ax^2+bx+c к нулю.

4. Находим симметричные относительно её оси симметрии несколько точек. Вычисляем значения функции в этих точках.

5). Проводим через построенные точки параболу. Ветви параболы направлены вверх при $a > 0$, вниз при $a < 0$.

По данной схеме построить график функции $y=x^2-4x+3$

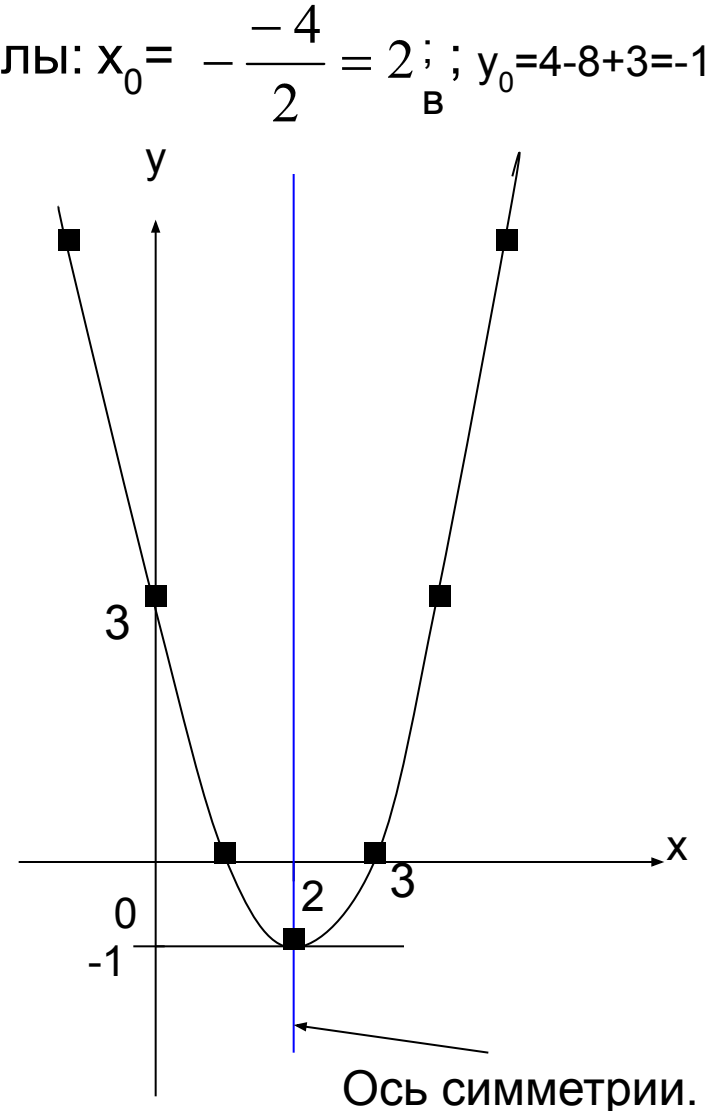
1. Вычислим координаты вершины параболы: $x_0 = -\frac{-4}{2} = 2$; $y_0 = 4 - 8 + 3 = -1$
Построим точку (2; -1)

2. Проведём ось симметрии через точку (2; -1) параллельно оси ординат.

3. Найдём нули функции, решая уравнение $x^2-4x+3=0$. $x_1=1$; $x_2=3$.
Построим точки (1;0) и (3; 0)

4. Построим симметричные точки.

x	0	4	-1	5
y	3	3	8	8



Построить график функции $y = -4x^2 + 4x - 1$
и по графику:

1). Найти значения x , при которых значения функции положительны;
отрицательны.

2). Найти промежутки возрастания
и убывания функции.

3). Выяснить, при каком значении x функция принимает наибольшее или наименьшее значение, и найти его.

Проверка: функция квадратичная, график – парабола, ветви направлены вниз, так как коэффициент a отрицательный.

1). Найдём координаты вершины

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-8} = \frac{1}{2} ; \quad y_0 = 0$$

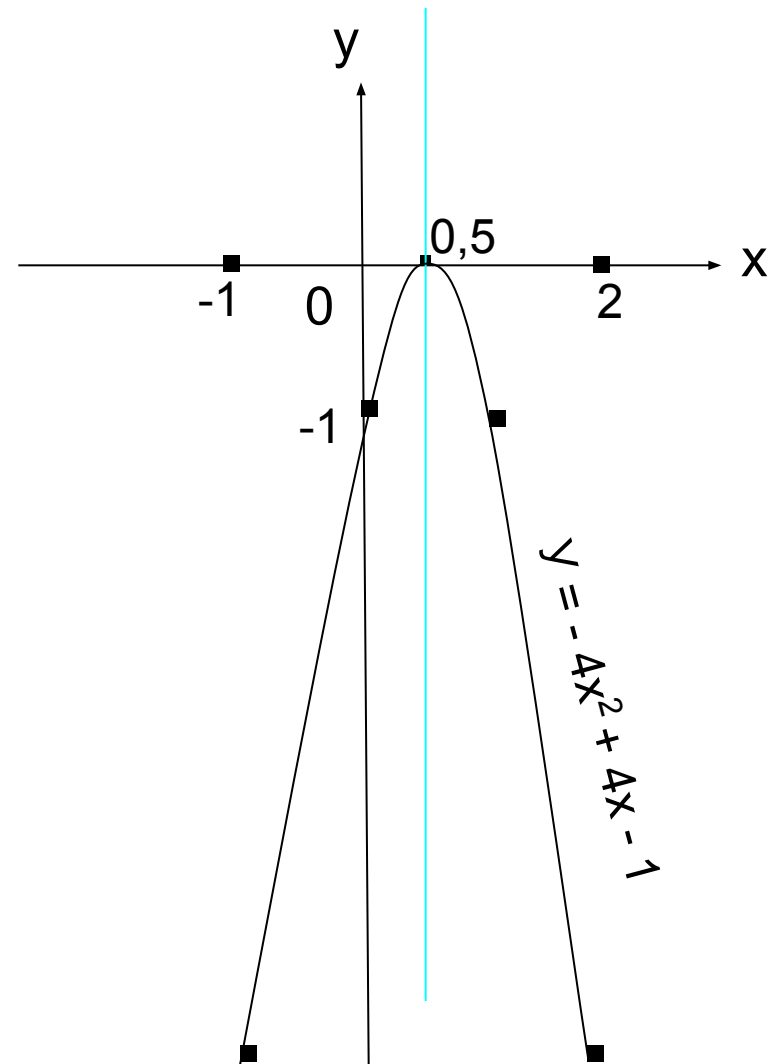
Строим точку с координатами $(0,5; 0)$

2). Проводим через неё ось симметрии параллельно оси ординат.

3). Находим симметричные точки

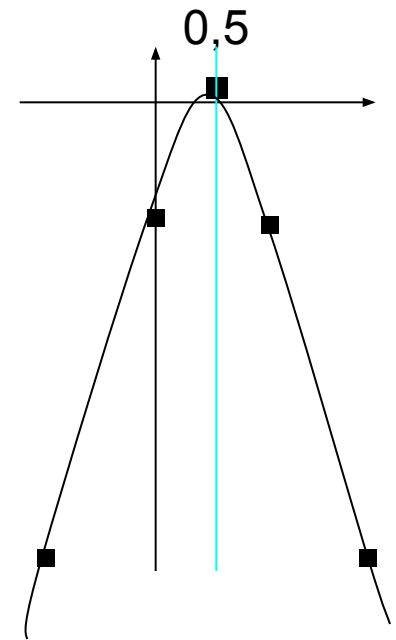
x	0	1	-1	2
y	-1	-1	-9	-9

4). Проведём через полученные точки параболу.



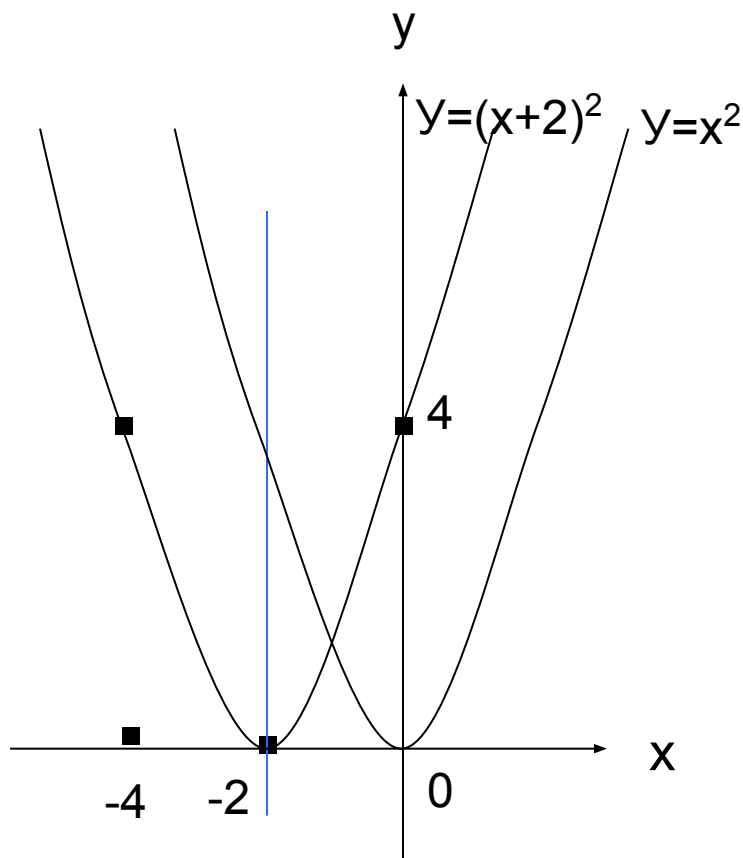
1). Значения функции $y = -4x^2 + 4x - 1$
положительны при $x \in \emptyset$;
отрицательны при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

2). Функция возрастает
на промежутке $(-\infty; 0,5]$;
функция убывает
на промежутке $[0,5; +\infty)$

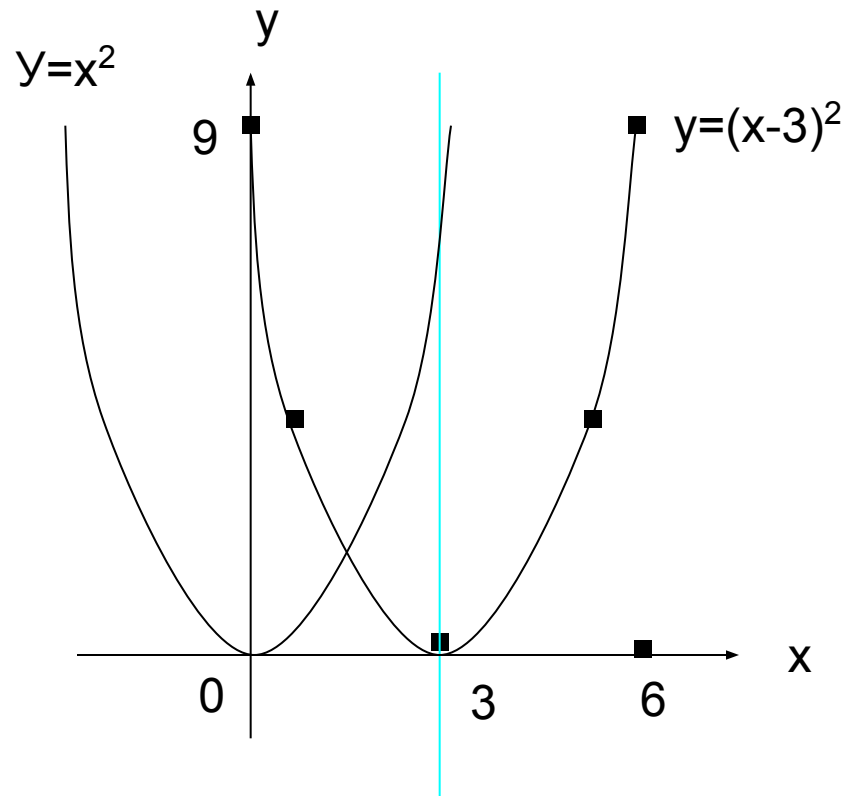


3). При $x=0,5$ функция принимает
наибольшее значение, равное нулю.

Построить графики функций $y=(x+2)^2$ и $y=(x-3)^2$

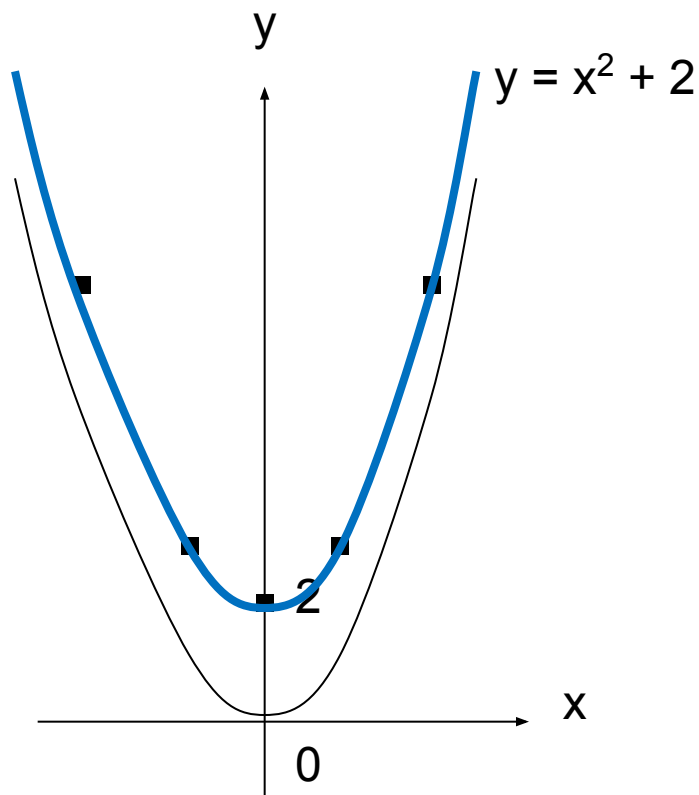


Графиком функции $y=(x+2)^2$ является парабола, получаемая сдвигом параболы $y=x^2$ на две единицы влево вдоль оси абсцисс.

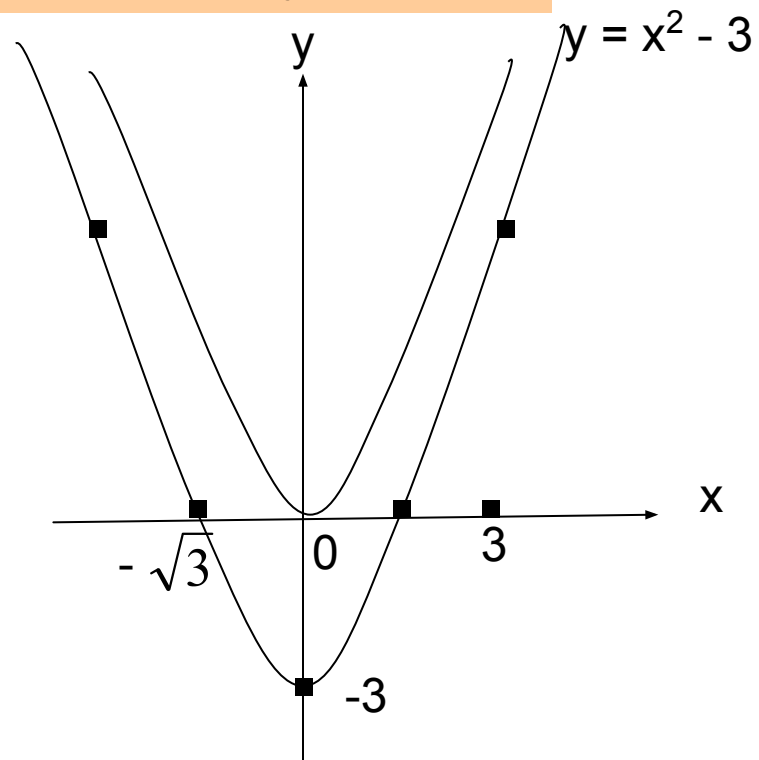


Графиком функции $y=(x-3)^2$ является парабола, получаемая сдвигом параболы $y=x^2$ на три единицы вправо вдоль оси абсцисс.

Построить графики функций $y = x^2 + 2$ и $y = x^2 - 3$



Графиком функции $y = x^2 + 2$ является парабола, получаемая сдвигом параболы $y = x^2$ на две единицы вверх по оси Oy .



Графиком функции $y = x^2 - 3$ является парабола, получаемая сдвигом параболы $y = x^2$ на три единицы вниз по оси Oy .

Тест по теме «Квадратичная функция»

1. Найти нули функции $y = 2x^2 + 5x - 7$ [$y = 5x^2 - 8x - 4$]

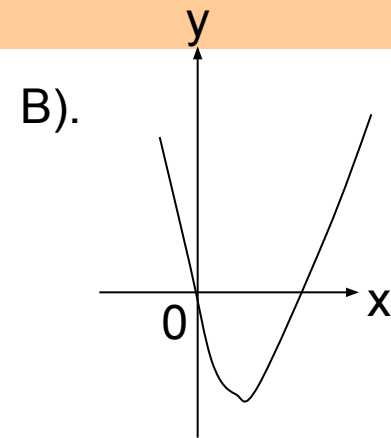
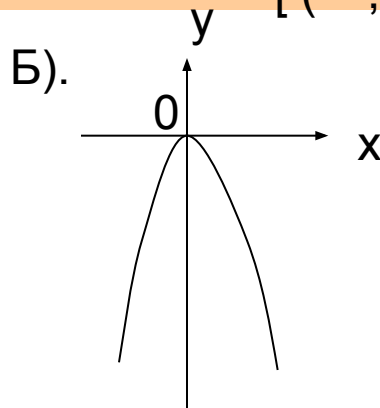
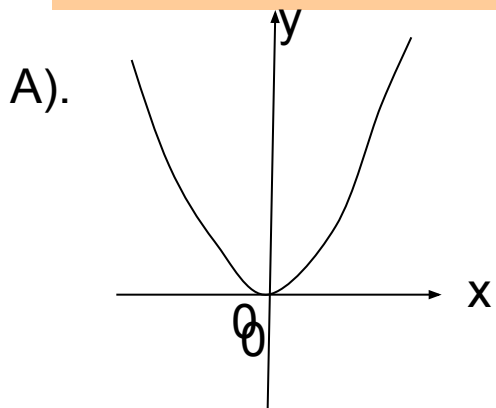
.А). 3,5; 1 Б). -7; 2
В). -3,5; 1 Г). 7; -2

[А). 2; -4/5 Б). 2; -0,4
В). -2; 0,4 Г). 1; 0,2]

2. Определить направление ветвей параболы $y = 4x^2$ [$y = -3x^2$]

А). Ветви направлены вниз.
Б). Ветви направлены вверх.

3. Используя графики, выяснить какие из этих функций возрастают на промежутке $[0; +\infty)$ [$(-\infty; 0]$]



Продолжение теста.

4. Найти коэффициент a , если парабола $y = ax^2$ проходит через точку $A(-1; 1)$ [$B(1; 2)$]

А), 1

Б).-1

В). 2

Г). -2

5. Найти координаты вершины параболы $y = (x - 3)^2 - 2$ [$y = (x + 2)^2 - 3$]

А). (-3; -2)

Б). (3; 2)

В). (3; -2)

Г). (-2; -3)

6. Найти координаты вершины параболы $y = 2x^2 - 8x + 11$ [$y = -3x^2 + 18x - 7$]

А). (2; 3)

Б). (3; 20)

В). (3; 2)

Г). (20; 3)

7. Ось симметрии параболы $y = x^2 - 10x$ [$y = 3x^2 - 12x$] проходит через точку

А). (5; 10)

Б). (5; -25)

В). (2; -12)

Г). (2; 5)

Продолжение теста.

8. Не строя графика функции, найти её наибольшее или наименьшее значение:

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$[y = -x^2 + 2x + 3]$$

А). (-1; 2) наибольшее значение;

Б). (-1; 2) наименьшее значение;

В). (1; 4) наибольшее значение;

Г). (1; 4) наименьшее значение.

9. Верно ли утверждение, что функция $y = x^2$ [$y = -x^2$] возрастает на промежутке:

А). [1; 4]

Б). [-1; 4]

В). $x > 3$

Г). $x < -3$

10. При каких x значения функции $y = x^2 + 3$ [$y = x^2 + 12$] не больше 28

А). [-5; 5]

Б). [-5; 4]

В). [-4; 4]

Г). (-4; 4)

Самопроверка теста

.Оценка «**5**» ставится за **10, 9** верно решённых заданий;
оценка «**4**» ставится за **7, 8** верно решённых заданий,
оценка «**3**» - за **5, 6** верно решённых заданий,
оценка «**2**» ставится, если выполнено **меньше пяти** заданий.

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I вариант	В	Б	А	А	В	А	Б	Б	А,В	А
II вариант	Б	А	Б	В	Г	Б	В	В	Б,Г	В

Задачи-исследования

1). График какой из функций симметричен графику функции $y = 0,5x^2 + x - 4$

A). $y = -0,5x^2 + x - 4$

Б). $Y = -0,5x^2 - x + 4$

В). $Y = 0,5x - x + 4$

Г). $Y = 0,5x^2 - x - 4$

2). Какая из парабол самая «крутая»? Самая «пологая»?

A). $Y = 0,3x^2$; Б). $Y = 10x^2$; В). $Y = 8x^2$; $y = 0,1x^2$.

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте определение квадратичной функции.
2. Сформулируйте свойства квадратичной функции $y = ax^2$
 - а) при $a > 0$
 - б). При $a < 0$
3. Как из графика $y = ax^2$ можно получить график функции
 - А). $y = ax^2 + n$
 - Б). $y = a(x - m)^2$
 - В). $y = a(x - m)^2 + n$?
4. Как построить график функции $y = ax^2 + bx + c$?