

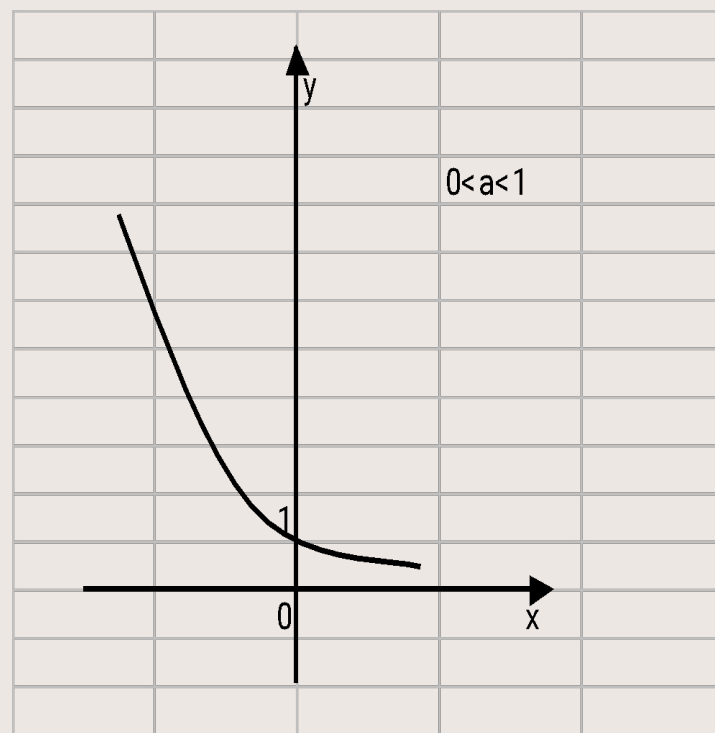
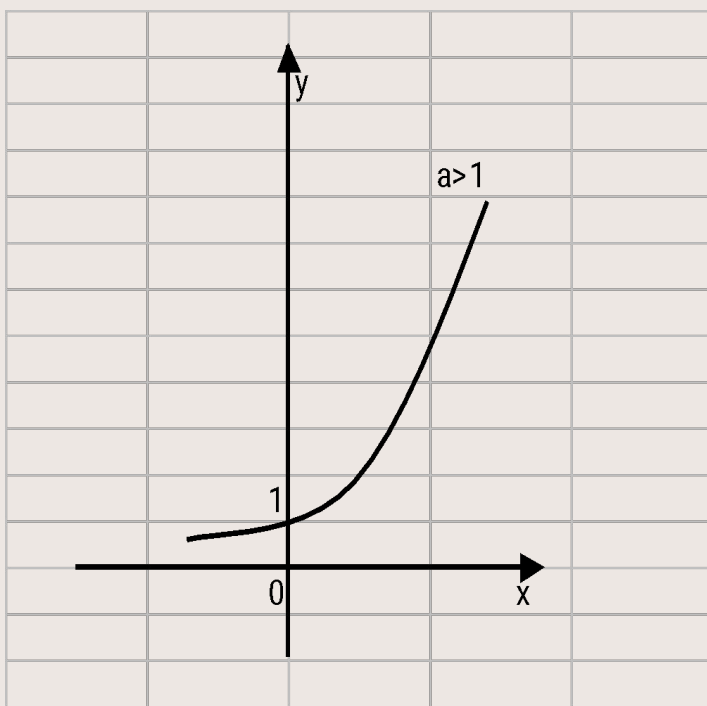
МАОУ «Сладковская СОШ»

Показательная функция, её свойства и график

10 класс

Автор: Кайгородова С.В

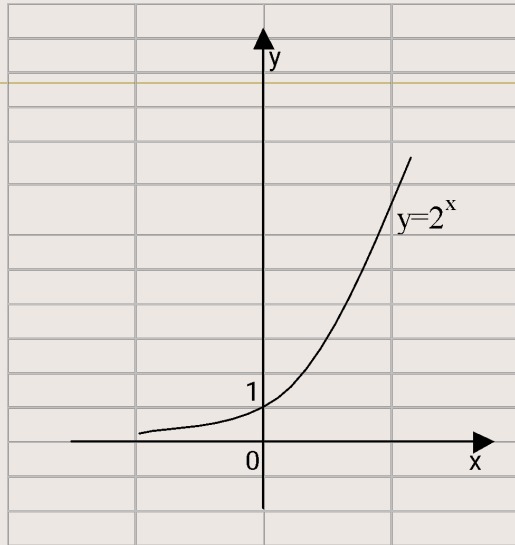
Функция вида $y=a^x$, где a - заданное число, $a>0$, $a\neq 1$, x -переменная, называется **показательной**.



Показательная функция обладает следующими свойствами:

1. О.О.Ф: множество $\mathbb{R}$ всех действительных чисел;
2. Мн.зн.: множество всех положительных чисел;
3. Показательная функция $y=a^x$ является возрастающей на множестве всех действительных чисел, если $a>1$, и убывающей, если $0<a<1$;
4. Не является ни четной, ни нечетной;
5. Не ограничена сверху, ограничена снизу;
6. Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения;
7. Непрерывна;
8. Если $a>1$, то функция выпукла вниз.

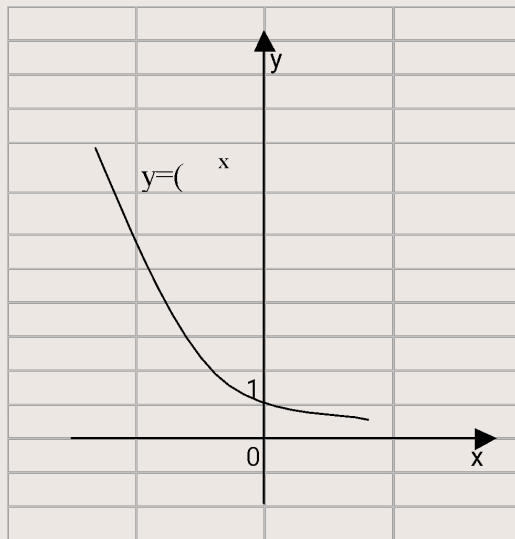
Графики функции $y=2^x$ и $y=(\frac{1}{2})^x$



1. График функции $y=2^x$ проходит через точку (0;1) и расположен выше оси Ох.

$a>1$ $D(y): x \in \mathbb{R}$ $E(y): y > 0$

Возрастает на всей области определения.



2. График функции $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ также проходит через точку (0;1) и расположен выше оси Ох.

$0 < a < 1$ $D(y): x \in \mathbb{R}$ $E(y): y > 0$

Убывает на всей области определения.

Используя свойства возрастания и убывания показательной функции, можно сравнить числа и решать показательные неравенства.

1. Сравнить:

а) 5^3 и 5^5 ; б) 4^7 и 4^3 ; в) $0,2^2$ и $0,2^6$; г) $0,9^2$ и $0,9$.

2. Решить:

а) $2^x > 1$; б) $13^{x+1} < 13^3$; в) $0,7^{x-2} > 0,7$; г) $0,04^x < 0,2^2$.

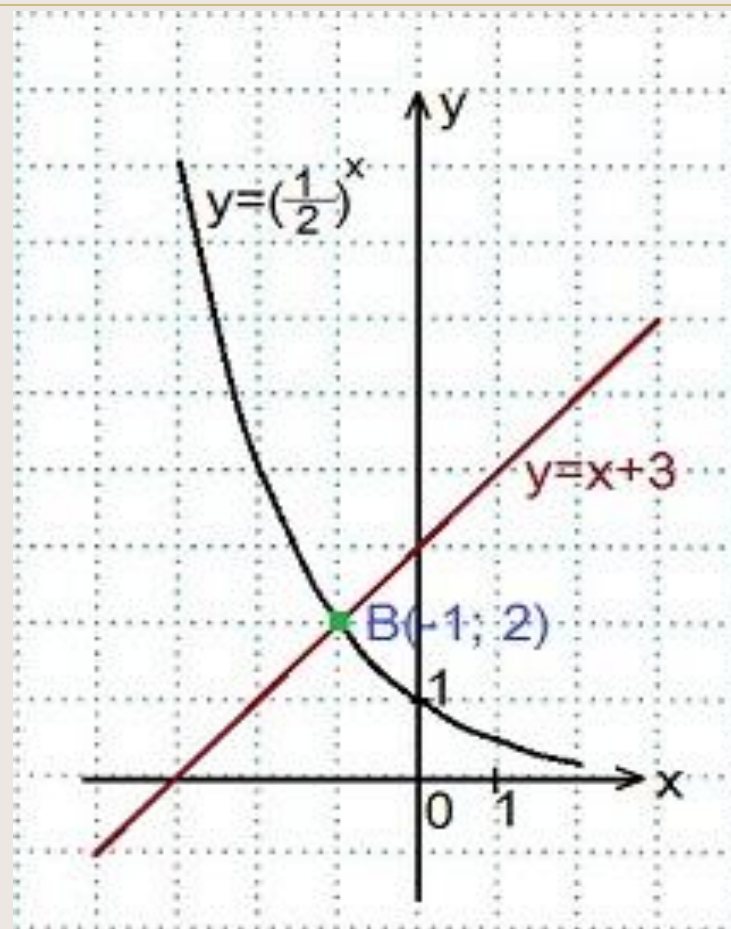
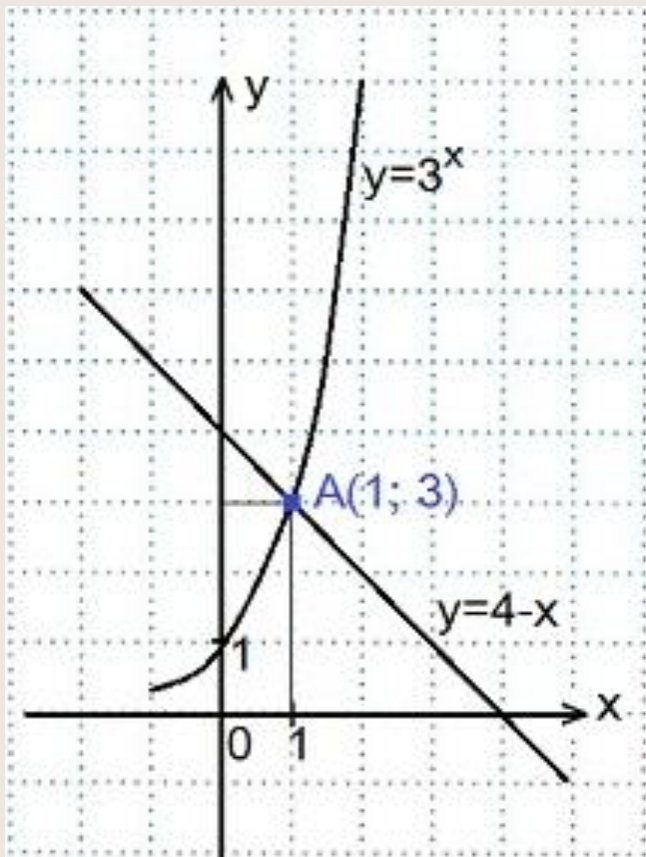
3. Неравенства, у которых неизвестное находится в показателе степени, называются показательными.

Решение показательных неравенств сводится к решению неравенств
 $a^x > a^b$ или $a^x < a^b$.

Если $a > 1$, то $x > b$ ($x < b$). Если $0 < a < 1$, то $x < b$ ($x > b$)

Решить графически уравнения:

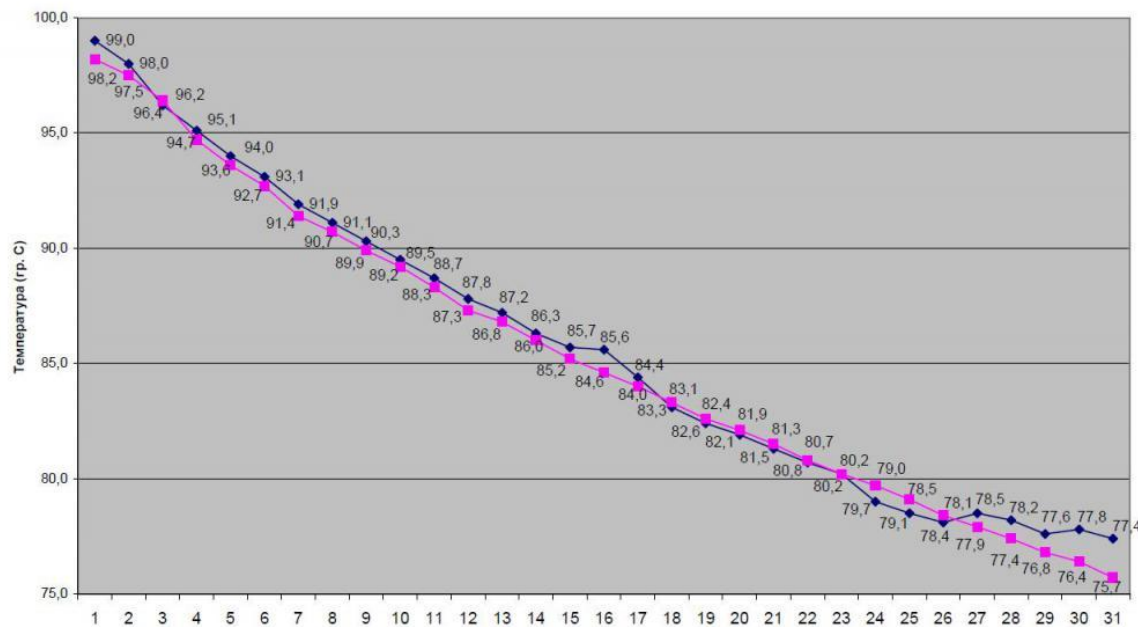
1) $3^x = 4 - x$, 2) $0,5^x = x + 3$.



Применение показательной функции в жизни, науке и технике

Если снять кипящий чайник с огня, то сначала он быстро остывает, а потом остывание идет гораздо медленнее, это явление описывается формулой

$$T = (T_1 - T_0)e^{-kt} + T_0$$



$$A = A_0 a^{k \cdot t}$$

Рост древесины происходит по закону:

A- изменение количества древесины во времени;

A₀- начальное количество древесины;

t-время, **к, а**- некоторые постоянные.

Давление воздуха убывает с высотой по закону:

P- давление на высоте **h**,

P₀ - давление на уровне моря,

а- некоторая постоянная.

$$P = P_0 \cdot a^{-k \cdot h}$$

Рост народонаселения

Изменение числа людей в стране на небольшом отрезке времени описывается формулой $N = N_0 e^{kt}$,

где N_0 - число людей в момент времени $t=0$,
 N - число людей в момент времени t ,
 a - константа.



Закон органического размножения: при благоприятных условиях (отсутствие врагов, большое количество пищи) живые организмы **размножались бы по закону показательной функции.**

Например: одна комнатная муха может за лето произвести 8×10^{14} особей потомства. Их вес составил бы несколько миллионов тонн (а вес потомство пары мух превысил бы вес нашей планеты), они бы заняли огромное пространство, а если выстроить их в цепочку, то её длина будет больше, чем расстояние от Земли до Солнца. Но так как, кроме мух существует множество других животных и растений, многие из которых являются естественными врагами мух их количество не достигает вышеуказанных значений.

Когда радиоактивное вещество распадается, его количество уменьшается, через некоторое время остается половина от первоначального вещества. Этот промежуток времени t_0 называется периодом полураспада. Общая формула для этого процесса: $m = m_0(1/2)^{-t/t_0}$, где m_0 - первоначальная масса вещества. Чем больше период полураспада, тем медленнее распадается вещество. Это явление используют для определения возраста археологических находок. Радий, например, распадается по закону: $M = M_0 e^{-kt}$. Используя данную формулу ученые рассчитали возраст Земли (радий распадается примерно за время, равное возрасту Земли).

