

*Московский государственный университет леса,*

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕРМОМОДИФИЦИРОВАНИЯ ДРЕВЕСИНЫ**

*М.Г.Ермоченков  
кафедра теплотехники*

2012

# Цель работы

- Разработка математической модели тепло- и массообмена в древесине при интенсивном тепловом воздействии
- Разработка методов прогнозирования свойств термически модифицированной древесины

## Принятые допущения

- древесина в условиях интенсивного нагрева – многокомпонентная открытая трехфазная термодинамическая система с физико-химическими превращениями;
- в каждом бесконечно малом объеме материала существует состояние локального термодинамического равновесия;
- древесина представляет собой капиллярно-пористый композиционный материал, состоящий из твердых, жидких и газофазных компонентов; рассматривается континуальная модель материала;
- газовая фаза рассматривается как трех компонентная смесь газов, состоящая из:
  - а) водяного пара;
  - б) воздуха;
  - в) продуктов деструкции древесины;
- конвективный перенос газа внутри древесины описывается уравнением Дарси;
- температуры газовой, жидкой и твердой фаз равны;
- перенос теплоты в древесине осуществляется тепловыми потоками за счет теплопроводности и конвективного переноса жидкой и газовой фаз;
- масса в жидкой фазе переносится за счет влагопроводности и конвективными потоками;
- масса в газовой фазе переносится конвективными и диффузионными потоками;
- задача решается в одномерной постановке.

## Уравнение переноса массы в твердой фазе:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial \tau} = - \sum_{\gamma_1}^{n_1} \sum_{\Psi_1}^{m_1} \frac{\partial \rho_{\gamma_1, \Psi_1}}{\partial \tau} \quad (1)$$

- Здесь  $n_1$  – число твердофазных компонентов,
- $m_1$  – число стадий,
- $\gamma_1$  – номер компонента,
- $\Psi_1$  – номер стадии.

Уравнение переноса массы в жидкой фазе:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = \operatorname{div}(j_{2,v} + j_{2,a}) - \sum_{\gamma_1}^{m_1} \frac{dW_{\gamma_i}}{d\tau} \quad (2)$$

где  $j_{2,a}$  – поток жидкости за счет диффузии,

$j_{2,v}$  – конвективный поток жидкой фазы,

$m_1$  – число стадий,

$\gamma_1$  – номер компонента.

Уравнение решается с граничными условиями 1-го, 2-го или 3-го рода на внешних границах материала.

## Уравнения переноса массы в газовой фазе:

$$\frac{\partial \rho_{3,1}}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\rho_{3,1} \cdot v_3 + \rho_{3,1} \cdot \Delta_{3,1}) + \sum_{\gamma_1}^{n_1} \frac{dW_{\gamma_1}}{d\tau} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_{3,2}}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\rho_{3,2} \cdot v_3 + \rho_{3,2} \cdot \Delta_{3,2}) + \sum_{\psi_1}^{m_1} \frac{d\rho_{\psi_1}}{d\tau} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_{3,3}}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\rho_{3,3} \cdot v_3 + \rho_{3,3} \cdot \Delta_{3,3}) \quad (5)$$

где  $\rho$  – плотность газовой фазы,

$i = 1$  – водяной пар;

$i = 2$  – продукты деструкции;

$i = 3$  – воздух ;

$v_3$  – скорость конвективного переноса газовой фазы;

$\Delta_3$  – скорость диффузионного переноса массы.

Система уравнений решается с граничными условиями 1-го или 2-го рода на внешних границах материала.

## Уравнение переноса теплоты:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \operatorname{div}(q^\lambda + q^v + q^n) + U^{ув} + U^\varepsilon \quad (6)$$

где  $q^\lambda$  - поток теплоты теплопроводностью;

$q^v$  - конвективный поток теплоты за счет переноса влаги;

$q^n$  - конвективный поток теплоты за счет переноса паровоздушной смеси;

$U^{ув}$  - источники теплоты за счет физико-химических процессов;

$U^\varepsilon$  - источник теплоты за счет внешних воздействий.

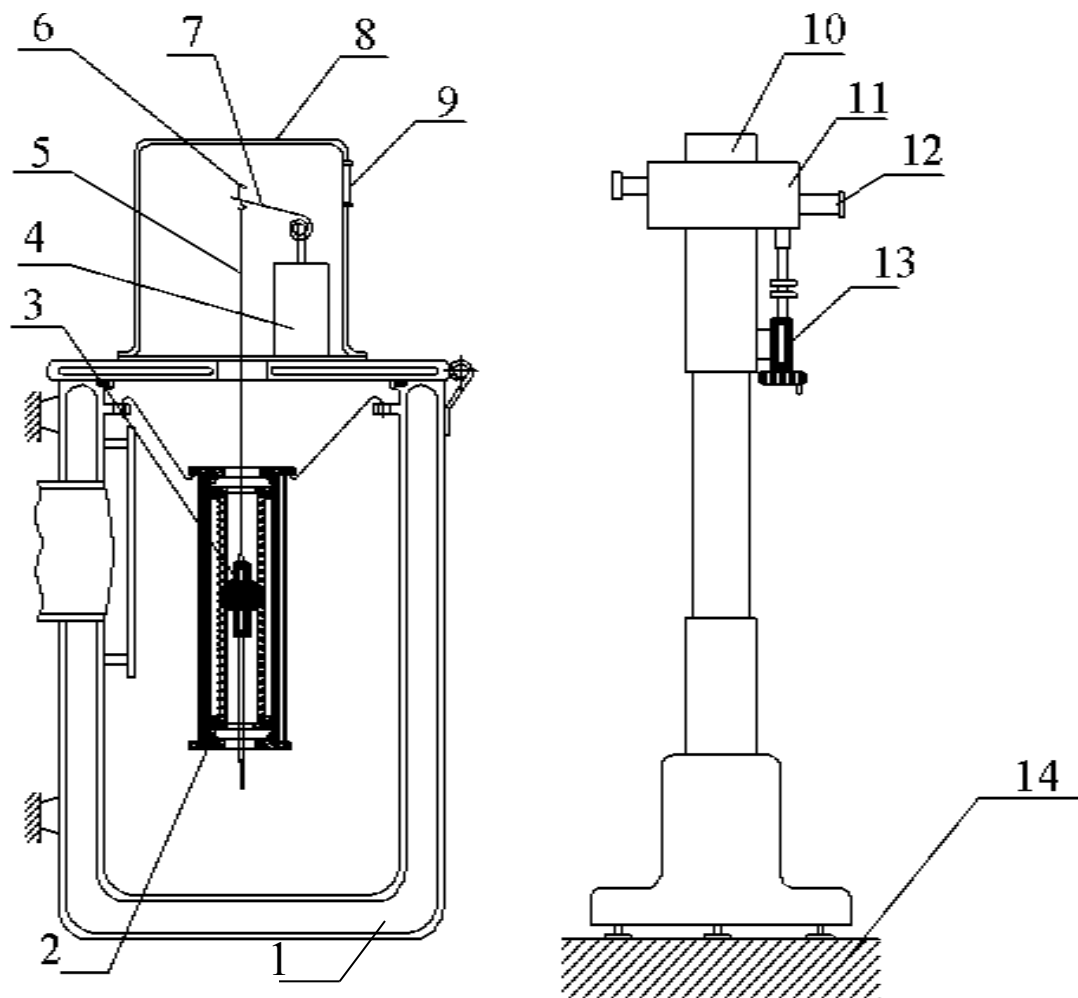
Уравнение решается с граничными условиями 1-го, 2-го или 3-го рода на внешних границах материала.

## Скорость протекания многостадийного процесса термической деструкции:

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \sum_{j=1}^m \omega_j^{n_j} A_j \exp\left(-\frac{E_j}{RT}\right) \quad (7)$$

- где  $j$  – индекс, соответствующий номеру стадии;
- $m$  – число стадий;
- $A_j$  – частотный фактор  $j$ -й стадии;
- $E_j$  – энергия активации  $j$ -й стадии;
- $n_j$  – порядок реакции  $j$ -й стадии;
- $R$  – газовая постоянная;
- $T$  – температура;
- $\omega$  - безразмерная масса стадии.

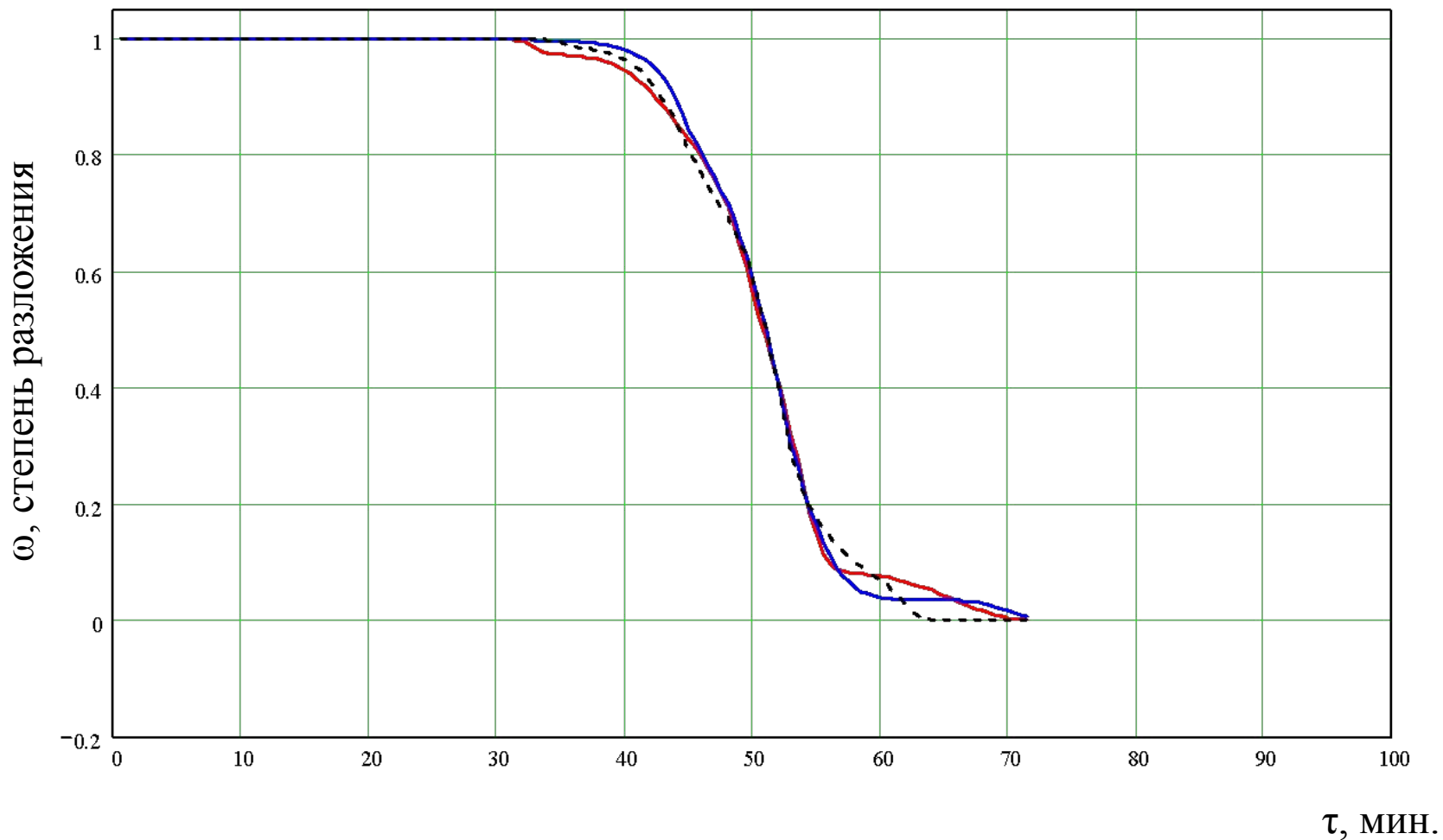
## Установка для термогравиметрических исследований в вакууме



1 – вакуумная камера; 2 – электрическая печь; 3 – Кольцевой тигель; 4 – весы; 5 – нить; 6 – репер; 7 – плоская спиральная пружина; 8 – крышка весов; 9 – стекло; 10 – стойка катетометра; 11 – каретка; 12 – окуляр; 13 – многооборотное сопротивление; 14 – массивное основание 8



# Зависимость относительной массы древесины сосны от времени нагрева (темп нагрева 7 °С/мин.)



# Результаты исследования термической деструкции древесины

Таблица 1

Номер стадии	Начальная безразмерная масса стадии		Энергия активации $E_j/R$		Частотный фактор $A_j, c^{-1}$	
	Береза	Сосна	Береза	Сосна	Береза	Сосна
1	0,172	0,025	57810	54680	$2,377 \cdot 10^{51}$	$4,857 \cdot 10^{50}$
2	0,168	0,128	23140	15900	$1,362 \cdot 10^{18}$	$1,783 \cdot 10^{12}$
3	0,215	0,341	29420	20540	$2,784 \cdot 10^{21}$	$3,482 \cdot 10^{14}$
4	0,345	0,418	38740	29820	$2,623 \cdot 10^{26}$	$1,346 \cdot 10^{20}$
5	0,1	0,088	8671	18430	$6,517 \cdot 10^4$	$2,338 \cdot 10^{10}$

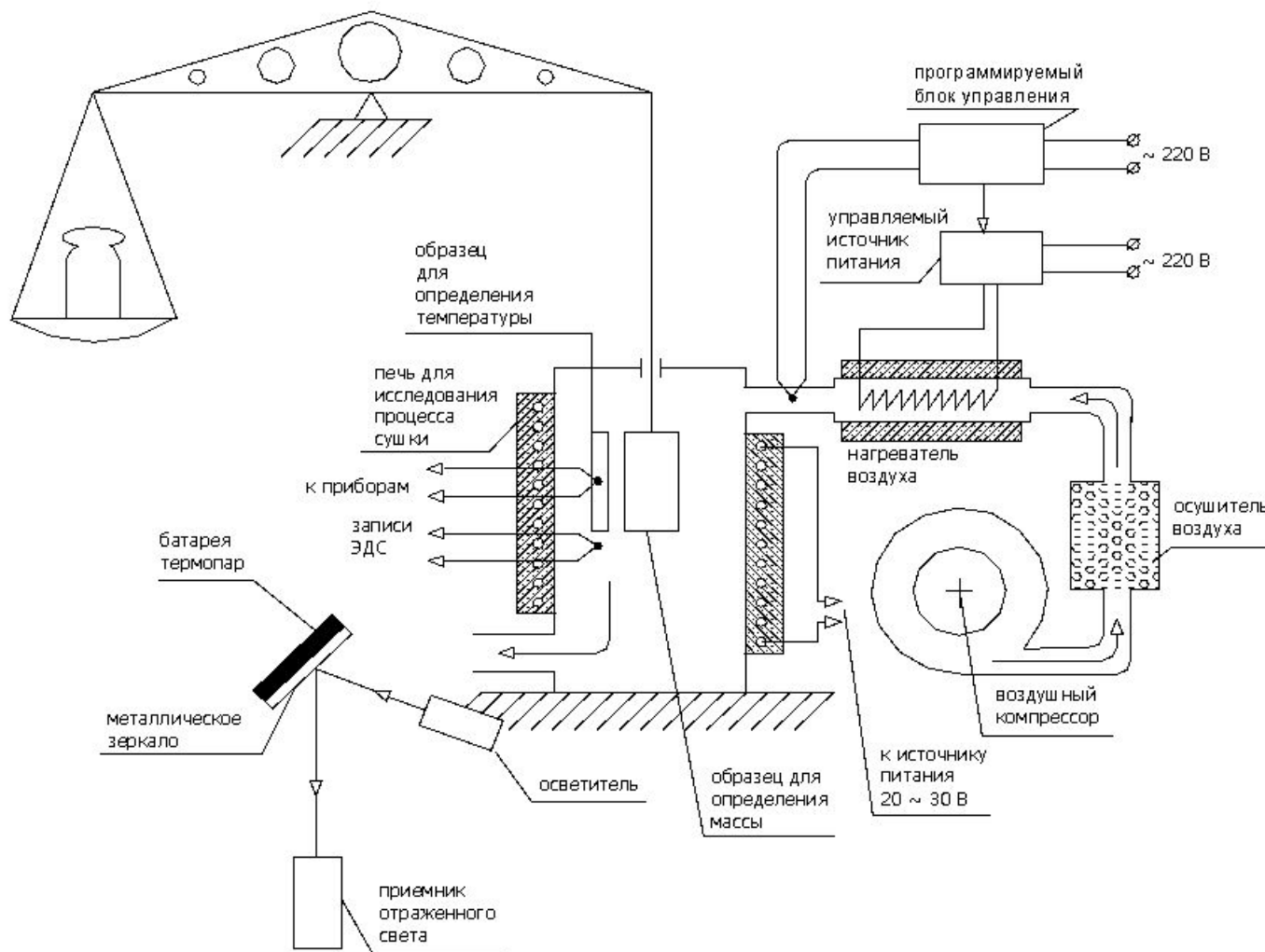
# Скорость протекания многостадийного процесса парообразования:

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \sum_{j=1}^m \omega_j^{n_j} \cdot A_j \cdot \exp\left(-\frac{E_j(\varphi)}{RT}\right) \quad (8)$$

$$\omega = \frac{W_i - W_k}{W_o - W_k} \quad (9)$$

- где  $j$  – индекс, соответствующий номеру стадии;
- $m$  – число стадий;
- $A_j$  – частотный фактор  $j$ -й стадии;
- $E_j(\varphi)$  – энергия активации  $j$ -й стадии;
- $\varphi$  – относительная влажность газовой смеси в порах древесины;
- $n_j$  – порядок реакции  $j$ -й стадии;
- $R$  – газовая постоянная;
- $T$  – температура;
- $\omega$  - безразмерная масса стадии;
- $W_i, W_k, W_o$  – текущее, конечное и начальное влагосодержание в древесине.

# Экспериментальная установка для исследования процессов испарения влаги при сушке древесины.



# Результаты исследования кинетики сушки древесины березы

Таблица 2

Номер стадии j	Концентрация влаги j-й стадии $\omega_j$	Энергия активации $E_j$ , Дж/моль	Частотный фактор $A_j$ , $\text{с}^{-1}$
1	0,307 ( $\omega = f(w)$ )	51750	$1,64 \cdot 10^8$
2	0,570 ( $\omega = f(w)$ )	60800	$2,80 \cdot 10^9$
3	0,096 ( $\omega = f(w)$ )	88130	$3,70 \cdot 10^{13}$
4	0,027 ( $\omega = f(w)$ )	93700	$2,00 \cdot 10^{13}$

$$E1(\phi) = 0,988 + 0,162\phi - 0,29\phi^2 + 0,223\phi^3$$

$$E2(\phi) = 0,97 + 0,953\phi - 5,805\phi^2 + 12,744\phi^3$$

$$E3(\phi) = 0,995 + 6,196\phi - 7,607\phi^3$$

$$E4(\phi) = 0,984 + 51,667\phi^2 - 602,564\phi^3$$

$E1, E2, E3, E4$  – значения энергии активации для первой, второй, третьей и четвертой стадий соответственно;

$\phi$  - относительная влажность воздуха.

## Испарение свободной влаги в порах древесины

$$P_{\text{пара}} = P_{\text{нас}}$$

$$\frac{d\omega_2}{d\tau} = 0$$

$$P_{\text{пара}} < P_{\text{нас}}$$

$$\frac{d\omega_2}{d\tau} < 0$$

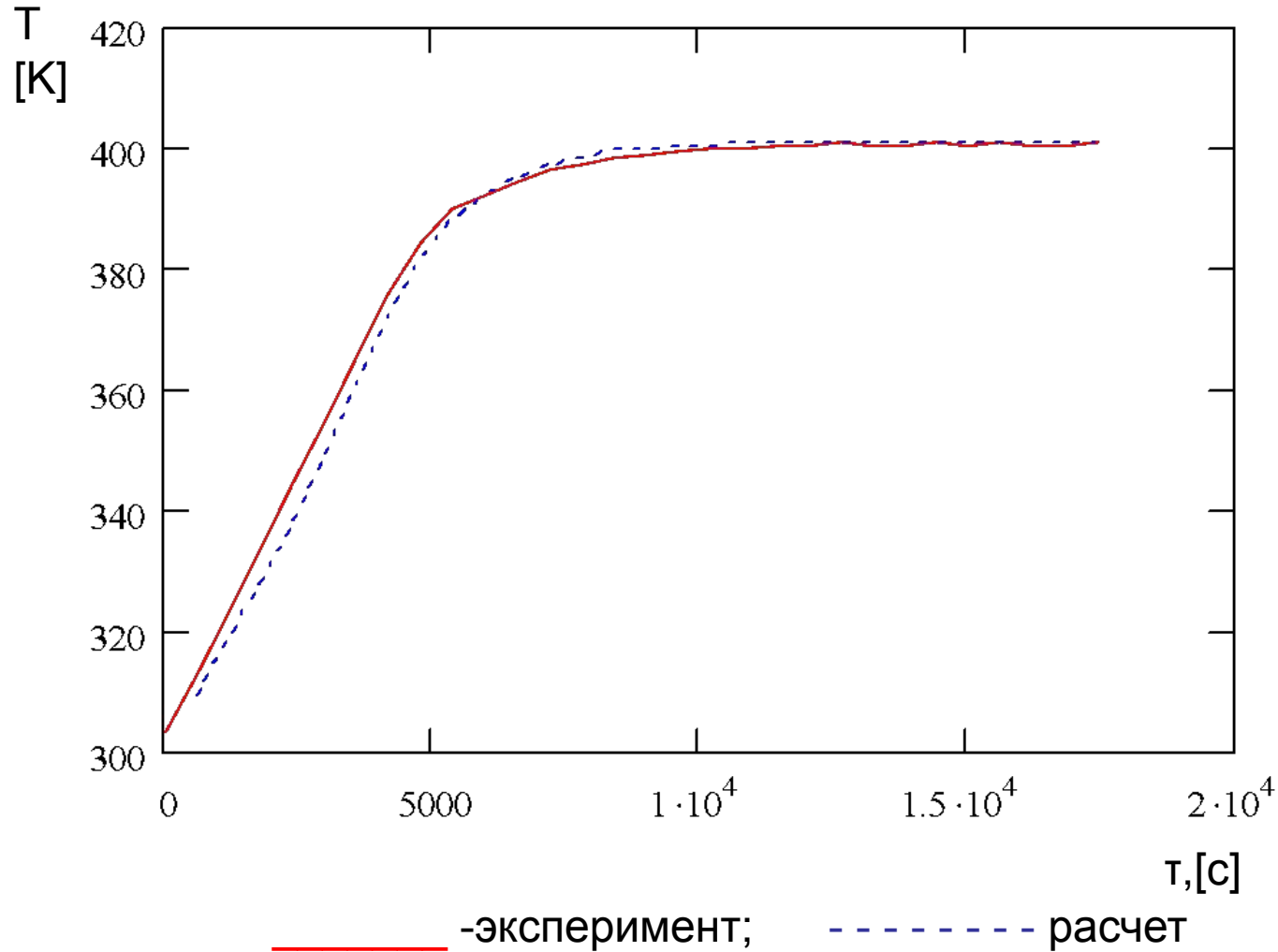
$$P_{\text{пара}} > P_{\text{нас}}$$

$$\frac{d\omega_2}{d\tau} > 0$$

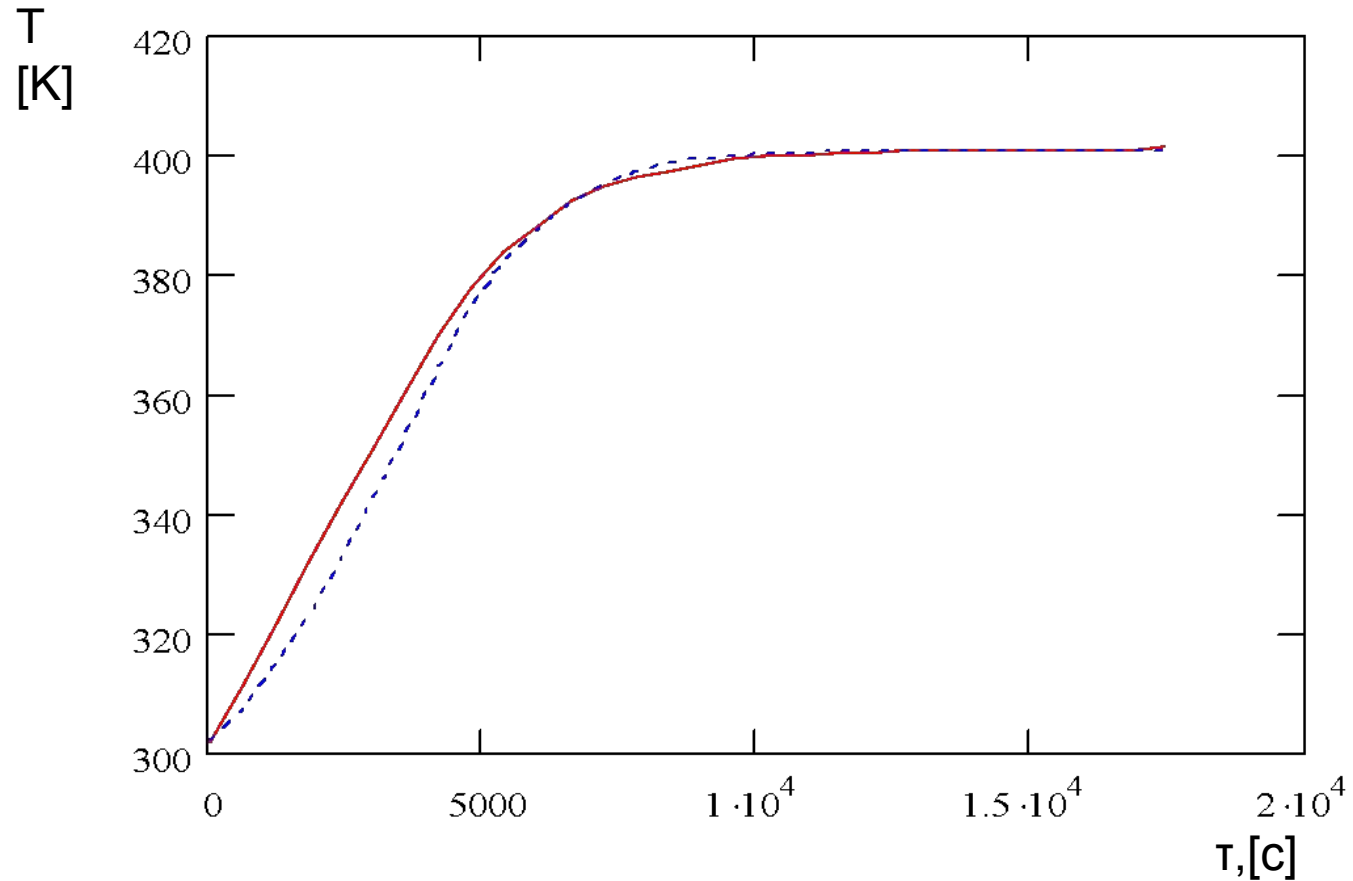
$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} \cdot \rho_2 \cdot V = \frac{\partial Q}{\partial \tau} \frac{1}{r} \quad \frac{\partial Q}{\partial \tau} = \rho \cdot c \cdot V \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (10)$$

- $\partial Q$  – количество теплоты, подведенное к объему древесины,
- $r$  – скрытая теплота парообразования,
- $\partial T$  – изменение температуры,
- $\rho$  – плотность материала,  $c$  – теплоемкость материала,
- $\Delta x$  – толщина слоя древесины.

# Сравнение результатов расчета и эксперимента. Температура поверхности образца.



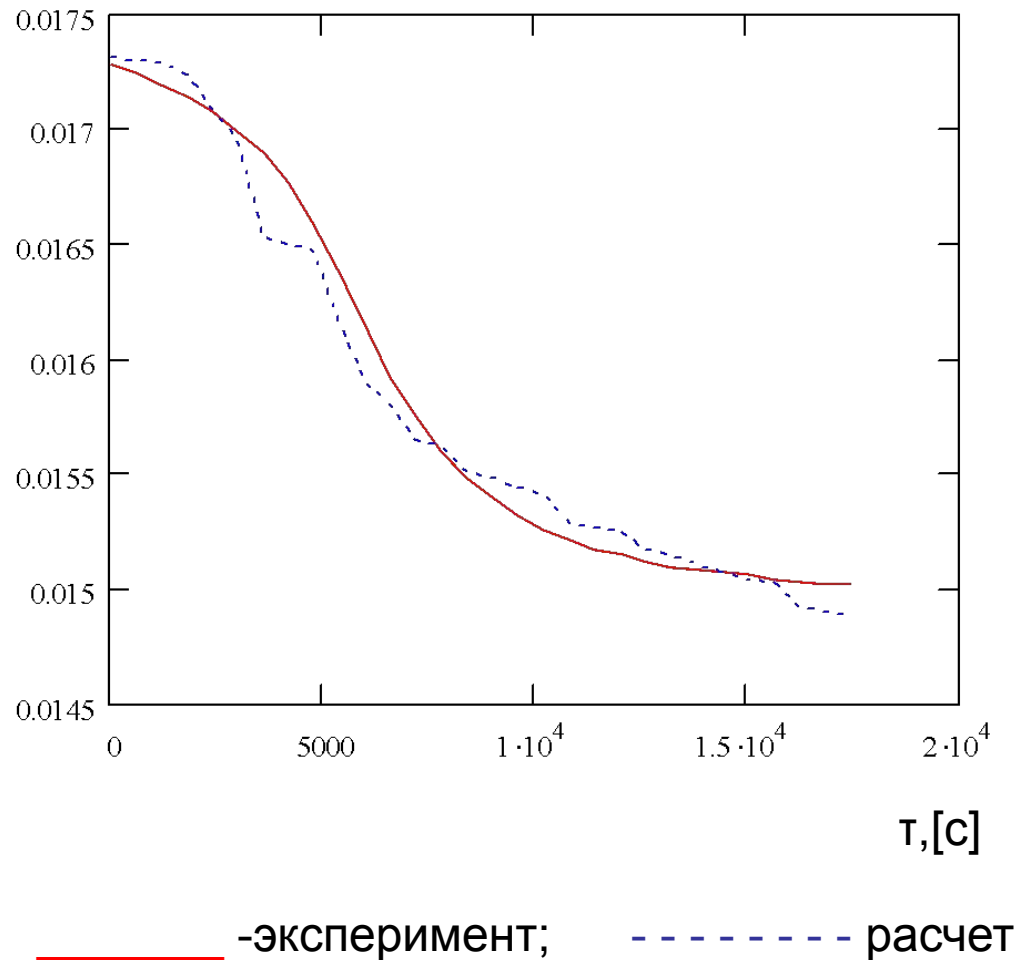
# Сравнение результатов расчета и эксперимента. Температура центра образца.



— эксперимент;    - - - - - расчет  
16



# Сравнение результатов расчета и эксперимента. Масса образца.



## Определение теплофизических свойств термически модифицированной древесины

- Плотность древесины рассчитывается из уравнения:

$$\rho = \sum_{i=1}^n A_i \cdot \rho_i^o \cdot \exp \left[ - A_i \cdot \int_0^{\tau} \exp \left( - \frac{E(\varphi)_i}{R \cdot T(\tau)} \right) d\tau \right] \quad (11)$$

- теплоёмкость древесины

$$c = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^n c_i \cdot \rho_i \quad (12)$$

## Коэффициент теплопроводности

$$\lambda = f(\lambda_j)$$

$$\lambda = \lambda_j \cdot \left[ B^2 + \frac{\lambda_{j-1}}{\lambda_j} (1-B)^2 + 2 \frac{\lambda_{j-1}}{\lambda_j} \cdot \frac{B \cdot (1-B)}{\frac{\lambda_{j-1}}{\lambda_j} B + 1 - B} \right] \quad (13)$$
$$B = 0,5 + A \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right)$$

при  $0 \leq r_{j-1} \leq 0,5$

при  $0,5 \leq r_{j-1} \leq 1$

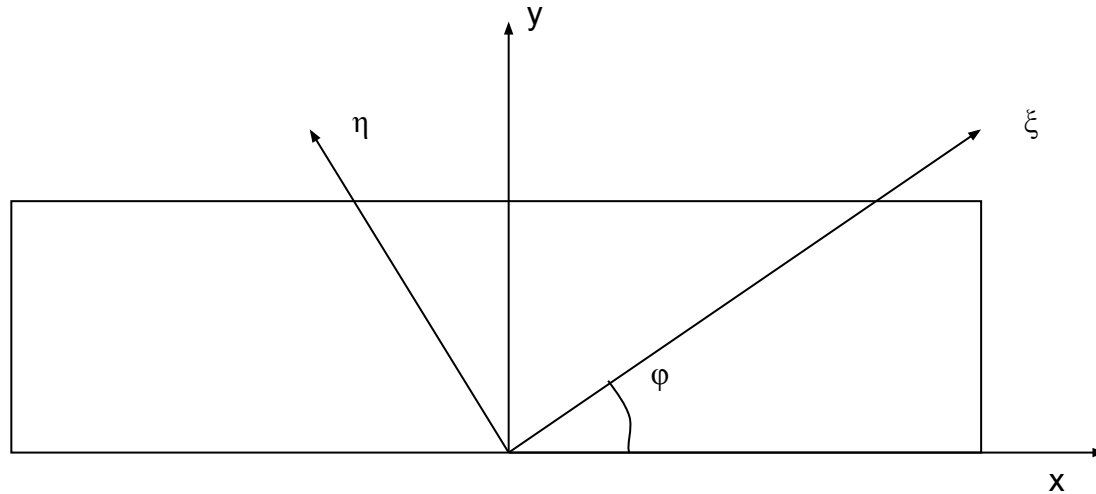
$$A = -1;$$

$$\varphi = 2 \cdot \pi - \arccos(1 - 2 \cdot r_{j-1})$$

$$A = 1;$$

$$\varphi = 2 \cdot \pi - \arccos(2 \cdot r_{j-1} - 1)$$

## Коэффициент теплопроводности для анизотропной среды



$$\lambda_x = \lambda_\xi \cos^2(\varphi) + \lambda_\eta \sin^2(\varphi); \quad (14)$$

$$\lambda_y = \lambda_\xi \sin^2(\varphi) + \lambda_\eta \cos^2(\varphi);$$

- где  $\lambda_\xi$  и  $\lambda_\eta$  - коэффициенты теплопроводности древесины
- вдоль направлений анизотропии

## Уравнение Дарси

$$\rho w = -\kappa \frac{\partial P}{\partial r}, \quad (15)$$

$$\kappa = \frac{\kappa_0}{\eta} \quad \kappa_0 = \sigma \cdot M \quad (16)$$

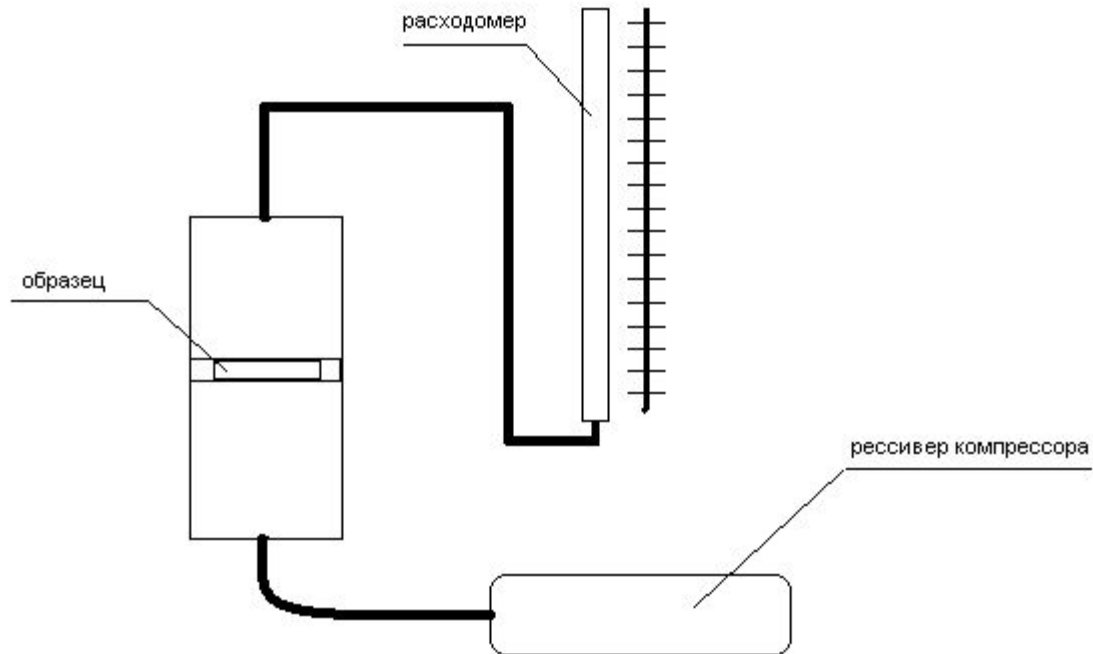
$$M = \left( \frac{\sqrt[n]{\Pi}}{1 - \sqrt[n]{\Pi}} \right)^n, \quad (17)$$

## Модифицированное уравнение Дарси

$$-\frac{dP}{dx} = \alpha \eta_1 w_1 + \beta \rho w_1^2. \quad (18)$$

$$\frac{P_1^2 - P_2^2}{2\delta RT} = \alpha \mu G + \beta G^2, \quad (19)$$

# Установка для экспериментального исследования проницаемости древесины

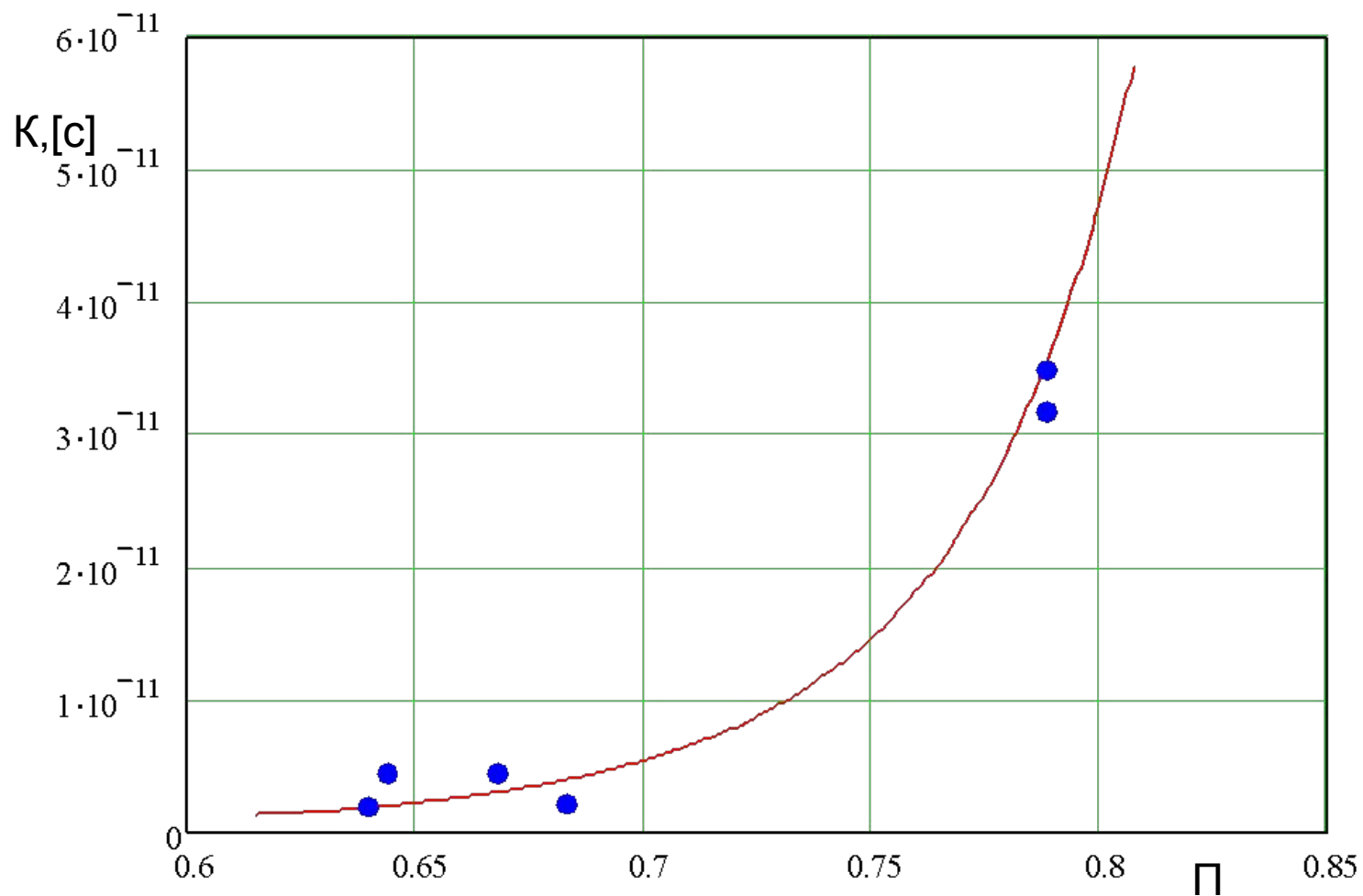


## Результаты экспериментального исследования проницаемости поперёк волокон в тангенциальном направлении термомодифицированной древесины.

Таблица 3

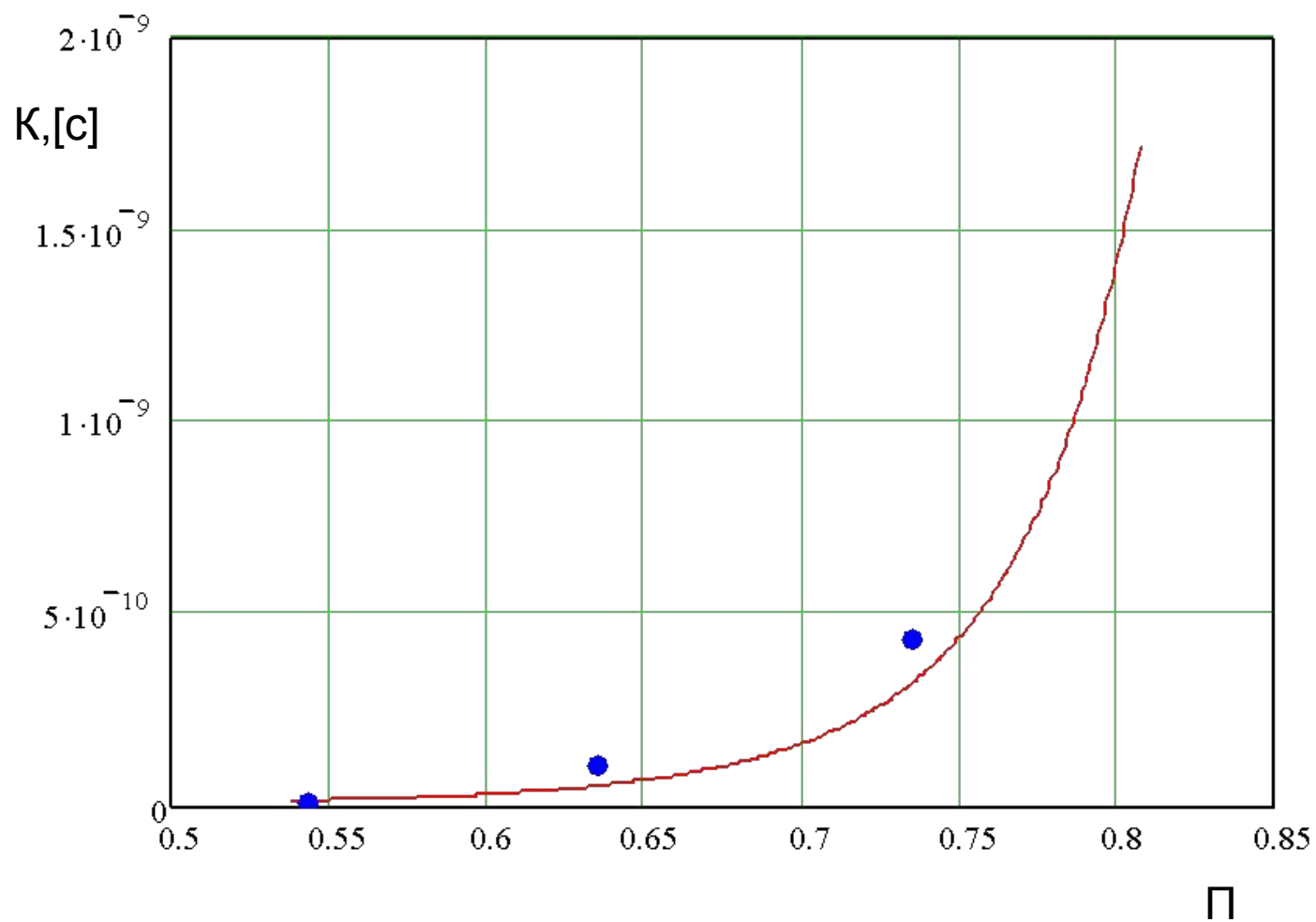
порода	Температура отжига, [с]	Время воздействия, [с]	Начальная масса образца, [кг]	Конечная масса образца, [кг]	Перепад давлений, [мПа]	Коэффициент воздухопроницаемости, [с]
сосна	–	–	$5,97 \cdot 10^{-3}$	$5,97 \cdot 10^{-3}$	0,101	$4,48 \cdot 10^{-12}$
	250	150	$6,670 \cdot 10^{-3}$	$6,145 \cdot 10^{-3}$	0,101	$4,43 \cdot 10^{-12}$
	–	–	$8,45 \cdot 10^{-3}$	$8,45 \cdot 10^{-3}$	0,101	$1,89 \cdot 10^{-12}$
	250	200	$8,3 \cdot 10^{-3}$	$7,335 \cdot 10^{-3}$	0,101	$2,14 \cdot 10^{-12}$
	300	750	$7,375 \cdot 10^{-3}$	$4,845 \cdot 10^{-3}$	0,101	$3,49 \cdot 10^{-11}$
	300	750	$7,375 \cdot 10^{-3}$	$4,845 \cdot 10^{-3}$	0,051	$3,18 \cdot 10^{-11}$
берёза	–	–	$12,580 \cdot 10^{-3}$	$12,580 \cdot 10^{-3}$	0,101	$1,16 \cdot 10^{-11}$
	270	300	$12,580 \cdot 10^{-3}$	$10,055 \cdot 10^{-3}$	0,101	$1,11 \cdot 10^{-10}$

# График зависимости проницаемости древесины сосны от пористости

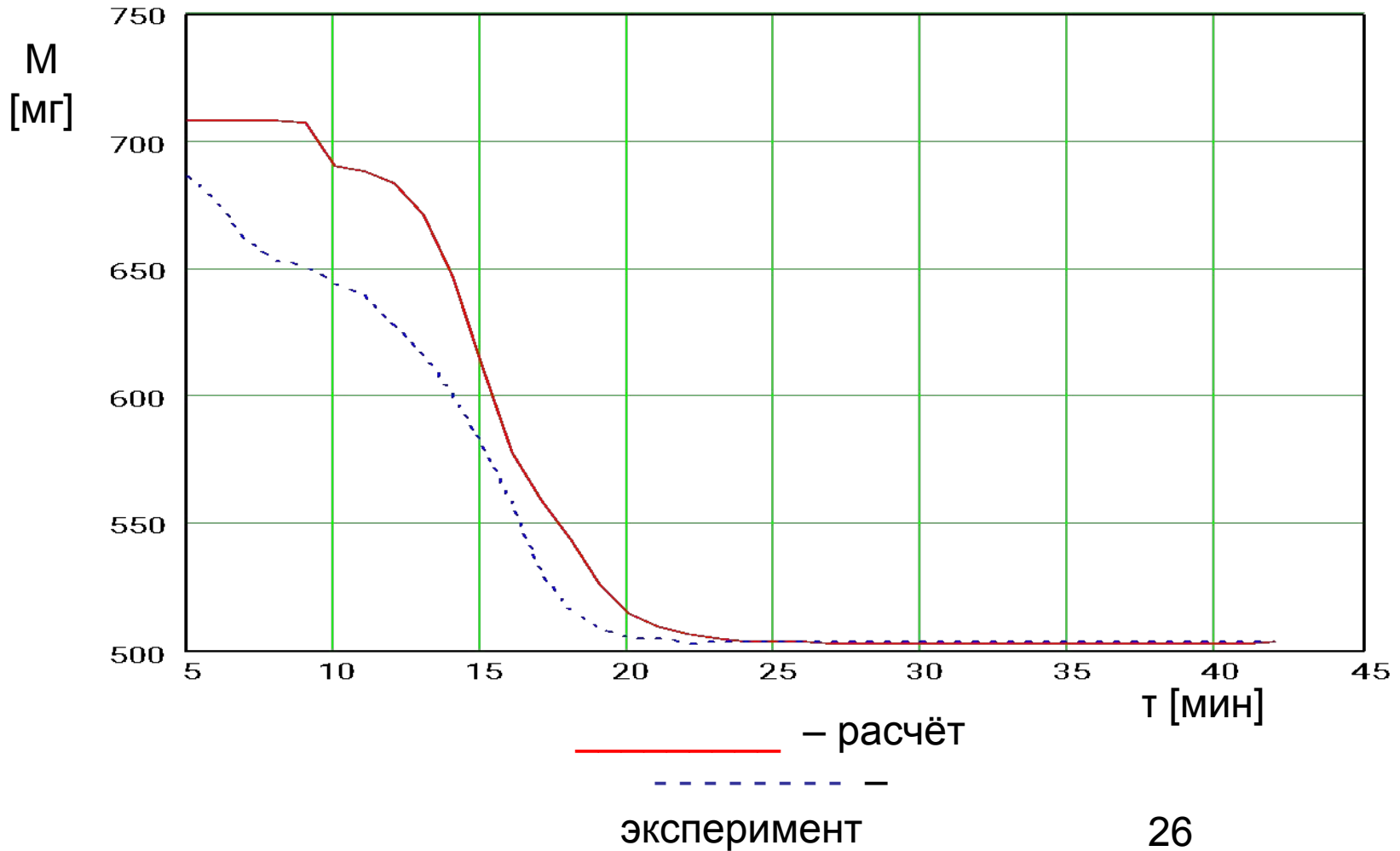




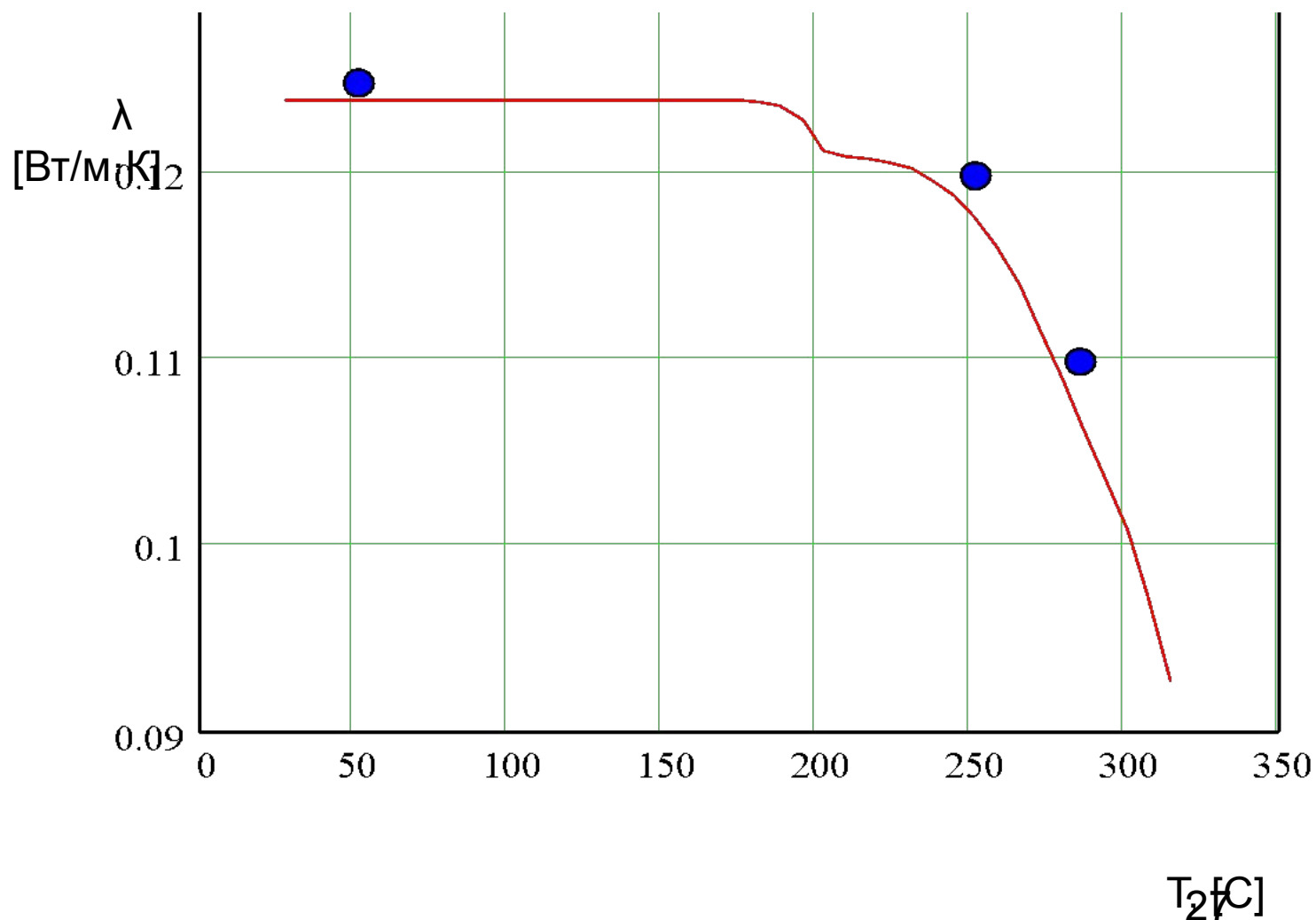
## График зависимости проницаемости древесины берёзы от пористости



# Графики изменения массы цилиндрического образца при нагреве в вакууме.



# График зависимости коэффициента теплопроводности термически модифицированной древесины сосны от конечной температуры нагрева.



## Зависимость характеристик цвета древесины от степени термической деструкции в общем виде

$$\begin{aligned}R(\omega_i) &= \sum_{i=1}^n fr_i(\omega_i) \\G(\omega_i) &= \sum_{i=1}^n fg_i(\omega_i) \\B(\omega_i) &= \sum_{i=1}^n fb_i(\omega_i)\end{aligned}\tag{20}$$

$fr_i(\omega_i)$ ,  $fg_i(\omega_i)$ ,  $fb_i(\omega_i)$  функциональные зависимости R, G, B соответственно;

$i$  - номер стадии термической деструкции;

$n$  - число стадий термической деструкции;

$\omega_i$  - степень разложения древесины

## Функциональные зависимости характеристик цвета в системе RGB от степени деструкции древесины

$$\begin{aligned}R(\omega_2, \omega_3) &= 205,74 - 385,82 \cdot \omega_2 + 5883 \cdot (\omega_2)^2 + 84,14 \cdot \omega_3 + 570,14 \cdot (\omega_3)^2 \\G(\omega_2, \omega_3) &= 111,67 - 114,78 \cdot \omega_2 + 4009 \cdot (\omega_2)^2 + 39,13 \cdot \omega_3 + 170,04 \cdot (\omega_3)^2 \\B(\omega_2, \omega_3) &= 38,14 - 6,21 \cdot \omega_2 + 2495 \cdot (\omega_2)^2 + 99,74 \cdot \omega_3 - 180,04 \cdot (\omega_3)^2\end{aligned} \quad (21)$$

Где  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  – степень завершения второй и третьей стадии термической деструкции сосны соответственно

# Результаты проверочного эксперимента

R = 109  
B = 49  
G = 25



R = 113  
B = 44  
G = 16

Экспериментально  
полученный цвет

Расчетный цвет

# Прогнозирование длительной прочности образцов из термически модифицированной древесины

- Формула Журкова:

$$\tau = \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{U_{0n} - \gamma_n \cdot \sigma}{R \cdot T_n}\right) \quad (22)$$

- Долговечность образцов при термической деструкции:

$$\tau = \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{U_{0,0} - \gamma_0 \cdot \sigma}{R \cdot T}\right) + \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{U_{0,1} - \gamma_1 \cdot \sigma}{R \cdot T}\right) \cdot f(\omega_1) + \dots + \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{U_{0,n} - \gamma_n \cdot \sigma}{R \cdot T_n}\right) \cdot f(\omega_n) \quad (23)$$

- Долговечность образцов из модифицированной древесины сосны:

$$\tau = 29510 \cdot \exp\left(\frac{32800 - 117,9 \cdot \sigma}{R \cdot T}\right) - 26810 \cdot \exp\left(\frac{27240 - 58,3 \cdot \sigma}{R \cdot T}\right) f(\omega_1) \quad (24)$$

- Где  $f(\omega_1) = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_{0,1}}$  (25)