

Неопределенный интеграл

- *«Недостаточно только получить знания, надо их систематизировать и найти им достойное приложение».* Гёте И. (Немецкий поэт и мыслитель 18 века.)
- *«Не в количестве знаний заключается образование, но в полном понимании и искусном применении всего того, что знаешь.»* Дистервег А. (Немецкий педагог и политик 19 века.)
- *«Повторение – мать учения».* (Русская народная пословица.)

Первообразная и неопределенный интеграл

Определение. Функция $F(x)$ называется первообразной функции $f(x)$, определенной на некотором промежутке, если $F'(x) = f(x)$ для каждого x из этого промежутка.

Первообразная и неопределенный интеграл

Определение. Совокупность всех первообразных функции $f(x)$, определенных на некотором промежутке, называется неопределенным интегралом от функции $f(x)$ на этом промежутке и обозначается $\int f(x)dx$.

Свойства интеграла

Сформулируем далее следующие свойства неопределенного интеграла:

Если функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ имеют первообразные, то функция $f_1(x) + f_2(x)$

также имеет первообразную, причем

$$\int [f_1(x) + f_2(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx ;$$

$$2. \int K f(x) dx = K \int f(x) dx ; \quad x \quad x$$

$$3. \int f'(x) dx = f(x) + C ;$$

$$\int f(\phi(x)) \phi'(x) dx = F[\phi(x)] + C .$$

$$4. \quad x$$

неопределенных интегралов

● 1. $\int dx = x + c$

● 2. $\int x^n dx = (x^{n+1}/n+1) + c$

● 3. $\int 1/x^2 dx = -1/x + c$

● 4. $\int 1/\sqrt{x} dx = 2\sqrt{x} + c$

● 5. $\int \sin x dx = -\cos x + c$

6. $\int \cos x dx = \sin x + c$

7. $\int 1/\sin^2 x dx = -\operatorname{ctg} x + c$

8. $\int 1/\cos^2 x dx = \operatorname{tg} x + c$

9. $\int 1/(1+x^2) dx = \operatorname{arctg} x + c$

10. $\int 1/(\sqrt{1-x^2}) dx = \operatorname{arcsin} x + c$

Свойства дифференциалов

При интегрировании удобно пользоваться свойствами:

$$1. dx = \frac{1}{a} d(ax)$$

$$2. dx = \frac{1}{a} d(ax + b),$$

$$3. x dx = \frac{1}{2} dx^2,$$

$$4. x^2 dx = \frac{1}{3} dx^3.$$

пример

- Вычислить

- $\int \cos 5x dx$

Примеры

Пример. Вычислить $\int \cos 5x dx$.

Решение. В таблице интегралов найдем
 $\int \cos x dx = \sin x + C$.

Преобразуем данный интеграл к табличному, воспользовавшись тем, что $d(ax) = a dx$.

Тогда:

$$\begin{aligned}\int \cos 5x dx &= \int \cos 5x \frac{d(5x)}{5} = \frac{1}{5} \int \cos 5x d(5x) = \\ &= \frac{1}{5} \sin 5x + C.\end{aligned}$$

пример

- Вычислить

- $\int (x^2 + 3x^3 + x + 1) dx$

Примеры

Пример. Вычислить $\int (x^2 + 3x^3 + x + 1) dx$.

Решение. Так как под знаком интеграла находится сумма четырех слагаемых, то раскладываем интеграл на сумму четырех интегралов

$$\int (x^2 + 3x^3 + x + 1) dx = \int x^2 dx + 3 \int x^3 dx + \int x dx + \int dx =$$

$$= \frac{x^3}{3} + 3 \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + x + C$$

Решите самостоятельно:

- 1. $\int(3x^2+6x)dx$
- 2. $\int(1+\sin x)dx$
- 3. $\int(1/x^2+x)dx$
- 4. $\int(2+3x^5)dx$
- 5. $\int(x^7+2x^5-4x^2)dx$
- 6. $\int(4/\sqrt{x}+8/x^2)$

пример

Найти неопределенный интеграл.

$$1. \int (3x^2 - 6x) dx = x^3 - 3x^2 + C$$

$$2. \int (1 + \sin x) dx = x - \cos x + C$$

$$3. \int (1/x^2 + x) dx = -1/x + x^2/2 + C$$

$$4. \int (2 + 3x)^5 dx = 1/3 * 6 * (2 + 3x)^6 + C$$

$$5. \int (x^7 + 2x^5 - 4x^2) dx = x^8/8 + x^6/3 - 4x^3/3 + C$$

$$6. \int (4/\sqrt{x} + 8/x^2) dx = 8\sqrt{x} - 8/x + C$$

Домашнее задание 1.)

$$\int (2+3x^5+x-\sin x)dx$$

2.

$$\int (x^7+7x^3-9x^2+\cos 2x)dx$$

