Подвижные источники тепла

Группы СПД 31

Лекция 4

$$T(R,t) = \frac{2Q}{c\gamma(4\pi a t)^{3/2}} e^{-\frac{R^2}{4at}}$$

$$T(r,t) = \frac{Q/\delta}{c\gamma(4\pi a t)} e^{-\frac{r^2}{4at}-bt}$$

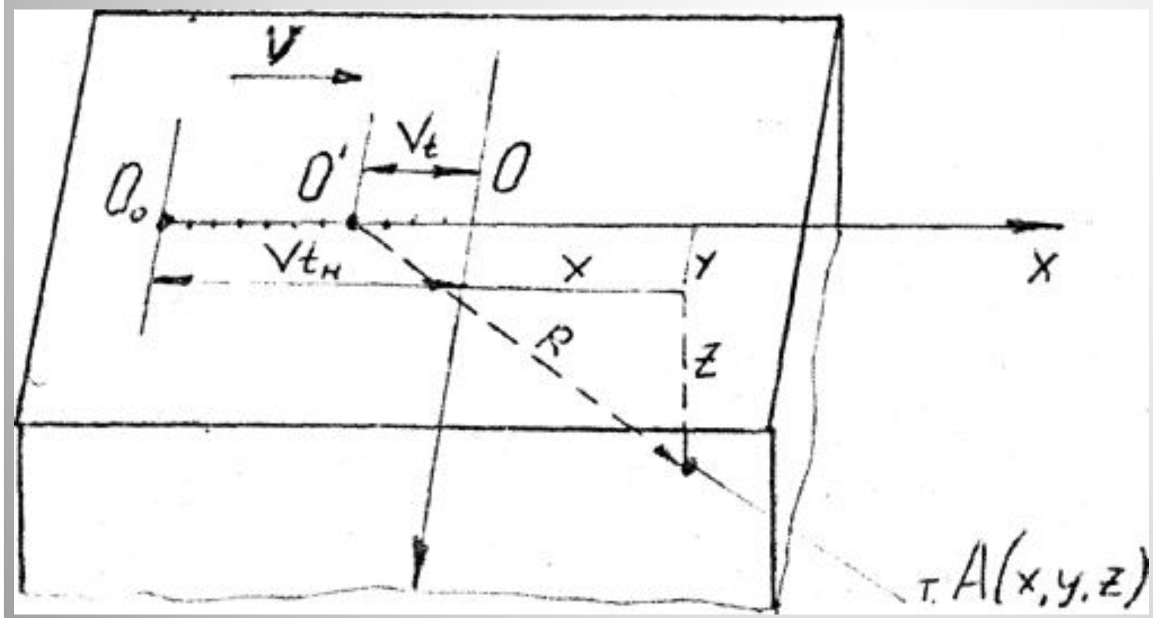
$$b = \frac{2\propto}{c\rho\delta}$$

$$T(x,t) = \frac{Q/F}{c\gamma(4\pi a t)^{1/2}} e^{-\frac{x^2}{4at}-bt}$$

b=ap/cγF

Подвижный точечный источник на поверхности полубесконечного тела

$$dT_A(t') = \frac{2qdt'}{c\rho\sqrt{[4\pi a(t-t')]^3}} \exp\left(-\frac{(x_0 - vt')^2 + y_0^2 + z_0^2}{4a(t-t')}\right)$$



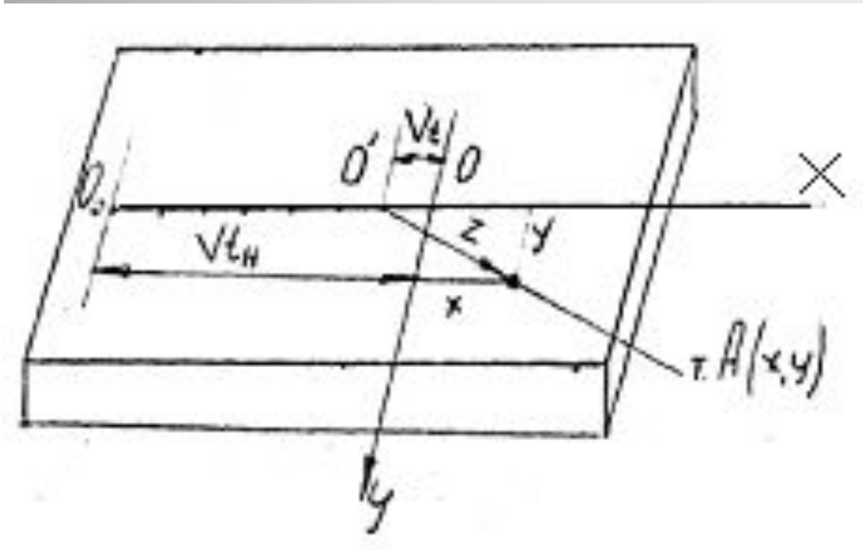
$$T_A(t) = T_H + \int_0^t dT(t')$$

$$T(x_0, y_0, z_0, t) = T_H + \int_0^t \frac{2q}{c\rho\sqrt{[4\pi a(t-t')]^3}} \exp\left(-\frac{(x_0 - vt')^2 + y_0^2 + z_0^2}{4a(t-t')}\right) dt'$$

$x = x_0 - vt;$ $y = y_0;$ $z = z_0$ $\tau = t - t',$

$$T(x, y, z, t) = T_H + \frac{2q}{c\rho\sqrt{[4\pi a]^3}} e^{-\frac{vx}{2a}} \int_0^t \exp\left(-\frac{v^2\tau}{4a} - \frac{R^2}{4a\tau}\right) \frac{d\tau}{\tau^{3/2}}$$

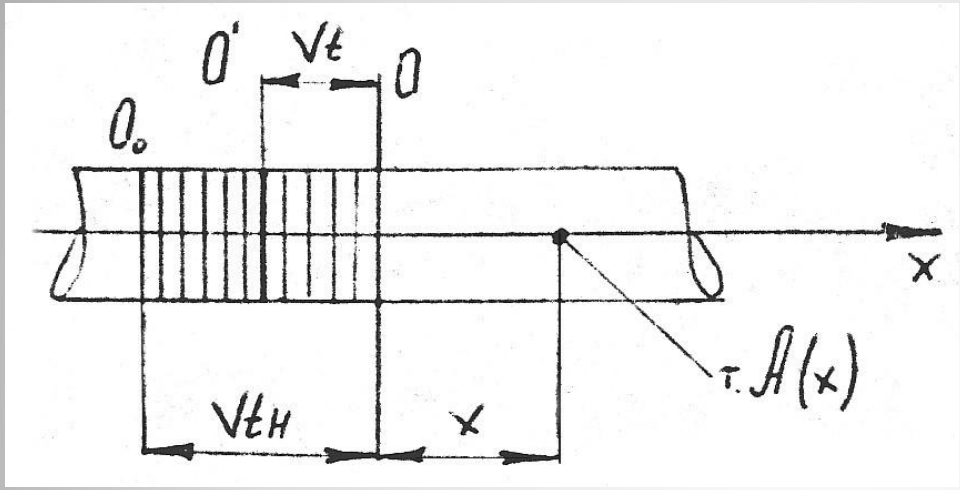
Подвижный линейный источник в бесконечной пластине



$$T(x_0,y_0,t)=T_H+\int_0^t \frac{q}{c\rho\delta 4\pi a(t-t')}\exp\left(-\frac{(x_0-vt')^2+y^2}{4a(t-t')}-b(t-t')\right)dt'$$

$$T(x,y,t)=T_H+\frac{q}{4\pi\lambda\delta}\exp\left(-\frac{vx}{2a}\right)\int_0^t \exp\left[-\left(\frac{v^2}{4a}+b\right)\tau-\frac{r^2}{4a\tau}\right]\frac{d\tau}{\tau}$$

Подвижный плоский источник в бесконечном стержне



$$T(x_0,t)=T_H+\int_0^t \frac{q}{c\rho F\sqrt{4\pi a(t-t')}}\exp\left(-\frac{(x_0-vt')^2}{4a(t-t')}-b(t-t')\right)dt'$$

$$T(x,t)=T_H+\frac{q}{c\rho F\sqrt{4\pi a}}\exp\left(-\frac{vx}{2a}\right)\int_0^t \exp\left[-\left(\frac{v^2}{4a}+b\right)\tau-\frac{x^2}{4a\tau}\right]\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}$$

Предельное состояние процесса распространения теплоты

$$T(x,y,z,t) = T_H + \frac{2q}{c\rho\sqrt{[4\pi a]^3}} e^{-\frac{vx}{2a}} \int_0^t \exp\left(-\frac{v^2\tau}{4a} - \frac{R^2}{4a\tau}\right)\frac{d\tau}{\tau^{3/2}}$$

$$\frac{R^2}{4at} = u^2; \qquad t = \frac{R^2}{u^2 4a}; \qquad u = \frac{R}{\sqrt{4at}}$$

$$2udu = -\frac{R^2}{4at^2}dt; \qquad dt = -\frac{2udu \cdot 4a}{R^2} \cdot \frac{R^4}{16a^2u^4}$$

Предельное состояние процесса распространения теплоты

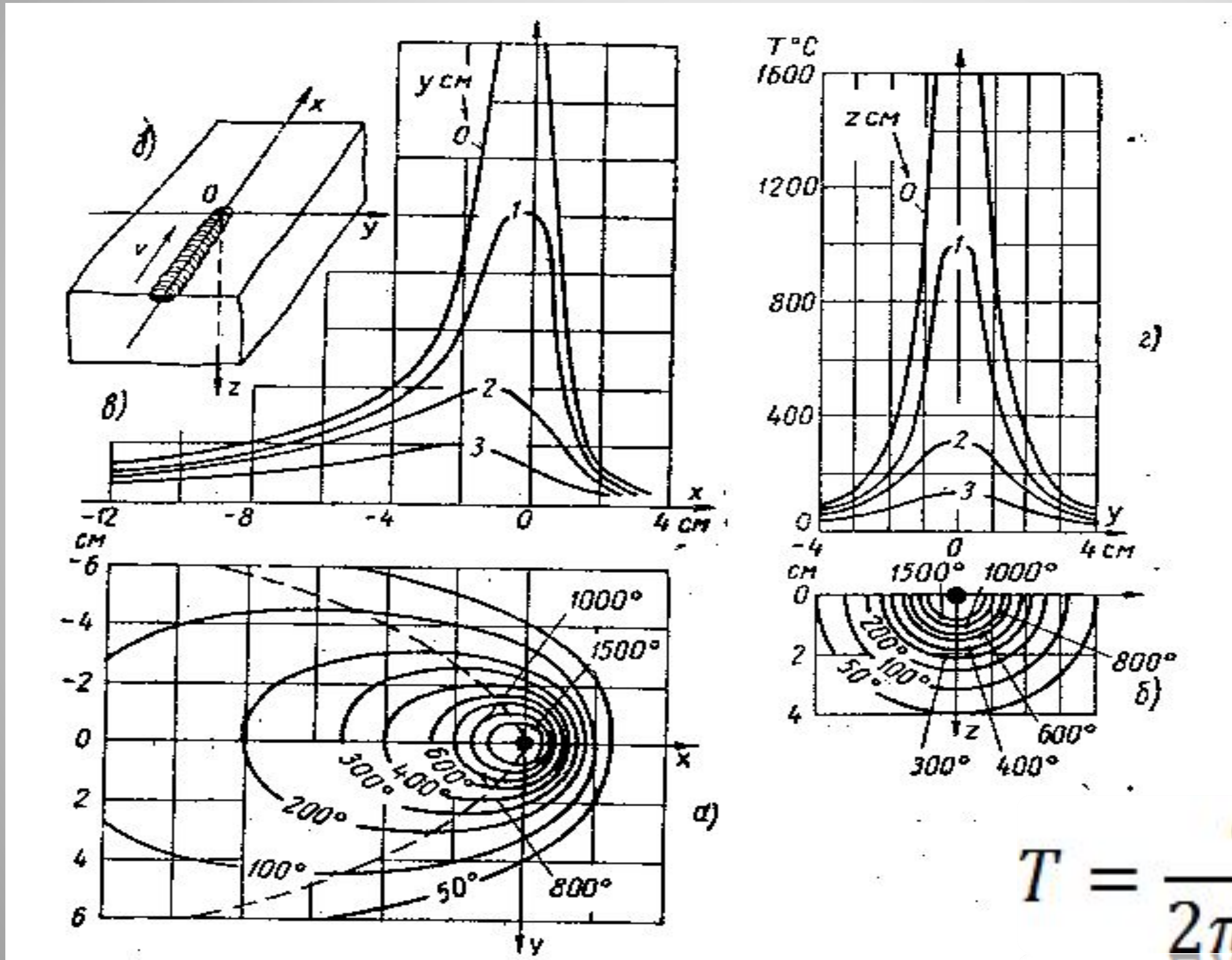
$$T=\frac{2qe^{-\frac{\upsilon x}{2a}}\cdot 4\sqrt{a}}{c\gamma(4\pi a)^{3/2}\cdot R}\int_0^\infty e^{-u^2-{(\frac{\upsilon R}{4a})^2}\Big/{u^2}}\,du;\quad (\frac{\upsilon R}{4a})^2=m^2;$$

$$\int_0^\infty e^{-u^2-\frac{m^2}{u^2}}du=\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-2m}$$

интеграл Чебышева

$$T=\frac{qe^{-\frac{\upsilon x}{2a}}}{c\gamma\pi^{3/2}Ra}\cdot\frac{\sqrt{\pi}}{2}\cdot e^{-2m}=\frac{q}{2\pi\lambda R}e^{-\frac{\upsilon x}{2a}-\frac{\upsilon R}{2a}}=\frac{q}{2\pi\lambda R}e^{-\frac{\upsilon}{2a}(R-x)}\qquad(2)$$

Предельное состояние процесса распространения теплоты (продолжение)



$$T_{пр} = \frac{q}{2\pi\lambda R}$$

$$T = \frac{q}{2\pi\lambda R} e^{-\frac{v}{2a}(R+x)}$$

Предельное состояние процесса распространения теплоты (продолжение)

<u>*Бесконечная пластина*</u>

$$T(x,y,t) = T_H + \frac{q}{4\pi\lambda\delta}\exp\left(-\frac{vx}{2a}\right)\int_0^t \exp\left[-\left(\frac{v^2}{4a}+b\right)\tau - \frac{r^2}{4a\tau}\right]\frac{d\tau}{\tau}$$

$$\omega = \left(\frac{\upsilon^2}{4a}+b\right)t; \qquad t = \frac{\omega}{\left(\frac{\upsilon^2}{4a}+b\right)}$$

$$\frac{dt}{t} = \frac{d\omega}{\omega}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \left(\frac{\upsilon^2}{4a}+b\right); \qquad dt = \frac{d\omega}{\frac{\upsilon^2}{4a}+b}$$

$$T = \frac{q}{4\pi\lambda\delta} e^{-\frac{\upsilon x}{2a}} \int_0^\infty e^{-\omega - \frac{u^2}{4\omega}} \frac{d\omega}{\omega}$$

$$u^2 = r^2\left(\frac{\upsilon^2}{4a^2}+\frac{b}{a}\right)$$

$$\int_0^\infty e^{-\omega-\frac{u^2}{4\omega}}\frac{d\omega}{\omega} = 2K_o(\mathrm{u}) \qquad (2)$$

Предельное состояние процесса распространения теплоты (продолжение)

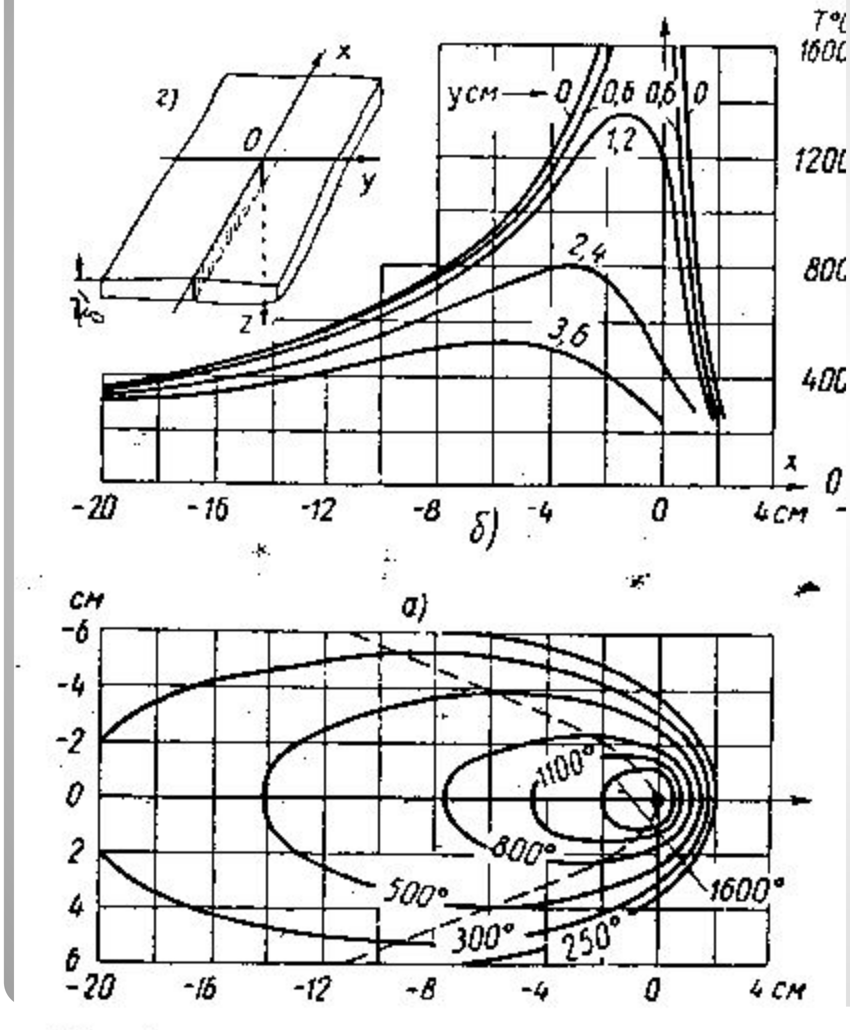
<u>*Бесконечная пластина*</u>

$$K_o(u) \approx e^{-u} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2u}}(1 - \frac{1}{8u})$$

$$T = \frac{q}{2\pi\lambda\delta} e^{-\frac{\upsilon x}{2a}} K_o(r\sqrt{\frac{\upsilon^2}{4a^2} + \frac{b}{a}})$$

$$\text{или} \quad T = \frac{q}{2\pi\lambda\delta} e^{-\frac{\upsilon x}{2a}} K_o(\frac{\upsilon r}{2a}\sqrt{1 + \frac{4ba}{\upsilon^2}})$$

Предельное состояние процесса распространения теплоты (продолжение)



$$T = \frac{q}{2\pi\lambda\delta} K_o\left(\sqrt{\frac{br^2}{a}}\right) \qquad (4)$$

$$\sqrt{\frac{br^2}{a}} \rightarrow 0$$

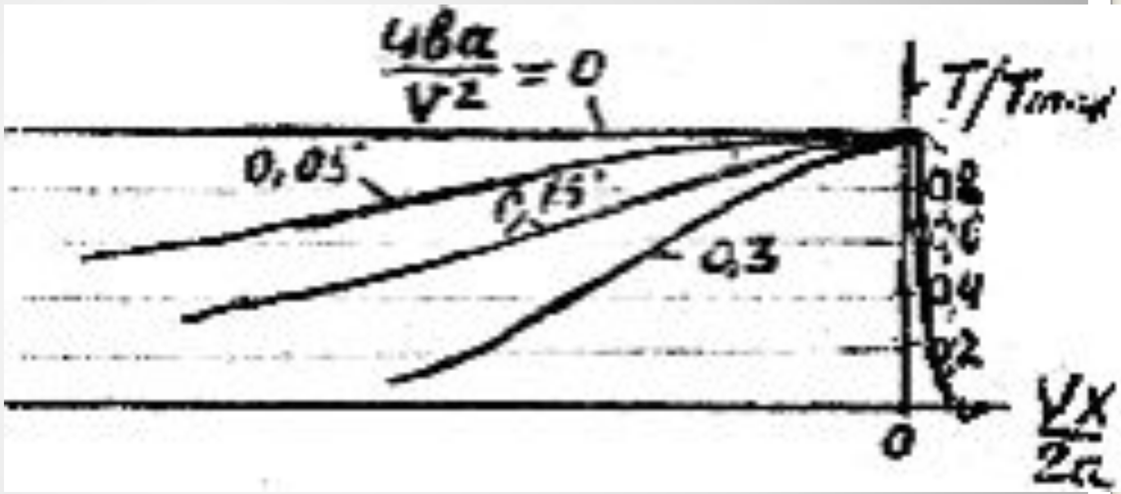
$$K_o\left(\sqrt{\frac{br^2}{a}}\right) \rightarrow \infty$$

Предельное состояние процесса распространения теплоты (продолжение)

<u>Бесконечный стержень</u>

$$T = \frac{q \cdot e^{-\frac{\upsilon x}{2a} - \frac{\upsilon |x|}{2a}\sqrt{1+\frac{4ba}{\upsilon^2}}}}{c\gamma F \upsilon \sqrt{1 + \frac{4ba}{\upsilon^2}}}$$

$$b = \frac{\alpha P}{c\gamma F}$$



$$T = \frac{q}{2c\gamma F\sqrt{ba}} \cdot e^{-\sqrt{\frac{bx^2}{a}}} \qquad (4)$$

$$T = \frac{q}{2\pi\lambda R} e^{-\frac{v}{2a}(R+x)}$$

$$T = \frac{q}{2\pi\lambda\delta} e^{-\frac{vx}{2a}} K_0\left(\frac{vr}{2a}\sqrt{1 + \frac{4ba}{v^2}}\right)$$

$$T = \frac{q e^{-\frac{vx}{2a} - \frac{v|x|}{2a}\sqrt{1+\frac{4ba}{v^2}}}}{c\gamma F v\sqrt{1 + \frac{4ba}{v^2}}}$$

Мощные быстродвижущиеся источники теплоты

$$T_{np} = \frac{q}{2\pi\lambda R} e^{-\frac{v}{2a}(R-x)}$$

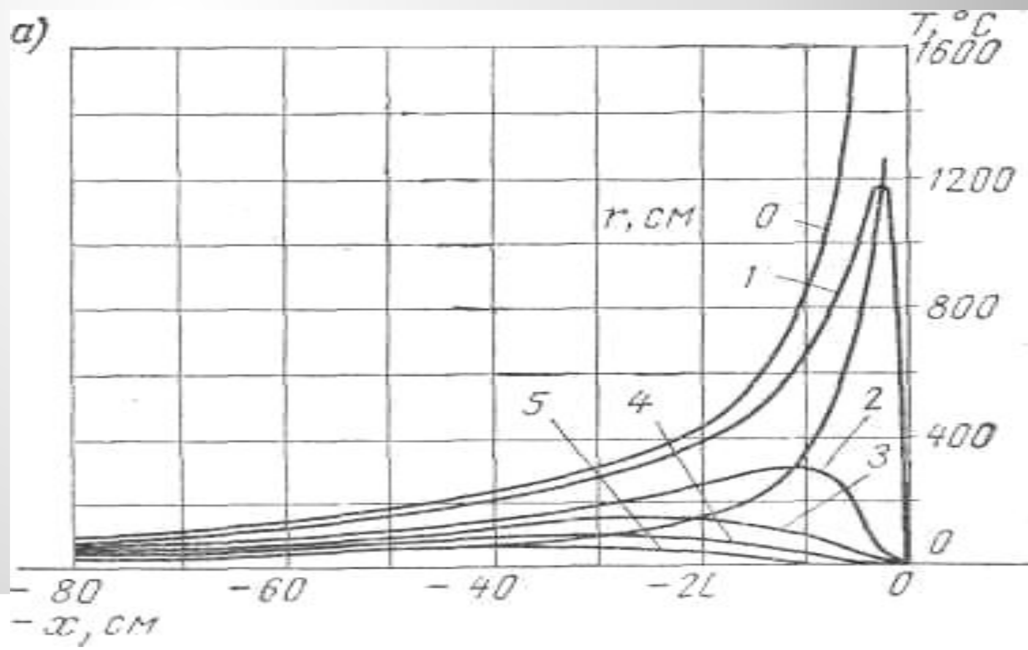
$q\to\infty$; $v\to\infty$; $q/v \to \text{const}$

$$T = \frac{q_n}{2\pi\lambda\sqrt{t^2 + \frac{y^2 + z^2}{v^2}}} e^{-v^2\left(\frac{-t+\sqrt{t^2+\frac{y + z^2}{v^2}}}{2a}\right)}$$

$$\sqrt{t^2 + \frac{y^2 + z^2}{v^2}} \approx t + \frac{y^2 + z^2}{v^2 2t}$$

Мощные быстродвижущиеся источники теплоты

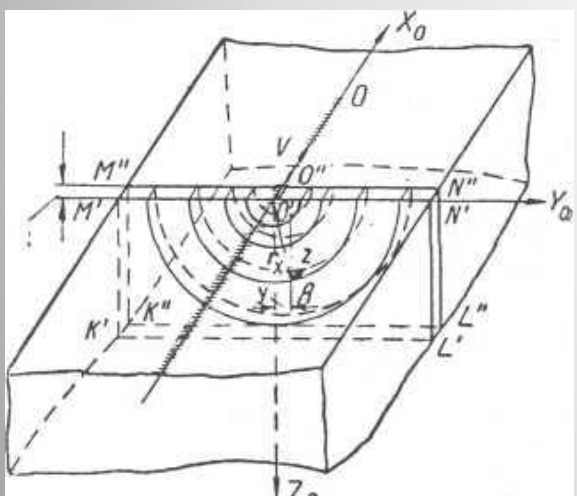
$$T = \frac{q_n}{2\pi\lambda t} e^{-\frac{y^2 + z}{4at}}$$

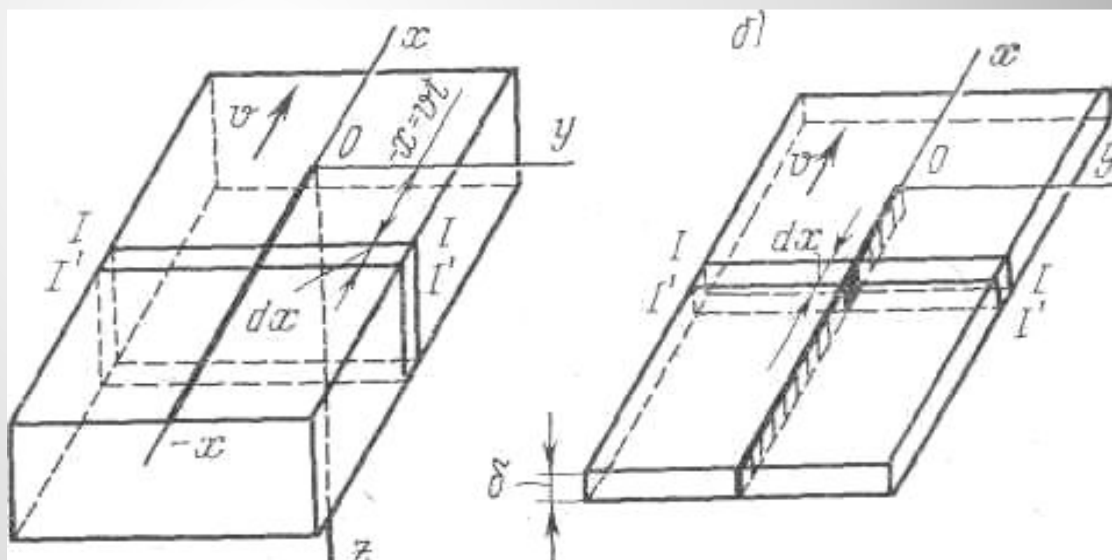


Мощные быстродвижущиеся источники теплоты (продолжение)

$$T = \frac{q_n}{2\pi\lambda t} e^{-\frac{y^2+z}{4at}}$$

$$T = \frac{q}{v\delta\sqrt{4\pi\lambda c\gamma t}} e^{\frac{y^2}{4at}-bt}$$





GLOSSARY

convective heat transfer	теплоотдача
semi-infinite body	полубесконечное тело
thick layer	толстый слой
thin plate	тонкая пластина
infinite rod	бесконечный стержень
heat source	источник нагрева
point source	точечный источник
linear source	линейный источник
plane source	плоский источник