

Метод Гаусса для решения систем линейных уравнений

10.11.2014г.



Какая система уравнений называется совместной?

Система уравнений называется совместной, если она имеет по крайней мере одно решение.

Какая система уравнений несовместна?

Система уравнений несовместна,
если она не имеет решений.

Какие системы называются эквивалентными?

Две системы уравнений называются эквивалентными, если они обе несовместны или обе совместны и имеют одни и те же решения.

Назовите элементарные преобразования системы.

- перестановка местами уравнений системы;
- умножение любого уравнения системы на число, не равное нулю;
- прибавление к одному уравнению системы другого, умноженного на число.

Гаусс Карл Фридрих (1777 - 1855)



Выдающийся немецкий математик. Его труды глубоко повлияли на развитие математической мысли, которая была неизменной многие столетия. Гаусс занимался основной теоремой алгебры о количестве корней алгебраического уравнения.

Метод Гаусса

Это метод последовательного исключения переменных, когда с помощью элементарных преобразований система уравнений приводится к эквивалентной системе ступенчатого (или треугольного) вида (прямой ход), из которого последовательно, начиная с последних (по номеру) переменных, находятся все остальные переменные (обратный ход).

Пример

$$\begin{cases} x + 2y - 4z = 3; \\ 2x - 3y + 3z = -1; \\ 3x + 2y - 2z = 5. \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -4 & 3 \\ 2 & -3 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & -2 & 5 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -4 & 3 \\ 0 & -7 & 11 & -7 \\ 0 & -4 & 10 & -4 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -4 & 3 \\ 0 & -7 & 11 & -7 \\ 0 & 0 & -26 & 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} x + 2y - 4z = 3; \\ -7y + 11z = -7; \\ -26z = 0. \end{cases}$$

$$x = 1; y = 1; z = 0.$$

Домашнее задание (по выбору)

$$\text{Уровень А: } \begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \end{cases}$$

$$\text{Уровень Б: } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 6x_4 = -2 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 2 \end{cases}$$

Уровень С:

$$\begin{cases} x + y + z + u = 5 \\ y + z + u + v = 1 \\ z + u + v + x = 2 \\ u + v + x + y = 0 \\ v + x + y + z = 4 \end{cases}$$