

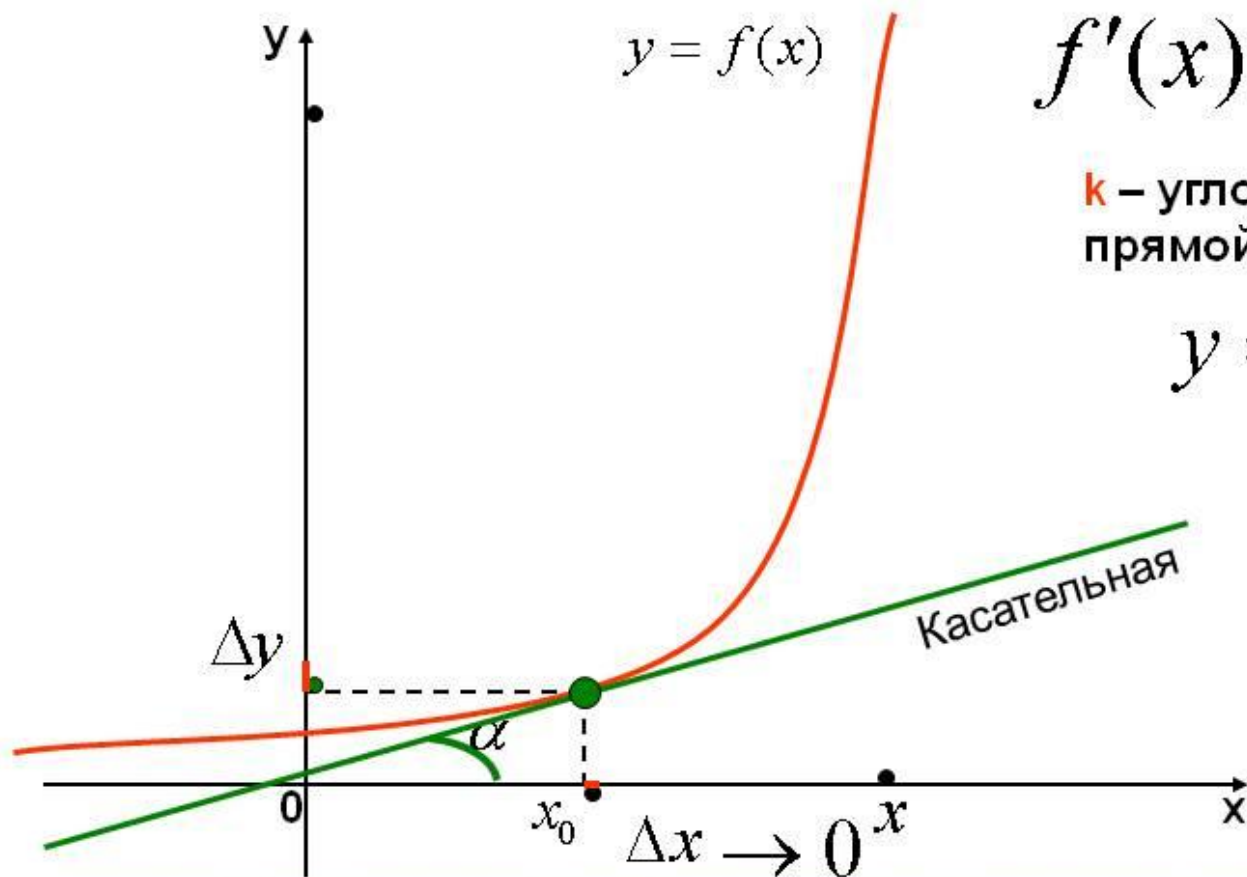


**Подготовка  
к  
ЕГЭ**

**Разбор типовых заданий**

**В9**

**(производная, интеграл)**



$$y = f(x)$$

$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

$k$  – угловой коэффициент  
прямой (касательной)

$$y = kx + b$$

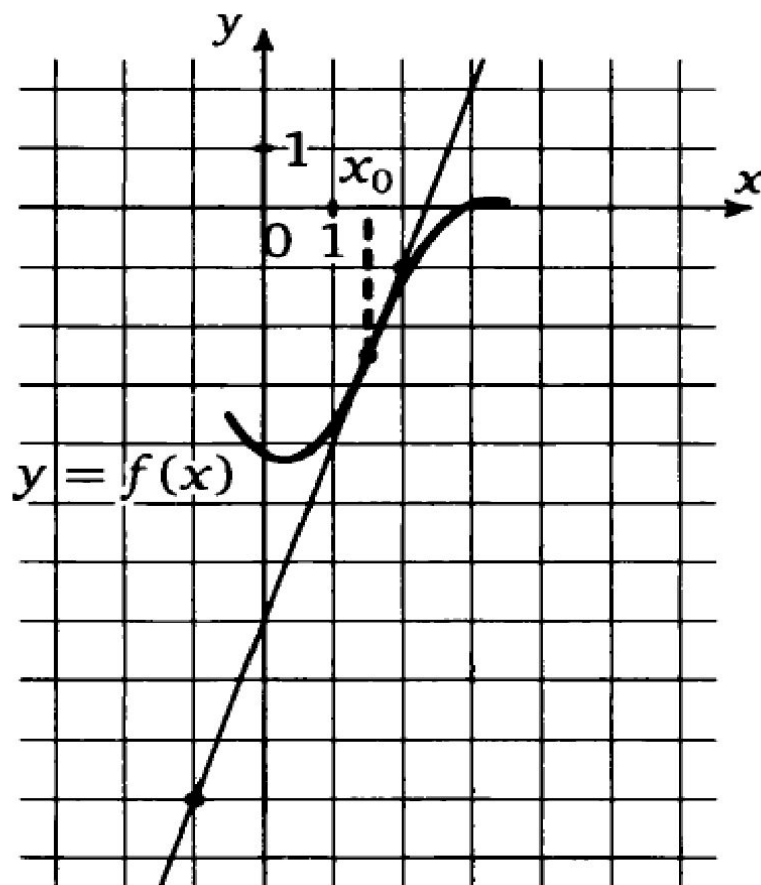
## Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

### Задание №1

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касатель-

ная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



1. Определяем угол между касательной и положительным направлением оси  $OX$

Если угол тупой, то производная отрицательна

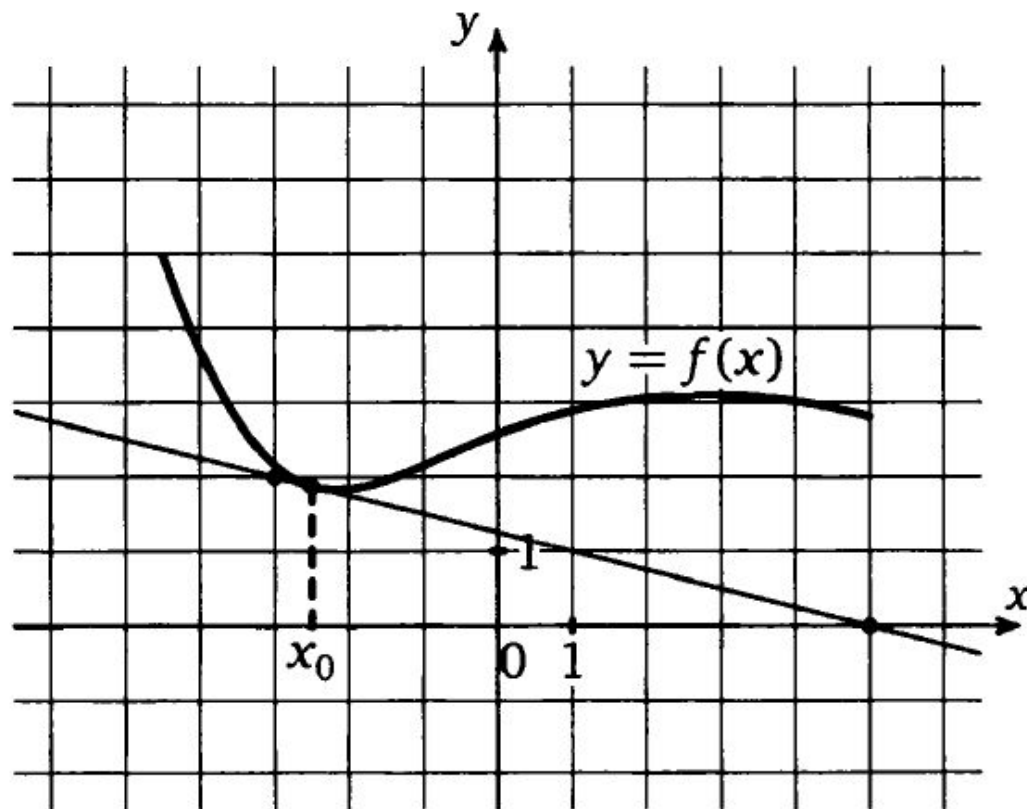
Если угол острый - положительна

2.Выбираем две точки, лежащие на касательной, абсциссы и ординаты которых- целые числа и достраиваем до прямоугольного треугольника.

Далее используем геометрический смысл производной

## Задание №2

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



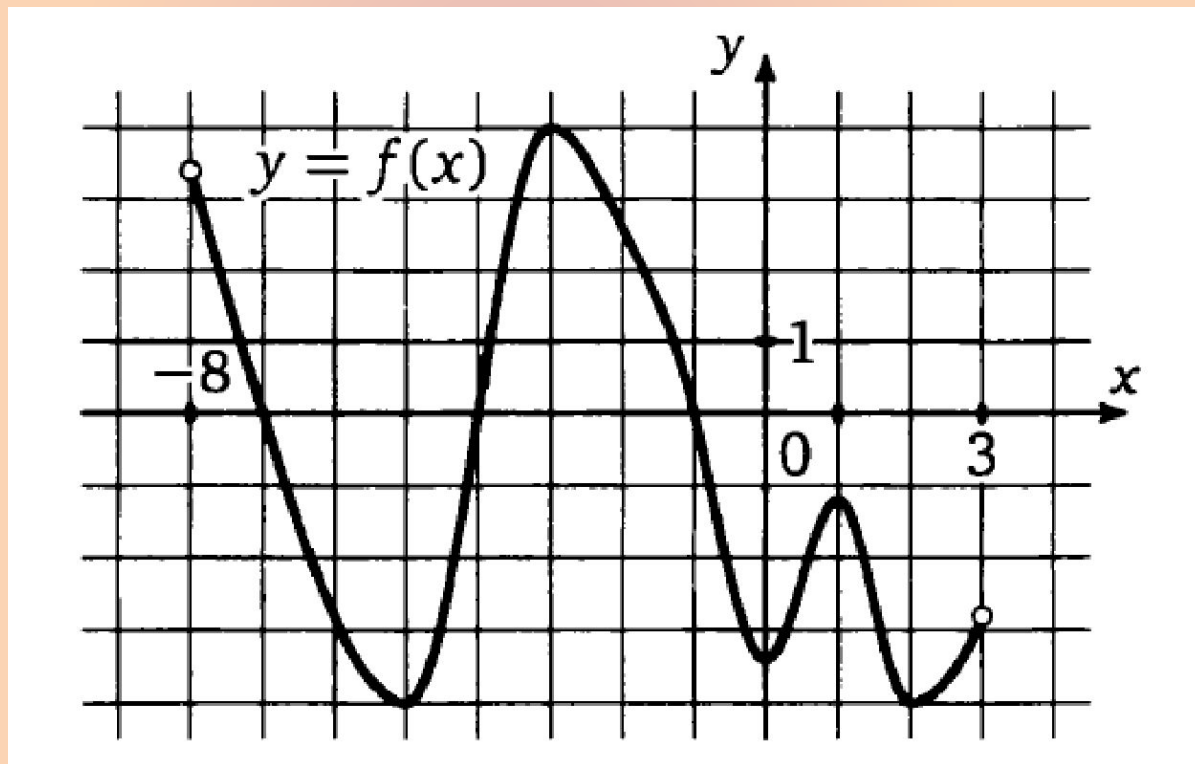
### Задание №3

Прямая  $y = 4x + 13$  параллельна касательной к графику

функции  $y = x^2 - 3x + 5$ . Найдите абсциссу точки касания.

### Задание №5

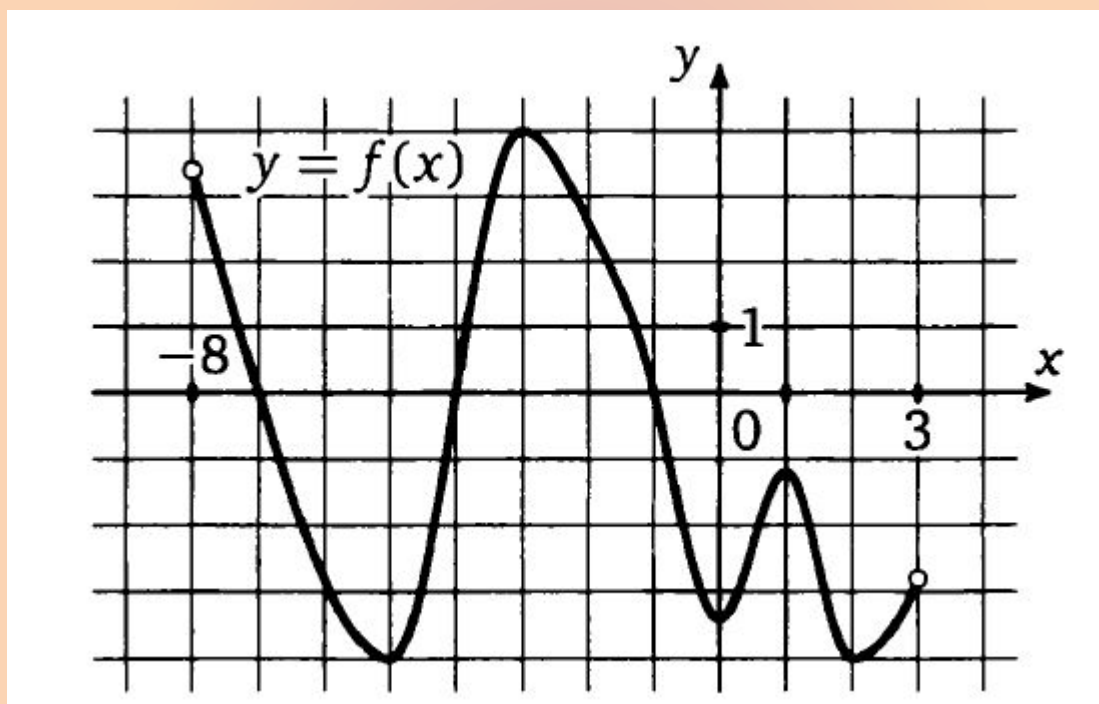
На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 3)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.





### Задание №6

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 3)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 18$ .



# ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

**Физический смысл  
производной состоит в том, что  
производная от координаты по  
времени есть мгновенная  
скорость:**

$$x'(t) = v(t)$$

## Задание №7

Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = -t^4 + 9t^3 - 7t^2 - 7t + 24$  (где  $x$  – расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  – время в секундах, измеренное с начала движения) Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени  $t = 5$  с.

## Признак возрастания и убывания функции

┌

*Достаточный признак убывания функции*

*Если  $f'(x) < 0$  в каждой точке интервала  $(a; b)$ ,  
то функция  $f$  убывает на интервале  $(a; b)$*

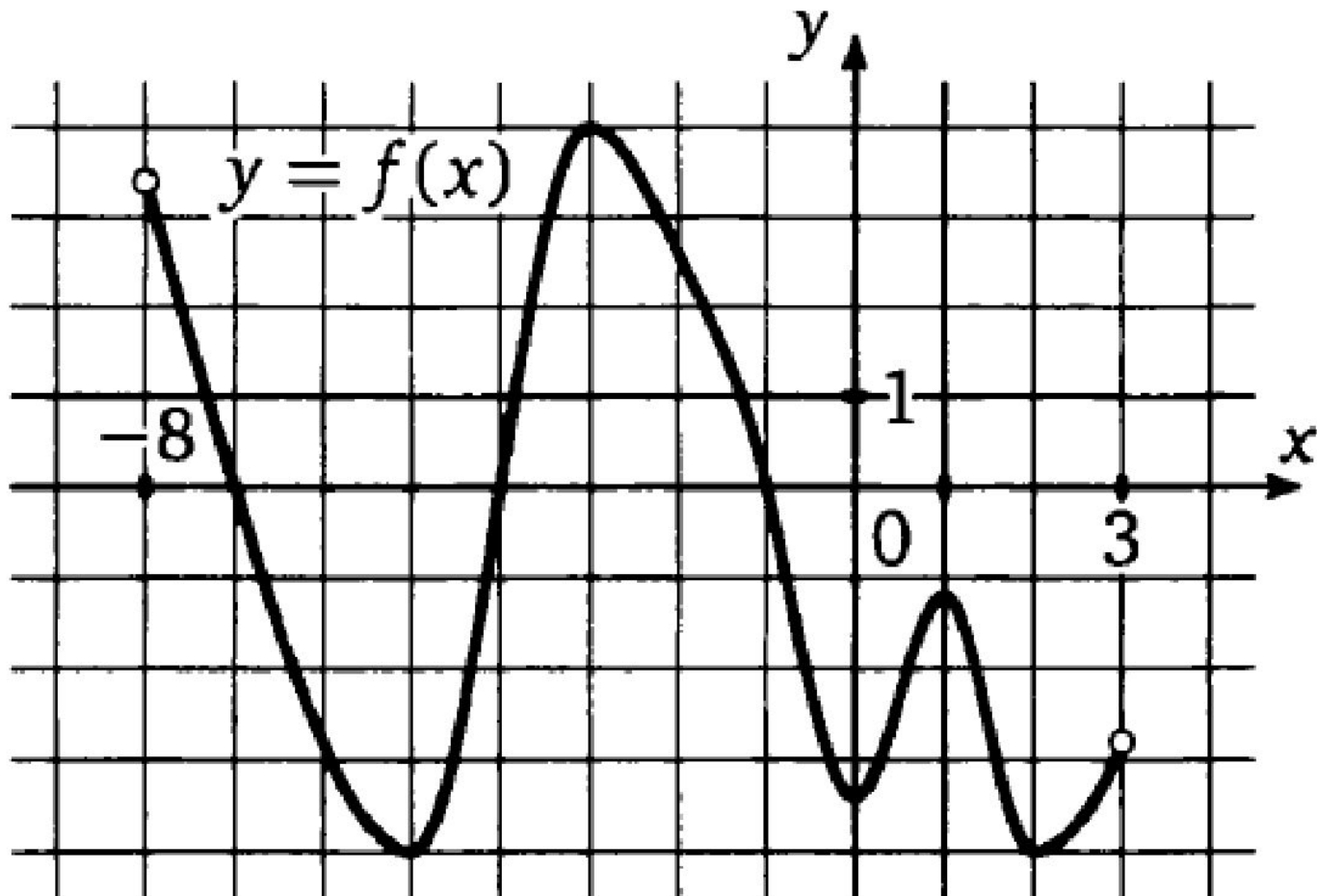
*Достаточный признак возрастания функции*

*Если  $f'(x) > 0$  в каждой точке интервала  $(a; b)$ ,  
то функция  $f$  возрастает на интервале  $(a; b)$*

---

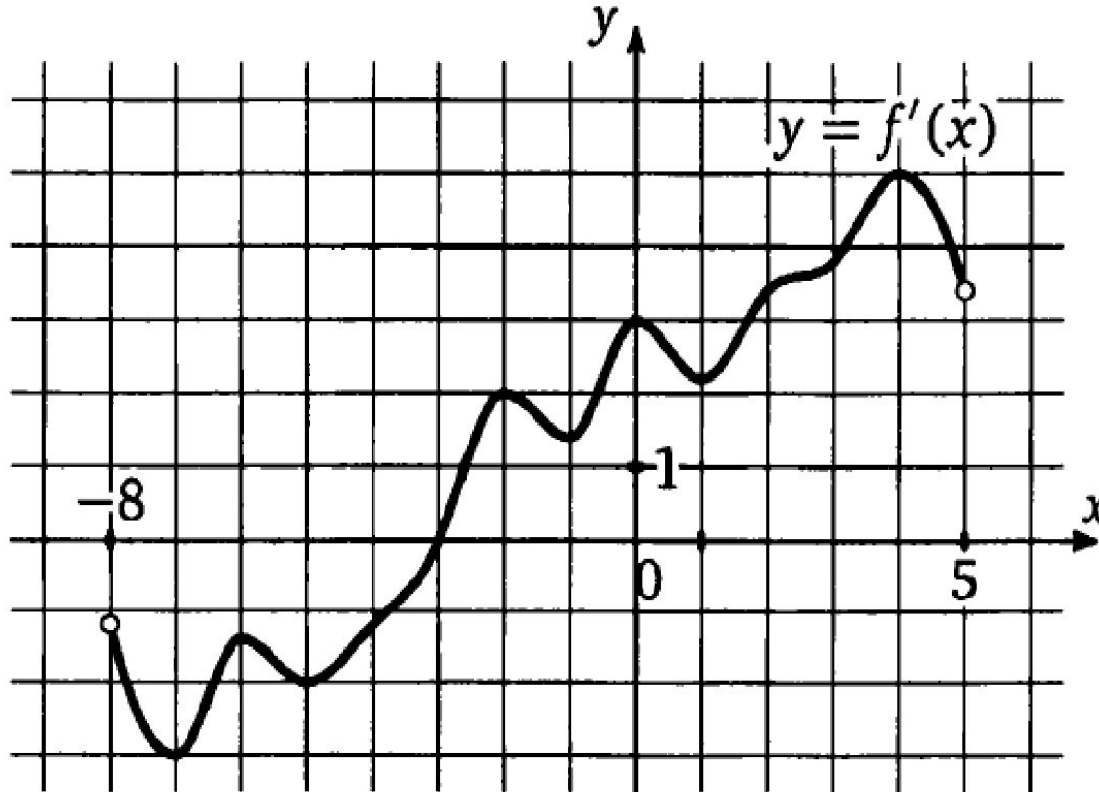
### Задание №8

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 3)$ . Определите количество целых чисел  $x_i$ , для которых  $f'(x_i)$  отрицательно.

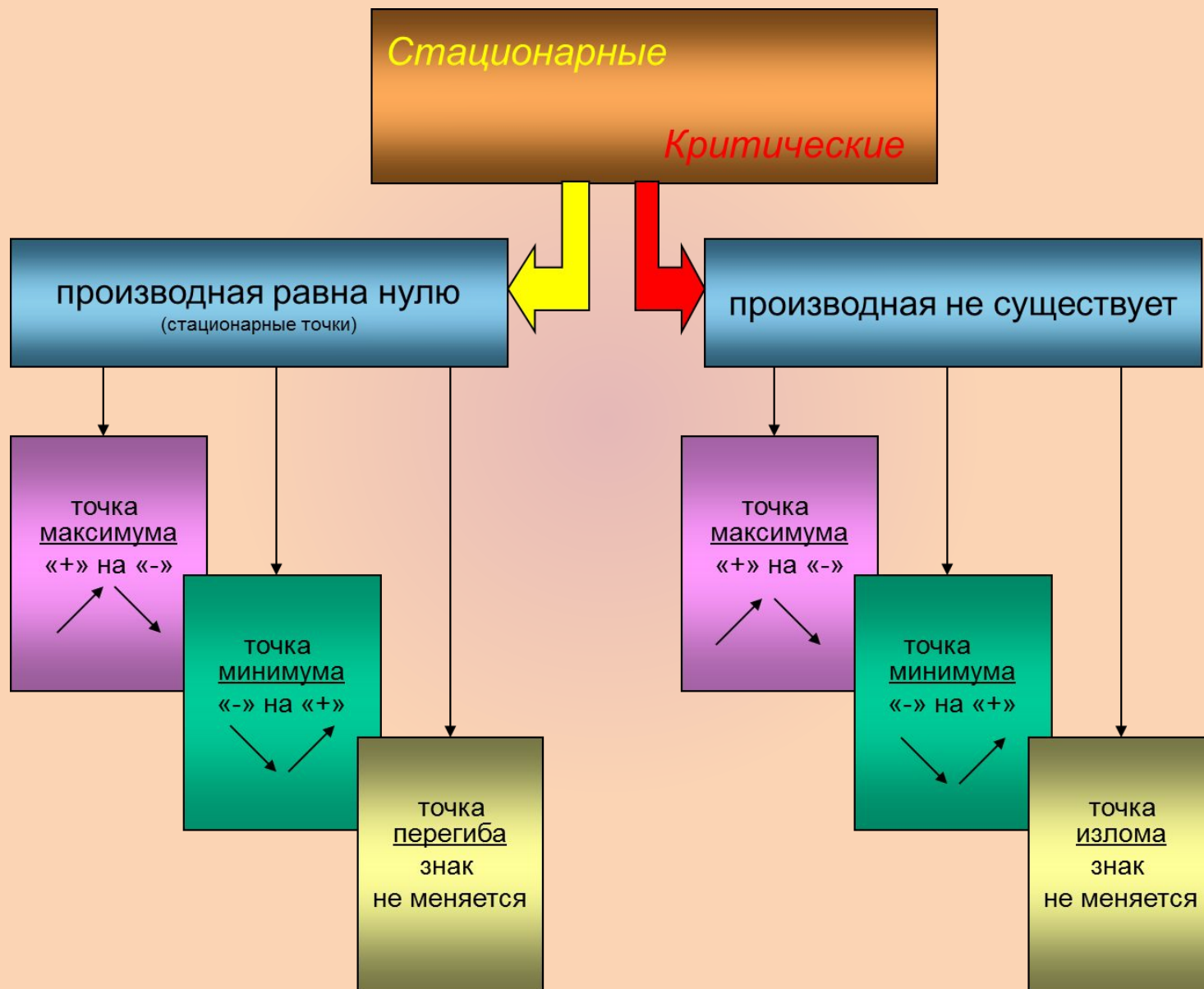


### Задание №9

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 5)$ . В какой точке отрезка  $[0; 4]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



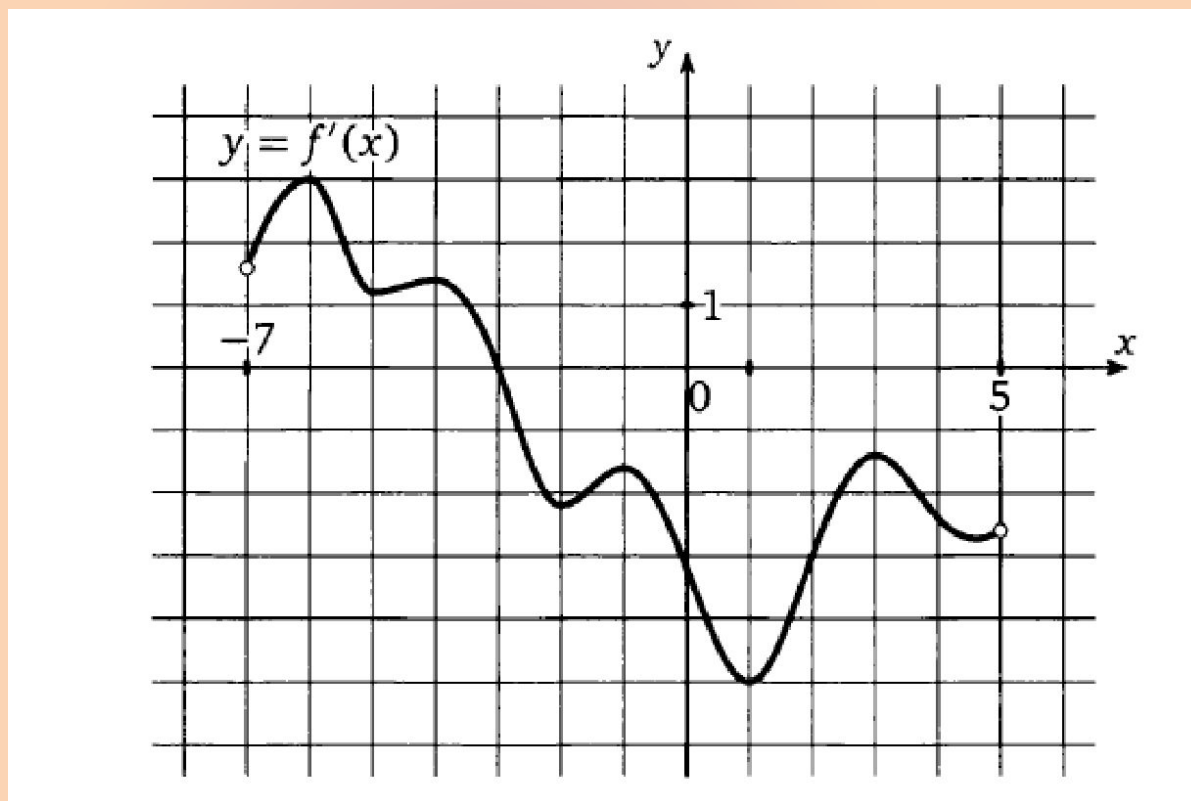
# Экстремумы функции





## Задание №10

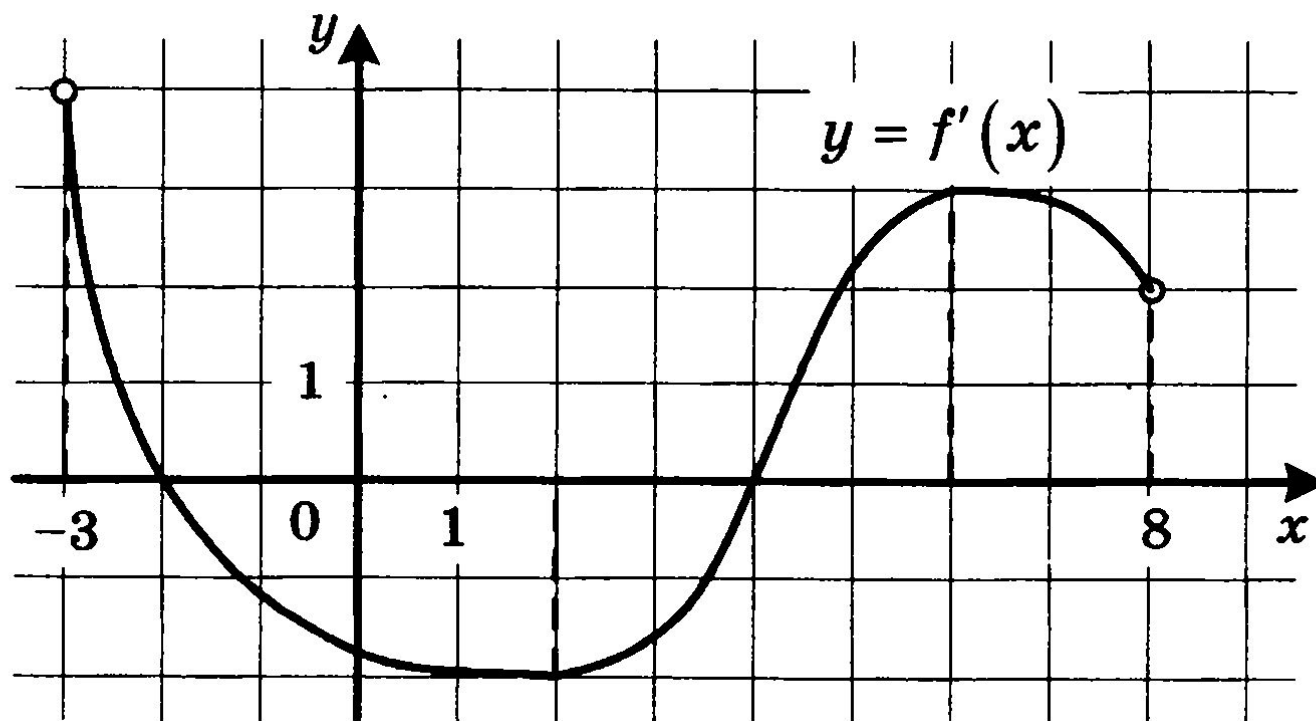
На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 5)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащую отрезку  $[-6; 4]$ .





## Задание №11

На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите точку минимума функции  $f(x)$ .



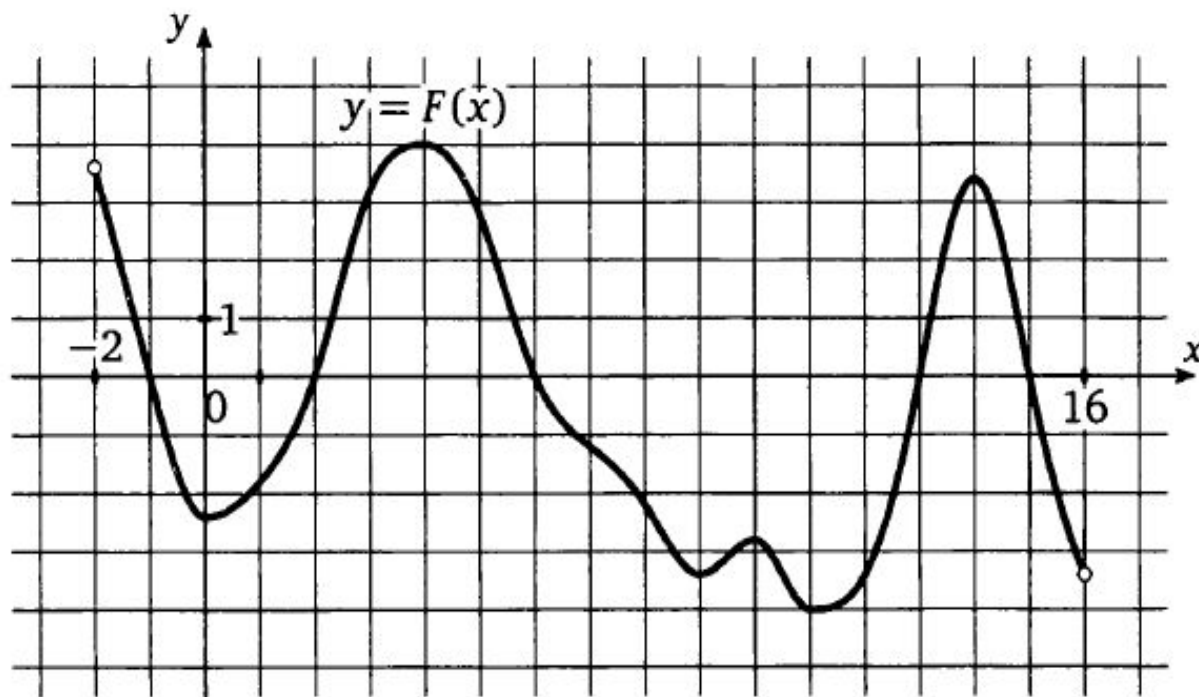
# ПЕРВООБРАЗНАЯ

Функция  $F(x)$  называется первообразной для функции  $f(x)$  на некотором промежутке, если для всех  $x$  из этого промежутка

$$F'(x) = f(x)$$

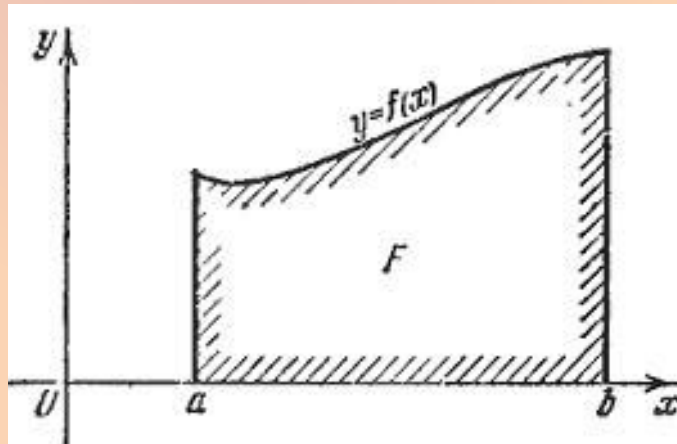
## Задание №12

На рисунке изображен график  $y = F(x)$  одной из первообразных некоторой функции  $f$ , определенной на интервале  $(-2; 16)$ . Найдите количество точек, в которых  $f(x) = 0$ .



# Геометрический смысл определенного интеграла

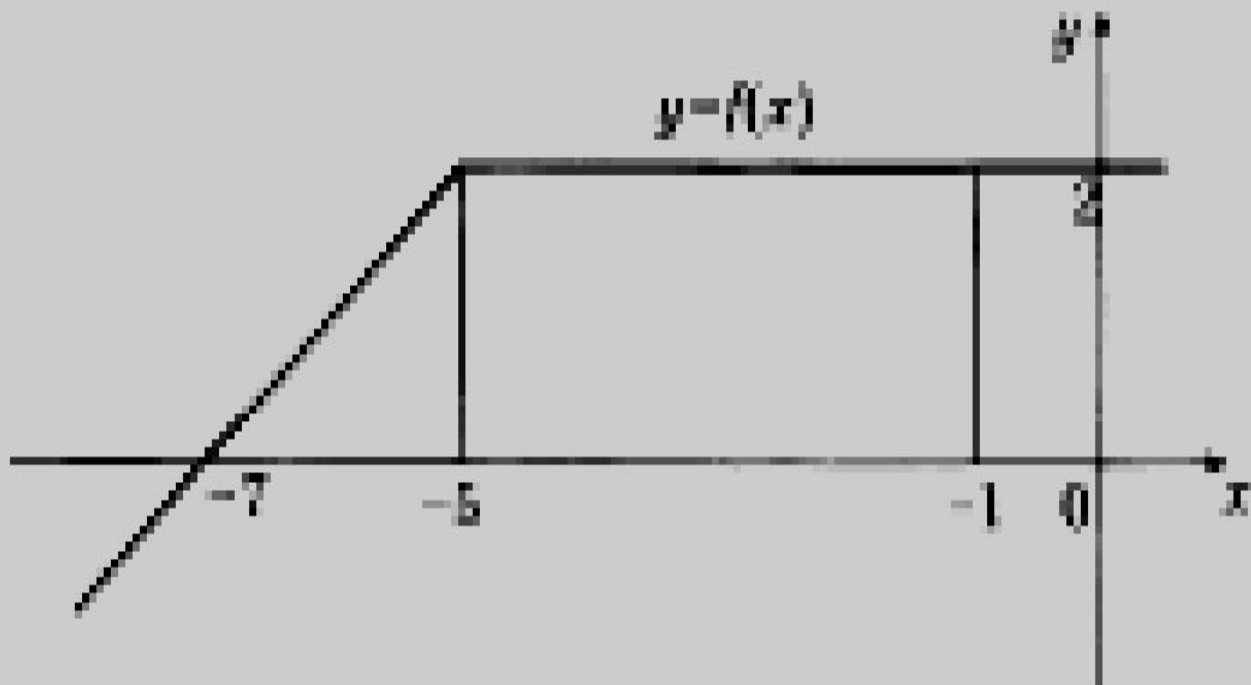
- Если  $f(x)$  непрерывна и положительна на  $[a, b]$ , то интеграл
- $\int_a^b f(x) dx$
- представляет собой площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y = 0$ ,  $x = a$ ,  $x = b$ ,  $y = f(x)$



### Задание №13

На рисунке изображен график некоторой функции  $y = f(x)$ . Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл

$$\int_{-7}^{-1} f(x) dx.$$

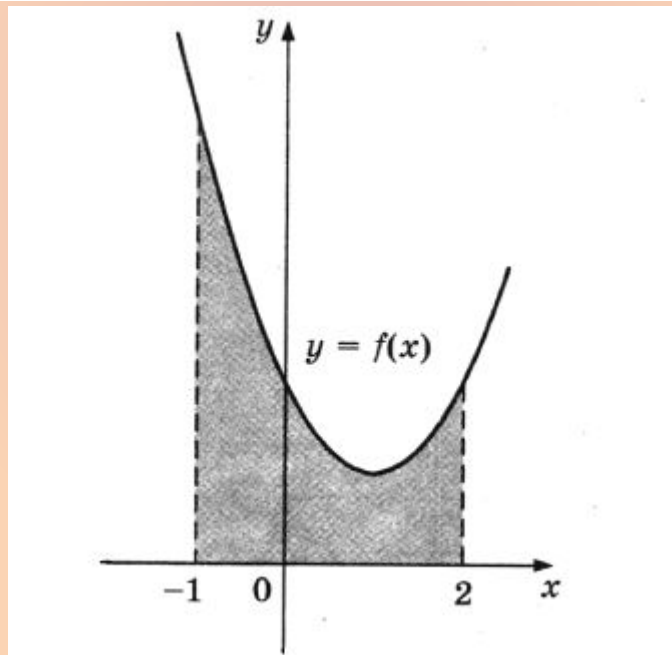


Формула Ньютона-Лейбница  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

На рисунке изображен график некоторой функции  $y = f(x)$ . Одна из первообразных этой функции равна

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x - 5.$$

Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Удачі на екзамене!

