CPP

02_01

ЛР

1. ЛР Деревья
2. Курс C++
3. Курс Java
4. ЛР Qt
5. ЛР QML

Рубежки

- Деревья
- Qt & QML

Экзамен

- Python

Курсы Stepik

- https://stepik.org/course/7/syllabus
- https://stepik.org/course/187/syllabus

OpenEdu

- https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/PWADEV/

Деревья

Определение 1

- **дерево** как конечное множество T, состоящее из одного или более элементов (называемых вершинами или узлами), таких, что
- имеется одна специально выделенная вершина, называемая **корнем дерева**;
- остальные вершины (исключая корень) содержатся в m попарно непересекающихся множествах T1,T2,...,Tm, каждое из которых, в свою очередь, является деревом.
-
- Деревья T1,T2,...Tm называются **поддеревьями** данного дерева.
- **Упорядоченным** деревом мы будем называть такое дерево, в котором важен порядок следования поддеревьев T1,T2,...Tm.
-

- **Дуга** - это ориентированная связь между двумя вершинами дерева, поэтому, например, корень можно определить как такую вершину дерева, в который не входит ни одной дуги, поэтому часто говорят, что корень - это "исходная" вершина дерева, через которую доступны остальные его вершины.

- **Ребро** - это неориентированная связь между двумя вершинами дерева. Ясно, что ребро можно превратить в дугу, если задать на нем ориентацию (направление), а любое дерево можно превратить в ориентированное дерево, если задать ориентацию ребер.

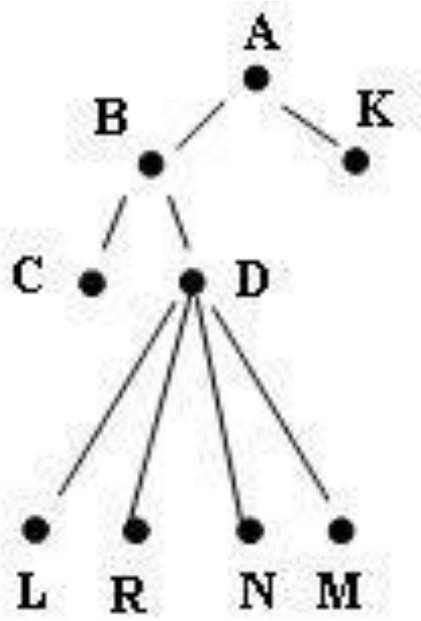
- Количество поддеревьев некоторой вершины называется степенью этой вершины. Деревья, имеющие степень больше 2, называются **сильно ветвящимися деревьями**.

- Вершина с нулевой степенью называется **листом**, иначе - она называется внутренней вершиной (внутренним узлом).

- Число листьев дерева называется **весом дерева**.

- Символы A,B,C,..., которые служат для обозначения вершин, называются **метками вершин**.

- **A, B, C, D, K, L, M, N,**
  R - ***метки вершин***,
  вершина **A** - ***корень***,
  вершины **C, L, R, M, N,**
  K - ***листья***, ***вес дерева*** равен **6** (количество листьев - 6),
  вершина **B** имеет степень 2, вершина **D** имеет степень 4



Определение 2

- Вершина Y, которая находится непосредственно под узлом X, называется (непосредственным) **потомком** (сыном) X, вершина X в данном случае называется (непосредственным) **предком** (отцом) Y.
- В этом случае, если вершина X находится на уровне i, то говорят, что вершина Y находится на уровне i+1. Мы будем считать, что **корень дерева** расположен на уровне 0. Максимальный уровень какой-либо вершины дерева называется его глубиной или высотой.
- Максимальная степень всех вершин дерева называется **степенью дерева**.

Следствия

- если вершина не имеет потомков, то она является листом;
- степень внутренней вершины можно определить как число ее (непосредственных) потомков.

- максимальное число вершин для дерева с высотой **h** и степенью **d** можно найти по формуле

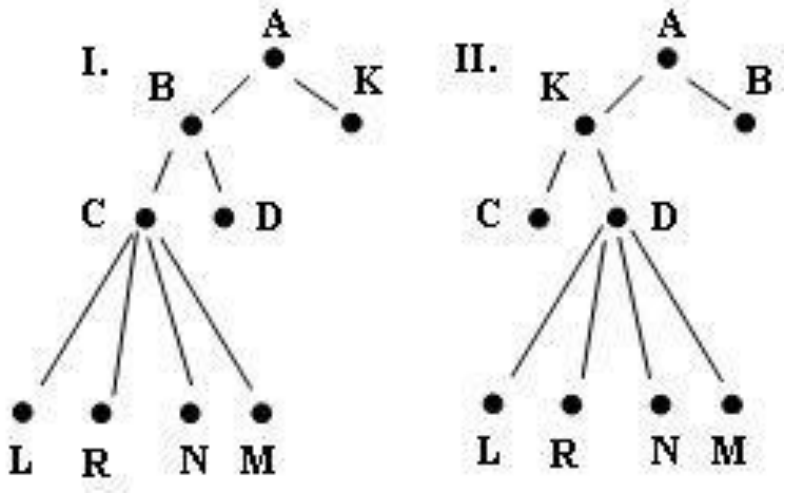
$$N(d,h) = 1 + d + d^2 + \ldots + d^h = \sum_{i=0}^{h} d^i$$

$$N(2,h) = 1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^h = \sum_{i=0}^{h} 2^i = 2^{h+1} - 1$$

Определение 3

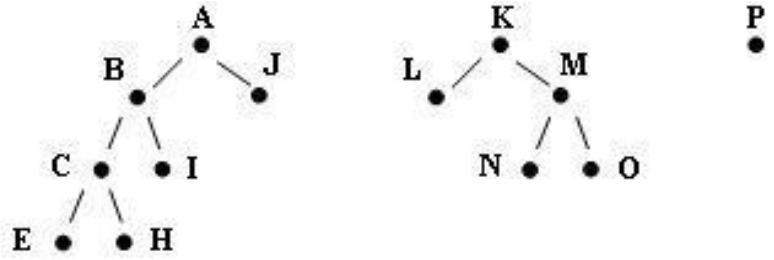
- Количество дуг, которые нужно пройти, чтобы продвинуться от корня к вершине X, **называется длиной пути к вершине X**.
- Вершина, расположенная на уровне i, имеет длину пути i.
- **Ветвью** будем называть путь от корня дерева к любому ее листу.
- **Длина пути дерева** определяется как сумма длин путей ко всем его вершинам. Она также называется длиной внутреннего пути дерева.

- Длина внутреннего пути = Длина внутреннего пути в левом поддереве + Длина внутреннего пути в правом поддереве + Количество узлов в дереве - 1.



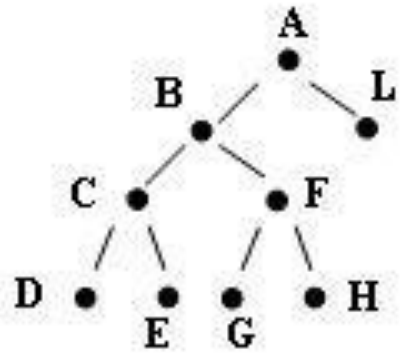
Определение 4

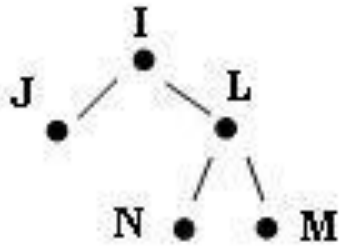
- **Лес** - это множество деревьев (обычно упорядоченное), состоящее из некоторого (быть может, равного нулю) числа непересекающихся деревьев. Часто для леса, состоящего из n деревьев пользуются термином "дерево с n-кратным корнем".

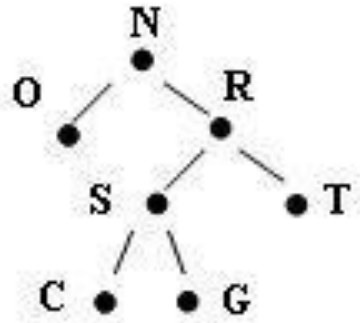


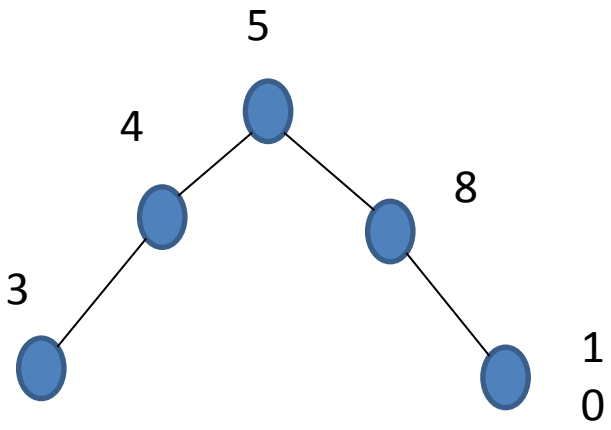
Определение 5

- **бинарное дерево** конечное множество элементов (называемых вершинами или узлами), которое:
- либо пусто,
- либо состоит из корня (некоторая выделенная нами вершина), связанного с двумя различными бинарными деревьями, называемыми левым и правым








5
4
8
3
10

Определение 6

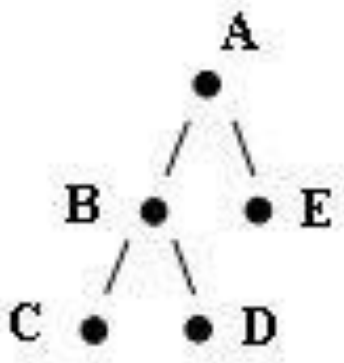
- два бинарных дерева T и T' **подобны**, если они имеют одинаковую структуру; это означает, что подобные деревья либо оба пусты, либо оба непусты и их левые и правые поддеревья соответственно подобны.
- Попросту говоря, подобие означает, что графические изображения деревьев T и T' имеют одинаковую "конфигурацию".

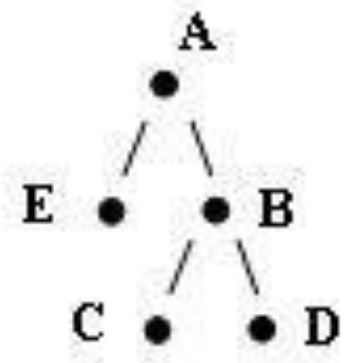
- бинарные деревья T и T' **эквивалентны**, если они подобны и если, кроме того, соответствующие вершины содержат одинаковую информацию.

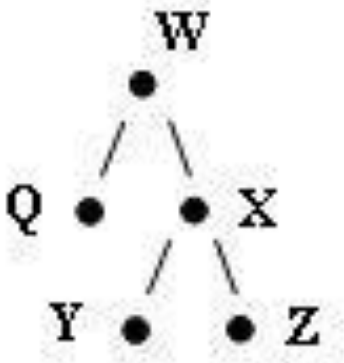
- Если Info (u) обозначает информацию, содержащуюся в вершине u, то формально деревья эквивалентны тогда и только тогда, когда они:

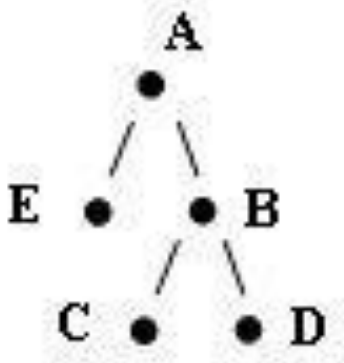
- либо оба пусты,
- либо же оба непусты, Info (Корень(T))=Info (Корень(T')) и их левые и правые поддеревья соответственно эквивалентны.

- Первые два из них не подобны; второе, третье и четвертое деревья









Бинарные деревья поиска

- Каждая вершина бинарного дерева является структурой, состоящей из четырех полей:

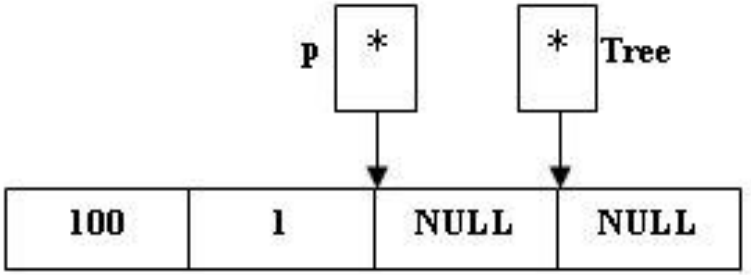
- информационное поле (ключ вершины),
- служебное поле (их может быть несколько!),
- указатель на левое поддерево,
- указатель на правое поддерево.

- struct node
- {
- int Key; // Ключ вершины.
- int Count; // Счетчик количества вершин с одинаковыми ключами.
- node *Left; // Указатель на "левого" сына.
- node *Right; // Указатель на "правого" сына.
- };

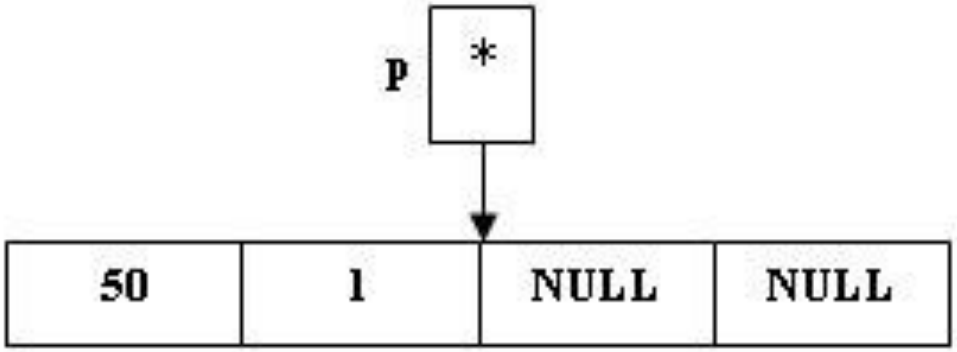
Построение бинарного дерева поиска

- **Tree** - указатель на корень дерева
- **p** - вспомогательный указатель на вершину дерева

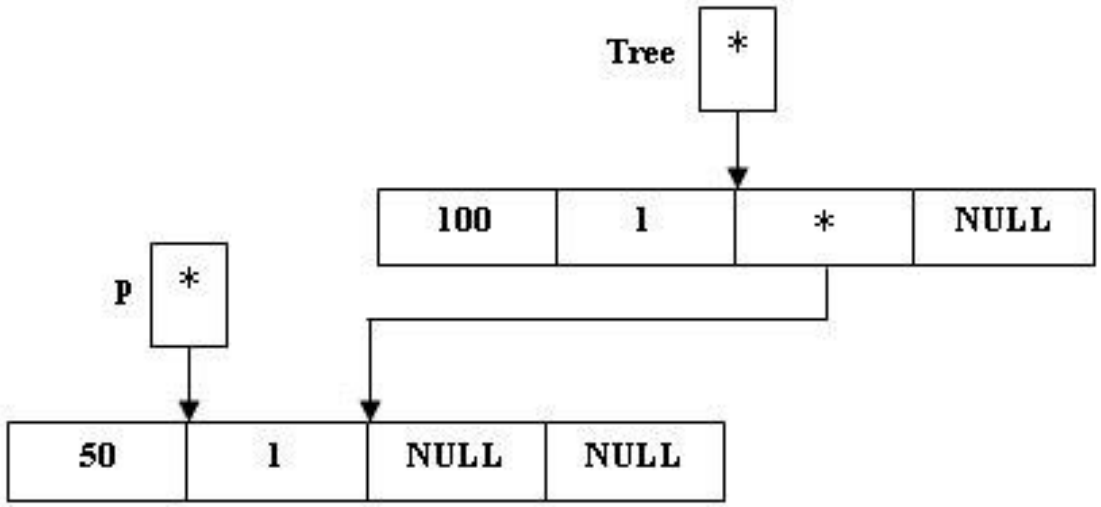
- Tree = NULL; //Построение пустого дерева
- p = new(node);
- (*p).Key = 100;
- (*p).Count = 1;
- (*p).Left = NULL;
- (*p).Right = NULL;
- Tree = p;



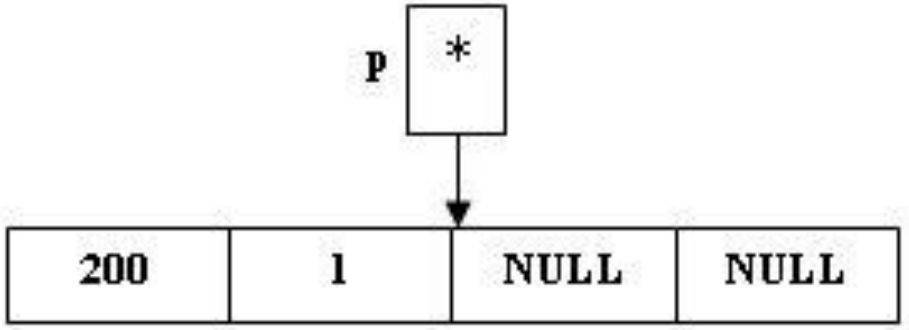
- p = new(node);
- (*p).Key = 50;
- (*p).Count = 1;
- (*p).Left = NULL;
- (*p).Right = NULL;



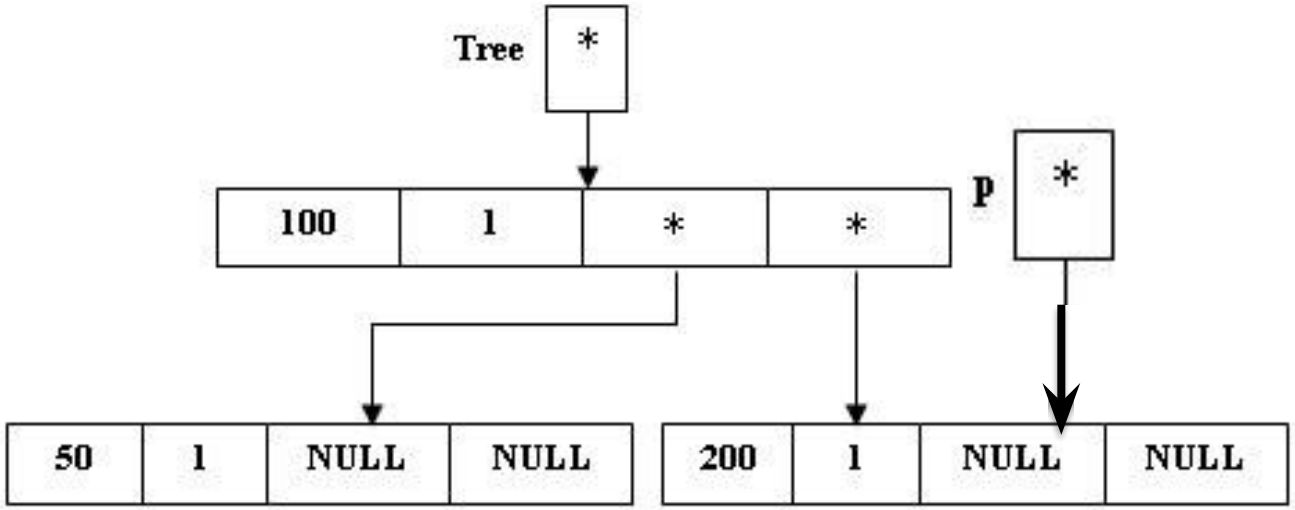
- (*Tree).Left = p;



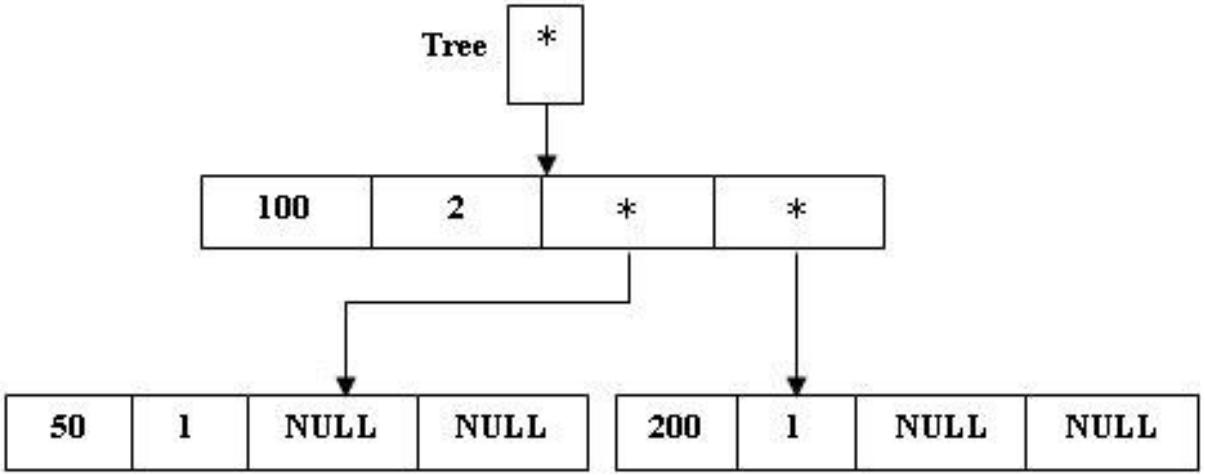
- p = new(node);
- (*p).Key = 200;
- (*p).Count = 1;
- (*p).Left = NUL



- (*Tree).Right = p;



- (*Tree).Count = (*Tree).Count + 1;



```
void BuildTree (node **Tree)
// Построение бинарного дерева.
// *Tree - указатель на корень дерева.
{
  int el;

  *Tree = NULL; // Построено пустое бинарное дерево.
  cout<<"Вводите ключи вершин дерева...\n";
  cin>>el;
  while (el!=0)
    { Search (el,Tree); cin>>el;}
}
```

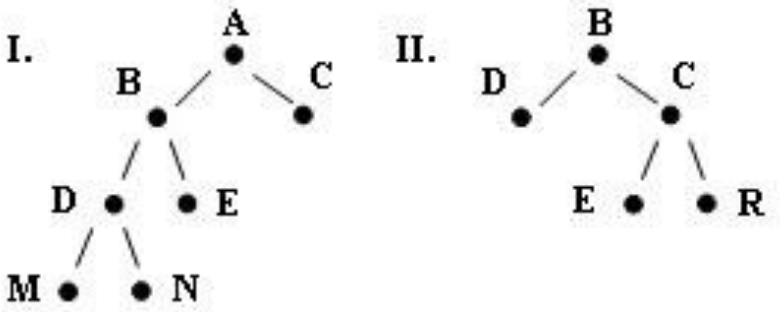
```
void Search (int x, node **p)
// Поиск вершины с ключом x в дереве со вставкой
// (рекурсивный алгоритм).
// *p - указатель на корень дерева.
{
  if (*p==NULL)
  {
// Вершины с ключом x в дереве нет; включить ее.
    *p = new(node);
(**p).Key = x;
 (**p).Count = 1;
    (**p).Left = (**p).Right = NULL;
  }
  else
 //Поиск места включения вершины.
    if (x<(**p).Key)
//Включение в левое поддерево.
      Search (x,&((**p).Left));
    else if (x>(**p).Key)
 //Включение в правое поддерево.
        Search (x,&((**p).Right));
       else (**p).Count = (**p).Count + 1;
}
```

Анализ алгоритма поиска с включениями

- **Теорема Хопкрофта-Ульмана**
- Среднее число сравнений, необходимых для вставки n случайных элементов в дерево поиска, пустое вначале, равно **O(nlog2n)** для n>=1.

Левосторонний обход бинарного дерева поиска

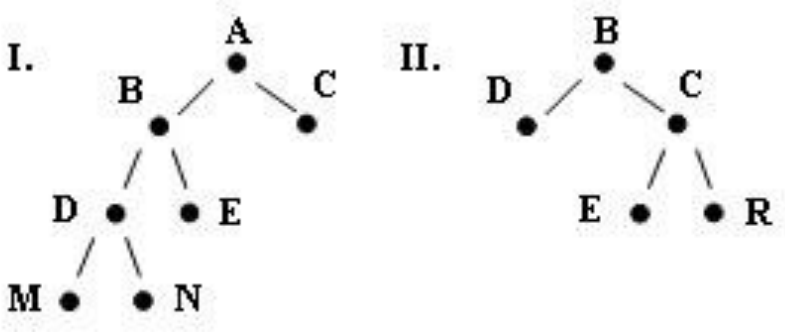
- A B D M N E C
- B D C E R
- посетите корень де
- обойдите левое поддерево;
- обойдите правое поддерево.



```
void ObhodLeft (node **w)
// Левосторонний обход дерева.
// *w - указатель на корень дерева.
{
  if (*w!=NULL)
  { cout<<(**w).Key<<" ";
    ObhodLeft (&((**w).Left));
    ObhodLeft (&((**w).Right)); }
}
```

Концевой обход бинарного дерева поиска

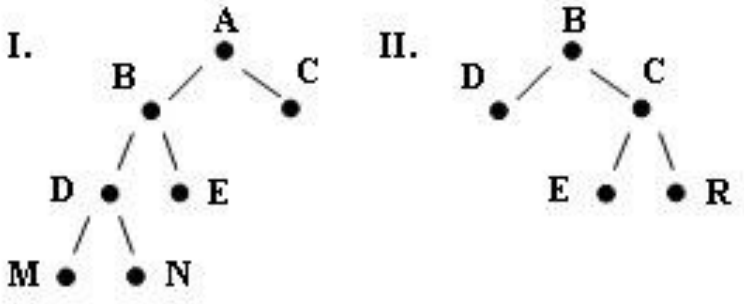
- обойдите левое поддерево;
- обойдите правое поддерево;
- посетите корень дерева.
- M N D E B C A
- D E R C B



```
void ObhodEnd (node **w)
// Концевой обход дерева.
// *w - указатель на корень дерева.
{
  if (*w!=NULL)
 { ObhodEnd (&((**w).Left));
   ObhodEnd (&((**w).Right));
   cout<<(**w).Key<<" ";}
}
```

Обратный обход бинарного дерева поиска

- обойдите левое поддерево;
- посетите корень дерева;
- обойдите правое поддерево.
- M D N B E A C
- D B E C R



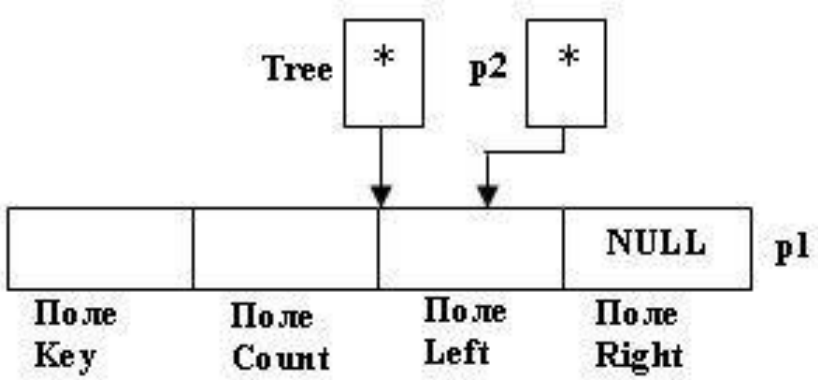
```
void ObhodBack (node **w)
// Обратный обход бинарного дерева.
// *w - указатель на корень дерева.
{
  if (*w!=NULL)
  { ObhodBack (&((**w).Left));
    cout<<(**w).Key<<" ";
    ObhodBack (&((**w).Right)); }
}
```

Вывод бинарного дерева поиска

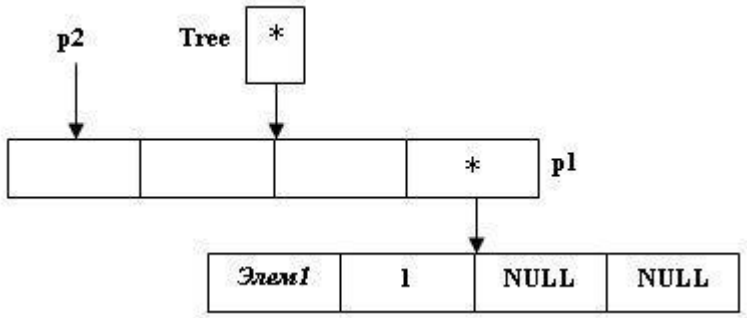
```
void Vyvod (node **w,int l)
// Изображение дерева w на экране дисплея.
// (рекурсивный алгоритм).
// *w - указатель на корень дерева.
{
  int i;

  if (*w!=NULL)
  { Vyvod (&((**w).Right),l+1);
    for (i=1; i<=l; i++) cout<<" ";
    cout<<(**w).Key<<endl;
    Vyvod (&((**w).Left),l+1); }
}
```

Построение бинарного дерева (нерекурсивный алгоритм)

- Tree = new(node);
- (*Tree).Right = NULL;
- p2 = Tree;
- p1 = (*p2).Right;



- p1 = new(node);
- (*p1).Key = Элем1;
- (*p1).Left = (*p1).Right = NULL;
- (*p1).Count = 1;



```
void TreeSearch (node **Tree,int el)
// Поиск вершины с информационным полем el в дереве
// с последующим включением.
// *Tree - указатель на корень дерева.
{
 node *p1;
 node *p2; // Указатель p2 "опережает" указатель p1.
 int d; // Флаг для распознавания поддеревьев.

 p2 = *Tree; p1 = (*p2).Right;
 d = 1; // Флаг правого поддерева.
 while (p1!=NULL && d!=0)
 { p2 = p1;
  if (el<(*p1).Key) { p1 = (*p1).Left; d = -1; //Флаг левого поддерева. }
  else
   if (el>(*p1).Key) { p1 = (*p1).Right; d = 1; }
   else d = 0; }
  if (d==0) (*p1).Count = (*p1).Count + 1;
  else
   { p1 = new(node);
    (*p1).Key = el; (*p1).Left = (*p1).Right = NULL; (*p1).Count = 1;
    if (d<0) (*p2).Left = p1; else (*p2).Right = p1;}
}
```

Изображение бинарного дерева (нерекурсивный алгоритм)

- struct no
- {
- no *sled; // Указатель на вершину.
- node *elem; // Информационное поле.
- int ch; // Уровень вершины.
- }

- Создание БД
- Поиск по БД
- Левосторонний обход БД
- Обратный обход БД
- Концевой обход БД