

Энергетическая светимость

- $$L = \frac{W}{S} = \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]$$

Закон Стефана-Больцмана

Энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвёртой степени его термодинамической температуры.

$$L = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5,57 \cdot 10^{-8} \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$$

Спектральная плотность энергетической светимости по частоте

Спектральная плотность энергетической светимости

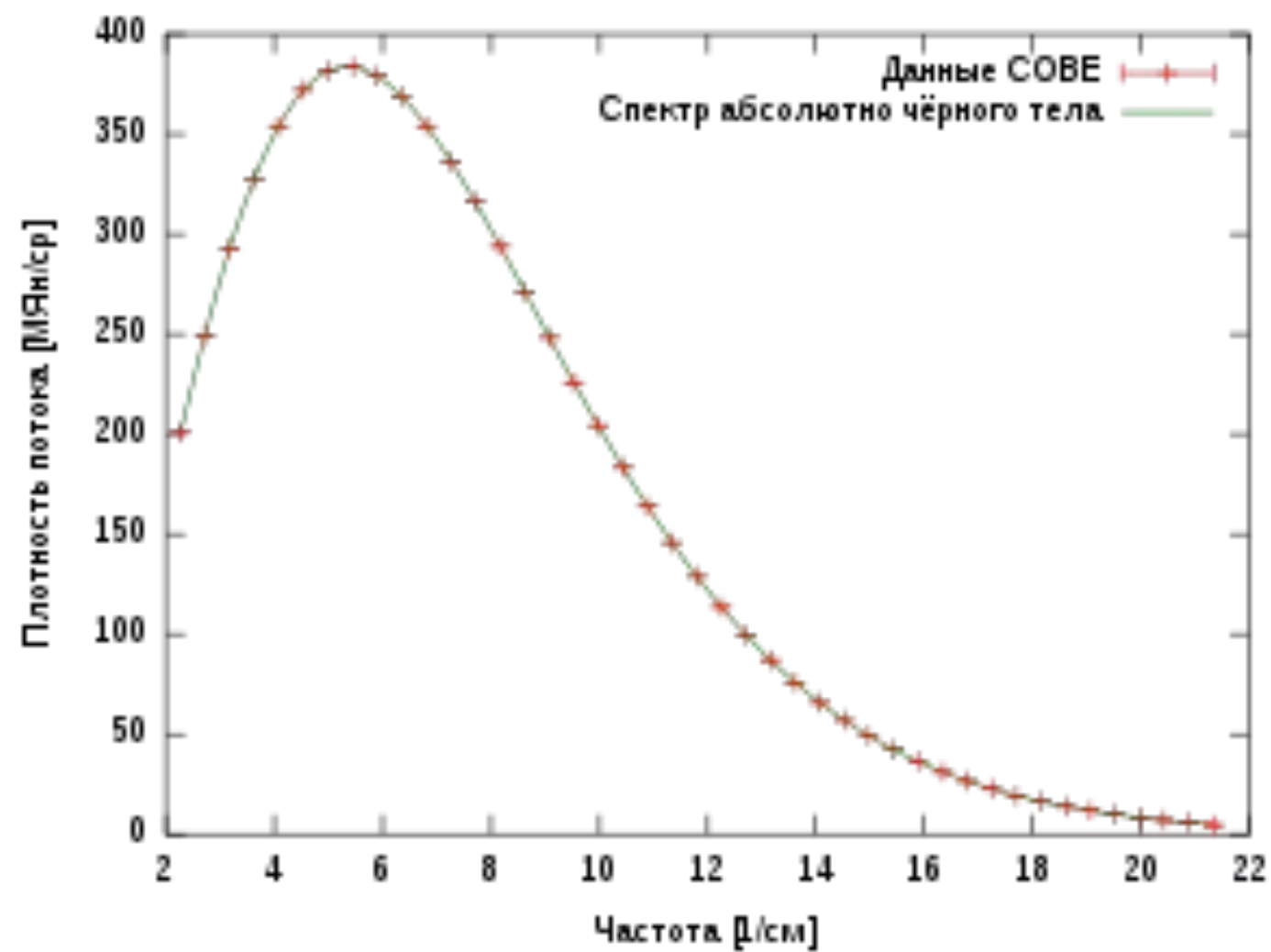
$$r_\nu = \frac{dL}{d\nu} = \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{Гц}} \right]$$

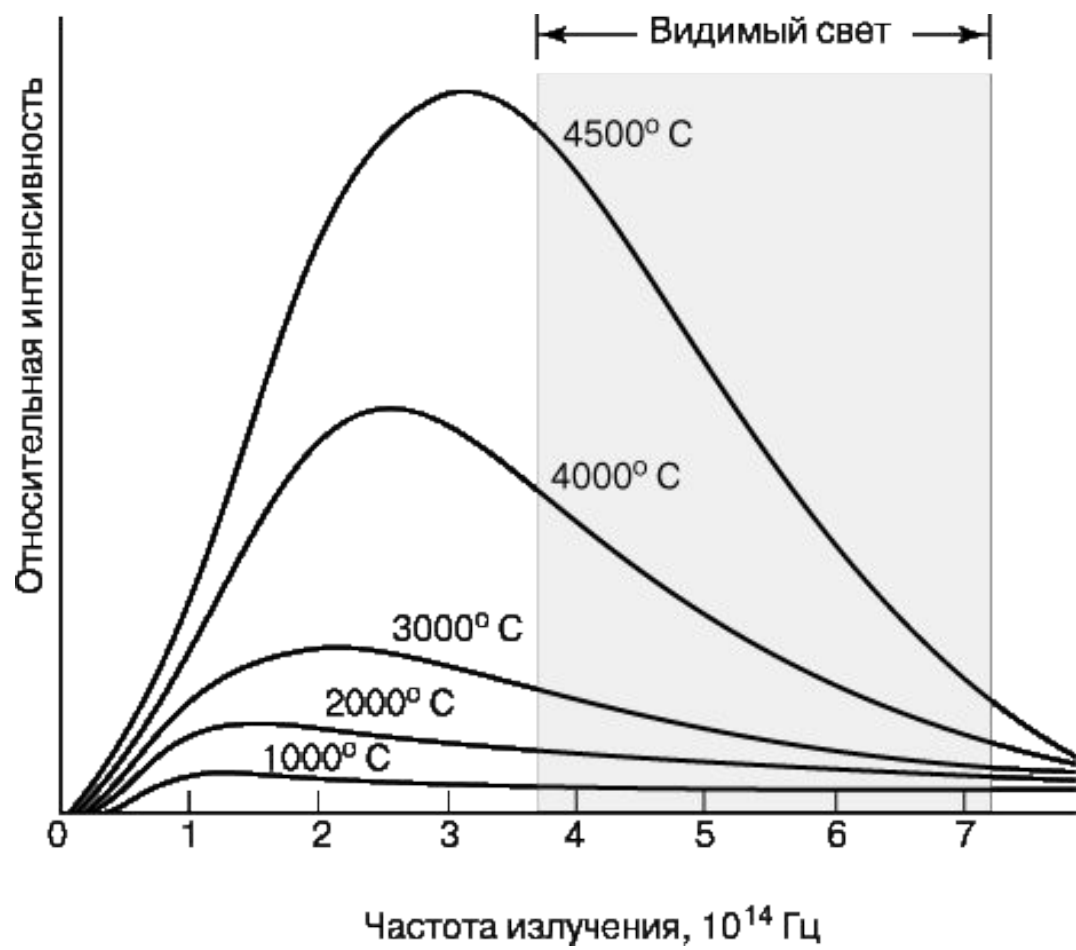
Внесистемная единица измерения – Янский

$$1 \text{ Ян} = 10^{-26} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{Гц})$$

$$L = \int_0^\infty r_\nu d\nu = \sigma T^4$$

Спектр реликтового излучения (по данным COBE)





Формула Планка

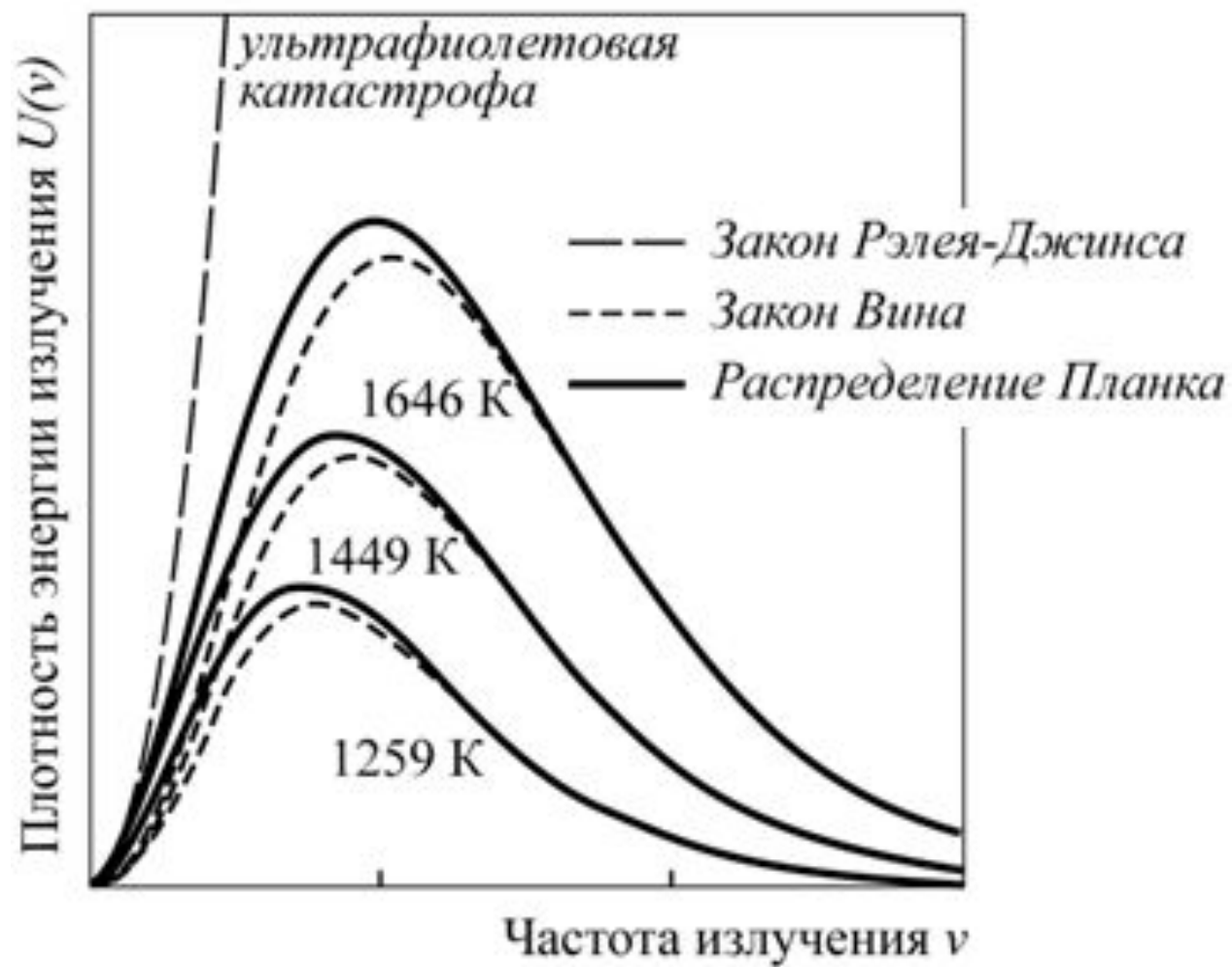
- $$r_\nu = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Формула Релея-Джинса $h\nu \ll kT$ (классическое рассмотрение)

$$r_\nu = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot kT$$

Большие частоты $h\nu \gg kT$

$$r_\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$



Закон смещения Вина для частоты

- $$\nu = b' \cdot T$$

Постоянная Вина по частоте

$$b' = 5,879 \cdot 10^{10} \text{ Гц/К}$$

Спектральная плотность энергетической светимости по длине ВОЛНЫ

Спектральная плотность энергетической светимости

$$r_{\lambda} = \frac{dL}{d\lambda} = \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{м}} \right]$$

$$L = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda = \sigma T^4$$

СВЯЗЬ r_λ И r_ν

$$L = \int_0^\infty r_\nu d\nu = \sigma T^4 \quad \text{и} \quad L = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda = \sigma T^4$$

$$\begin{aligned} r_\nu d\nu &= r_\lambda d\lambda \\ \nu = \frac{c}{\lambda} &\Rightarrow \nu' = \frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2} \\ r_\lambda &= \frac{1}{\lambda^2} r_\nu \end{aligned}$$

$$r_\lambda = \frac{2\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}$$

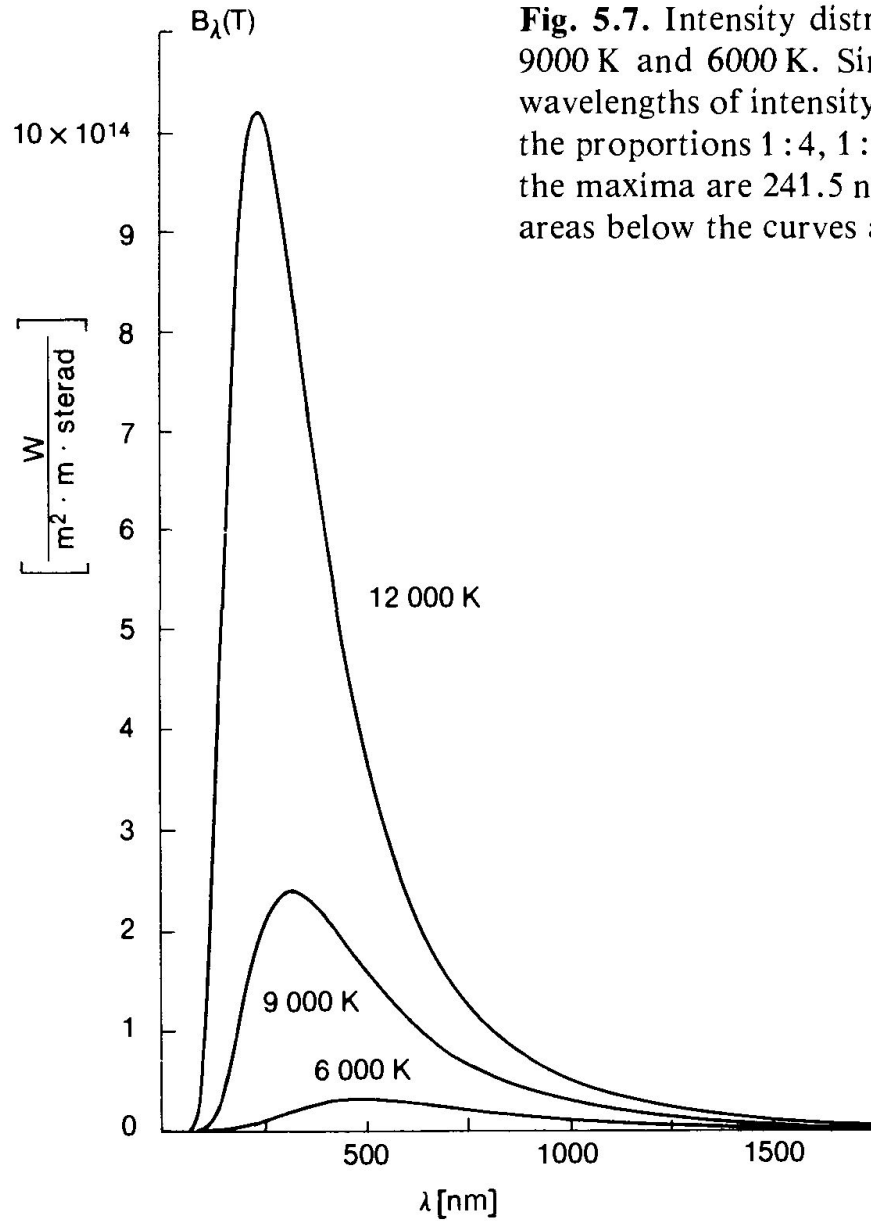


Fig. 5.7. Intensity distributions of blackbodies at temperatures 12 000 K, 9 000 K and 6 000 K. Since the ratios of the temperatures are 4:3:2, the wavelengths of intensity maxima given by the Wien displacement law are in the proportions 1:4, 1:3 and 1:2, or 3, 4 and 6. The actual wavelengths of the maxima are 241.5 nm, 322 nm and 483 nm. The total intensities or the areas below the curves are proportional to 4^4 , 3^4 and 2^4 .

4

Звезда имеет видимую звёздную величину $+15^m$ в спектральной полосе U. Спектральная полоса U имеет ширину 80 нм, центр полосы расположен на длине волны 360 нм.

Известно следующее соотношение между звёздной величиной m и спектральной плотностью потока f , измеренной в Янских ($1 \text{ Ян} = 10^{-26} \text{ Вт} / \text{Гц} / \text{м}^2$):

$$f = 3631 \cdot 10^{-0.4m} \text{ Ян}$$

А. Считая U-фильтр идеальным, а спектр звезды плоским (спектральная плотность не зависит от частоты), определите количество фотонов U-полосы, прилетающих на 1 м^2 верхней границы земной атмосферы в секунду.

Звезда наблюдается наземным телескопом с диаметром зеркала 2 м и идеальным U-фильтром. Атмосферное поглощение в U-полосе равно 50%, в остальных условиях наблюдения можно считать идеальными. Средняя яркость ночного неба в U-полосе равна $22^m / \square'$.

Б. Чему равно отношение числа фотонов, пришедших от звезды, к числу фотонов фона от неба, если диаметр поля зрения телескопа равен $2''$?

В. На практике коэффициент регистрации фотонов в U-диапазоне равен примерно 20%. Сколько фотонов от звезды мы можем «поймать» за секунду?

$$\nu_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\max}} = 9.369 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\nu_{\min} = 7.495 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\nu_{\text{avg}} = 8.432 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\Delta\nu = \nu_{\max} - \nu_{\min}$$

$$= 1.874 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_{\text{st1}} = 3631 \times 10^{-0.4 \times 15}$$

$$= 3.631 \text{ mJy} = 3.631 \times 10^{-29} \text{ W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

Now, $N_0 \times h\nu_{\text{avg}} = \Delta\nu \times f_{\text{st1}} \times A \times \Delta t$

where, $A = 1 \text{ m}^2$ & $\Delta t = 1 \text{ s}$

$$\therefore N_0 = \frac{1.874 \times 10^{14} \times 3.631 \times 10^{-29}}{6.626 \times 10^{-34} \times 8.432 \times 10^{14}}$$
$$\simeq \boxed{12180}$$

Solution:

Let us call sky flux per square arcsec as Φ and total sky flux for the given aperture as ϕ_{sky} . Let total star flux be ϕ_{st} .

$$\phi_{\text{sky}} = A\Phi = \pi \times (1 \text{ arcsec})^2 \times \Phi = \pi\Phi$$

$$\therefore m_{\text{sky}} = 22.0 + 2.5 \log_{10} \left(\frac{\Phi}{\phi_{\text{sky}}} \right)$$

$$= 22.0 + 2.5 \log_{10} \left(\frac{\Phi}{\pi\Phi} \right)$$

$$= 22.0 - 2.5 \log_{10} (\pi)$$

$$m_{\text{sky}} = 20.76 \text{ mag}$$

As extinction is 50%

$$R = \frac{\phi_{\text{st}2}}{\phi_{\text{sky}}} = \frac{0.5\phi_{\text{st}1}}{\phi_{\text{sky}}} = 0.5 \times 10^{(20.76-15)/2.5}$$

$$\simeq \boxed{100}$$

Solution:

$$N_t \times 1 \text{ m}^2 = N_0 \times 0.5 \times 0.2 \times A_t$$

$$N_t = 12180 \times 0.5 \times 0.2 \times \pi \left(\frac{2.0}{2} \right)^2 = 1233\pi$$

$$N_t \simeq \boxed{3813}$$

2 В китайской провинции Гуйчжоу расположен 500-метровый радиотелескоп FAST. При наблюдениях его эффективный диаметр составляет **300 м**. Будем наблюдать тепловое радиоизлучение Солнца на частоте **3.0 ГГц** при ширине полосы **0.3 ГГц**.

А. Рассчитайте полную энергию, которую приёмник собирает за **1 час** наблюдений.

Б. Оцените энергию, необходимую для переворачивания бумажной страницы А4. Поверхностная плотность офисной бумаги составляет **80 г/м²**. Какой из результатов получился больше?

Solution:

Rayleigh-Jeans law to calculate the thermal emission from the sun at 3 GHz states,

$$B_\nu = \frac{2k_B T}{c^2} \nu^2$$

which is the power emitted per unit emitting area, per steradian, per unit frequency. Therefore, the solar luminosity at 3 GHz should be:

$$L_\nu = B_\nu \cdot 4\pi R_\odot^2 \quad (3 \text{ points})$$

At the distance of the earth (1 AU), the monochromatic flux from the sun at 3 GHz should be:

$$f_\nu = \frac{L_\nu}{4\pi D^2}$$

Hence the energy flux that FAST will receive is:

$$F_\nu = f_\nu \cdot \Delta\nu \cdot \pi^2 \frac{d_c^2}{4} \quad (8 \text{ points})$$

And the total energy that the receiver will collect during 1 hour of observation is:

$$E_\odot = F_\nu \Delta t = \frac{2k_B T}{c^2} \nu^2 \frac{R_\odot^2}{D^2} \cdot \pi^2 \frac{d_c^2}{4} \Delta\nu \Delta t = 8.5 \times 10^{-5} J \quad (8 \text{ points})$$

Then we can calculate the work we need to turn over one piece of the answer sheet (A4 paper). The mass of an A4 paper (297mm×210mm) is:

$$m = \rho \cdot L_1 L_2 \quad (2 \text{ point})$$

Therefore, the energy of turning it over should be around:

$$E' = mg \cdot \frac{L_2}{2} \approx 5 \times 10^{-3} J \quad (3 \text{ points})$$

As a consequence, $E' > E_\odot$. (1 point)

6.6 Одна фамилия

Межгалактический маяк представляет собой изотропный, компактный и яркий абсолютно чёрный источник. Для земного наблюдателя его болометрическая звёздная величина составляет $m = 5.2^m$.

Какую спектральную плотность потока излучения маяка на частоте $f = 32$ ГГц измерят на ракете «Нейтрон-Н», находящейся на стартовом столе космодрома «Восточный», если максимальная интенсивность излучения приходится на длину волны $\lambda_0 = 500$ нм? Выразите ответ в янских. Поглощением пренебречь.

6.8 Мегамазер

В туманности Клеймана–Лоу наблюдают компактный радиоисточник в мазерной линии водяного пара $\lambda = 1.35$ см. Известно, что источник имеет радиус около 0.05 а. е., а его яркостная температура на данной длине волны достигает 10^{17} К. Оцените расстояние до источника, если измеренная плотность потока излучения от него составила 1.7 МЯн.

6.9 *Спирт в космосе*

Астрономы проводят наблюдения молекулярного облака в мазерной линии метанола на частоте 6.66 ГГц. Плотность потока излучения при этом составила 120 Ян. Определите длину волны, на которой проводились наблюдения. Оцените яркостную температуру метанолового облака, если известно, что его диаметр равен 1600 а. е., а параллакс составляет 0.77 mas.