

Муниципальное Образовательное Учреждение «Лицей №36»

# Целая и дробная части числа

Работу выполнил:  
ученик 8«5» класса  
Асрян Арсен Артурович

Научный руководитель:  
учитель алгебры и геометрии  
Абросимова Наталья Николаевна

г. Саратов  
2011 год

# Содержание

- I. Введение
- II. Основная часть
  1. Определение целой части числа.....стр. 4
  2. Определение дробной части числа.....стр. 5
  3. Функция  $y=[x]$ , её свойства и график.....стр. 6-7
  4. Функция  $y=\{x\}$ , её свойства и график.....стр. 8-9
  5. Преобразование графиков в системе координат.....стр. 10-11
  6. Графическое решение уравнений, содержащих целую и дробную части числа.....стр. 12
  7. Решение уравнений, содержащих целую часть числа.....стр. 13
  8. Решение уравнений, содержащих дробную часть числа.....стр. 14
- III. Список литературы

# Введение

- Мой доклад - неизвестное об известном.
- В школьном курсе очень подробно изучается тема : Функции. Но некоторые из них остаются за пределами школьной программы. Открыв учебник «Алгебра 9» автора Виленкин, я увидел функции, которые называются: Целая и дробная часть числа.
- Мой доклад будет об этих функциях, которые я буду излагать в том порядке, в котором мы изучаем функции в школьном курсе; то есть:
  1. Рассмотрим определения этих функций;
  2. Рассмотрим свойства этих функций:  
 $D(y)$ ,  $E(y)$ , непрерывность, монотонность и т.д.
  3. Рассмотрим графики этих функций и их преобразования в прямоугольной системе координат.
  4. Решение задач, связанных с этими функциями.

# Целая часть числа

- Целой частью числа  $X$  называется наибольшее целое число не превышающее само число  $X$ . Целая часть числа  $X$  обозначается символом  $[x]$  или реже  $E(x)$  (от фр. Entier «антье» - целый).
- Примеры:  $[2,6] = 2$ ;  $[-2,6] = -3$ .
- Свойство целой части числа:  
если  $X$  принадлежит интервалу  $[n;n+1)$ , где  $n$  – целое число, то  $[x] = n$ , т. е.  $x$  находится в интервале  $[[x];[x]+1)$ . Значит  $[x] \leq x < [x]+1$ .

# Дробная часть числа

- Дробной частью числа называют разность между самим числом  $X$  и его целой частью.

$$\{x\} = x - [x] \Rightarrow x = [x] + \{x\}$$

- Примеры:  $\{2,81\} = 0,81$ ;  $\{-0,2\} = 0,8$

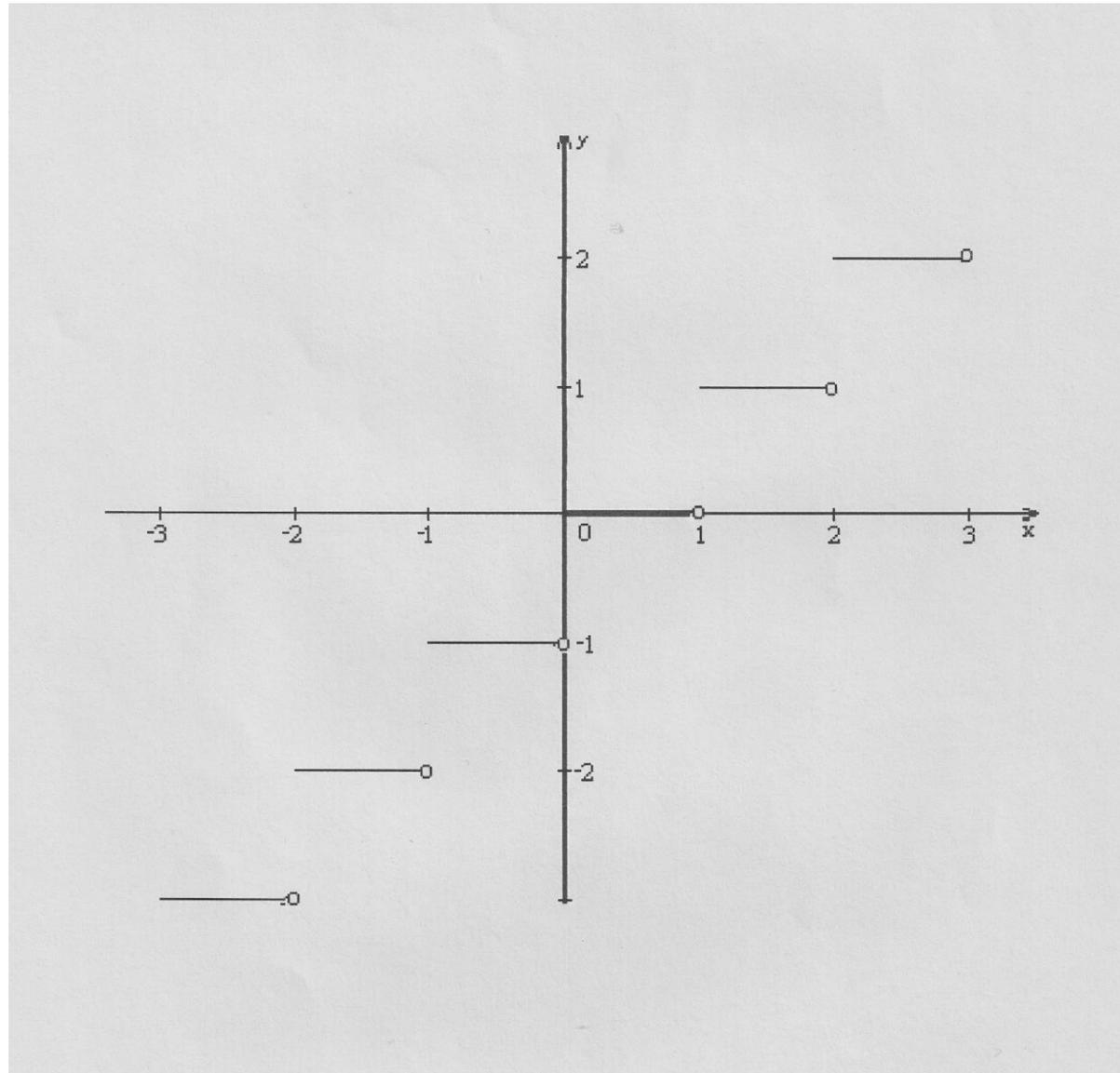
- Свойство дробной части числа:

Дробная часть числа всегда неотрицательна и не превышает 1, то есть  $\{x\} \in [0,1)$

# Функция $y=[x]$ , её свойства и график

1. Функция имеет смысл для всех значений переменной  $x$ , что следует из определения целой части числа и свойств числовых множеств. Следовательно, её областью определения является всё множество действительных чисел.  
 **$D([x]) = \mathbf{R}$ .**
2. Множество значений функции  $y = [x]$ , это множество целых чисел (по определению целой части числа)  
 **$E([x]) = \mathbf{Z}$**
3. Функция неограниченна, так как множество значений функции – все целые числа, множество целых чисел неограниченно.
4. Функция разрывная. Все целые значения  $x$  – точки разрыва первого рода с конечным скачком равным 1. В каждой точке разрыва имеется непрерывность справа.
5. Функция принимает значение 0 для всех  $x$ , принадлежащих интервалу  $[0;1)$ , что следует из определения целой части числа. Следовательно, нулями функции будут все значения этого интервала.
6. Учитывая свойства целой части числа функция  $y = [x]$  принимает отрицательные значения при  $x < 0$ , и положительные значения при  $x > 1$ .
7. Функция  $y = [x]$  кусочно-постоянная и неубывающая.
8. Так как функция  $y = [x]$  постоянна на каждом интервале  $[n;n+1)$ , она не принимает наибольшего и наименьшего значений на области определения.

# График функции $y = [x]$

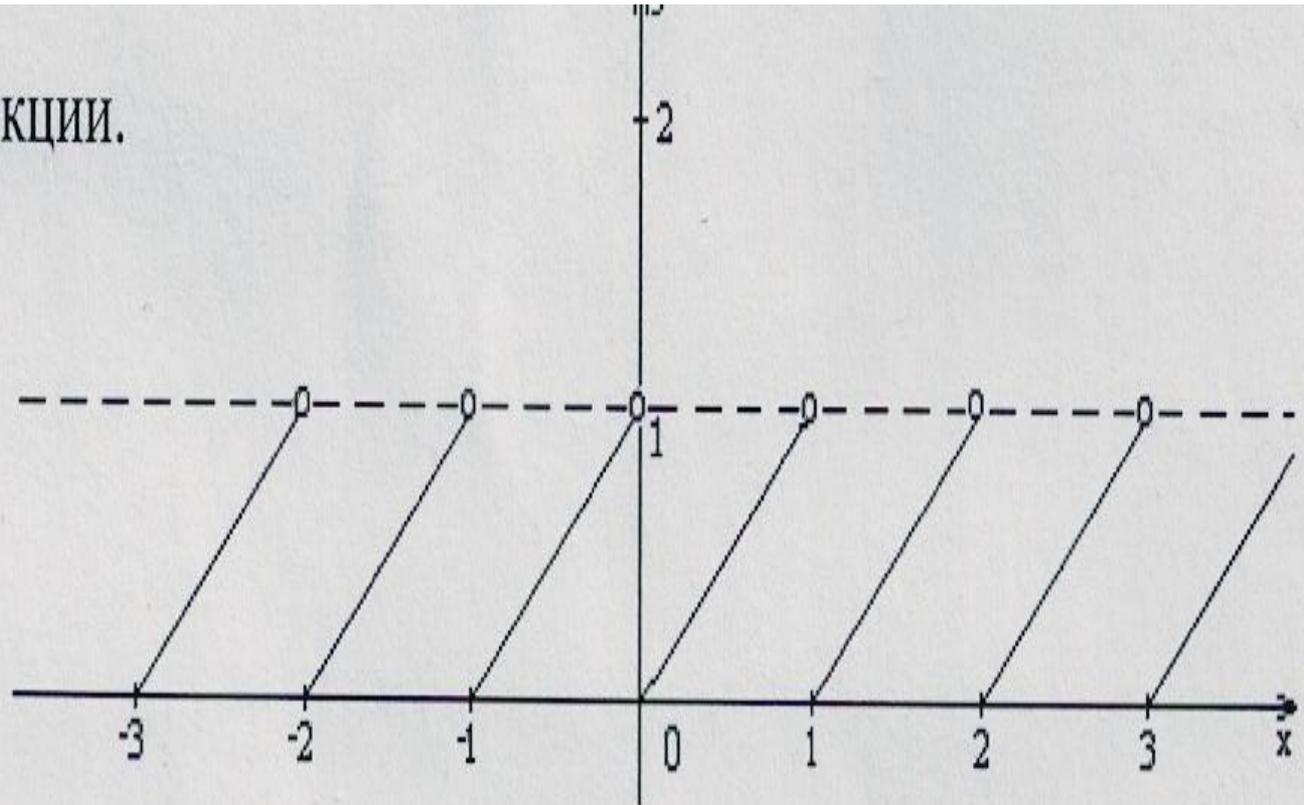


# Функция $y = \{x\}$ , её свойства и график

1. Функция имеет смысл для всех значений переменной  $x$ , что следует из определения дробной части числа. Таким образом, область определения этой функции все действительные числа:  
 $D(\{x\}) = R.$
2. Функция  $y = \{x\}$ , принимает значения на интервале  $[0;1)$ , что следует из определения дробной части числа, то есть  
 $E(\{x\}) = [0;1).$
3. Из предыдущего свойства следует, что функция  $y = \{x\}$  ограничена.
4. Функция  $y = \{x\}$  непрерывна на каждом интервале  $[n;n+1)$ , где  $n$  – целое число, в каждой точке  $n$  функция терпит разрыв первого рода. Скачок равен 1.
5. Функция  $y = \{x\}$  обращается в 0 при всех целых значениях  $x$ , что следует из определения функции. То есть нулями функции будут все целочисленные значения аргумента.
6. Функция  $y = \{x\}$  на всей области определения принимает только положительные значения.
7. Функция, строго монотонно возрастающая на каждом интервале  $[n;n+1)$ , где  $n$  – целое число.
8. Учитывая свойства 4 и 7, на каждом интервале  $[n;n+1)$  функция  $y = \{x\}$  принимает минимальное значение в точке  $n$ .

# График функции $y = \{x\}$

12. График функции.



# Преобразования графиков в системе координат

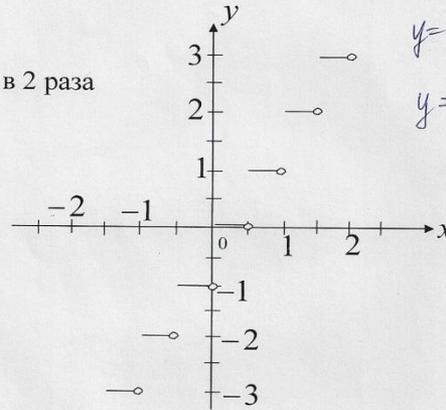
## Сжатие вдоль оси OX

5.

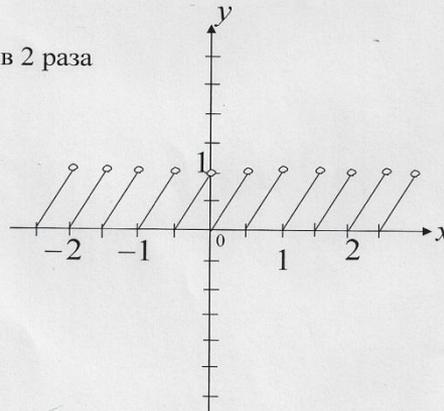
### Преобразование графиков в системе координат

-9-

$y = [2x]$   
сжатие  
вдоль оси OX в 2 раза



$y = \{2x\}$   
сжатие  
вдоль оси OX в 2 раза

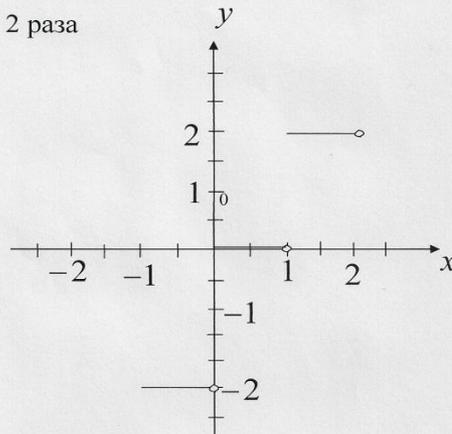


## Растяжение вдоль оси OY

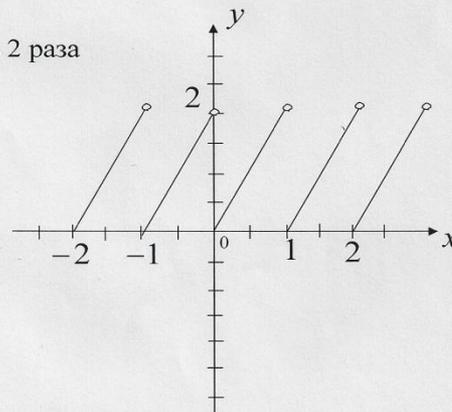
5

- 10 -

$y = 2[x]$   
растяжение  
вдоль оси OY в 2 раза



$y = 2\{x\}$   
растяжение  
вдоль оси OY в 2 раза



# Графическое решение уравнений содержащих целую и дробную части

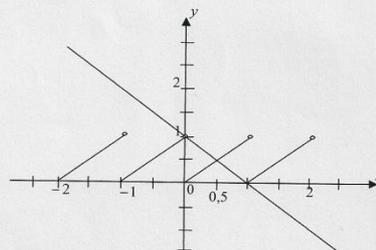
6

## Графическое решение уравнений содержащих целую и дробную части

$$1 - x = \{x\}$$

$$y_1 = 1 - x$$

$$y_2 = \{x\}$$



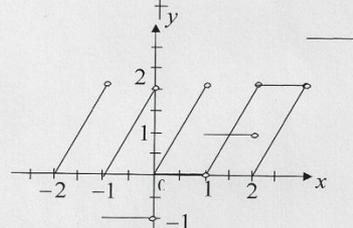
Ответ:  $x_1 = 0,5$

$x_2 = 1$

$$[x] = 2\{x\}.$$

$$y_1 = [x]$$

$$y_2 = 2\{x\}$$



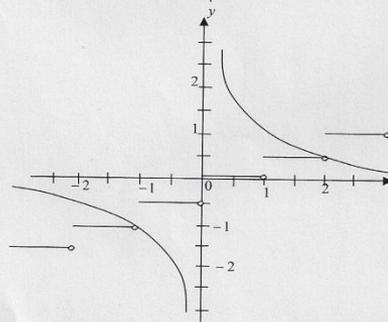
Ответ:  $x_1 = 0$

$x_2 = 1,5$

$$0,5[x] = \frac{1}{x}$$

$$y_1 = \frac{1}{x}$$

$$y_2 = 0,5[x]$$



Ответ: Решений нет.

# Решение уравнений, содержащих целую часть числа

- $[x] = 3$   
 $3 \leq x < 3+1$   
Ответ:  $x \in [3; 4)$
- $[x+1.5] = -5$   
 $-5 \leq x+1,5 < -5,5$   
 $-6,5 \leq x < -5,5$   
Ответ:  $x \in [-6,5; -5,5)$
- $[2x+0,2] = 1$   
 $1 \leq 2x+0,2 < 2$   
 $0,8 \leq 2x < 1,8$   
 $0,4 \leq x < 0,9$   
Ответ:  $x \in [0,4; 0,9)$
- $x + [x] = 0$   
Ответ:  $x=0$
- $[3x-2] = 1,5$   
Ответ: Решений нет.

# Решение уравнений содержащих дробную часть числа

1.  $x = [x]$   
 $x - [x] = 0$   
 $\{x\} = 0$

Ответ :  $x$  – любое целое число

# Список литературы

1. В. А. Кирзимов, Центр образования «Царицыно» №548, М. 2000 г.
2. Милиованова Л. Н. Функции и их исследование. М. Академия педагогических наук РСФСР, 1958 г.
3. Глаголева Е. Г. И Серебринкова Л. Г. Метод координат.
4. Евсюк С. Л. Математика. Решение задач повышенной сложности. Минск «Мисанта» 2003 г.
5. Абрамов А. М., Ивлев Б. М. Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа «Просвещение» 1990 г.