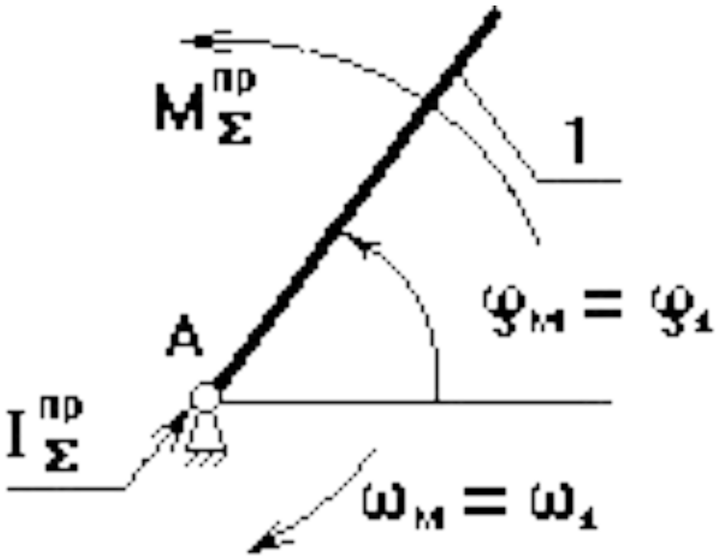
Определение уравнения движения.

Общий случай интегрального уравнения

Способ Лебедева



Динамическая модель механизма с w=1 и жесткими звеньями представлена в виде одного звена, к которому приведены сил и массы.

Закон движения выбранного звена может быть найден по приведенным параметрам динамической модели

Теорема об изменении кинематической энергии :

Получаем:

$$\sum \mathrm{A} = \mathrm{T}(\varphi) - \mathrm{T}(\varphi_{нач})$$

Где

$$\mathrm{T}(\varphi_{нач}) = \mathrm{I}(\varphi_{нач})\frac{\omega^2(\varphi_{нач})}{2} \qquad \mathrm{T}(\varphi) = \mathrm{I}(\varphi)\frac{\omega^2(\varphi)}{2}$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \ \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Сумму работ можно представить в виде интеграла с переменным верхним пределом ψ от суммарного приведенного момента $M_\Sigma(\varphi)$ по углу поворота, поэтому:

$$\sum A(\varphi) = \int_0^{\varphi} M_\Sigma(\varphi)\,d\varphi$$

Закон движения ω(ψ) звена приведения представляет решение предыдущего уравнения в виде функции обобщенной координаты ψ

$$\mathrm{I}(\varphi)\frac{\omega^2(\varphi)}{2} = \sum \mathrm{A}(\varphi) + \mathrm{T}_{нач}$$

$$\omega(\varphi) = \frac{\sqrt{2\sum \mathrm{A}(\varphi) + \mathrm{T}_{нач}}}{\mathrm{I}_{\Sigma}(\varphi)}$$

Продифференцировав выражение суммы работ по координате ψ, получим дифференциальное уравнение движения:

$$\mathrm{M}_{\Sigma} = \frac{d\,\dfrac{\mathrm{I}_{\Sigma}\omega^{2}}{2}}{d\varphi}$$

Учитывая, что $\mathrm{T}_{нач} = const$, получаем дифференцированием

$$\mathrm{M}_{\Sigma} = \mathrm{I}_{\Sigma}\varepsilon + \frac{\omega^2 d\mathrm{I}_{\Sigma}}{2d\varphi}$$

угловое ускорение звена приведения

$$\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\mathrm{M}_{\Sigma}}{\mathrm{I}_{\Sigma}} - \frac{\omega^2 d\mathrm{I}_{\Sigma}}{2\mathrm{I}_{\Sigma} d\varphi}$$

МА можно представить как одно звено с переменным моментом инерции, в общем случае зависящим от обобщенной координаты ψ.

Алгоритм расчета динамической модели строиться в виде функции ψ(независимая переменная).

Свяжем расчетные значения ψ со временем. Проинтегрируем и получим:

$$t = \int_0^t dt = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\omega(\varphi)}$$

При:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Вывод

Определение соответствующих моментов времени движения связано с интегрированием обратной функции

$$\frac{1}{\omega(\varphi)}$$

Литература:

1. Теория механизмов и машин(основы проектирования по динамическим критериям и показателям экономичности): учебное пособие/И.В.Леонов, Д.И.Леонов. – М. : Высшее образование, Юрайт-Издат, 2009. – 239с. – (Основы наук)
2. http://tmm-umk.bmstu.ru/lectures/lect_6.htm
3. hoster.bmstu.ru/~rk2/e-fakul/prived_sil_mass.doc

Куандыкова С.С.
ИБМ4-51