РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ НА ЛИНЕЙНЫЕ МНОЖИТЕЛИ. ТЕОРЕМА ВИЕТА ДЛЯ ПРИВЕДЁННОГО МНОГОЧЛЕНА n-Й СТЕПЕНИ

Выполнила: *Д. Оралбаева, ученица 10 класса*

Руководитель: *О.Ф. Пономарёва, учитель математики высшей квалификационной категории*

МКОУ Кумылженская СОШ № 1 имени Знаменского А. Д.

Кумылженского района Волгоградской области

Математика — наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира.

Без современной математики с её развитым логическим и вычислительным аппаратом был бы невозможен прогресс в различных областях человеческой деятельности.

Актуальность

заключается в необходимости понимать, как действует метод разложения многочленов n-й степени на линейные множители.

Проблема:

насколько разнообразны способы разложения многочленов n-й степени на линейные множители?

Цели:

- исследование и выявление новых методов разложения многочленов n-й степени на линейные множители;
- решение приведённых уравнений n-й степени;
- совершенствование своих возможностей в области проектной деятельности и познания процесса изменения величин;
- воспитание чувства гордости за науку.

Задачи проекта:

- развитие интереса к исследовательско-познавательной деятельности, популяризация знаний;
- раскрытие творческого потенциала;
- развитие коммуникативных навыков;
- формирование управленческих умений (умения понимать поставленную задачу, понимать последовательность действий для выполнения поставленной задачи, планировать свою работу);
- формирование социального опыта (навыков организации, осуществление сотрудничества в процессе совместной работы, воспитание ответственности за порученное дело).

Методы:

- поисково-исследовательский метод с использованием научной и учебной литературы, а также поиск необходимой информации в Интернет-ресурсах;
- анализ данных, полученных в ходе исследования.

Вспомним определение и свойства приведённого квадратного трёхчлена:

- приведённый квадратный трёхчлен:

$$P(x) = x^2 + px + q,$$

где x — переменная, p и q — некоторые числа;

- разложим квадратный трёхчлен на множители: $x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)$, *где* x_1, x_2 — корни приведённого квадратного трёхчлена.

<u>Задание 1.</u> *Составить квадратный трёхчлен по его корням $x_1 = 3$; $x_2 = 5$.*

Решение.

На основании свойства приведённого квадратного трёхчлена, имеем:

$x_1 = 3$; $x_2 = 5$, то $(x — 3)(x — 5) = x^2 — 8x + 15$.

***Ответ:* $x^2 — 8x + 15$.**

Задание 2. Решить уравнение

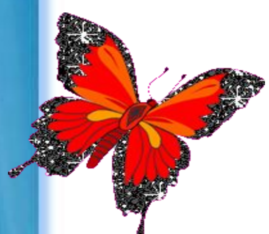
$$x^2 - 5x + 6 = 0.$$

Решение.

$x^2 - 5x + 6 = 0$, $x_1 = 2$; $x_2 = 3$,

так как $-(x_1 + x_2) = -5$, $x_1 \cdot x_2 = 6$.

Ответ: $x_1 = 2$; $x_2 = 3$.



«Справедливы ли эти свойства для произвольного многочлена n-й степени?»

- Если $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ — корни приведённого многочлена $P(x)$ степени n, то $P(x) = (x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_n)$.

<u>Задание 3.</u> *Составить приведённый многочлен P(x) 3-й степени,*

если $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = —1$.

Решение.

Так как $P(x) = (x — x_1)(x — x_2)\ldots(x — x_n)$,
где $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ — корни приведённого многочлена $P(x)$ степени n,
то $P(x) = (x — 1)(x — 2)(x + 1)$.

Произведя раскрытие скобок, имеем:

$$P(x) = x^3 — 2x^2 — x + 2.$$

Ответ: $x^3 — 2x^2 — x + 2$.

Задание 4. *Составить приведённый многочлен Р(х) 4-й степени, если*

$$x_1 = x_2 = \sqrt{2},\ x_3 = x_4 = -\sqrt{2}.$$

Решение.

Так как $P(x) = (x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_n)$,
где $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ *— корни приведённого многочлена* $P(x)$ *степени* n, *то*

$P(x) = (x - \sqrt{2})(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$.

Используя формулу сокращённого умножения

$a^2 - в^2 = (a - в)(a + в)$, *имеем:*

$$P(x) = (x^2 - 2)^2,\ P(x) = x^4 - 4x^2 + 4.$$

Ответ: $\boldsymbol{x^4 - 4x^2 + 4.}$

Вывод соотношений между корнями и коэффициентами приведённого многочлена третьей и четвёртой степеней.

- Если многочлен $x^3 + px^2 + qx + r$ имеет корни x_1, x_2, x_3, то верны равенства: $p = -(x_1 + x_2 + x_3)$, $q = x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3$, $r = -x_1\,x_2\,x_3$.
- Если многочлен $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s$ имеет корни x_1, x_2, x_3, x_4, то верны равенства:

  $p = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$,

  $q = x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3\,x_4$,

  $r = -(x\,x\,x + x\,x\,x + x\,x\,x)$, $s = x\,x\,x$

Задание 5. *Числа x_1, x_2, x_3 — корни многочлена $D(x) = 3x^3 + 5x^2 + x + 4$.*

Определить: 1) $x_1 + x_2 + x_3$; 2) $x_1 x_2 x_3$; 3) $1/x_1 + 1/x_2 + 1/x_3$.

Решение.

Так как $D(x) = 3x^3 + 5x^2 + x + 4$, то $P(x) = x^3 + 5/3 \bullet x^2 + 1/3 \bullet x + 4/3$,

где x_1, x_2, x_3 — корни приведённого многочлена $P(x)$ степени 3-й.

$x_1 + x_2 + x_3 = — p$, то 1) $x_1 + x_2 + x_3 = — 5/3$.

Используя $r = — x_1 x_2 x_3$, имеем: 2) $x_1 x_2 x_3 =$

$— 4/3$.

3) Преобразуем: $1/x_1 + 1/x_2 + 1/x_3 =$

$x_2 x_3 : (x_1 x_2 x_3) + x_1 x_3 : (x_1 x_2 x_3) + x_1 x_2 : (x_1 x_2 x_3) = (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3) : (x_1 x_2 x_3) =$

$1/3 : (— 4/3) = — 1/4$.

Ответ: — 5/3; — 4/3; — 1/4.

Задание 6. Решить уравнение

$$x^3 — 5x^2 — x + 21 = 0.$$

Решение.

$$x^3 — 5x^2 — x + 21 = 0,$$

Так как $x_1 + x_2 + x_3 = 5$; $x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = —1$;

$x_1 x_2 x_3 = — 21.$

Решая систему из трёх уравнений с тремя неизвестными, отыскиваем корни данного

Результаты работы:

апробация созданного проекта на:

- внеурочной деятельности школьников профильных групп;
- элективных занятиях;
- на заседании МО учителей математики, физики, информатики и ИКТ.

Участие в международной научно-практической конференции «Современные направления теоретических и прикладных исследований 2015».

Вывод:

Отметим, что рассмотренный метод позволяет быстро определять корни приведённых уравнений n-й степени и уравнений общего вида n-й степени, производить разложение многочленов n-й степени на линейные множители.

Доступность, логичность материала может быть использована для подготовки к различным типам исследований качества знаний учащихся.

Литература:

- Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни / под ред. А. Б. Жижченко.– 3-е изд. – М. : Просвещение, 2010. – 368 с.
- Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учебное пособие для студентов. – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.

Спасибо за внимание!