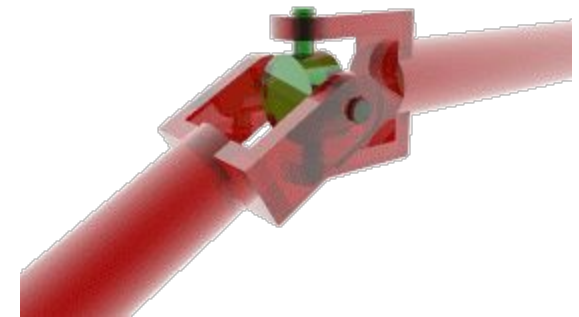
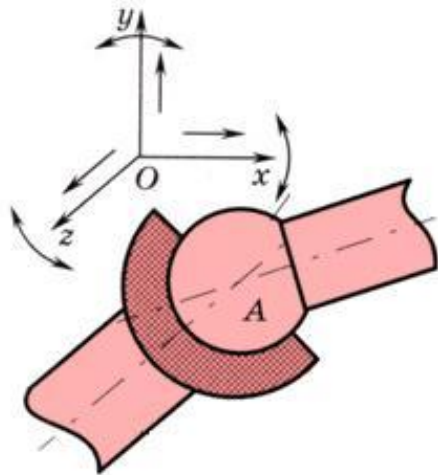


# Динамика механизмов и машин



## ● Цели динамического анализа:

- определение внешних сил, действующих на звенья механизма;
- определение усилий возникающих в кинематических парах;
- определение уравнений движения механизмов и машин.

## ● При этом решаются следующие задачи:

- изучение влияния сил, действующих на звенья механизма, на элементы звеньев, на кинематические пары и неподвижные опоры;
- изучение режима движения под действием заданных сил и установление способов, обеспечивающих заданные режимы движения механизмов.

Первая задача носит название **силового анализа механизмов**.

Вторая – **динамики механизмов**.

## 5 Силы, действующие на звенья механизмов.

### 5.1 Движущие силы и силы технологического сопротивления

В работающем механизме на его звенья действуют *внешние и внутренние силы.*

Под внутренними силами понимают реакции связей, возникающие в кинематических парах.

Все остальные силы и моменты сил относят к системе внешних сил.

В зависимости от источника внешнего силового воздействия на звенья механизма рассматривают:

# **движущие силы**

и

## **силы технологического сопротивления.**

Движущие силы и моменты сил возникают при взаимодействии входных звеньев механизма со звеньями двигателей, в которых происходит преобразование какого-либо вида энергии в кинетическую энергию движения.

*Закон изменения движущей силы  $F$  или движущего момента  $T$  определяется типом двигателя как функция скорости движения выходного звена двигателя, соединяемого с входным звеном механизма:*

$$F = f(s),$$

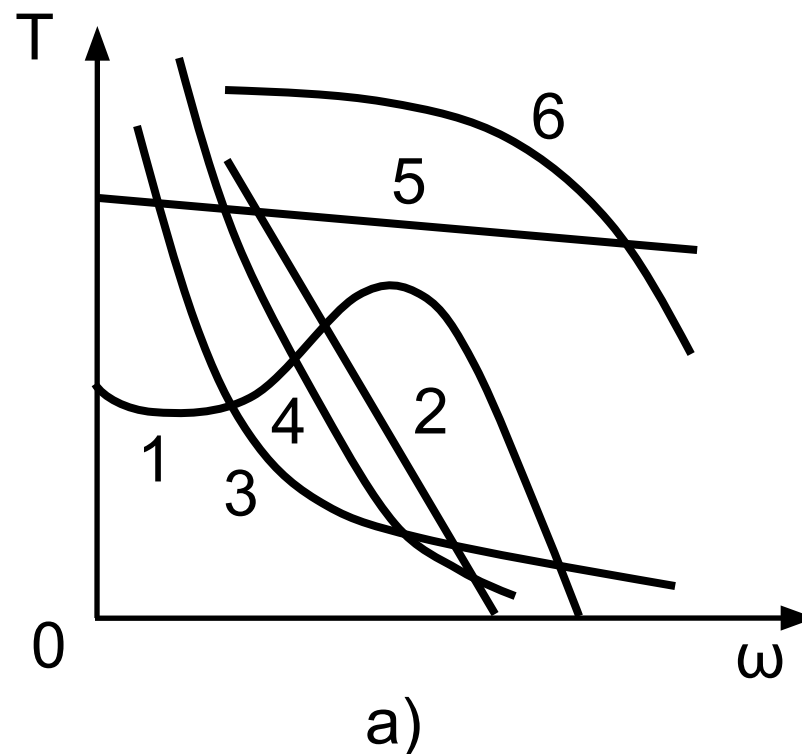
*или*

$$T = f(\omega).$$

Эта функция называется

***механической характеристикой двигателя.***

Механические характеристики двигателей – обычно  $T(\omega)$  – являются их паспортными характеристиками и представляются функционально или графически, в виде кривых, соответствующих разным уровням потребляемой энергии.



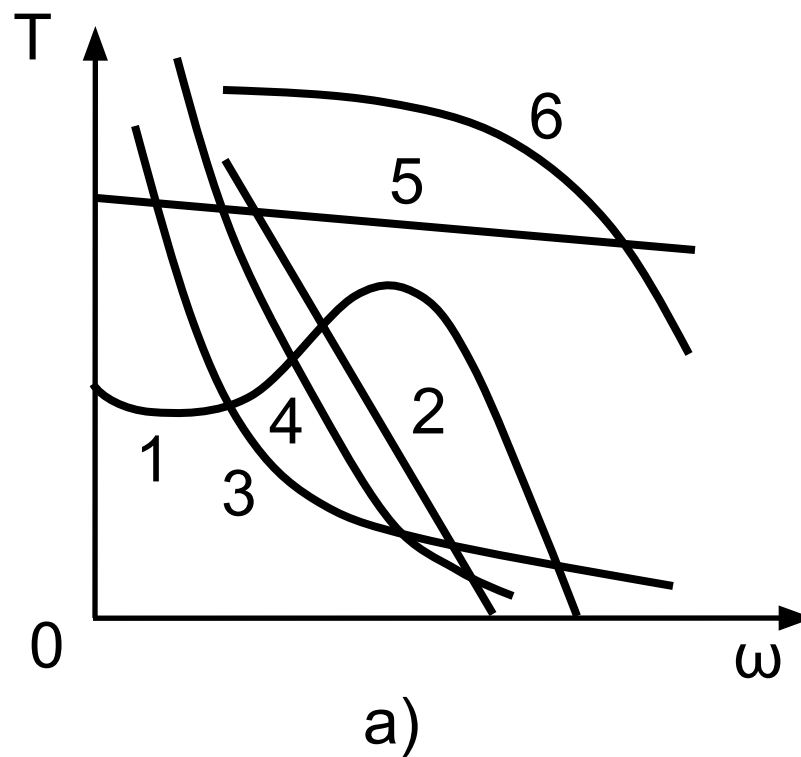


Рисунок 5.1а – Типовые механические характеристики различных двигателей

- 1 – асинхронного электродвигателя;
- 2,3 – электродвигателей постоянного тока соответственно с параллельным и последовательным возбуждением;
- 4 – пружинного механического двигателя; 5 – паровой машины;
- 6 – двигателя внутреннего сгорания.

## Силы и моменты сил технологического сопротивления

возникают как результат взаимодействия выходных звеньев рассматриваемого механизма со звеньями исполнительных механизмов, выполняющих технологические операции по переработке либо транспортировке обрабатываемого изделия.

В этих случаях происходит преобразование кинетической энергии движения выходного звена в какой-либо вид энергии, в зависимости от вида исполнительного механизма.

Например, в компрессорных машинах она преобразуется в потенциальную энергию сжимаемого газа; в различных станках – в тепловую энергию при изменении формы обрабатываемой детали и т. п.

Принято считать, что работа сил технологического сопротивления выходных звеньев имеет противоположный знак относительно работы движущих сил входных звеньев механизмов.

Силы и моменты сил технологического сопротивления, так же как и движущие силы и моменты, зависят от кинематических параметров, что и выражается обычно

***механической характеристикой исполнительного механизма***

*т.е. зависимостью сил или моментов сил технологического сопротивления от скорости рабочего звена:*

$$F = f(s),$$

*или*

$$T = f(\omega)$$



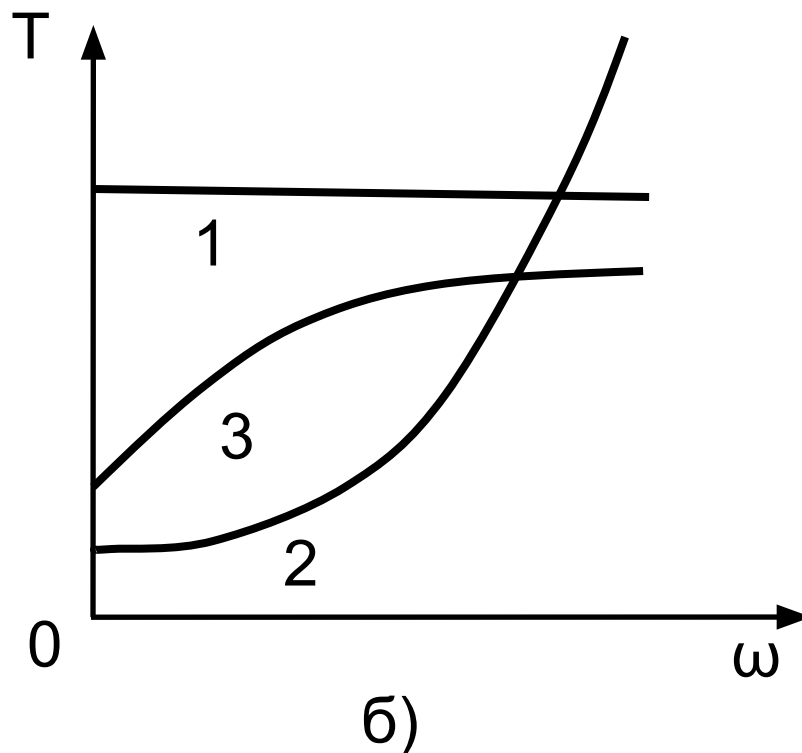
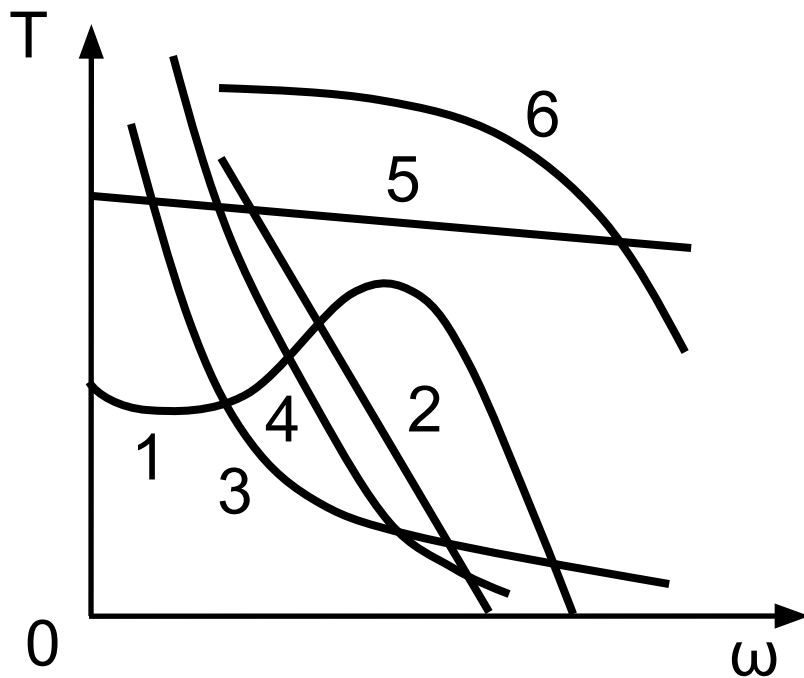
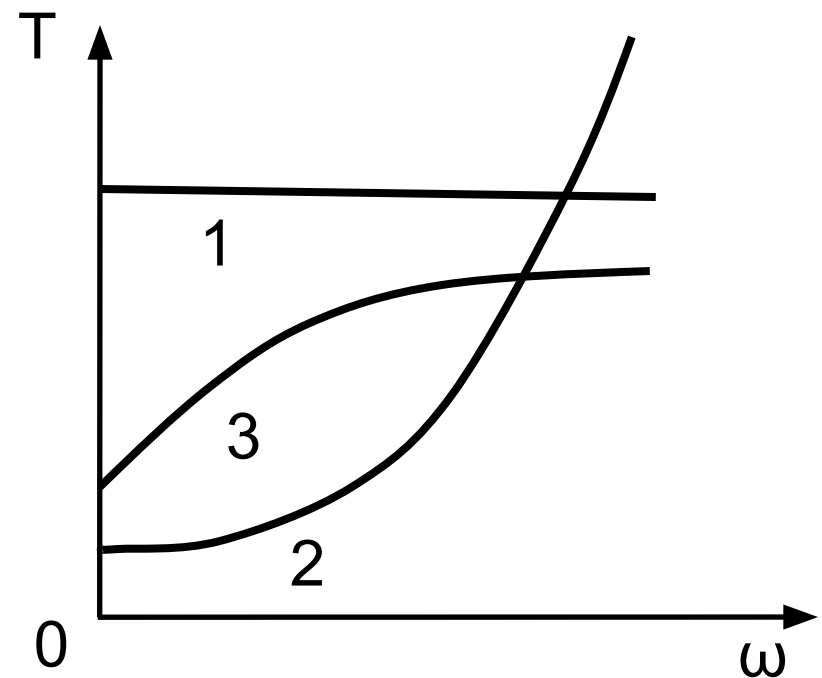


Рисунок 5.16 – Типовые механические характеристики различных машин

- 1 – грузоподъёмной машины;
- 2 – центробежного насоса;
- 3 – бетономешалки.



а)



б)

Рисунок 5.1в – Типовые механические характеристики различных двигателей (а), и машин (б)

При сравнении механических характеристик можно заметить, что характеристики двигателей, как правило являются нисходящими, а характеристики машин – восходящими.

## 5.2 Силы инерции звеньев

Так как звенья реальных механизмов имеют массы, то при изменении их положений и скоростей возникают силы инерции.

В различных механизмах влияние сил инерции на нагрузки звеньев различно.

В высокоскоростных механизмах – например, в двигателях внутреннего сгорания, компрессорах и др. – их влияние очень велико.

Учет сил инерции при силовых расчетах требует знания истинных законов движения звеньев.

Однако их можно определить только после установления размеров звеньев, их геометрической формы, в том числе размеров и форм поперечных сечений.

Это, в свою очередь, требует учёта реальной схемы нагружения звеньев, что невозможно без знания сил инерции и их моментов.

Поэтому практические инженерные силовые расчёты механизмов проводят в два этапа.

Первоначально расчёт выполняют, учитывая действие сил инерции звеньев для конкретных положений входного звена механизма. В этом случае выполняют

### ***кинестатический расчёт***

при котором определяют реакции в кинематических парах в соответствии с *принципом Даламбера*:

*механическая система условно считается находящейся в равновесии, если к системе внешних сил добавлены силы инерции и их моменты.*

Это позволяет определить реакции в кинематических парах механизма, используя уравнения статики теоретической механики.

Следует, однако, помнить, что звенья реального механизма находятся в движении, и, следовательно, в действительности никакого равновесия нет.

Поэтому применение принципа Даламбера следует рассматривать только как расчётный приём.

После определения реакций в кинематических парах выполняют прочностные расчёты, проектируют детали и элементы кинематических пар, определяя их формы и размеры.

Это позволяет решить уравнение движения звеньев с целью установления истинного закона движения. После этого – при необходимости – выполняют повторный силовой расчёт с уточнёнными значениями сил и моментов сил инерции.

Для звена, совершающего неравномерное плоско-параллельное движение (рисунок 5.2), система его внешних сил приводится к главному вектору  $F_u$  и главному моменту  $M_u$  сил инерции:

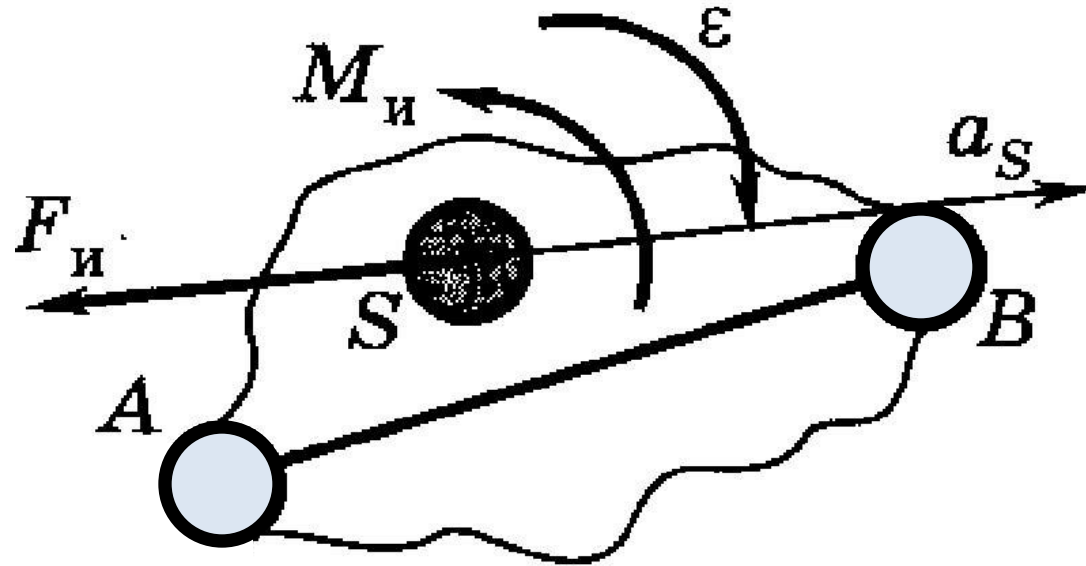


Рисунок 5.2

$$\vec{F}_u = -m\vec{a}_S,$$

$$\vec{M}_u = -I_S \vec{\epsilon}$$

(5.1)

В формулах 5.1:

$m$  – масса звена,

$F_{И}$  – сила инерции, приложенная к центру масс  $S$ ,

$I_s$  – момент инерции относительно центра масс; знаки минус в формулах показывают, что сила инерции направлена противоположно вектору ускорения центра масс  $a_s$ , а момент силы инерции – противоположно угловому ускорению звена  $\varepsilon$ .

Если звено движется поступательно, то  $\varepsilon = 0$ ,  $M_{И} = 0$  и силы инерции приводятся только к главному вектору сил инерции  $F_{И}$ .

Если звено вращается вокруг точки, совпадающей с центром масс  $S$ , то силы инерции приводятся только к главному моменту сил инерции  $M_{И}$ .

## 5.3 Силы трения

### 5.3.1 Силы трения скольжения

В элементах кинематических пар при относительных перемещениях звеньев возникают силы непроизводительного сопротивления, препятствующие движению –

***силы трения скольжения.***

При определении сил трения в технических системах в дополнение ко всем факторам, определяющим общую физическую картину этого процесса, учитывают:

влияние смазки,

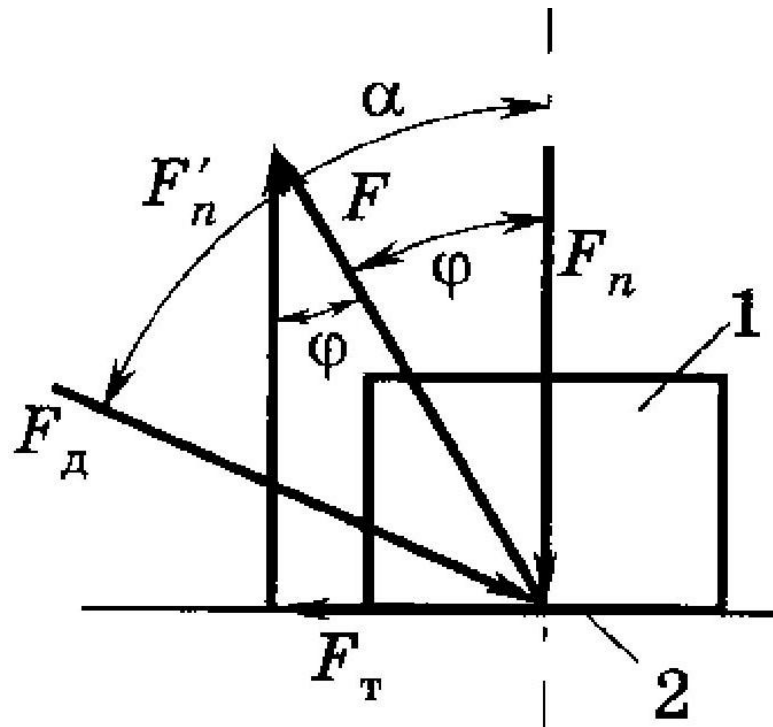
состояние трущихся поверхностей,

конструкцию элементов кинематических пар.



В ходе силовых расчётов силы трения обычно учитывают на втором этапе, когда выясняются размеры элементов кинематических пар.

В практических инженерных расчетах сила трения скольжения  $F_T$  определяется через **коэффициент трения скольжения**  $f$  и величину нормальной силы  $F_n$ , действующей на поверхность трения :



$$F_T = fF_N \quad (5.2)$$

Рисунок 5.3

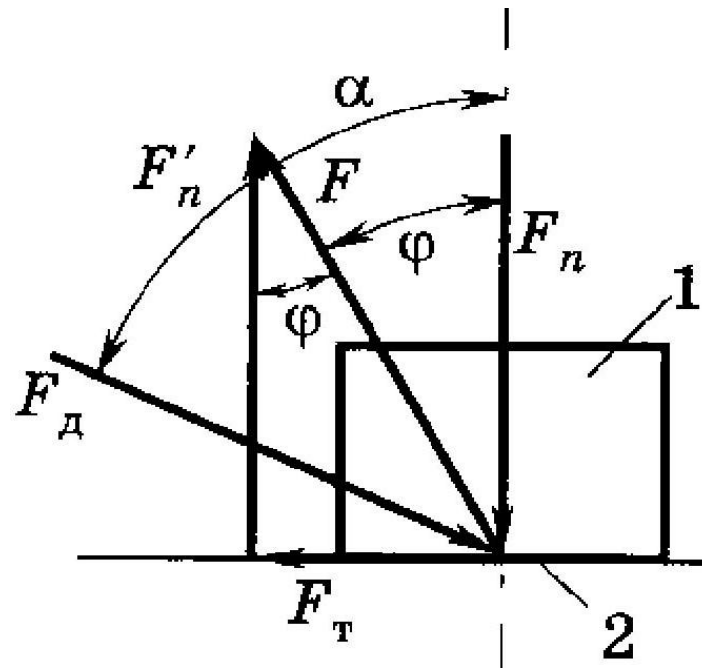
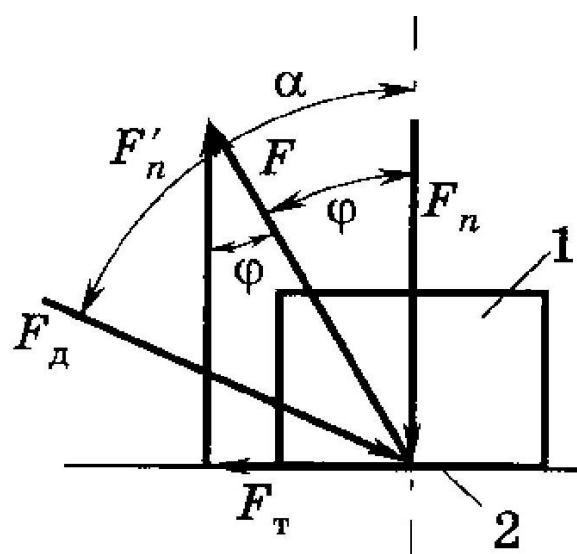


Рисунок 5.3 иллюстрирует следующую связь коэффициента трения с действующими силами:

$$f = \frac{F_T}{F_N} = \operatorname{tg} \varphi \quad (5.3)$$



Угол  $\varphi$  называют **углом трения**.

Величина коэффициента  $f$  определяется экспериментально для различных сочетаний материалов трущихся поверхностей, условий их обработки и смазывания.

Затем из зависимости (5.3) определяется сила трения скольжения, препятствующая относительному перемещению звеньев.

Так, если на звено 1 действует движущая сила  $F_D$ , приложенная под углом  $\alpha$  к нормали, то, выразив  $F_N$  через  $F_D$ , получим условие начала движения:

$$F_D f = F \sin \alpha$$

Отсюда следует, что движение возможно при условии, что:

$$\alpha \geq \varphi \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} \alpha \geq f.$$

Следовательно, элементы поступательной пары должны быть так спроектированы, чтобы угол приложения движущей силы был бы больше угла трения.

В справочной литературе по машиностроению часто различают коэффициенты трения покоя  $f_{\text{п}}$  и трения движения  $f_{\text{д}}$ .

Для материалов общемашиностроительного применения диапазоны их изменения без учета смазывания примерно таковы:  $f_{\text{п}} = 0,1 \dots 0,4$ ;  $f_{\text{д}} = 0,05 \dots 0,2$ . Меньшие (левые) границы этих диапазонов относятся к цветным металлам и их сплавам.

## 5.4 Силы трения качения

При действии сил в элементах высших кинематических пар возникает явление сопротивления перекатыванию звеньев, которое называют *трением качения*.

Природа этого явления совершенно другая, чем у трения скольжения, но такое название сложилось исторически. Сущность его заключается в следующем.

Если звенья высшей кинематической пары находятся в состоянии покоя, то внешняя сила  $F$  и реакция  $F_n = -F$  направлены вдоль одной линии и уравновешены, а зона деформирования и распределение усилий в ней симметрична относительно этой линии (рис. 5.4, а).

При перекатывании звена 1 по звену 2 под действием силы  $F_d$  зона деформирования становится несимметричной, и реакция  $F_n$  смещается в направлении качения на расстояние  $k$ , отчего создается момент сопротивления качению:

$$M_T = k \cdot F_n \quad (5.4)$$

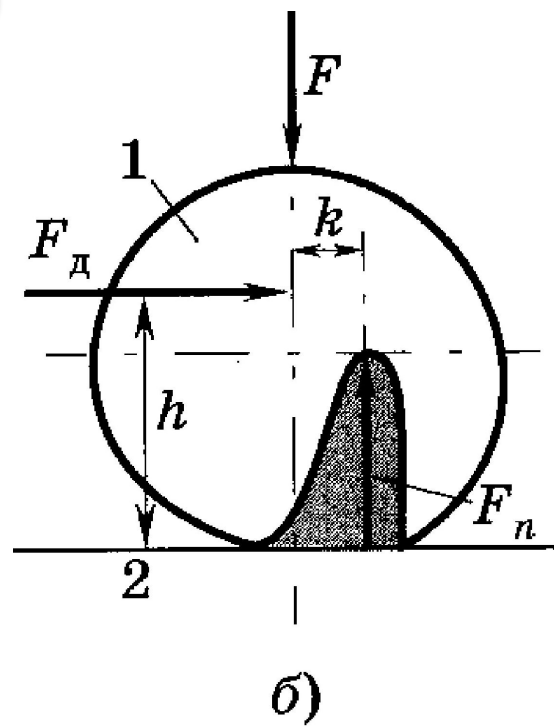
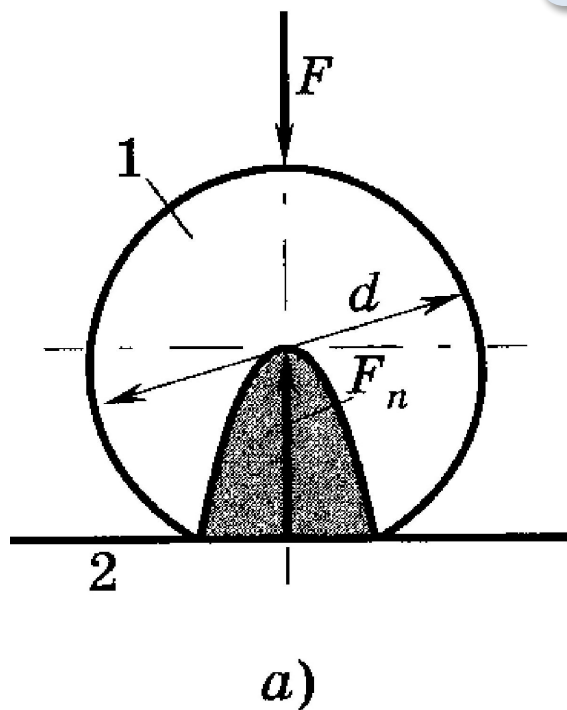


Рисунок 5.4

Величина  $k$  называется

**коэффициентом трения качения.**

Он имеет размерность длины. В зависимости от сочетания материалов высшей кинематической пары и состояния их поверхностей значения  $k$  могут меняться в широких пределах.

Например, для стальных деталей ориентировочно  $k = 0,01 \dots 0,05$  мм.

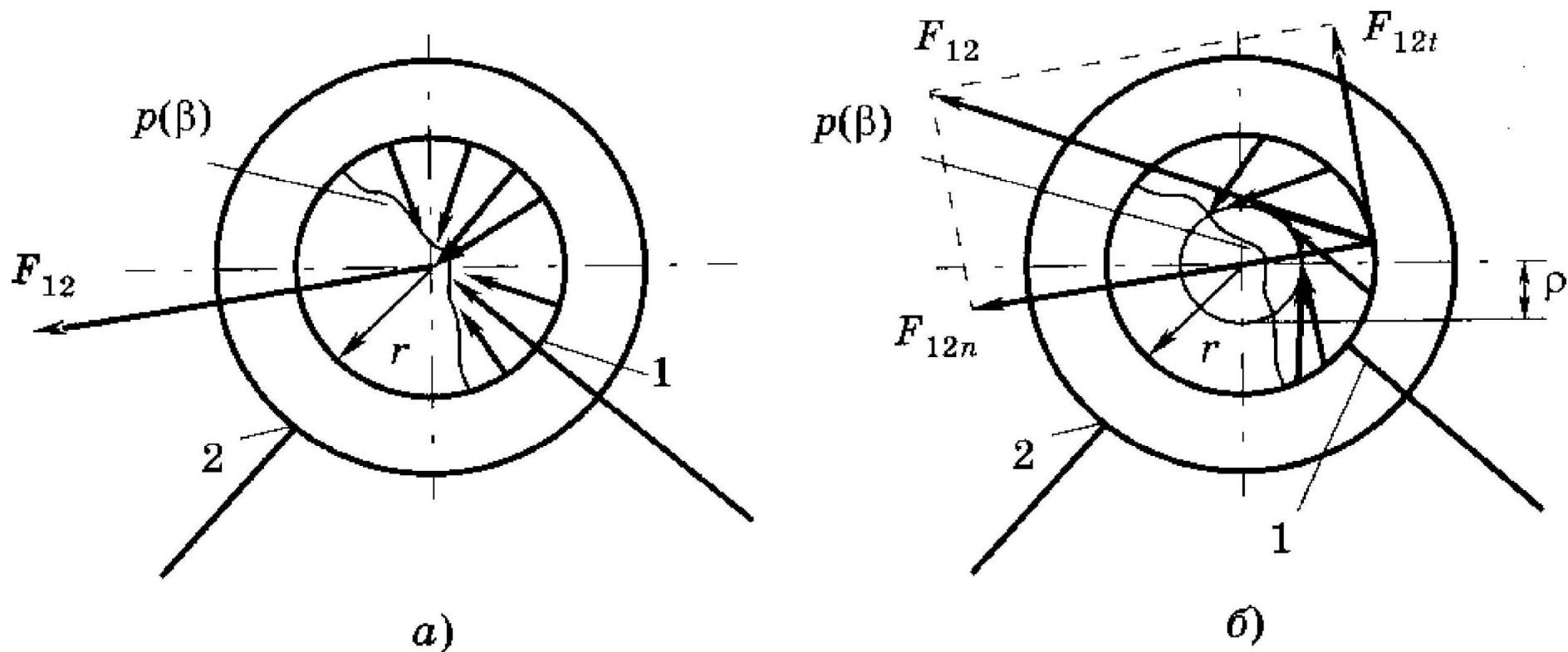
В зоне контакта двух звеньев возникает и сила трения скольжения  $F_T$ . Её предельное значение равно  $F_T = f \cdot F = F_D$ . Качение будет иметь место при равенстве величин моментов:

$$F_D \cdot h = k \cdot F_n = f \cdot F \cdot h.$$

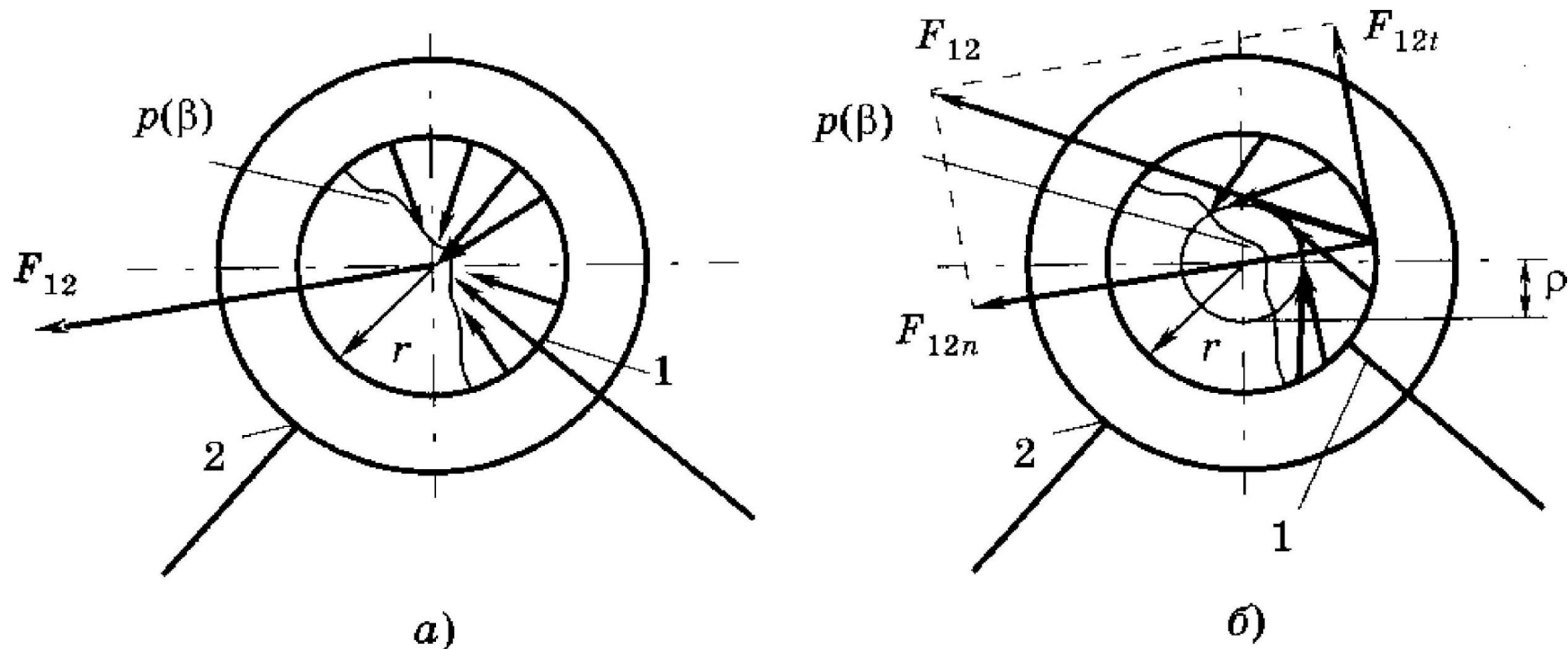
Тогда при  $f > k/h$  возможно равномерное качение, а при  $f < k/h$  звенья будут скользить.

## 5.5 Реакции в кинематических парах

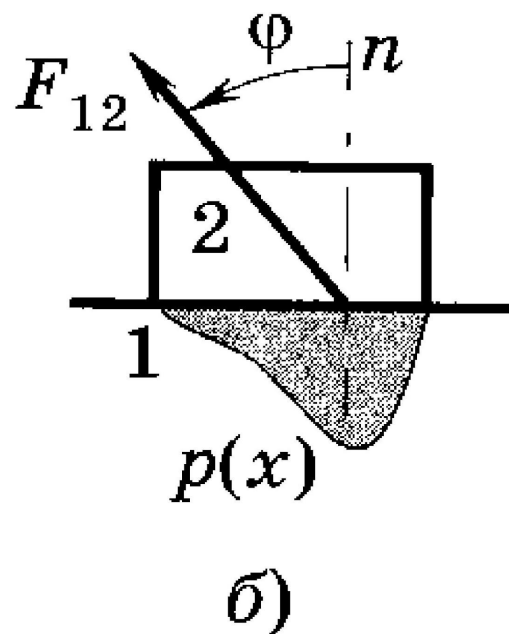
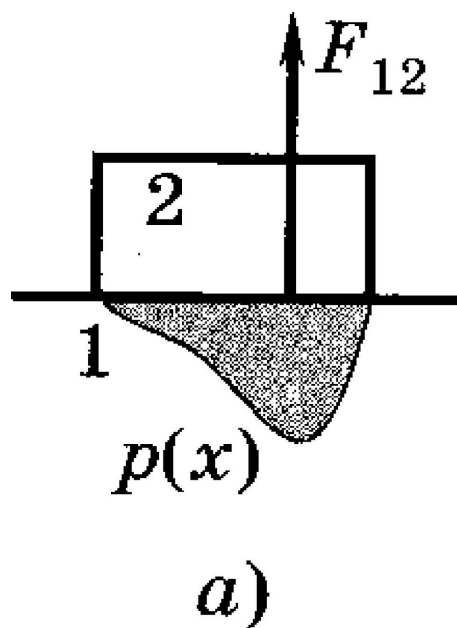
Реакции в кинематических парах возникают как результат силового взаимодействия звеньев. Во вращательной кинематической паре усилия распределяются по цилиндрическим поверхностям элементов.



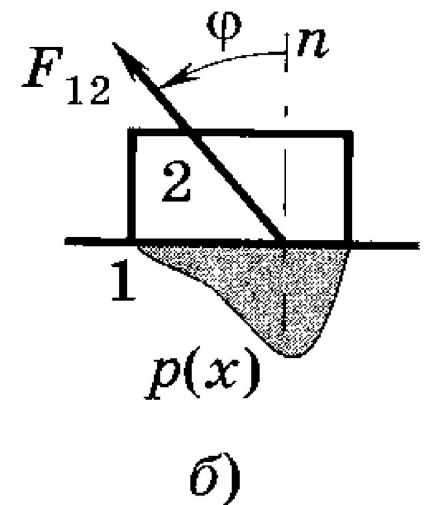
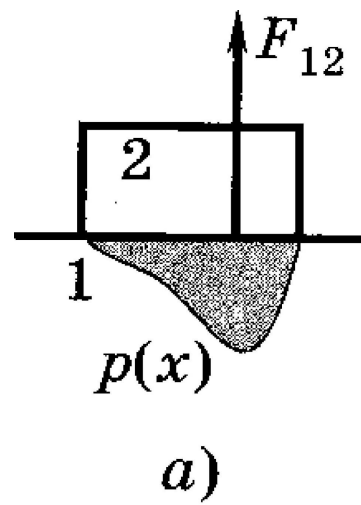
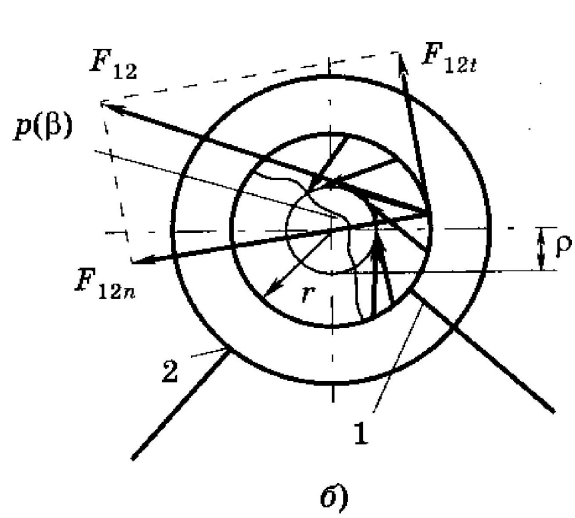




Если потери на трение малы, равнодействующая распределённой по поверхности силы реакции пройдёт через центр шарнира, так как на любом бесконечно малом участке поверхности элементарная сила будет направлена только по нормали к поверхности, то есть по её радиусу. Если же силы трения достаточно велики, то равнодействующая распределённой по поверхности силы реакции отклонится от радиуса так, что будет касаться окружности трения с радиусом  $\rho = f \cdot r$ .



В плоской поступательной кинематической паре усилие взаимодействия звеньев распределяется по длине элементов с удельным давлением  $p(x)$ . Реакция  $F_{12}$  будет направлена либо по нормали к направляющей кинематической пары – если потери на трение малы, либо под углом трения  $\varphi$  к ней – если силы трения должны учитываться.



Точка приложения реактивной силы  $F_{12}$  в общем случае неизвестна, так как зависит от вида функции распределения удельных давлений которая, в свою очередь, зависит от систем внешних нагрузок, действующих на звенья 1 и 2.

Из рассмотренных выше расчетных схем следует, что для расчёта реакции в каждой кинематической паре необходимо определять две неизвестных величины. Для вращательной кинематической пары это величина и направляющий угол  $\gamma_{12}$  вектора реактивной силы, для поступательной кинематической пары – величина и координата  $h_{12}$  точки приложения реактивной силы.

При рассмотрении условий равновесия плоского тела в общем случае можно составить три уравнения.

Следовательно, если кинематическая цепь механизма включает  $n$  звеньев, то для них можно составить  $3n$  уравнений равновесия.

В кинематических цепях шарнирных механизмов  $n$  звеньев соединяются числом кинематических пар, равным  $p_5$ .

Количество неизвестных при определении реакций, следовательно, будет  $2p_5$ .

Тогда, чтобы уравнения равновесия имели определенные решения, необходимо соблюдение равенства:

$$3n = 2p_5,$$

или

$$p_5 = \frac{3n}{2}$$

(5.5)

$$3n = 2p_5,$$

или

$$p_5 = \frac{3n}{2}$$

Выражения (5.5) являются условием существования структурной группы. Следовательно, можно сделать вывод, что структурные группы являются статически определимыми системами.

Тогда, применяя принцип Даламбера, для определения реакций в кинематических парах можно использовать уравнения статики.

Без определения реакций в кинематических парах структурных групп нельзя определить системы нагрузок, действующих на звенья, составить расчётные схемы для звеньев и начать их проектирование и проверку прочности деталей.