КРУЧЕНИЕ

К Р У Ч Е Н И Е

Примеры механизмов, воспринимающих крутящие моменты

Распространенным примером являются трансмиссии

Трансмиссия – (transmissio — передача, переход) - устройство для передачи механической энергии от двигателя к исполнительным органам машины либо к другим рабочим машинам (станкам, мельницам и т.п.).

Передача вращения от трансмиссионного вала к рабочим машинам обычно производится приводными ремнями (контрпривод).

В современной технике под Т. понимается вся совокупность передаточных устройств от вала двигателя до рабочих органов машины, на которой он установлен.

Так, в автомобиле или тракторе в состав механической Т. входят *Силовая передача**Силовая передача,* *Сцепление**Силовая передача, Сцепление,* *Карданная передача**Силовая передача, Сцепление, Карданная передача,* *Дифференциальный механизм* и др. устройства.

К Р У Ч Е Н И Е

Брусья, передающие крутящий момент называются *валами* или *осями*.

Внешние скручивающие моменты, как правило, передаются на вал в местах посадки на него шкивов, зубчатых колес.

В большинстве случаев бывают заданы мощность, передаваемая валом, и число оборотов, величины скручивающих моментов определяются исходя из этих данных.

$$T^e = 9550\frac{N}{n} \qquad N = T^e\omega \qquad \omega = \frac{\pi n}{30}$$

T^e- внешний крутящий момент; N – мощность в кВт; n – число оборотов в минуту.

По величине приложенных внешних крутящих моментов T^e методом сечений определяются внутренние крутящие моменты T

По величине приложенных внешних крутящих моментов T^e методом сечений определяются внутренние крутящие моменты T

Определение напряжений и деформаций при кручении

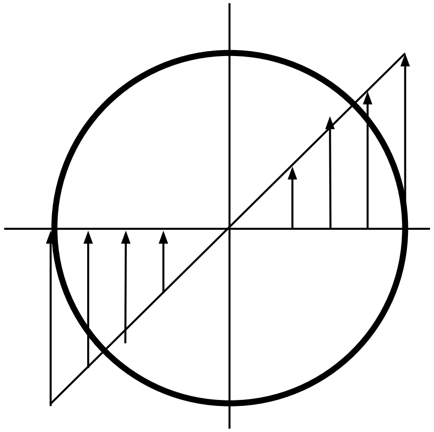
$$\boxed{\tau_\rho = \frac{T}{I_p}\rho}$$

Определение напряжений и деформаций при кручении

Максимальные касательные напряжения будут при

$$\rho = r$$

$$\tau_{\max} = \frac{T}{I_p} r$$



Определение напряжений и деформаций при кручении

Введем понятие ***момента сопротивления*** – это отношение момента инерции к расстоянию до наиболее удаленной точки сечении

$$\boxed{W_p = \frac{I_p}{r}}$$

Тогда

$$\boxed{\tau_{\max} = \frac{T}{W_p}}$$

Полный угол закручивания на длине l

$$\boxed{\varphi = \frac{Tl}{I_p G}}$$

К Р У Ч Е Н И Е

Расчет валов на прочность и жесткость

Условие прочности при кручении

$$\boxed{\tau_{\max} = \frac{T}{W_p} \le \tau_{\mathrm{adm}}}$$

Условие жесткости при кручении

$$\boxed{\varphi_{\text{мах}} = \frac{Tl}{I_p G} \le \varphi_{\mathrm{adm}}}$$

Расчет валов на прочность и жесткость

Полярный момент инерции круга

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

Момент сопротивления

$$W_p = \frac{I_p 2}{d} = \frac{\pi d^4 2}{32d} = \frac{\pi d^3}{16}$$

Исходя из условия прочности и формул для моментов, можно рассчитать вал на прочность и жесткость.

Расчет валов на прочность и жесткость

После подстановки получим

диаметр из условия прочности

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_{adm}}}$$

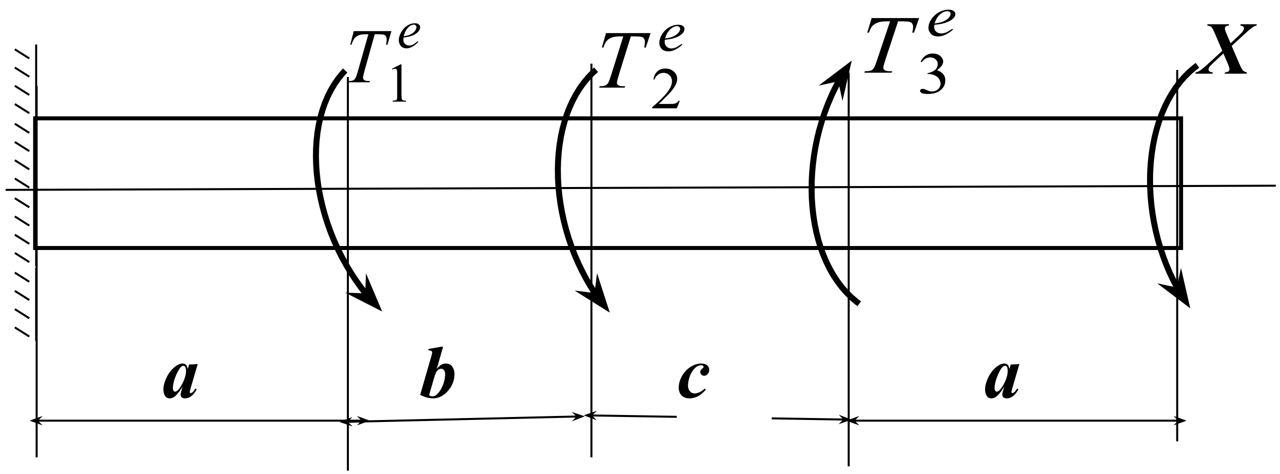
и из условия жесткости

$$d = \sqrt[4]{\frac{32Tl}{\pi G \varphi_{adm}}}$$

Кручение. Пример решения задачи

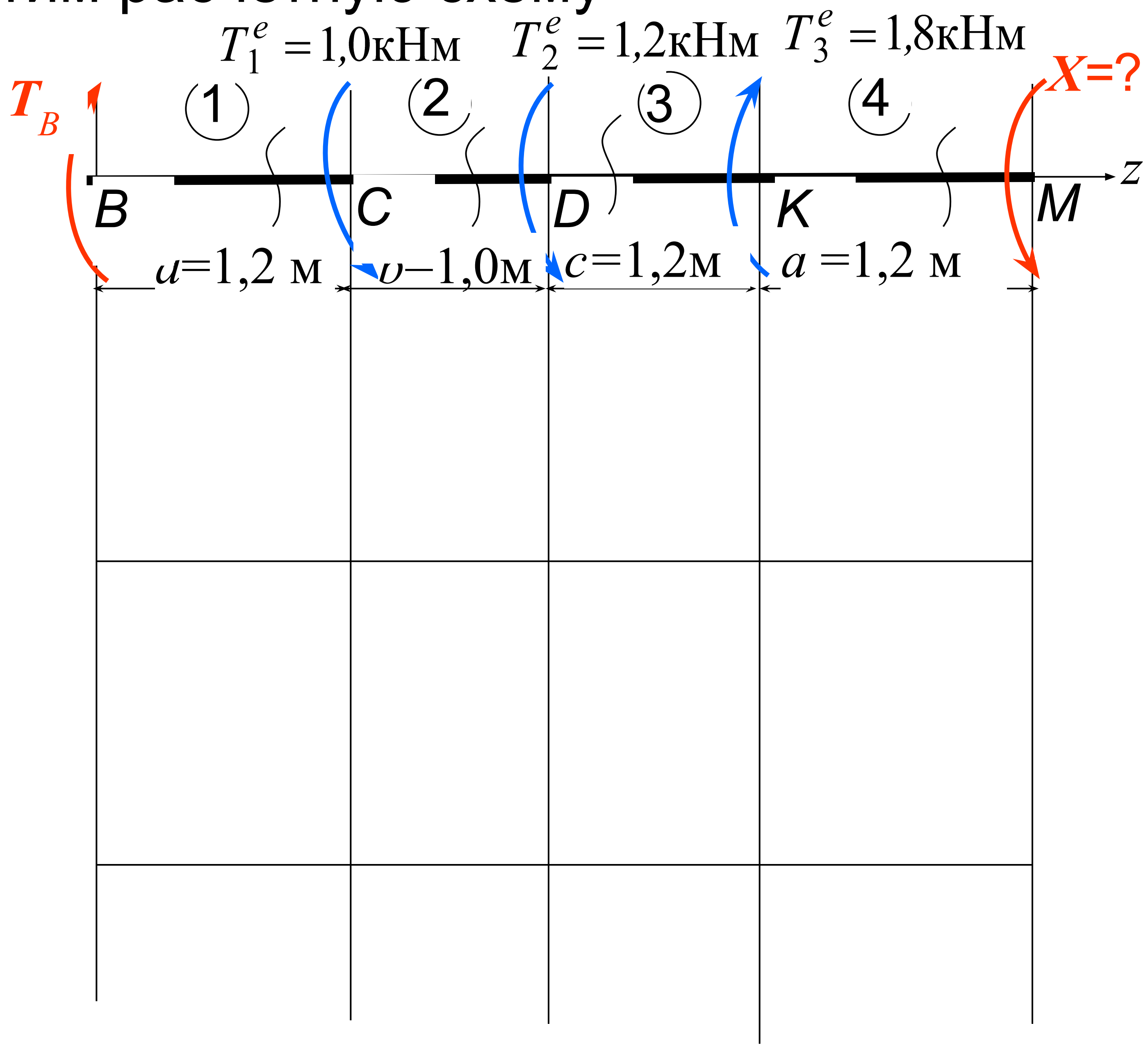
<u>Задание 2.</u> К стальному валу приложены три известных момента $\boldsymbol{T}_1$, $\boldsymbol{T}_2$, $\boldsymbol{T}_3$.

1. Определить величину момента ***X***, если угол закручивания правого торцевого сечения вала равен нулю.
2. Построить эпюру крутящих моментов.
3. При заданном значении τ_{adm} определить диаметр вала из расчета <u>на прочность</u> и округлить его значение до ближайшего равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80,90, 100 мм.
4. Построить эпюру углов закручивания, найти наибольший относительный угол закручивания и проверить вал на жесткость при $\boldsymbol{\varphi}_{adm}$ = 1,5 град/м. $\boldsymbol{G}=8\cdot10^4$ МПа



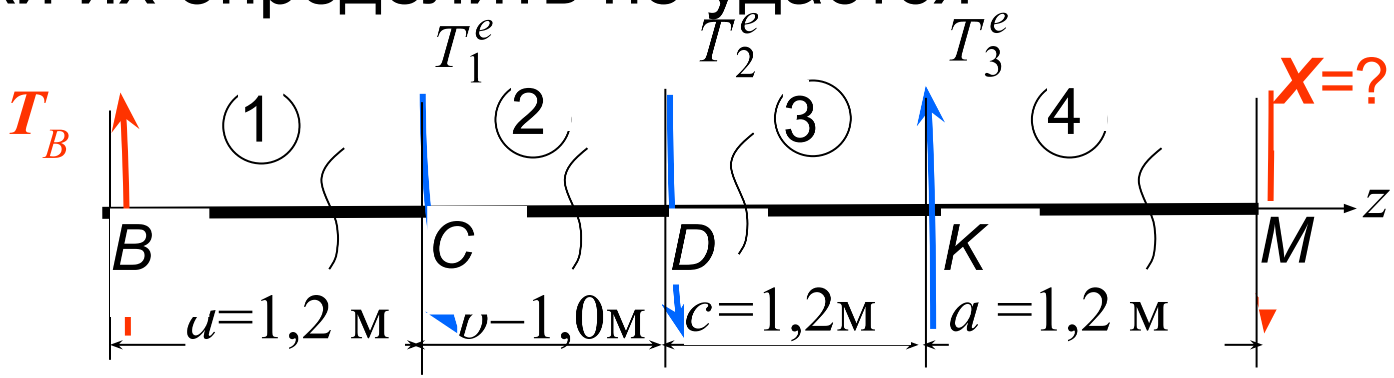
Кручение. Пример решения задачи

Вычертим расчетную схему



Кручение. Пример решения задачи

Как можно видеть по расчетной схеме, в задаче - 2 неизвестных величины: T_B-реактивный момент в заделке, X-определяемый момент, т. е задача статически неопределима, так как из уравнения статики их определить не удастся



$$\Sigma M_z = - X + T_3 - T_2 - T_1 + T_B = 0$$

$$\boxed{T_B = X - T_3 + T_2 + T_1}$$

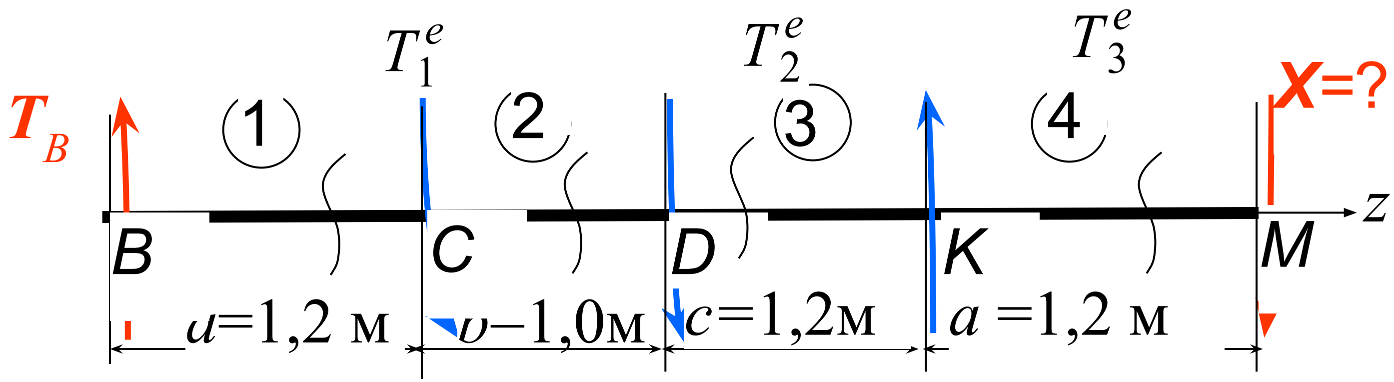
Кручение. Пример решения задачи

В качестве второго уравнения используем условие задачи.

Угол закручивания правого концевого сечения выразим алгебраической суммой взаимных углов закручивания сечений отдельных участков под действием каждого из крутящих моментов в отдельности:

$$\varphi = \frac{Tl}{I_p G}$$

Кручение. Пример решения задачи



Разобьем вал на участки и запишем выражения для внутренних усилий

$$l_1 = a; \qquad T_1 = T_B$$

$$l_2 = b; \qquad T_2 = T_B - T_1^e$$

$$l_3 = c; \qquad T_3 = T_B - T_1^e - T_2^e$$

$$l_4 = a; \qquad T_4 = T_B - T_1^e - T_2^e + T_3^e$$

Кручение. Пример решения задачи

Подставим значение реактивного момента в формулы крутящих моментов:

$$T_1 = X - T_3^e + T_2^e + T_1^e$$

$$T_2 = X - T_3^e + T_2^e$$

$$T_3 = X - T_3^e$$

$$T_4 = X$$

Тогда угол закручивания в сечении *M*

$$\frac{(X - T_3^e + T_2^e + T_1^e)a}{I_p G} + \frac{(X - T_3^e + T_2^e)b}{I_p G} + \frac{(X - T_3^e)c}{I_p G} + \frac{Xa}{I_p G} = 0$$

Кручение. Пример решения задачи

После открытия скобок и преобразования получаем

$$\frac{X(2a+b+c)-T_3^e(a+b+c)+T_2^e(a+b)+T_1^e a}{GI_p}=0$$

$$\boxed{X(2a+b+c)-T_3^e(a+b+c)+T_2^e(a+b)+T_1^e a=0}$$

откуда

$$X=\frac{T_3^e(a+b+c)-T_2^e(a+b)-T_1^e a}{2a+b+c}$$

$$X=\frac{1800(1,2+1+1,2)-1200(1,2+1)-1000\cdot 1,2}{2\cdot 1,2+1+1,2}=496\text{Н}$$

Кручение. Пример решения задачи

Определим значения крутящих моментов

$$T_1 = 496 - 1800 + 1200 + 1000 = 896\text{Н}$$

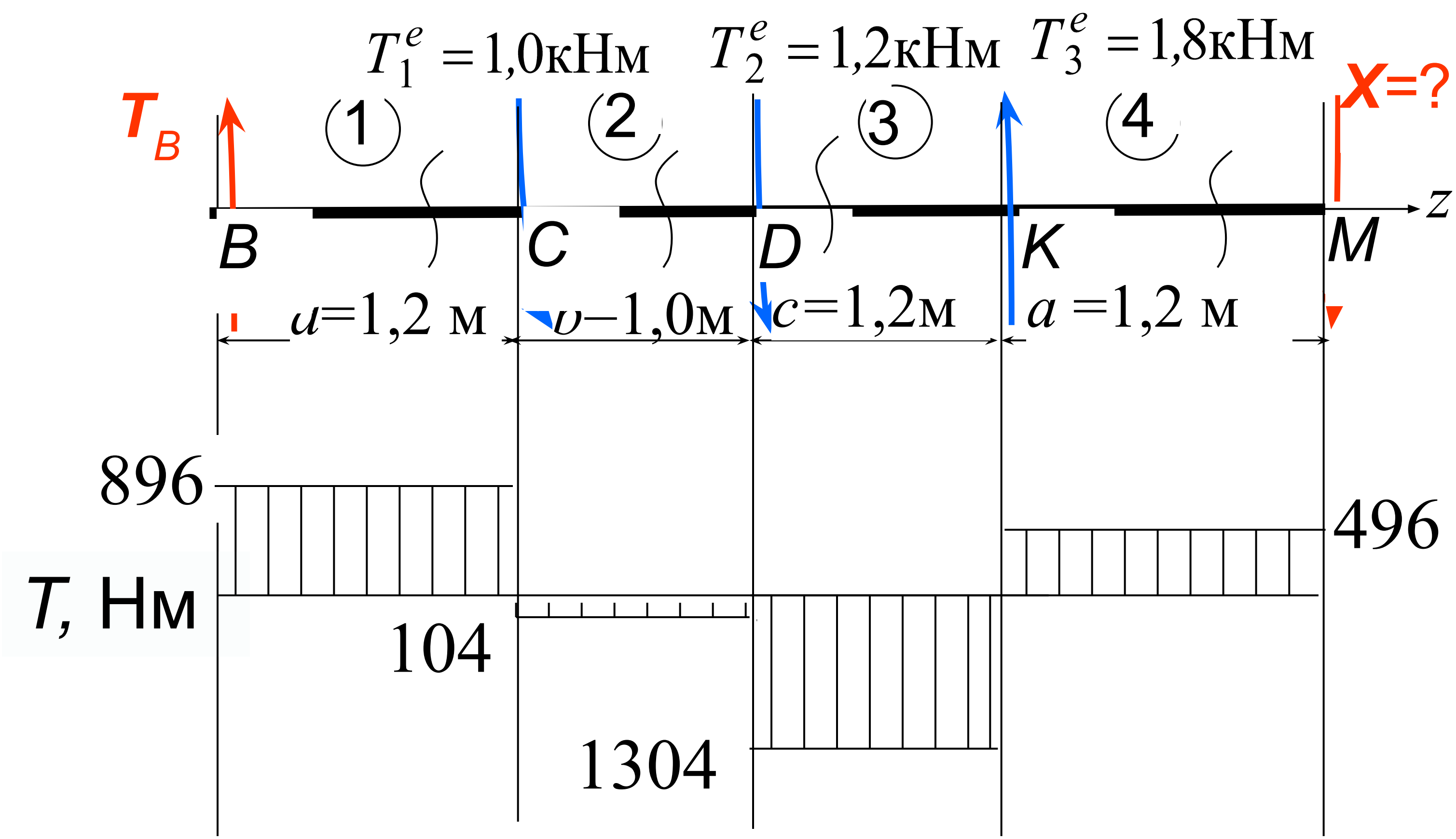
$$T_2 = 496 - 1800 + 1200 = -104\text{Н}$$

$$T_3 = 496 - 1800 = -1304\text{Н}$$

$$T_4 = 496\text{Н}$$

и построим эпюру крутящих моментов

Кручение. Пример решения задачи



Кручение. Пример решения задачи

Определим диаметр из условия прочности

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi\tau_{adm}}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1304}{3,14 \cdot 60 \cdot 10^6}} = 0,048\text{м} = 48\text{мм}$$

Округляем диаметр до 50 мм и определяем углы закручивания на участках, предварительно рассчитав жесткость вала

$$G \cdot I_p = G \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{32} = 8 \cdot 10^{10} \frac{3.14 \cdot 0.05^4}{32} = 49603\text{Нм}^2$$

Кручение. Пример решения задачи

$$\boxed{\varphi = \frac{Tl}{I_p G}}$$

$$\varphi_1 = \frac{896 \cdot 1{,}2}{49063} = 0{,}0219\text{рад} \qquad \varphi_2 = -\frac{104 \cdot 1{,}0}{49063} = -0{,}0021\text{рад}$$

$$\varphi_3 = -\frac{1304 \cdot 1{,}2}{49063} = -0{,}0319\text{рад} \qquad \varphi_4 = \frac{496 \cdot 1{,}2}{49063} = 0{,}0121\text{рад}$$

Определим угловые перемещения в сечениях по длине вала

α_B=0; α_C= α_B+φ_1=0,0219 рад;

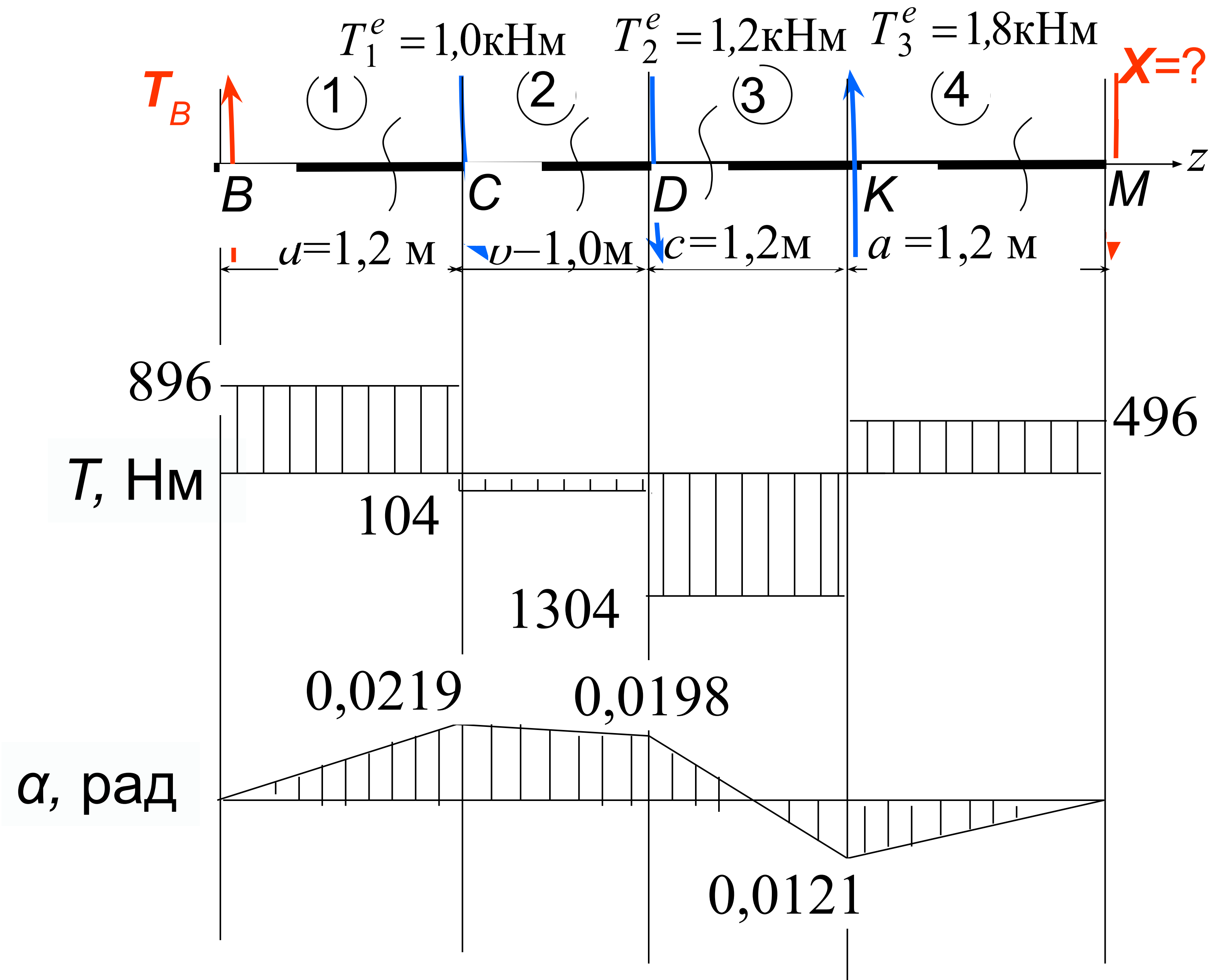
α_D= α_C +φ_2=0,0219-0,0021= 0,0198рад;

α_K= α_D +φ_3=0,0198-0,0319= -0,0121рад;

$\boxed{\alpha_M = \alpha_K + \varphi_4 = -0{,}0121+0{,}0121=0;}$

Строим эпюру углов поворота по длине вала.

Кручение. Пример решения задачи



Кручение. Пример решения задачи

Определим относительный угол закручивания на каждом участке

$$\boxed{\theta_i = \frac{\varphi_i}{l_i}}$$

$$\theta_1 = \frac{0,0219}{1,2} = 0,0182 \text{рад/м}$$

$$\theta_2 = \frac{0,0021}{1,0} = 0,0021 \text{рад/м}$$

$$\theta_3 = \frac{0,0319}{1,2} = 0,0265 \text{рад/м}$$

$$\theta_4 = \frac{0,0121}{1,2} = 0,0100 \text{рад/м}$$

Кручение. Пример решения задачи

Проверим вал по условию жесткости

$$\boxed{\varphi_{\text{мах}} = \frac{Tl}{I_p G} \le \varphi_{adm}}$$

Наибольшим является относительный угол закручивания на 3 участке

Переведем значение из радиан в градусы

$$\theta_3 = 0{,}0265 \cdot \frac{180^{\circ}}{\pi} = 1{,}51^{\circ}\ \text{град/м} > 1{,}5$$

Проверим величину превышения

$$\frac{1{,}51 - 1{,}5}{1{,}5} \cdot 100\% = 0{,}7\%$$

Можно принять диаметр вала 50 мм, т.к.отклонение до 5% считается допустимым