

Лапкина О.А.
МБОУ СОШ №22 г.
Нижний Новгород

Урок в 11 классе

«Функционально-графические методы решения комбинированных уравнений»

Тип урока- урок комплексного применения знаний и способов действий.

Оборудование- проектор, экран, презентация для сопровождения урока.

Учебно-методическое обеспечение- Алгебра и начала анализа 11 класс. В 2 ч. Учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень)/А. Г.Мордкович, П.В. Семенов.-4-е изд., доп.- М.:Мнемозина,2007.

*Метод решения хорош, если с самого начала мы
можем предвидеть – и в последствии
подтвердить это, - что, следуя этому методу,
мы достигнем цели.*

Г. Лейбниц

Цели урока:

Образовательные- обобщить и закрепить навыки применения свойств функций при решении уравнений, систематизировать знания учащихся по теме «Уравнения», создать содержательные и организационные условия для применения учащимися комплекса знаний и способов действий при решении нестандартных уравнений.

Развивающие- развивать логическое мышление, навыки исследовательской деятельности (планирование своей работы, выдвижение гипотез, анализ и обобщение полученных результатов), интерес и инициативу учащихся, повышать их математическую культуру; в процессе повторения ученики должны перейти от одного уровня математической деятельности к следующему, более высокому, сделав для себя открытия в этой теме.

Воспитательные- развивать у учащихся трудолюбие, упорство в достижении поставленной цели, способствовать развитию творческой деятельности учащихся, потребности к самообразованию, помогать учащимся осуществлять самооценку своего труда.

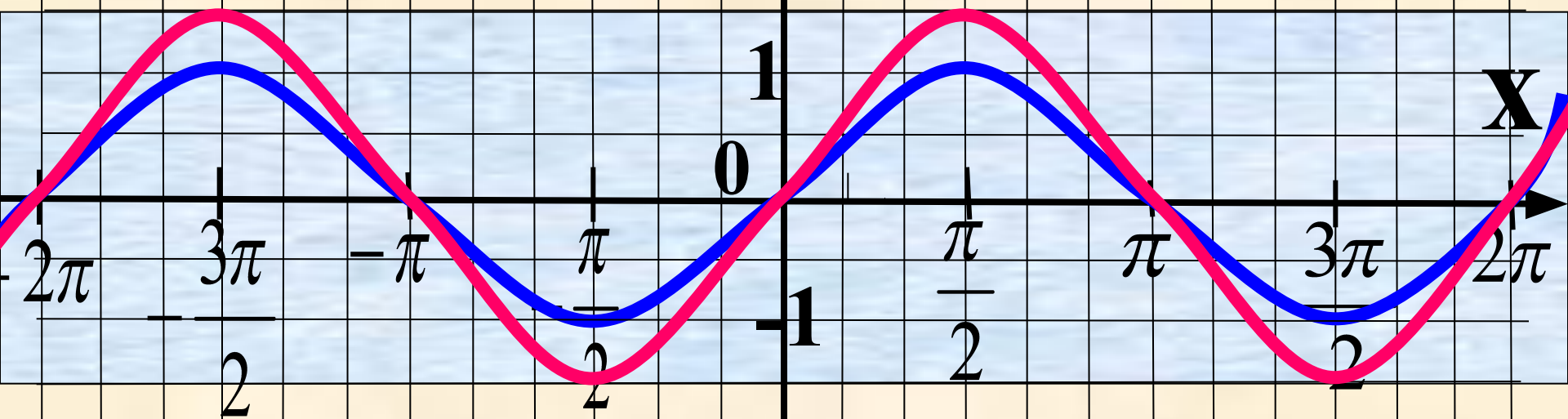
Ход урока

№	Структурные элементы	Время	Деятельность учащихся
1	Организационный момент.	1 мин.	Обсуждение
2	Проверка опорных моментов домашнего задания и постановка проблемы: -акцентирование теории по теме, -применение теории на практике, -выдвигаемая гипотеза.	3 мин 5 мин. 1 мин.	Отвечают устно, проводят обсуждение ответов, самооценка. Выдвигают свои идеи по дальнейшему ходу действий
3	Первичный анализ наблюдений.	5 мин.	Предлагают способы решения уравнения, анализируют ход решения и методы решения.
4	Исследование новых видов уравнений. Проверка усвоения изученных методов(самостоятельная работа)	12мин. 15мин.	Учащиеся работают самостоятельно, при необходимости получают консультацию учителя, проверяя свои действия с помощью слайдов. Результаты проверочной работы выводятся на экран. Самооценка.
5	Подведение итогов.	2мин.	Заполняют таблицы, подводят итог урока.
6	Домашнее задание.	1 мин.	Записывают домашнее задание.

Найдите множество значений функции

$$y = 1,5 \sin x - 1$$

$$y \equiv 1,5 \sin x - 1$$



Ответ: $E(y): [-2,5 ; 0,5]$.

Найдите наибольшее целое значение функции

$$y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4$$

Метод оценки

$$> 0 \quad / \cdot (-1)$$


$$-\left(\frac{1}{2}\right)^x < 0 \quad / + 4$$

$$-\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4 < 4$$

$$y < 4$$

Ответ: $y=3$.

Общие методы решения уравнений



```
graph TD; A[Общие методы решения уравнений] --> B[Аналитические]; A --> C[Функционально-графические]; B --> D[Метод введения новой переменной]; B --> E[Метод разложения на множители]; B --> F[Переход к равносильным уравнениям]; C --> G[По свойствам]; C --> H[По графику];
```

Аналитические

Переход к равносильным уравнениям

Метод разложения на множители

Метод введения новой переменной

Функционально-графические

По свойствам

По графику

Функционально – графические методы

```
graph TD; A[Функционально – графические методы] --> B[Построение графиков функций левой и правой частей уравнения (решением являются абсциссы точек (точки) пересечения графиков)]; A --> C[Использование свойств функций левой и правой частей уравнения (монотонность, четность, нечетность)]; A --> D[Использование ограниченности функций левой и правой частей уравнения (метод оценки)];
```

Построение графиков функций левой и правой частей уравнения (решением являются абсциссы точек (точки) пересечения графиков)

Использование свойств функций левой и правой частей уравнения (монотонность, четность, нечетность)

Использование ограниченности функций левой и правой частей уравнения (метод оценки)

$$0,3^x$$

**Графический способ
решения уравнений**

$$y = 0,3^x$$

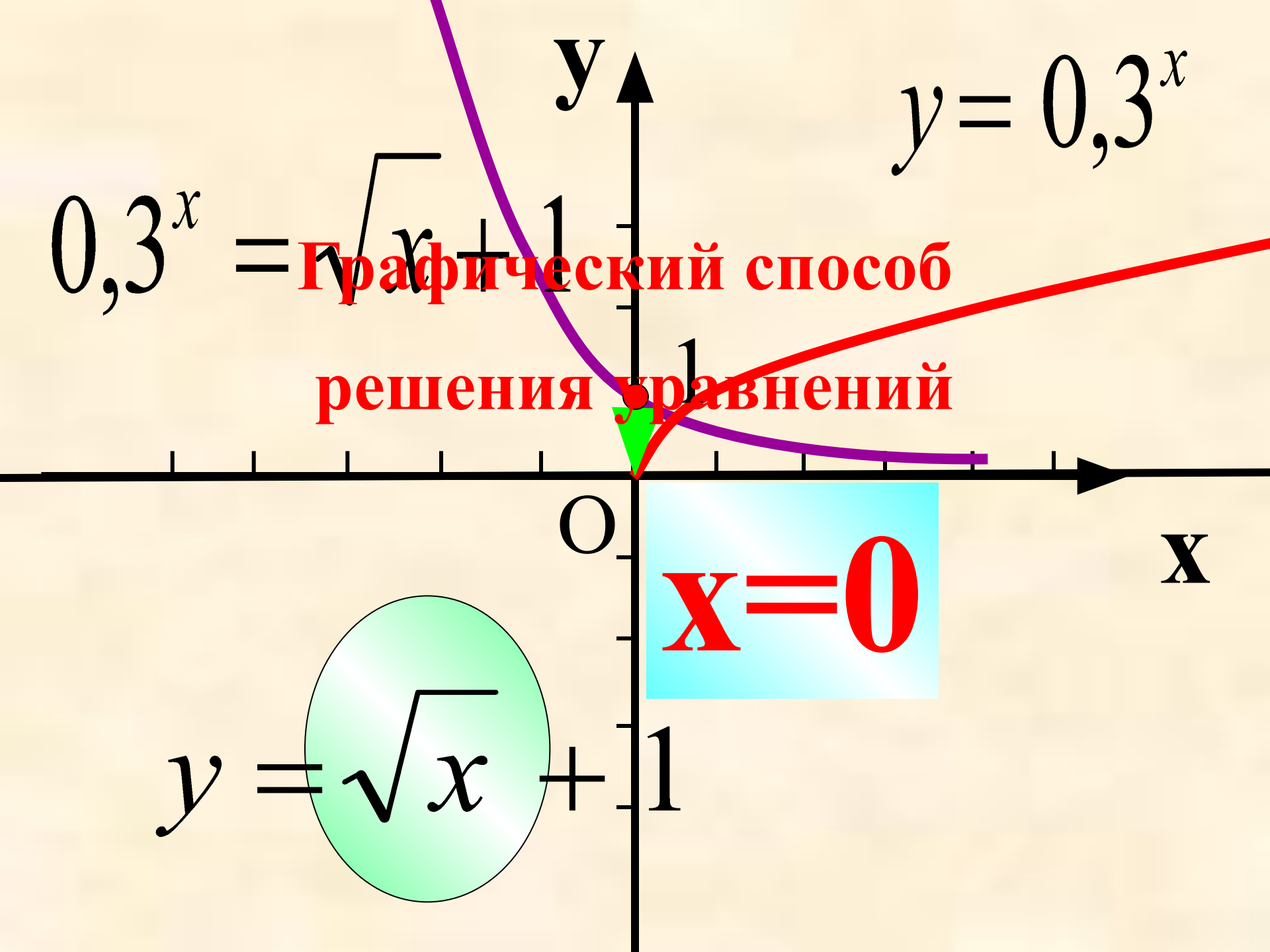
$$y = \sqrt{x} + 1$$

O

$$x = 0$$

x

y



Оценка левой и правой частей уравнения

$$\log_2(2x-x^2+15) = x^2-2x+5$$

$$1) 2x-x^2+15 = -((x^2-2x+1)-1-15) = -(x-1)^2+16 \leq 16$$

Если $0 < 2x-x^2+15 \leq 16$, то $\log_2(2x-x^2+15) \leq 4$

$$2) x^2-2x+5 = (x^2-2x+1)-1+5 = (x-1)^2+4 \geq 4$$

Данное уравнение равносильно системе

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_2(2x-x^2+15) = 4 \\ x^2-2x+5 = 4 \\ x^2-2x+5 = 4 \\ x^2-2x+1 = 0 \\ x = 1 \end{array} \right.$$

При $x=1$ $\log_2(2x-x^2+15) = \log_2(2-1+15) = 4$

Ответ: $x=1$.

Решение уравнений с использованием монотонности функций

$$x + \log_2(2^x - 31) = 5$$

Функция $y = \log_2 t$ - возрастающая,
функция $y = 5 - t$ - убывающая.

Если графики этих функций пересекаются, то
только в одной точке.

Поэтому данное уравнение может иметь только один
корень.

Подбором находим $x = 5$.

Ответ: $x = 5$.

Установите соответствие между уравнениями и способами их решения

$$2^{|x|} = \cos x$$

$$\lg(x^2 - 6x + 18) = 1 + \sin 3x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + 1 = x^2 + 2$$

$$3^x + 4^x = 5^x$$

$$x + \log_2(2^x - 31) = 5$$

$$\sqrt{x^2 - 2x + 2} + \log_3 \sqrt{x^2 - 2x + 10} = 2$$

$$\log_2(x^2 + 1) = 2^{-\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$|3x + 4y - 26| + |4x - y - 3| = 0$$



Предложите метод решения следующего уравнения

$$x \log^2_3 x - (2x+3) \log_3 x + 6 = 0$$

Замена: $\log_3 x = a$

$$xa^2 - (2x+3)a + 6 = 0$$

$$D = (2x+3)^2 - 24x = 4x^2 + 12x + 9 - 24x = 4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2$$

$$a = \frac{2x+3 \pm (2x-3)}{2x}$$

$$a = 2 \quad 2x \quad a = 3/x$$

$$\log_3 x = 2 \quad \log_3 x = 3/x$$

$$x = 9$$

$y = \log_3 x$ - возрастающая,

$y = 3/x$ - убывающая, корень уравнения

может быть только один. Подбором $x = 3$.

Ответ: $x = 9$, $x = 3$.

Решите уравнения:

$$9^x + (x-13)3^x - 9x + 36 = 0$$

$$\log_4^2 x + (x-4)\log_4 x + x - 5 = 0$$

$$x^2 - 2x \cos y + 1 = 0$$

Проверка

$$9^x + (x-13)3^x - 9x + 36 = 0$$

$$D = (x-13)^2 - 4(36-9x)$$

$$D = (x+5)^2$$

$$3^x = 4 - x \quad 3^x = 9$$

$$x = 1 \quad x = 2$$

Ответ: $x=1$, $x=2$.

$$\log_4^2 x + (x-4)\log_4 x + x - 5 = 0$$

$$D = (x-4)^2 - 4(x-5)$$

$$D = (x-6)^2$$

$$\log_4 x = 5 - x \quad \log_4 x = -1$$

$$x = 4 \quad x = 1/4$$

Ответ: $x=1/4$, $x=4$.

$$x^2 - 2x \cos y + 1 = 0$$

$$D/4 = \cos^2 y - 1$$

$$\text{Т.к. } D \geq 0, \cos^2 y \geq 1,$$

$$\text{значит, } \cos^2 y = 1$$

$$\cos y = 1$$

$$\cos y = -1$$

$$y = 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$x = -1$$

Ответ: $(1; 2\pi m)$, $(-1; \pi + 2\pi k)$,

$m \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Самостоятельная работа



1 вариант

1) $3^{-|x|} = \frac{1}{2}\sin x + 1$

2) $x^2 - 5\pi x + 25\pi^2/4 = \sin x - 1$

3) $3^x + 5^x = 2^{3x}$

4) $9^{-x} - (x+4)3^{-x} + 3x + 3 = 0$

2 вариант

1) $\sin x + 1 = |x - \pi/2| + 2$

2) $2^x + 5^x = 7^x$

3) $\log_3(|x| + 9) = 2\cos x$

4) $25^x + (x-31)5^x - 25x + 150 = 0$

Проверь себя:

1 вариант

1) $x = 0$ (оценка)

2) $x = 5\pi/2$ (графически)

3) $x = 1$ (монотонность)

4) $x = -1, x = 0$. (замена, монотонность)

2 вариант

1) $x = \pi/2$ (графически)

2) $x = 1$ (монотонность)

3) $x = 0$ (оценка)

4) $x = 1, x = 2$ (замена, монотонность)

Этап урока	Принимал активное участие – 2	Участвовал в работе – 1	Не принимал участия – 0
Устная работа			
Актуализация знаний и повторение			
Исследование новых методов			
Решение задач			

Домашнее задание:

Закончить составление мини-задачника и решебника по общим методам решения уравнений.

Подведем итоги

	Знаю	Умею	Необходимо уточнить (любой знак)
1. Аналитические методы решения уравнений	+/-	+/-	
2. Решение уравнения с помощью графиков	+/-	+/-	
3. Функционально-графические методы	+/-		
4. Свойства функций	+/-		
5. Решение уравнений с использованием монотонности		+/-	
6. Решение уравнений методом оценки		+/-	

Список используемой литературы

1. Алгебра и начала анализа 11 класс. В 2 ч. Учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень)/А.Г.Мордкович, П.В. Семенов.-4-е изд., доп.-М.:Мнемозина,2007.
2. Тематические тесты для подготовки к ЕГЭ /Ф.Ф. Лысенко,2009 г.- Легион, Ростов-на-Дону.
3. Сеть творческих учителей (www.it-n.ru)
4. Программы.Математика.5-6 классы.Алгебра.7-9 классы. Алгебра и начала математического анализа.10-11 классы / И.И.Зубарева,А.Г.Мордкович.-2-е изд., испр. и доп.-М.:Мнемозина,2009.