Рязанский государственный
медицинский университет
имени академика И.П. Павлова
Кафедра математики, физики и медицинской информатики

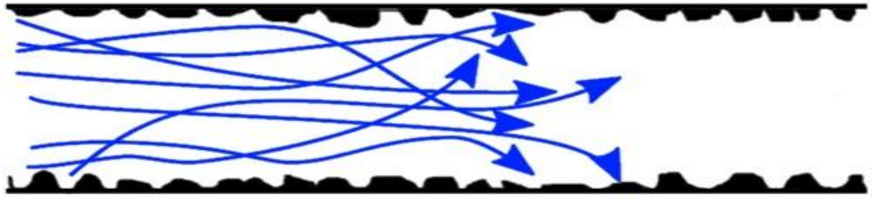
Ламинарное и турбулентное течения. Ламинарное течение вязкой жидкости в цилиндрических трубах. Формула Пуазейля. Коэффициент вязкости. Гидравлическое сопротивление. Распределение давления при течении реальной жидкости по трубам постоянного, переменного сечения. Число Рейнольдса. Методы определения скорости кровотока. Физические основы клинического метода измерения давления крови.

профессор Ельцов
Анатолий Викторович

Течения жидкостей

Если течение плавное и слои жидкости скользят друг относительно друга, траектории разных частиц не пересекаются такое движение называется ламинарным. Турбулентное течение характеризуется наличием завихрений. Внутреннее трение при движении соседних слоев, называемое вязкостью, здесь значительно больше чем при ламинарном течении. Будем считать что жидкости настолько мало сжимаемы что плотность их везде одинакова. При ламинарном течении наличием вязкости жидкости будем пренебрегать. Установившемся (стационарным) движением жидкости считается такое движение скорость течения которого в любой точке не изменяется со временем.

а



б

Течения жидкостей

В гидродинамике и гемодинамике важным параметром является объемная скорость течения жидкости $Q = V/t$.

Для стационарного ламинарного течения идеальной (не имеющей внутреннего трения) несжимаемой жидкости по трубам переменного сечения справедливо два основных уравнения гидродинамики:

1. $Q = \dfrac{V}{t} = \upsilon\, S = const$ - уравнение неразрывности, где: υ - скорость жидкости, S- площадь поперечного сечения трубы.

2. $P + \rho g h + \dfrac{\rho \upsilon^2}{2} = const$ - *уравнение Бернулли*, согласно которому полное давление жидкости одинаково во всех точках линии тока, где: $\rho g h$-гидростатическое, P- статическое, $\dfrac{\rho \upsilon^2}{2}$- гидродинамическое давления жидкости.

Поток жидкости и уравнение неразрывности

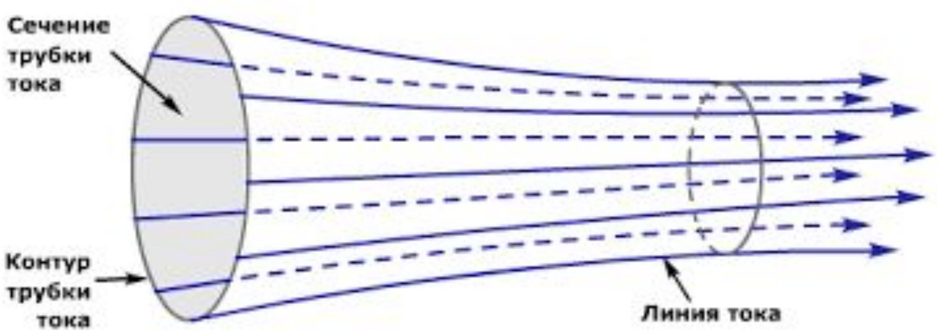
Выберем достаточно малый промежуток времени Δt. За этот промежуток времени объем жидкости V_1 проходящий через поперечное сечение S_1 будет равен $V_1 = S_1 l_1$ где l_1 длина пути которая проходит выделенная частица за время Δt. Поскольку скорость жидкости через сечение S_1: $\upsilon_1 = l_1 / \Delta t$ то масса переносимой жидкости через поперечное сечение S_1 за время Δt будет равна:

$$\Delta m/\Delta t = \rho_1 V_1/\Delta t = \rho_1 S_1 l_1/\Delta t = \rho_1 S_1 \upsilon_1$$

Аналогично для сечения S_2:

$$\Delta m/\Delta t = \rho_1 V_1/\Delta t = \rho_1 S_2 l_2/\Delta t = \rho_1 S_2 \upsilon_2$$

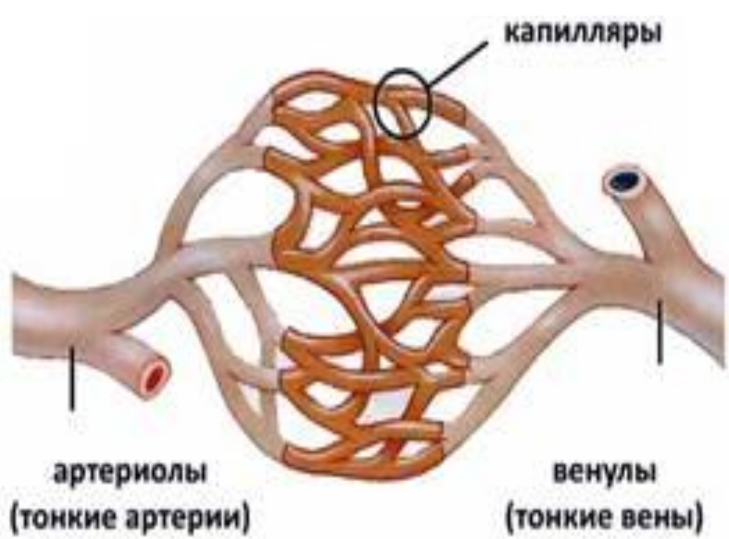
Поскольку перенос жидкости через стенки трубки отсутствует то масса переносимой жидкости не изменяется $\rho_1 S_1 \upsilon_1 = \rho_1 S_2 \upsilon_2$ и соответственно $S_1 \upsilon_1 = S_2 \upsilon_2$ Это выражение называется уравнением неразрывности.

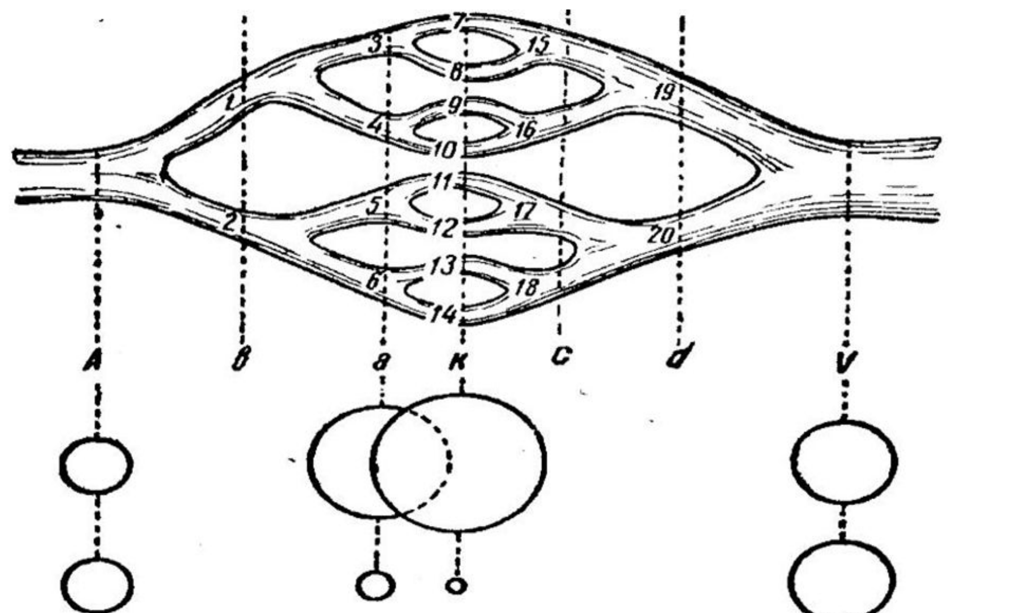


Скорость движения крови

Из сердца кровь поступает в аорту, оттуда распределяется по главным артериям, затем по более мелким и в конце концов расходится по миллионам крошечных капилляров. По венам кровь возвращается в сердце. Если радиус аорты примерно будет равен 1 см, и кровь по ней движется со скоростью около 30 см/с, то чтобы рассчитать скорость крови в маленьком капилляре, надо знать суммарную площадь поперечного сечения капилляров, а не диаметр одного капилляра. Количество капилляров исчисляется миллиардами, их суммарная площадь поперечного сечения примерно равна 2000 см^2, хотя диаметр одного капилляра равен всего примерно 0,0008 см.

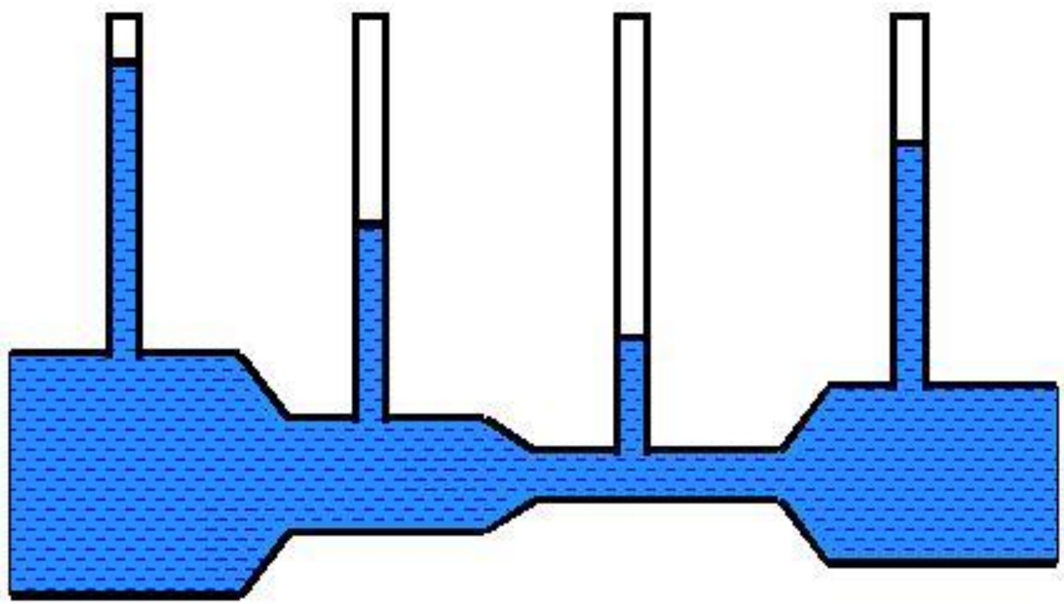
$$v_2 = v_1 S_1 / S_2 = 0{,}30 * 3{,}14 * (0{,}01)^2 / 0{,}2 = 0{,}0005 \text{м/с} = 0.5 \text{мм/с}$$





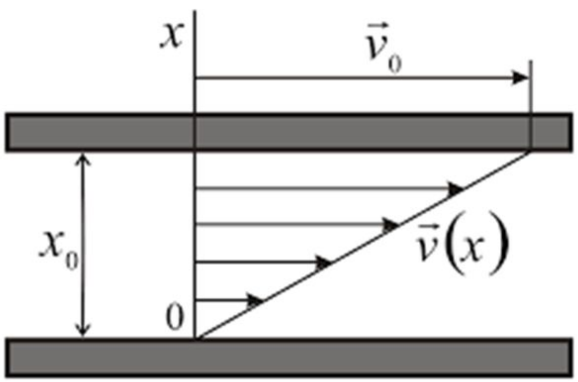
Уравнение Бернулли

$$P + \rho g h + \frac{\boxtimes\boxtimes\boxtimes\boxtimes^{\boxtimes\boxtimes}}{\boxtimes} = const$$



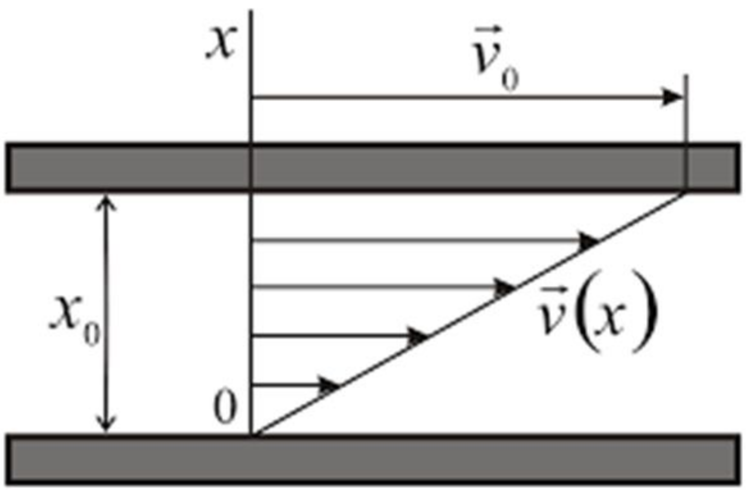
Вязкость

В реальной жидкости все закономерности течения жидкости усложняются вследствие наличия сил внутреннего трения – вязкости. В результате наличия этого трения в жидкостях происходит выравнивание скоростей движения различных слоев жидкости, если эти скорости различны и жидкость предоставлена сама себе. Это выравнивание скоростей происходит благодаря тому, что молекулы из слоя с большей скоростью переносят упорядоченный импульс этого слоя к слою, движущемуся с меньшей скоростью и, следовательно, скорость последнего увеличивается. Изменение же скорости слоя жидкости, согласно второму закону динамики, свидетельствует о подействовавшей на него силе, которую называют силой внутреннего трения.



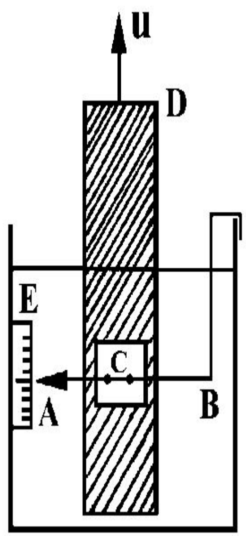
Вязкость

Таким образом, вязкость как физическое явление, связана с возникновением сил трения между слоями жидкости, перемещающимися друг относительно друга с различными по величине скоростями. И. Ньютон экспериментально установил, чем больше различие между скоростями этих слоев и чем больше площадь их соприкосновения, тем больше сила внутреннего трения.



Вязкость

В опыте И. Ньютона, в сосуде с исследуемой жидкостью на упругой горизонтальной узкой упругой проволоке (пружине) AB вертикально укреплена небольшая пластина C площади S из материала, смачиваемого исследуемой жидкостью. На малом расстоянии Δr за ней помещается длинная пластина D. Если заставить пластину D двигаться вверх со скоростью v, то благодаря внутреннему трению она приведет в движение прилегающие слои жидкости, которые в свою очередь будут действовать на пластину C. В результате пластина C испытает направленную вверх силу F и несколько сместится вверх из положения равновесия. По положению на шкале E конца пружины AB можно определить величину силы F, если пружина была предварительно проградуирована.

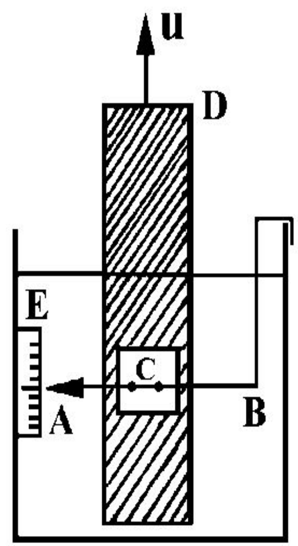


Вязкость

Результаты опытов показали, что сила F обратно пропорциональна расстоянию Δr между пластинами, прямо пропорциональна площади S пластины С и прямо пропорциональна относительной скорости Δ*v* обеих пластин. Таким образом, И. Ньютоном была экспериментально установлена формула

$F=\eta\frac{[illegible]}{[illegible]}$ [illegible](1)

где η - коэффициент вязкости или коэффициент внутреннего трения. Величина $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ называется средним градиентом скорости между слоями жидкости.

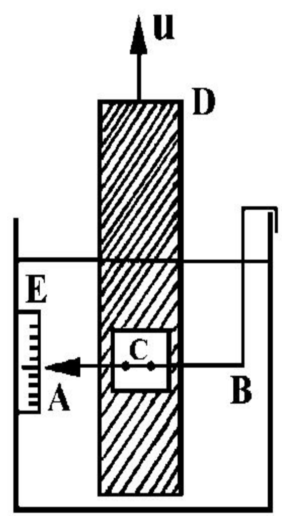


Вязкость

Чтобы найти истинный градиент скорости, надо сделать расстояние Δx между слоями бесконечно малыми перейти к пределу. Тогда формула И. Ньютона (1) примет вид:

$$F=\eta\,\frac{\boxtimes\boxtimes\boxtimes}{\boxtimes\boxtimes\boxtimes}\,\boxtimes \quad (2)$$

Величина $\frac{\boxtimes\boxtimes\boxtimes}{\boxtimes\boxtimes\boxtimes}$ показывает, как быстро изменяется скорость жидкости или газа в направлении *r*, перпендикулярном к направлению движения плоских параллельных слоев.



Вязкость

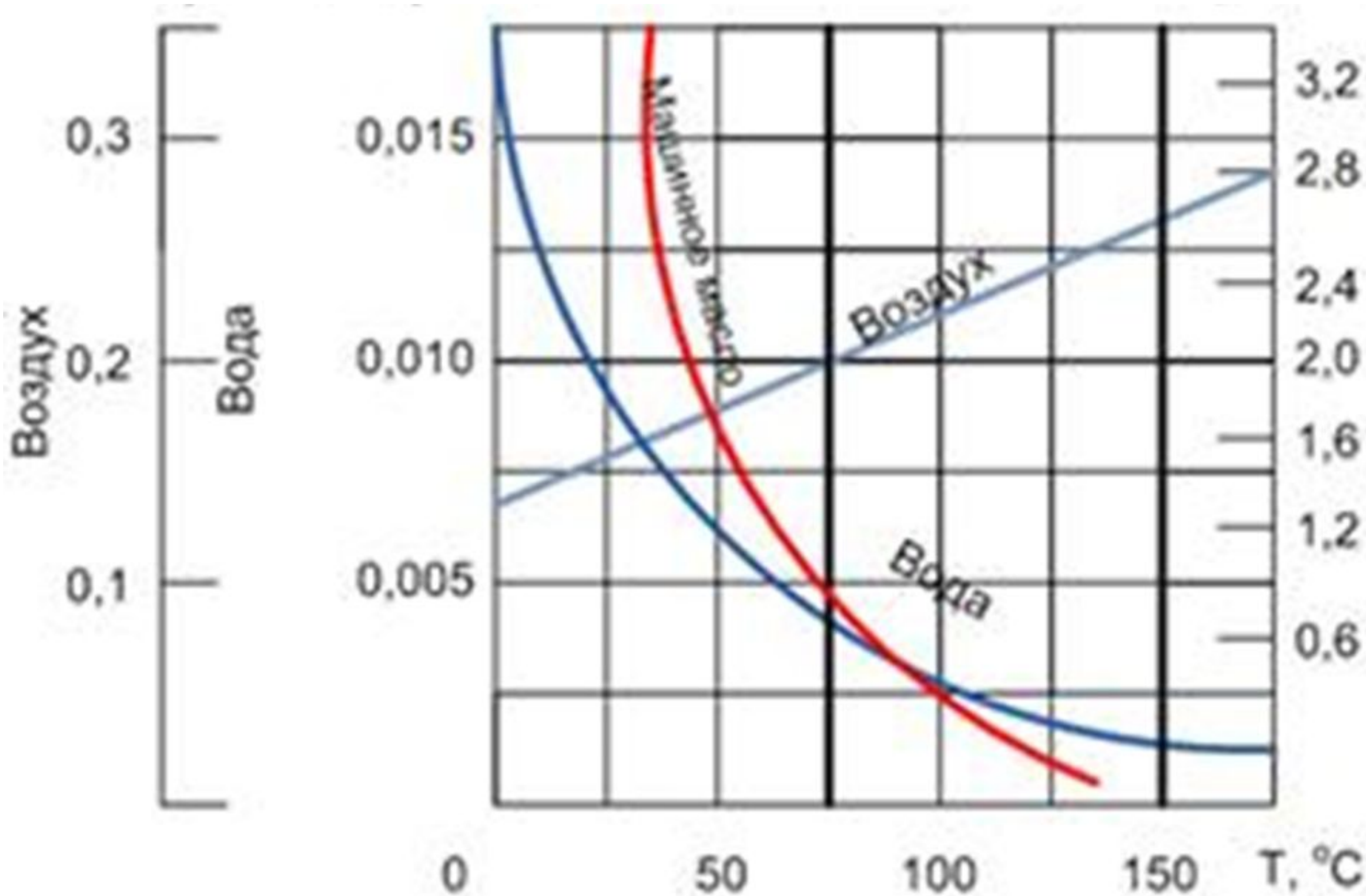
Как видно из (2), физический смысл коэффициента вязкости η заключается в том, что он численно равен силе действующей на единицу площади поверхности, параллельной скорости течения газа или жидкости, при градиенте скорости равном единице.

Единицей измерения коэффициента вязкости η является Па ·с

$$[\eta] = 1\frac{Н \cdot с}{м^2} = 1 Па \cdot с.$$

Коэффициент пропорциональности η, называемый коэффициентом *динамической вязкости* (или просто *вязкостью* жидкости), зависит от природы и состояния жидкости и с повышением температуры обычно уменьшается.

Зависимость вязкости от температуры



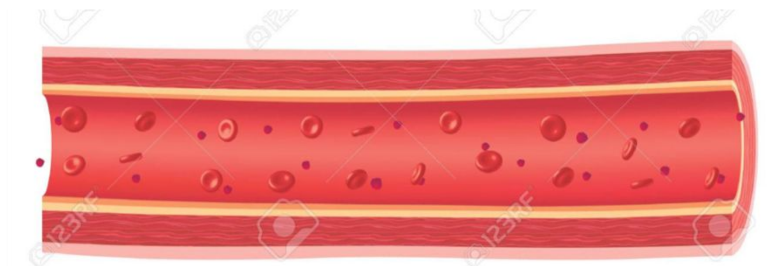
Вязкость

У большинства жидкостей (вода, низкомолекулярные органические соединения, расплавленные металлы и их соли и др.) коэффициент вязкости зависит только от природы жидкости и температуры. Такие жидкости называются *ньютоновскими.* У некоторых жидкостей, преимущественно высокомолекулярных (например, растворы полимеров) или представляющих дисперсные системы (суспензии и эмульсии), коэффициент вязкости зависит также от режима течения (давления, градиента скорости и т.д.). Такие жидкости называют *неньютоновскими* или *структурно – вязкими.* Их вязкость характеризуют так называемым *условным коэффициентом вязкости*, который относится к определенным условиям течения жидкости.

Типичная неньютоновская жидкость – это кровь. Плазмой ее называют, если она лишена форменных элементов. Кровяной сывороткой является плазма, в которой отсутствует фибриноген.

Вязкость

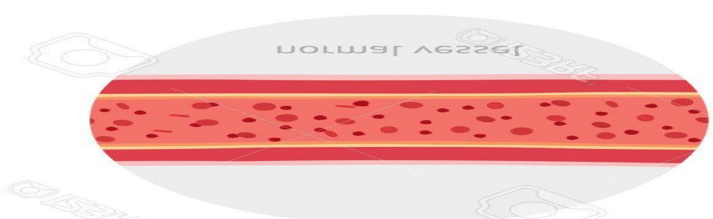
Гемореология изучает механические закономерности, в особенности как изменяются физколлоидные свойства крови при циркуляции с различной скоростью на разных участках русла сосудов. Когда линейная скорость течения мала, кровяные частицы смещаются параллельно оси сосуда и друг к другу. В таком случае у потока слоистый характер, а течение называется ламинарным. В случае увеличения линейной скорости и превышения определенной величины, различной для всех сосудов, ламинарное течение превращается в вихревое, беспорядочное, называемое турбулентным. Скорость перехода ламинарного движения в турбулентное определяет число Рейнольдса, составляющее для кровеносных сосудов приблизительно 1160. По данным о числах Рейнольдса, турбулентность может быть только в тех местах, где ветвятся крупные сосуды, а также в аорте. По многим сосудам жидкость движется ламинарно.

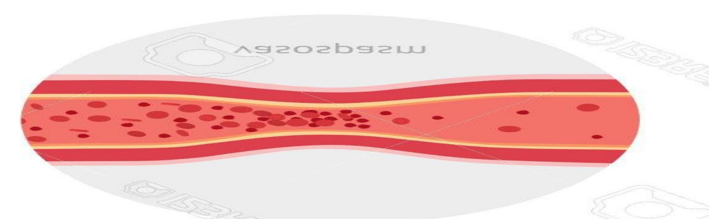


Вязкость

Кровь представляет суспензию форменных элементов в белковом растворе – плазме и является неньютоновской жидкостью. Кроме того, при течении крови по многим сосудам наблюдается концентрация форменных элементов в центральной части потока, где вязкость соответственно увеличивается. В ряде случаев при анализе гемодинамики считают коэффициент вязкости крови приблизительно постоянной средней величиной по всему сечению кровеносного сосуда.

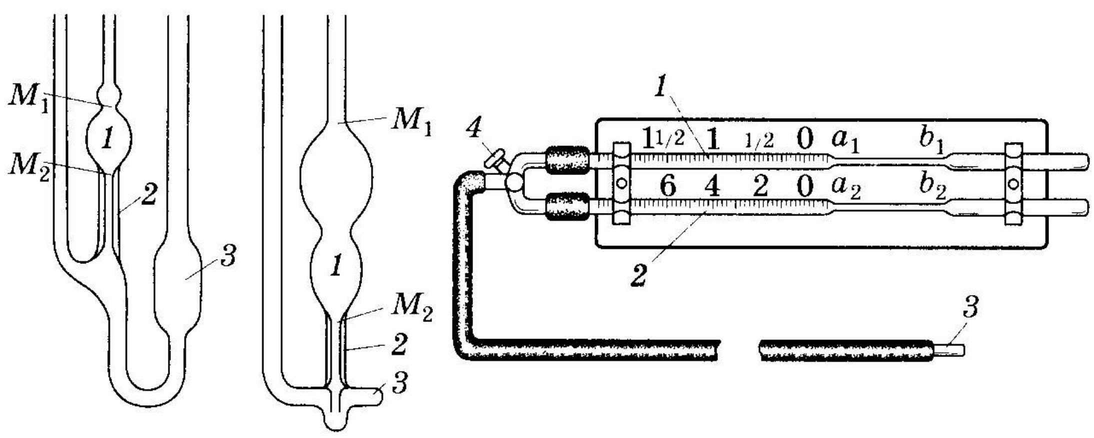
Относительная вязкость крови (относительно дистиллированной воды) в норме составляет 4,2 – 6. При патологии она может снижаться, например, до 2 – 3 при анемии или повышаться до 15 – 20 при полицитемии. Относительная вязкость сыворотки крови в норме составляет 1,64 – 1,69, а при различных видах патологии обычно находится в пределах 1,5 – 2,0.





Формула Пуазейля

Теоретически наиболее разработанным и экспериментально исследованным методом измерения вязкости является капиллярный. В 1840 г. Пуазейль, профессор физики Парижской медицинской школы, опубликовал результаты опытного исследования течения воды по тонким капиллярным трубкам. Ему удалось найти зависимость между протекающей в единицу времени через поперечное сечение трубки воды объемным расходом Q, разностью давлений $\Delta P = P_1 - P_2$ на концах капилляра, длиной трубки L и ее диаметром d.



а) б) в)

Формула Пуазейля

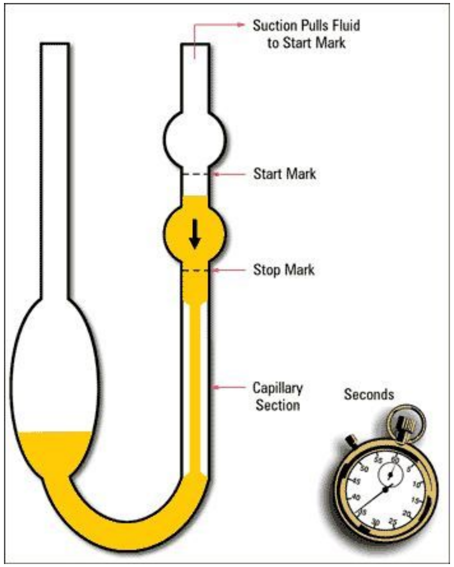
Вывод закона течения жидкости по трубке основан на следующих предположениях:

- все частицы жидкости движутся со скоростями, параллельными оси трубки, т. е. скорость жидкости не имеет составляющей перпендикулярной оси трубки (ламинарность);

- частицы жидкости, прилегающие к стенкам, имеют скорость, равную нулю;

- течение жидкости является установившемся (стационарным), скорость течения жидкости в любой точке не изменяется со временем;

- жидкость несжимаема.



Формула Пуазейля

Мысленно выделим отрезок трубки (Рис. 2) между двумя сечениями.

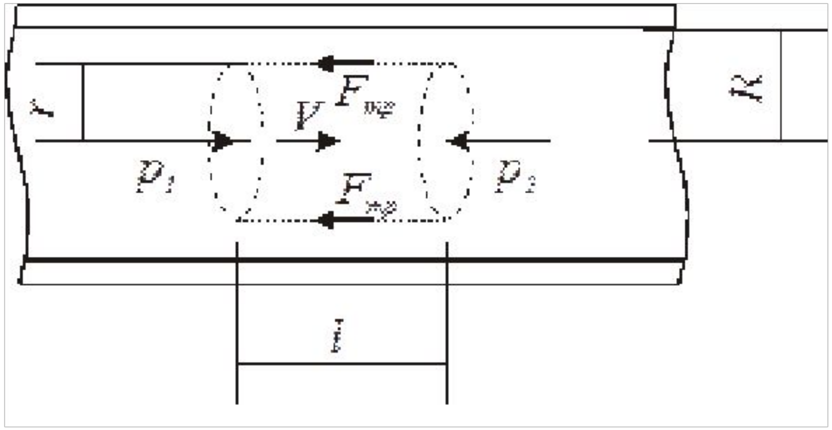


Рис. 2

Рассмотрим внешние силы, действующие на выбранный цилиндрический объем жидкости радиуса r. На торцы этого цилиндра действуют силы, обусловленные давлениями P_1 и P_2. Если жидкость движется вправо, то, очевидно, $P_1 > P_2$. Равнодействующая сил давления, приложенных к торцам заштрихованного цилиндра, равна $F = \pi r^2 (P_1 - P_2) = \pi r^2 \Delta P$ и эта сила направлена слева направо.

Формула Пуазейля

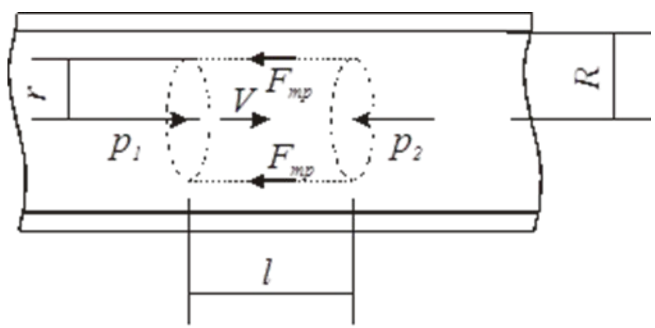
На боковую поверхность рассматриваемого цилиндра площадью S = 2[illegible] действуют касательные усилия, равнодействующая которых, определяется по формуле Ньютона (2):

$F=\eta \frac{[illegible]}{[illegible]}$ 2[illegible] и направление этой силы трения будет справа налево.

Так как течение жидкости установившееся, то должно иметь место равенство $[illegible]_1 = -[illegible]_2$, (знак «-» означает что сила направлена противоположно движению).т. е.

$\pi r^2 \Delta P = -\eta \frac{[illegible]}{[illegible]}$ 2[illegible] (3)

Из этого равенства можно найти величину $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, а затем получить закон распределения скоростей по сечению трубки.



Формула Пуазейля

Увидеть это распределение скоростей можно на простом опыте (рис. 3). Для этого заполняют часть цилиндрической трубки вязкой жидкостью, например, глицерином.

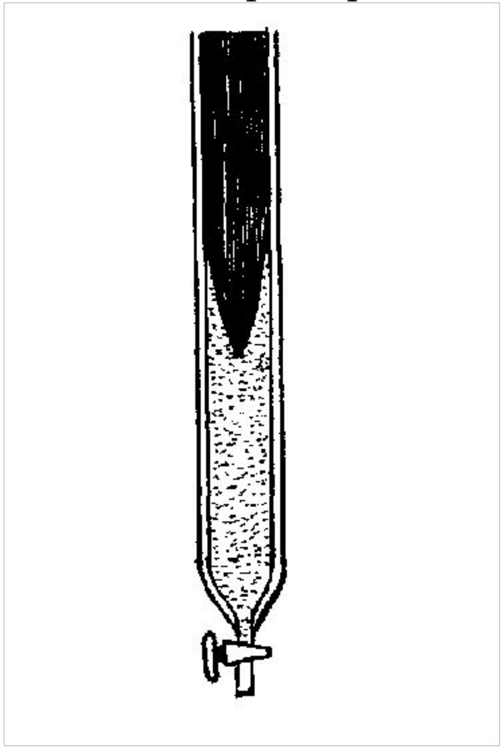


Рис. 3

Сверху осторожно наливают подкрашенный глицерин так, чтобы между слоями получилась резкая граница. Затем открывают кран, находящийся в нижней части трубки. Через некоторое время слой окрашенного глицерина в нижней своей части принимает форму вытянутого языка. Это значит, что с наибольшей скоростью глицерин течет по оси трубки. С приближением к стенке скорость течения уменьшается и около самой стенки обращается в нуль. Быстрота изменения скорости слоев в направлении, перпендикулярном оси трубки, характеризуется величиной $\frac{[illegible]}{[illegible]}$.

Формула Пуазейля

С учетом $\Delta P = P_1 - P_2$ уравнение (3) перепишется в виде

$\pi r^2 (P_1 - P_2) = -\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r l$, откуда $\frac{dv}{dr} = -\frac{r(P_1 - P_2)}{2\eta l}$ (4)

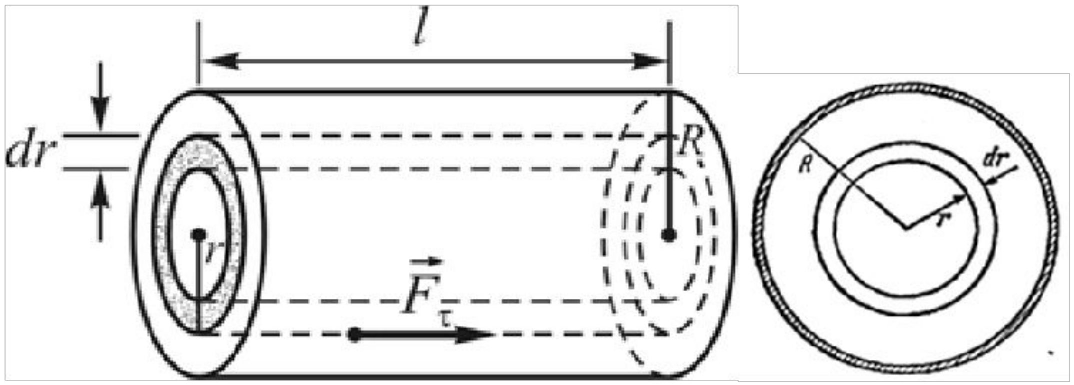


Рис.4

Проинтегрируем выражение (4) и найдем скорость υ как функцию от r, где r расстояние от оси трубы до стенки, при r =R, скорость υ =0.

$$\int_0^{v} dv = -\frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l}\int_R^r r\,dr = -\frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l}\left[\frac{r^2}{2}\right]_R^r = -\frac{(P_1 - P_2)}{4\eta l}(r^2 - R^2) =$$

$$= \frac{(P_1 - P_2)}{4\eta l}(R^2 - r^2) \text{ или } v = \frac{(P_1 - P_2)}{4\eta l}(R^2 - r^2) \quad (5)$$

Наибольшая скорость υ будет на оси трубки $r=0$.

Формула Пуазейля

Зная теперь функцию υ от r, рассчитаем объемный поток $Q=\frac{V}{t}=\upsilon S$. Поскольку скорость υ, в поперечном сечении трубки неодинакова разделим это сечение на узкие кольца шириной dr (скорость в пределах такого кольца будем считать постоянной) и вычислим величину объемного потока для каждого из таких колец, затем просуммируем полученные значения по всем кольцам, чтобы найти общий объемный поток. Поток через узкое кольцо будет соответственно равен $dQ=\upsilon dS$, где $dS=2\pi r dr$ (площадь поперечного сечения кольца), тогда с учетом формулы (5),

$$dQ=\frac{(p_1-p_2)}{4\eta l}(R^2-r^2)2\pi r dr$$

Суммируя по кольцам $Q=\int_0^R dQ=\int_0^R\frac{(p_1-p_2)}{4\eta l}(R^2-r^2)2\pi r dr=$

$$=\frac{\pi(p_1-p_2)}{2\eta l}\int_0^R(R^2r-r^3)dr=\frac{\pi(p_1-p_2)}{2\eta l}\left[\frac{R^2r^2}{2}-\frac{r^4}{4}\right]_0^R=\frac{\pi(p_1-p_2)}{2\eta l}\frac{R^4}{4}$$

в итоге имеем $Q=\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta l}$ или $\frac{V}{t}=\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta l}$ - *уравнение Пуазейля*

Гидравлическое сопротивление

Объем жидкости Q, протекающий через поперечное сечение горизонтальной трубы в 1 с:

$$Q = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)}{8\eta L}$$ ***- формула Пуазейля***

Величина $X = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$ **- гидравлическое сопротивление**

$$P_1 - P_2 = Q \cdot X$$

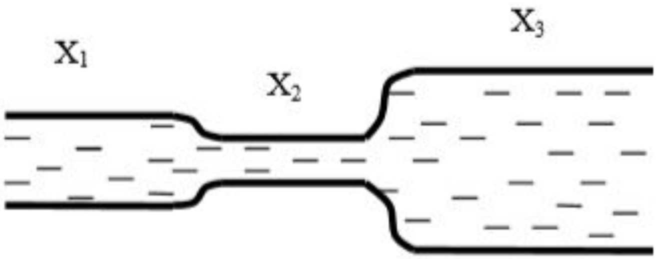
Аналогично закону Ома

$$U = I \cdot R$$

СОЕДИНЕНИЯ ТРУБ РАЗЛИЧНОГО СЕЧЕНИЯ

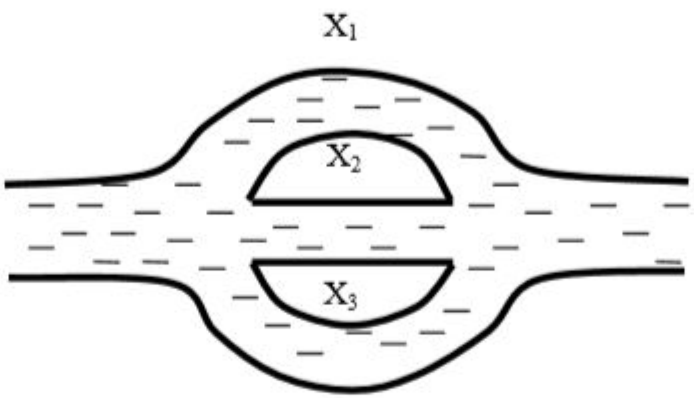
последовательное сосудистое русло

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n$$



параллельное ветвление сосудистого русла

$$\frac{1}{X} = \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \ldots + \frac{1}{X_n}$$

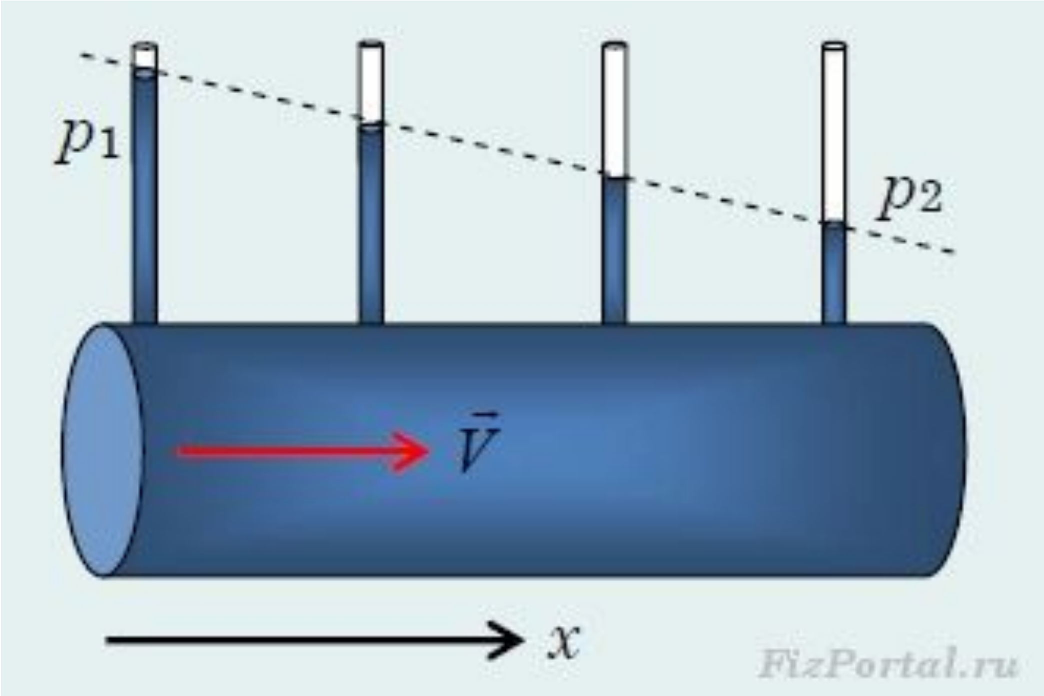


Гидравлическое сопротивление Х разветвленного участка сосудистой системы может быть определено по аналогии с расчетом общего электрического сопротивления участка электрической цепи, состоящего из набора отдельных резисторов.

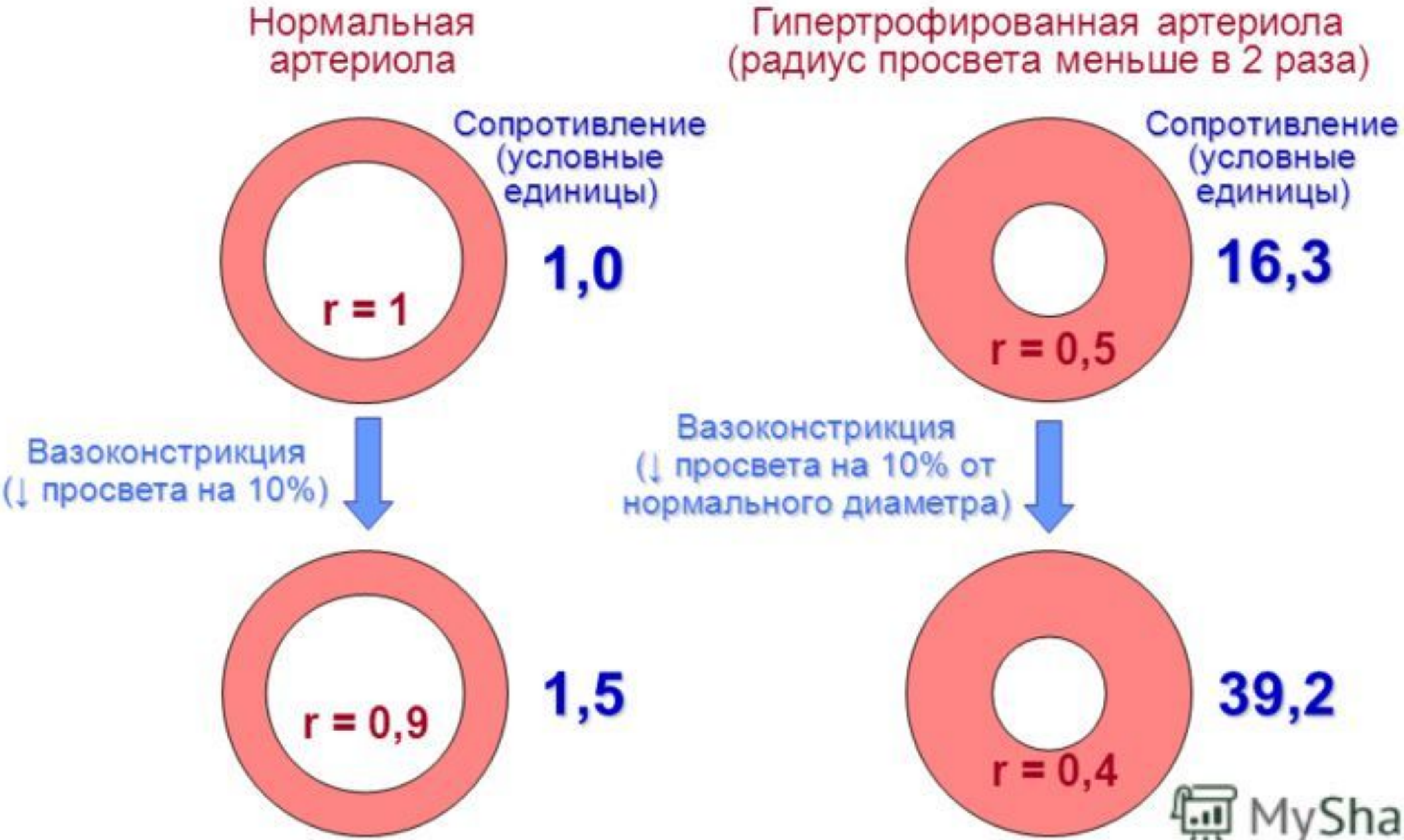
Распределение давления при течении реальной жидкости по трубам постоянного и переменного

При движении жидкости по трубе одинакового сечения гидростатическое давление линейно падает при смещении вдоль направления движения, уменьшается сопротивление, растет скорость.

$$P + \rho g h + \rho v^2/2 = const \qquad X = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$$

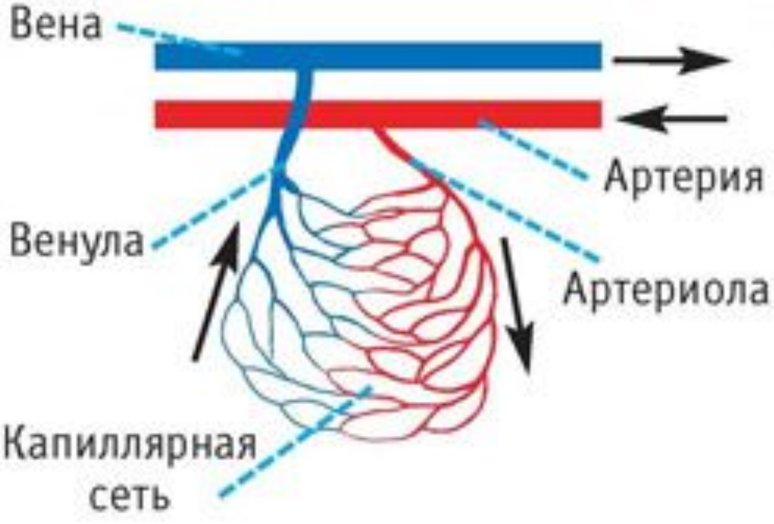


Изменения гидравлического сопротивления при констрикции нормальной и гипертрофированной артериолы



Характеристика движения крови по сосудам

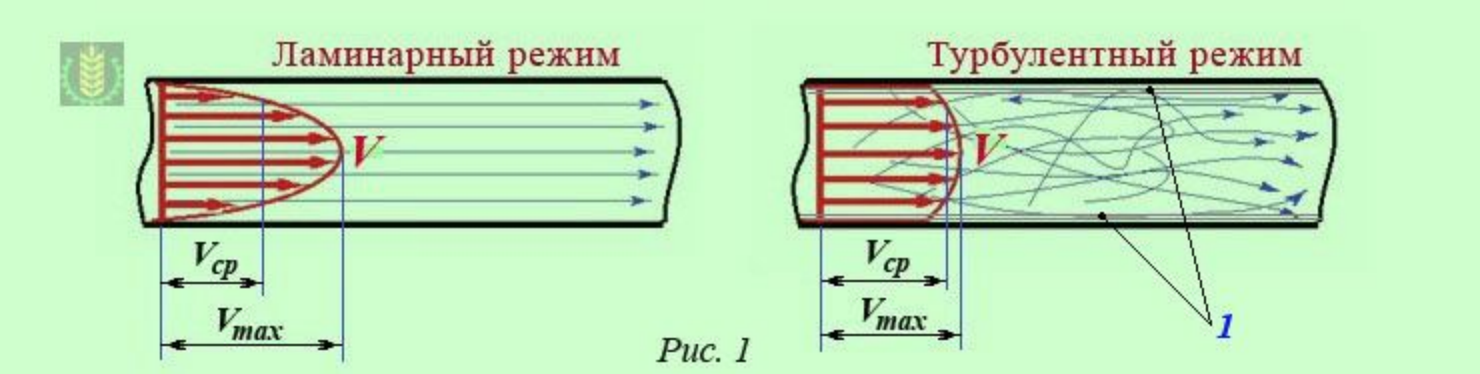
Сосуд	Давление, мм рт. ст.	Объем, см^3	Скорость кровотока, см · с$^{-1}$	Сопротивление, дин · с · см$^{-5}$
Аорта	100—120	30	50	64
Магистральные артерии	100—120	60	13	$3{,}9 \cdot 10^3$
Ветвящиеся артерии	80—90	50	8	$1{,}6 \cdot 10^5$
Терминальные артерии	80—90	25	6	$1{,}2 \cdot 10^5$
Артериолы	40—60	25	0,3	$2 \cdot 10^{10}$
Капилляры	15—25	60	0,07	$3{,}9 \cdot 10^{11}$
Венулы	12—18	110	0,07	$4 \cdot 10^9$
Терминальные вены	10—12	130	1,3	$3{,}2 \cdot 10^3$
Ветвящиеся вены	5—8	270	1,5	$0{,}5 \cdot 10^4$
Венозные коллекторы	3—5	220	3,6	250
Полые вены	1—3	100	33	26



Турбулентное течение. Число Рейнольдса

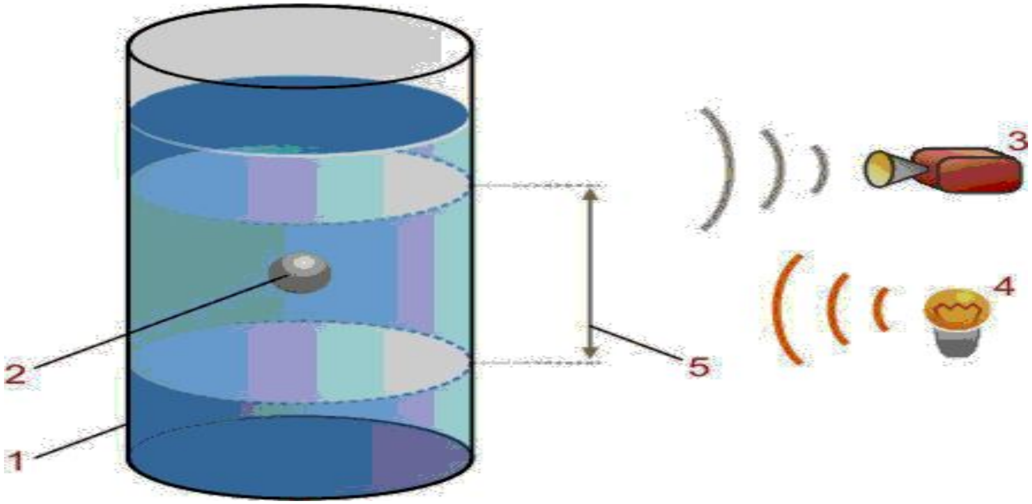
Если скорость течения жидкости велика то течение становится турбулентным и формула Пуазейля будет не справедливой. Рассчитанный по этой формуле поток при определенной разнице давлений будет меньше чем на самом деле, так как при турбулентном течении трение значительно выше чем при ламинарном. Момент наступления турбулентности определяется числом Рейнольдса. $Re = 2\upsilon_{ср} r\rho/\eta$ где $\upsilon_{ср}$ - средняя скорость течения жидкости, r – радиус трубы, ρ – плотность, η – коэффициент вязкости.

Экспериментально установлено при Re меньше 2000 течение ламинарное, при Re больше 2000 турбулентное.



Движение тела в жидкости.

На тело движущееся внутри жидкости действует сила со стороны среды. Эта сила называется силой сопротивления или вязкого трения. Опытным путем установлено что сила вязкого трения пропорциональна скорости движения тела. $F_v = kv$, значение коэффициента k зависит от размеров и формы тела. Для шара имеем $k = 6\pi r\eta$, тогда $F_v = 6\pi r\eta v$ (формула Стокса) есть сила сопротивления действующая на тело сферической формы со стороны жидкости.



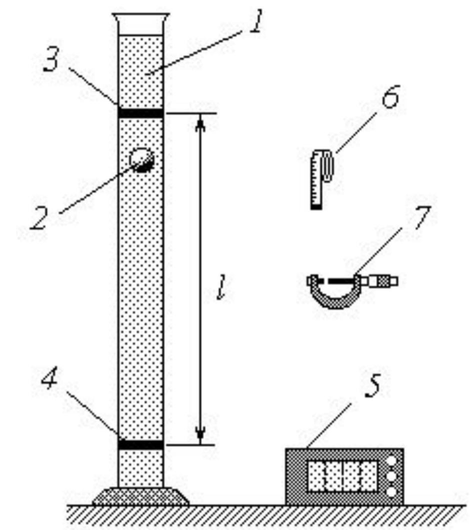
Движение тела в жидкости.

На тело массой m движущееся внутри жидкости действуют несколько сил: сила тяжести $F_T = mg = \rho_T V_T g$, выталкивающая сила $F_A = \rho_{ж} g\, V_T$, сила сопротивления среды (сила Стокса) $F_v = 6\pi r\eta\upsilon$. По второму закону Ньютона после проецирования сил на вертикальную ось получим:

$F_T - F_A - F_v = ma$ или $\rho_T V_T g - \rho_{ж} g V_T - 6\pi r\eta\upsilon_v = ma$

$(\rho_T - \rho_{ж}) g V_T - 6\pi r\eta\upsilon_v = ma$

Первый член уравнения $(\rho_T - \rho_{ж}) g V_T$ - есть эффективный вес тела в жидкости. При падении тела вниз сила вязкого сопротивления возрастает пока она не сравняется с эффективным весом. При этом ускорение тела становится равным нулю и скорость перестает меняться.



Скорость осаждения тел в жидкости.

$$(\rho_T - \rho_{ж})gV_T - 6\pi r\eta\upsilon_v = ma \qquad (\rho_T - \rho_{ж})gV_T - 6\pi r\eta\upsilon_v = 0$$

$\upsilon_v=(\rho_T - \rho_{ж})gV_T/6\pi r\eta$ в общем случае $\upsilon_v=(\rho_T - \rho_{ж})gV_T/k$

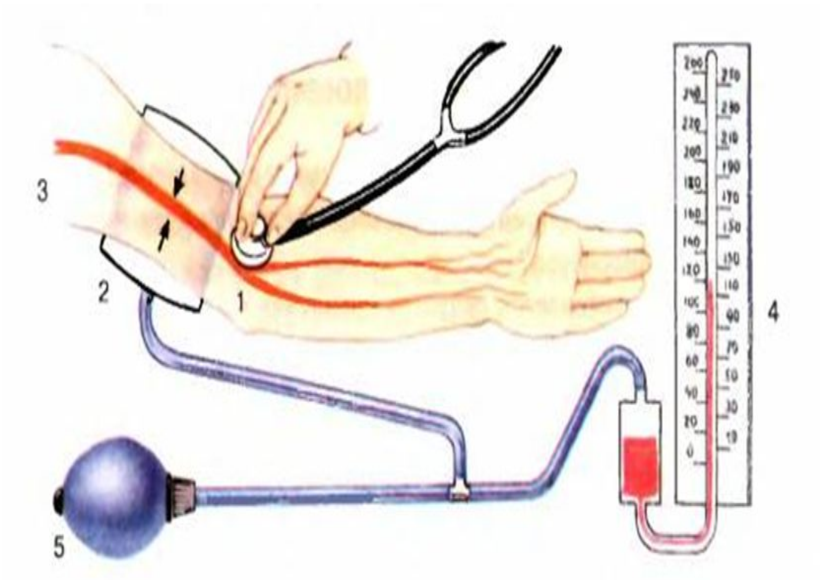
Скорость осаждения микроскопических тел: макромолекул, других составных частей клеток очень мала. Ее можно увеличить с помощью центрифуги, поскольку в центрифуге на частицу действует такая сила, если бы ускорение свободного падения g увеличилось бы до $\omega^2 r$.(где ω угловая скорость вращения центрифуги, r расстояние от частицы до оси вращения. Применительно к центрифуги последнее уравнение запишется так $\upsilon_v=(\rho_T - \rho_{ж})\ \omega^2 rV_T/k$.

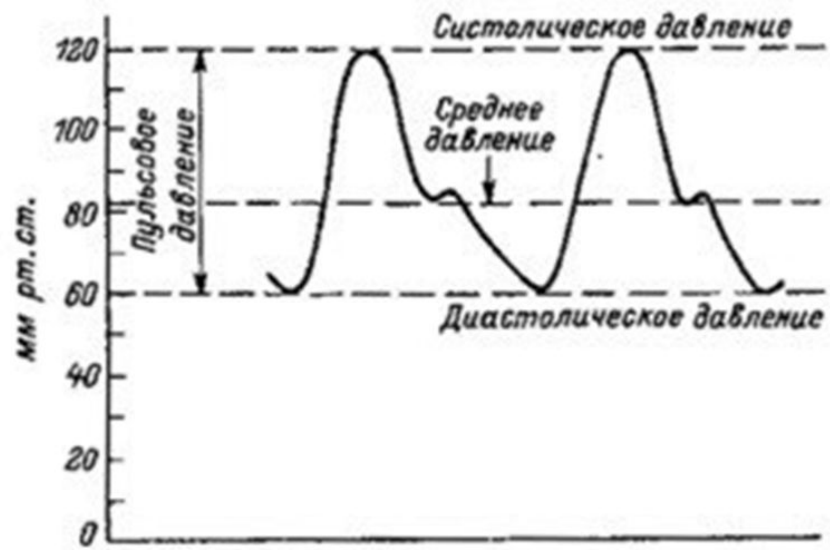
Скорость осаждения тел в жидкости.

Центрифугирование используется при разделении сходных но различающихся частиц, например макромолекул, а также для получения информации о размере частиц.

Физические основы клинического метода измерения артериального давления.

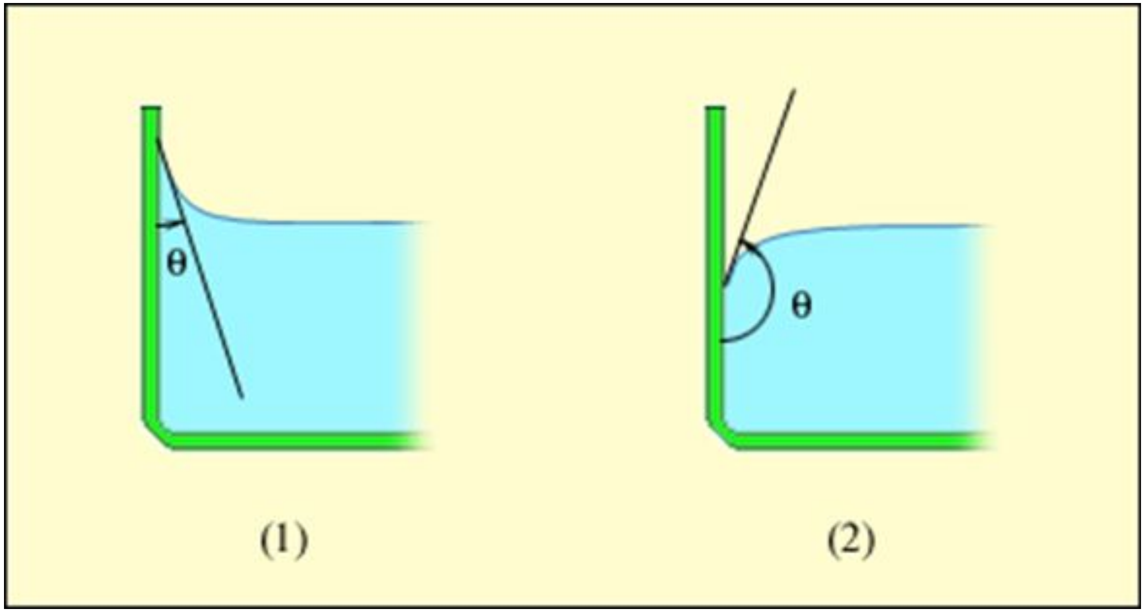
На предплечье накладывают манжету и накачивают воздух, пережимая артерию. Ток крови прекращается. Давление воздуха внутри манжеты равно давлению в мягких тканях предплечья. Выпуская воздух, уменьшают давление в манжете. Когда давление в манжете станет равным систолическому (верхнее артериальное давление), то кровь будет способна пробиться через сдавленную артерию. Турбулентное течение. Диастолическое (нижнее) давление соответствует восстановлению ламинарного течения.





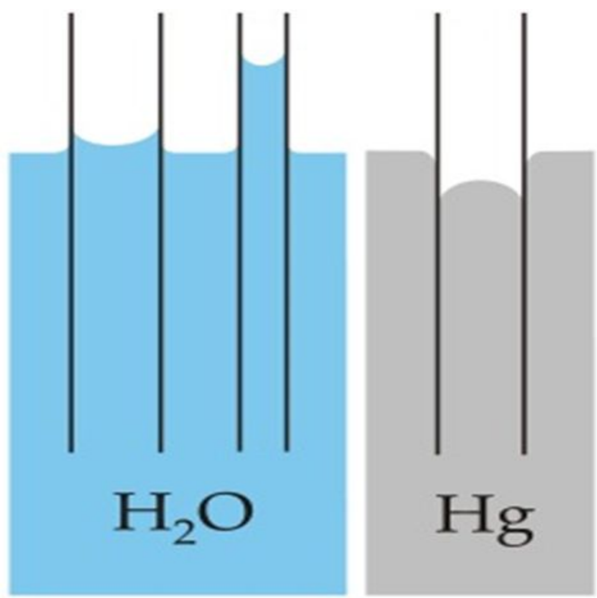
Капиллярные явления

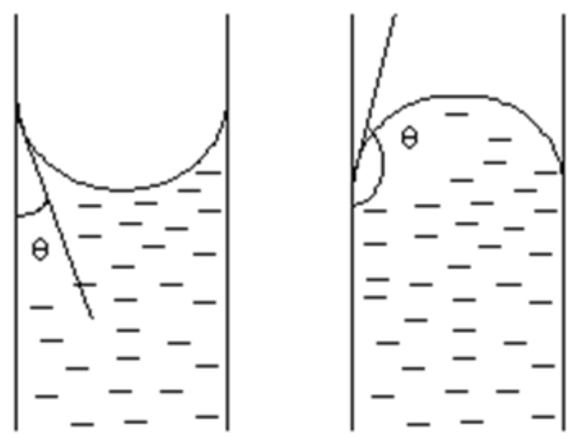
Если жидкость налита в широкий сосуд, то жидкость имеет плоскую горизонтальную поверхность. Однако непосредственно у стенок сосуда поверхность жидкости несколько искривлена. Если молекулы жидкости, взаимодействуют с молекулами твердого тела сильнее, чем между собой, в этом случае жидкость стремится увеличить площадь соприкосновения с твердым телом. При этом поверхность жидкости изгибается вниз и говорят, что она смачивает стенки сосуда, в котором находится. Если же молекулы жидкости взаимодействуют между собой сильнее, чем с молекулами стенок сосуда, то жидкость стремится сократить площадь соприкосновения с твердым телом, ее поверхность искривляется вверх, имеет место не смачивание жидкостью стенок сосуда.



Капиллярные явления

В узких трубочках, диаметр которых составляет доли миллиметра, искривленные края жидкости охватывают весь поверхностный слой, и вся поверхность жидкости в таких трубочках имеет вид, напоминающий полусферу. Это так называемый мениск. Он может быть вогнутым, в случае смачивания, и выпуклым, при не смачивании. Явления смачивания и не смачивания характеризуются краевым углом θ между поверхностью твердого тела и мениском в точках их соприкосновения

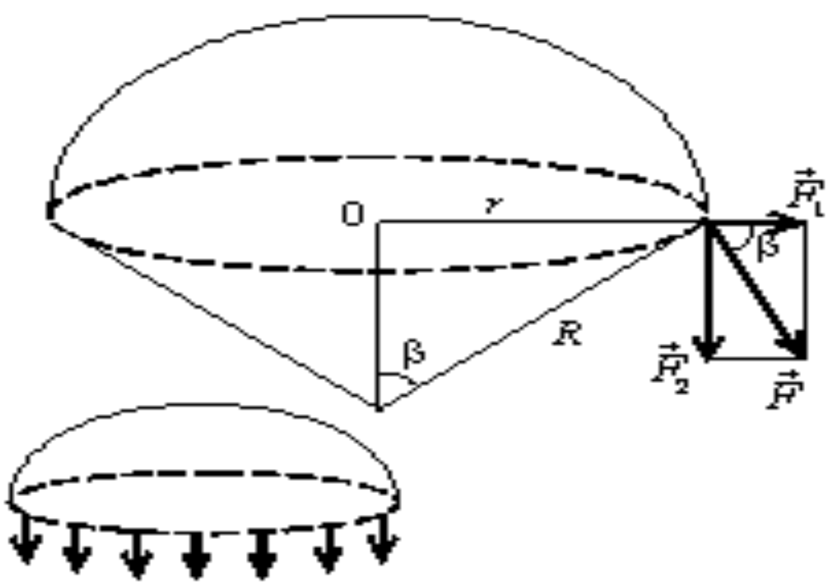




а) б)

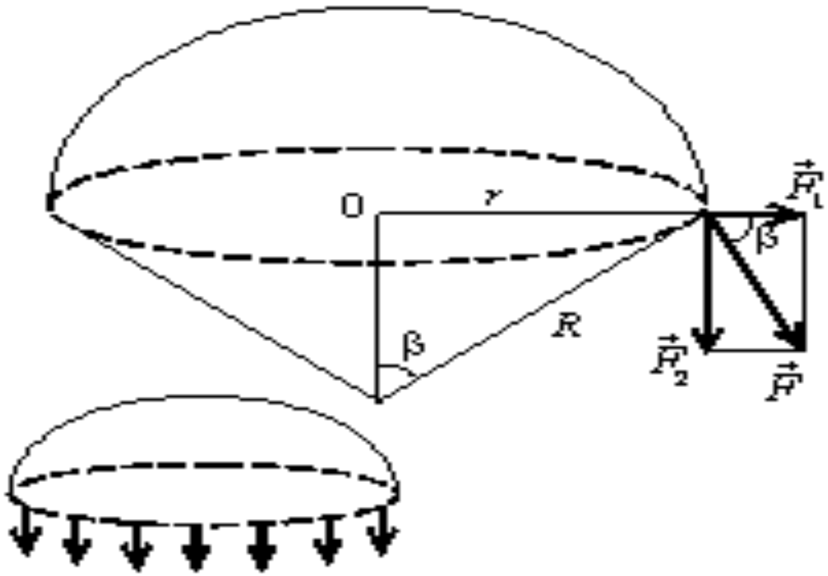
Капиллярные явления

Наличие сил поверхностного натяжения и кривизны поверхности жидкости в капиллярной трубочке ответственно за дополнительное давление под искривленной поверхностью, называемое давлением Лапласа.



Капиллярные явления

$$X = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$$

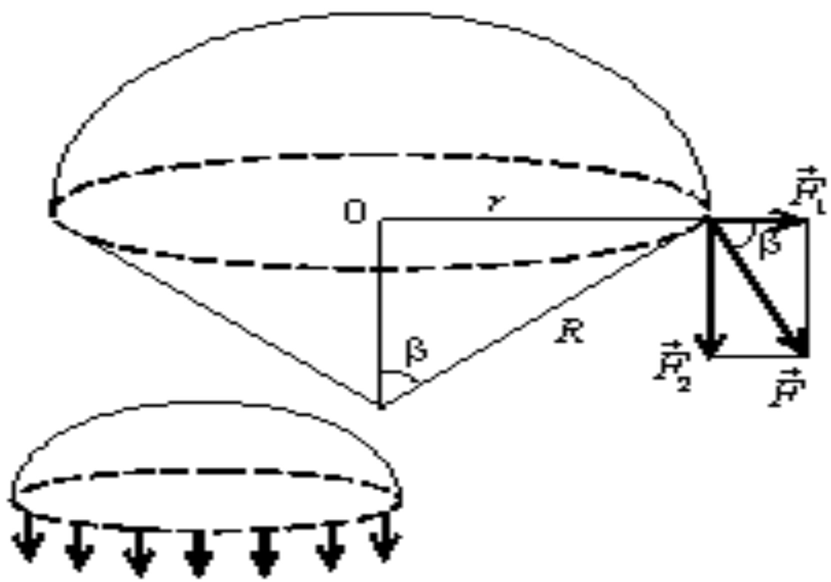


Капиллярные явления

Найдем составляющую F_2 и проведем суммирование по контуру, ограничивающему мениск в горизонтальном сечении, имея в виду, что сила поверхностного натяжения $F=\sigma\Delta l$,

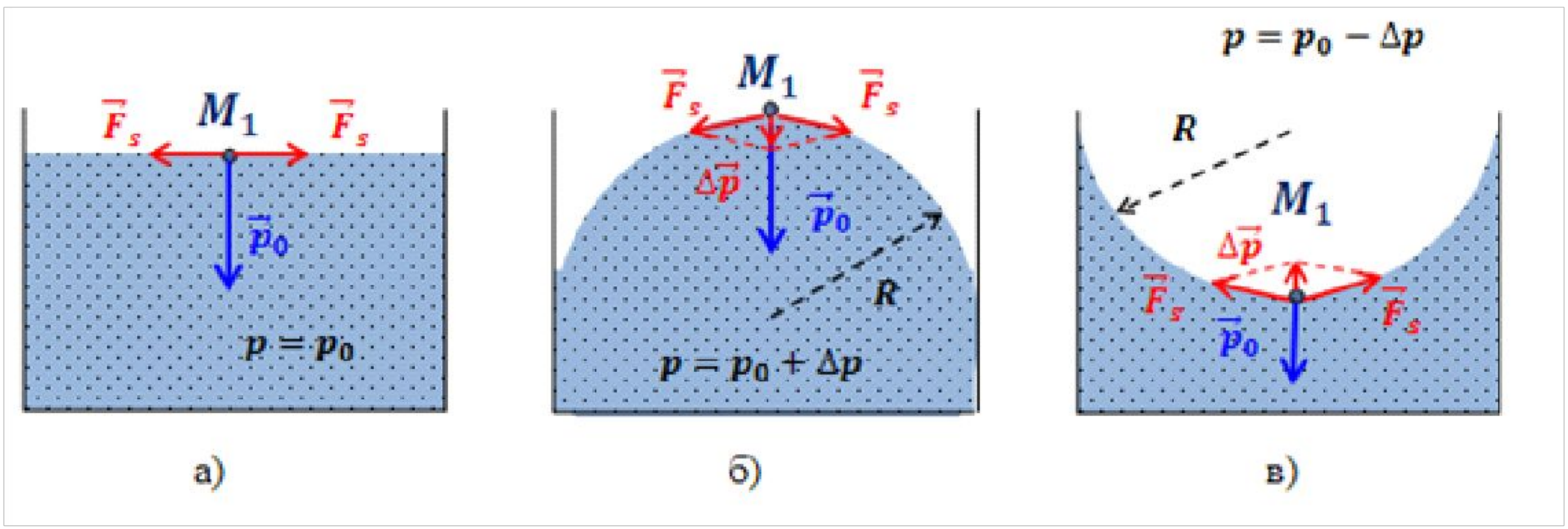
где Δl – элемент длины контура. $F_2=F \; = \sigma \frac{}{}$, суммируя

$$\sigma \;_2 = \sigma \; \frac{}{} \; = \; \frac{}{} \sigma \; = \; \frac{}{} 2\pi r = 2\pi\sigma \frac{^2}{}$$



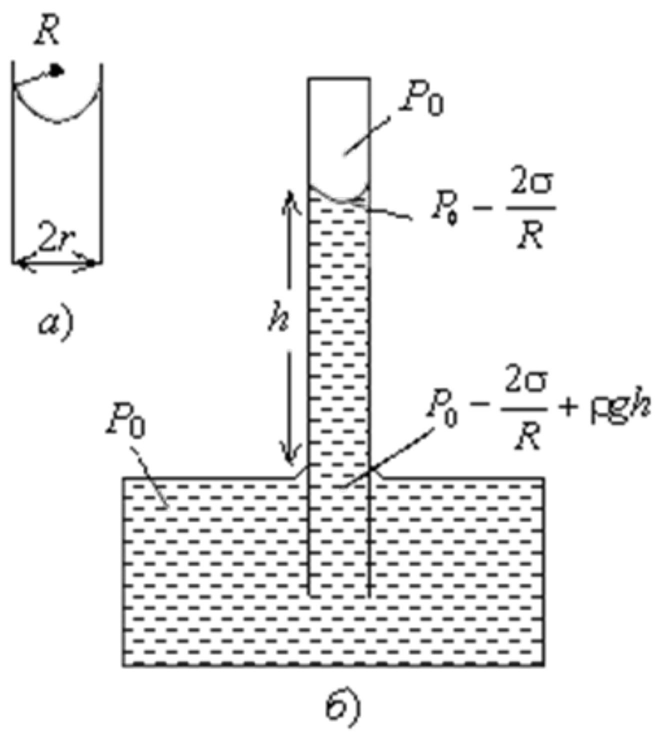
Капиллярные явления

Действие этой силы приходится на круговое сечение мениска площадью πr^2 . Следовательно, добавочное давление Лапласа, обусловленное кривизной поверхности и действием сил поверхностного натяжения, равно $P_л=\frac{\sigma\,\square 2}{\square\square\square^2}=\frac{2\square}{\square}$: *формула Лапласа* Для выпуклого мениска оно избыточное $P=P_0+P_л$, для вогнутого мениска недостаточное $P=P_0-P_л$ (где P_0–атмосферное давление). Рис 8 (а,б,в)



Капиллярные явления

Найдем высоту поднятия жидкости в цилиндрической капиллярной трубочке радиуса r . Пусть жидкость смачивает поверхность трубочки, вследствие чего в последней образуется симметричный вогнутый мениск с радиусами кривизны R. Под искривленной поверхностью вогнутого мениска давление в жидкости, как это было рассмотрено выше, меньше атмосферного давления P_0 на величину равную давлению Лапласа $P_л=2\sigma/R$



Капиллярные явления

Условие равновесия жидкости в капиллярной трубочке определяется равенством

$P_0=P_0-2\sigma/R+\rho gh$

где ρ – плотность жидкости, h – высота ее поднятия в трубочке, g – ускорение силы тяжести, отсюда

$h=2\sigma/\rho gR$

Преобразуем это выражение, выразив радиус кривизны R мениска через радиус капилляра r.

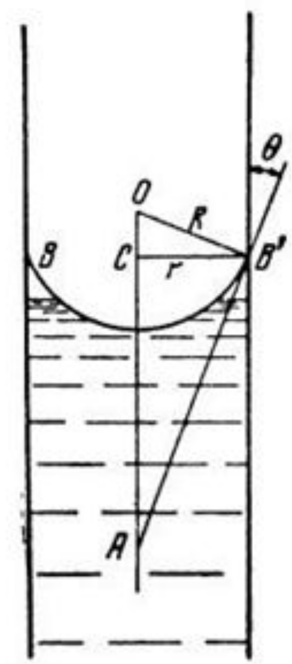
$r = R\cos\Theta$, в итоге получаем: $h=2\sigma \cos\Theta/\rho gr$

Это формула Жюрена

где r – радиус капилляра, Θ - краевой угол.

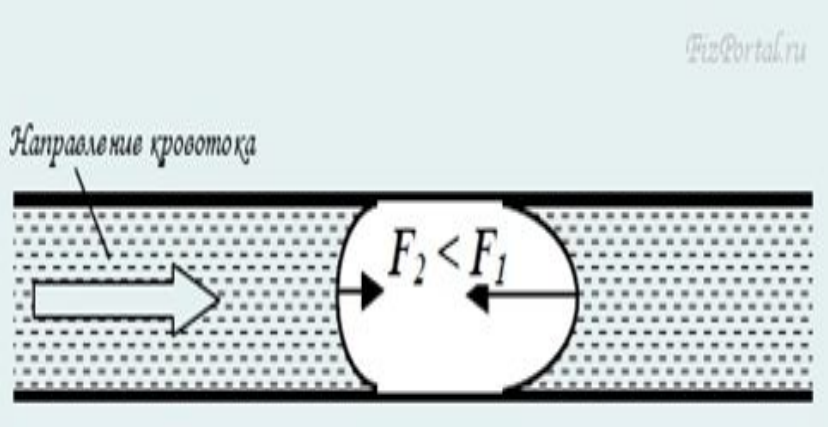
Для жидкости, которая полностью смачивает стенки капилляра $\Theta=0$, $\cos\Theta =1$

$h=2\sigma/\rho gr$



Газовая эмболия

Пока диаметр газового пузырька меньше диаметра сосуда, он имеет сферическую форму и движется вместе с током крови. Если он попадает в мелкий сосуд, диаметр которого меньше диаметра пузырька, его мениски деформируются под действием динамического давления текущей крови: передний по току крови мениск вытягивается, его радиус кривизны уменьшается, а задний под напором крови уплощается, его радиус кривизны увеличивается. Соответственно, дополнительные молекулярные давления, действующие на эти мениски, будут не одинаковы и направлены навстречу, а их результирующая сила, приложенная к пузырьку, будет направлена против тока крови, противодействуя ему вплоть до остановки кровотока.



Спасибо за внимание!