

# ТЕМА 3. ВАЛЫ И ОСИ

## Вопросы, изложенные в лекции:

3.1 Назначение и конструкция валов и осей

3.2 Материалы валов и осей

3.3 Классификация валов и осей

3.4 Критерии работоспособности и расчет валов и осей

3.5 Расчет валов (осей) на виброустойчивость

## Учебная литература:

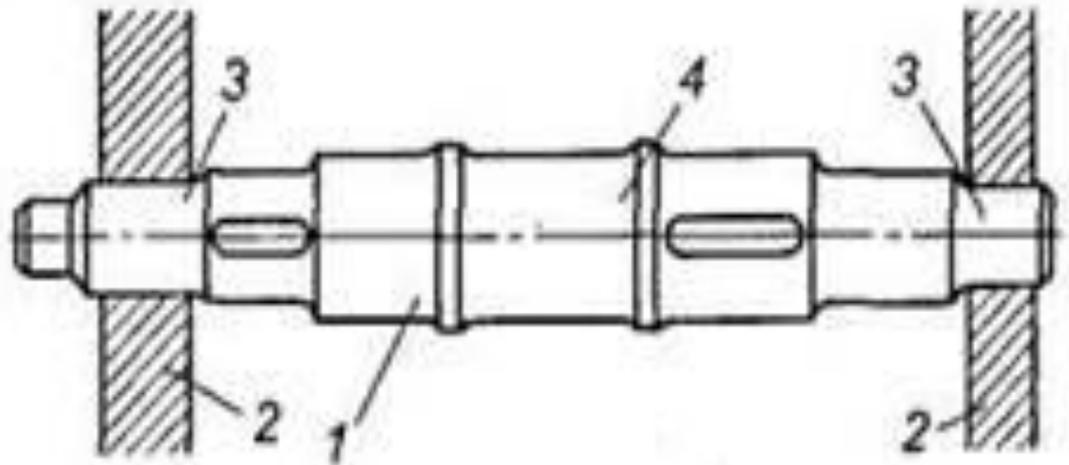
1 Мильченко А.И. Прикладная механика. Часть 2. Учебное пособие. – М: Изд. Центр Академия, 2013 – 256 с.

## 3.1 Назначение и конструкция валов и осей

**Валом** называют деталь (как правило, гладкой или ступенчатой цилиндрической формы), предназначенную для поддержания установленных на ней шкивов, зубчатых колес, звездочек, катков и т. д., и для передачи вращающего момента. При работе вал испытывает изгиб и кручение, а в отдельных случаях помимо изгиба и кручения валы могут испытывать деформацию растяжения (сжатия).

Вал 1 (рис. 3.1) имеет опоры 2, называемые подшипниками. Часть вала, охватываемую опорой, называют цапфой. Концевые цапфы именуют шипами 3, а промежуточные — шейками 4.

Рис. 3.1 - Прямой вал: 1 — вал; 2 — опоры вала; 3 — цапфы; 4 — шейка



Осью называют деталь, предназначенную только для поддержания установленных на ней деталей. В отличие от вала ось не передает вращающего момента и работает только на изгиб. В машинах оси могут быть неподвижными или же могут вращаться вместе с сидящими на них деталями (подвижные оси).

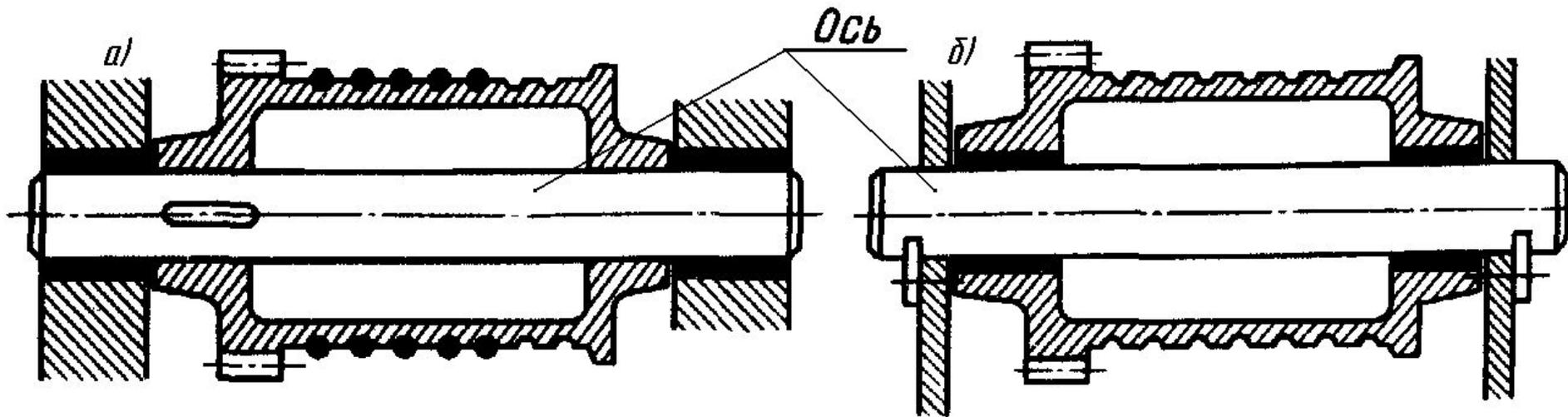


Рис. 3.2 - Конструкции осей: а — вращающаяся ось; б — неподвижная ось

## 3.2 Материалы для изготовления ВЮ, термическая и механическая обработка.

### Требования к материалам валов и осей:

- 1) высокая усталостная прочность (способность противостоять знакопеременным нагрузкам),
- 2) жесткость (иметь высокий модуль упругости),
- 3) хорошая обрабатываемость.

Наиболее полно этим требованиям удовлетворяют углеродистые и легированные стали.

Малонагруженные валы изготавливают из углеродистых сталей Ст5, Ст6.

1. *Качественные среднеуглеродистые стали марок 40, 45, 50 используют для валов стационарных машин и механизмов. Заготовку из этих сталей подвергают улучшающей термической обработке ( $HRC_3 \leq 36$ ) перед механической обработкой. Валы точат на токарном станке, посадочные места и цапфы шлифуют на шлифовальном станке.*

2. *Среднеуглеродистые легированные стали* марок 40X, 45X, 40XН, 40XНМА, 35XГСА используют для валов ответственных передач подвижных машин (валы коробок передач гусеничных машин). Улучшающей термообработке ( $HRC_3 \leq 45$ ) обычно подвергают деталь уже после предварительной токарной обработки. Посадочные поверхности и цапфы окончательно шлифуют на шлифовальных станках.

3. *Мало- и среднеуглеродистые легированные стали* марок 20X, 12XН3А, 18XГТ, 25XГТ, 38X2МЮА идут на валы нагруженных передач, работающих в реверсивном режиме (шлицевые валы коробок передач колёсных машин). Вал, изготовленный с минимальным припуском под окончательную обработку, подвергается *поверхностной химико-термической обработке (цементация, азотирование и т.п.)*, закаливается до высокой поверхностной твердости ( $HRC\ 55...65$ ). Рабочие поверхности шлицов, посадочные поверхности и поверхности цапф шлифуются после термической обработки с целью получения необходимой точности.

### 3.3 Классификация валов и осей

1. По форме продольной геометрической оси –

1.1. *прямые* (продольная ось – прямая линия), валы редукторов, валы коробок передач гусеничных и колёсных машин;

1.2. *коленчатые* (продольная геометрическая ось разделена на несколько параллельных отрезков, смещённых друг относительно друга в радиальном направлении), например, коленвал двигателя внутреннего сгорания;

1.3. *гибкие* (продольная геометрическая ось является линией переменной кривизны, изменяемой в процессе работы механизма или при монтажно-демонтажных мероприятиях), вал привода спидометра автомобилей.

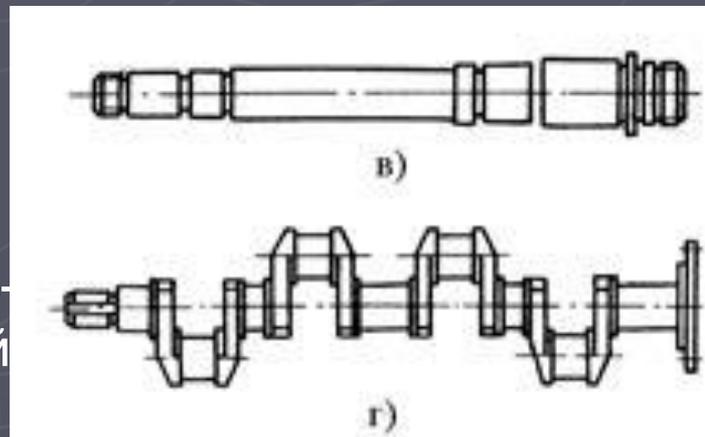
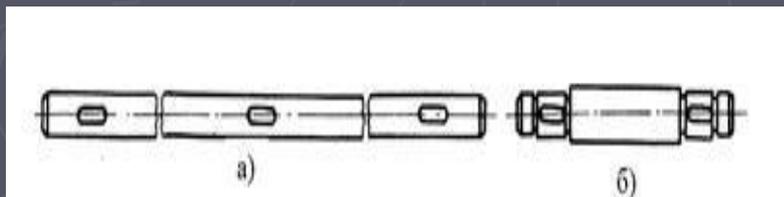


Рис.3.3 - Типы валов: а — гладкий трансмиссионный вал; б — ступенчатый передаточный вал; в — шпиндель станка; г — коленчатый вал

## ► 2. По функциональному назначению –

□ 2.1. валы передач, они несут на себе элементы, передающие вращающий момент (зубчатые или червячные колёса, шкивы, звёздочки, муфты и т.п.) и в большинстве своём снабжены концевыми частями, выступающими за габариты корпуса механизма;

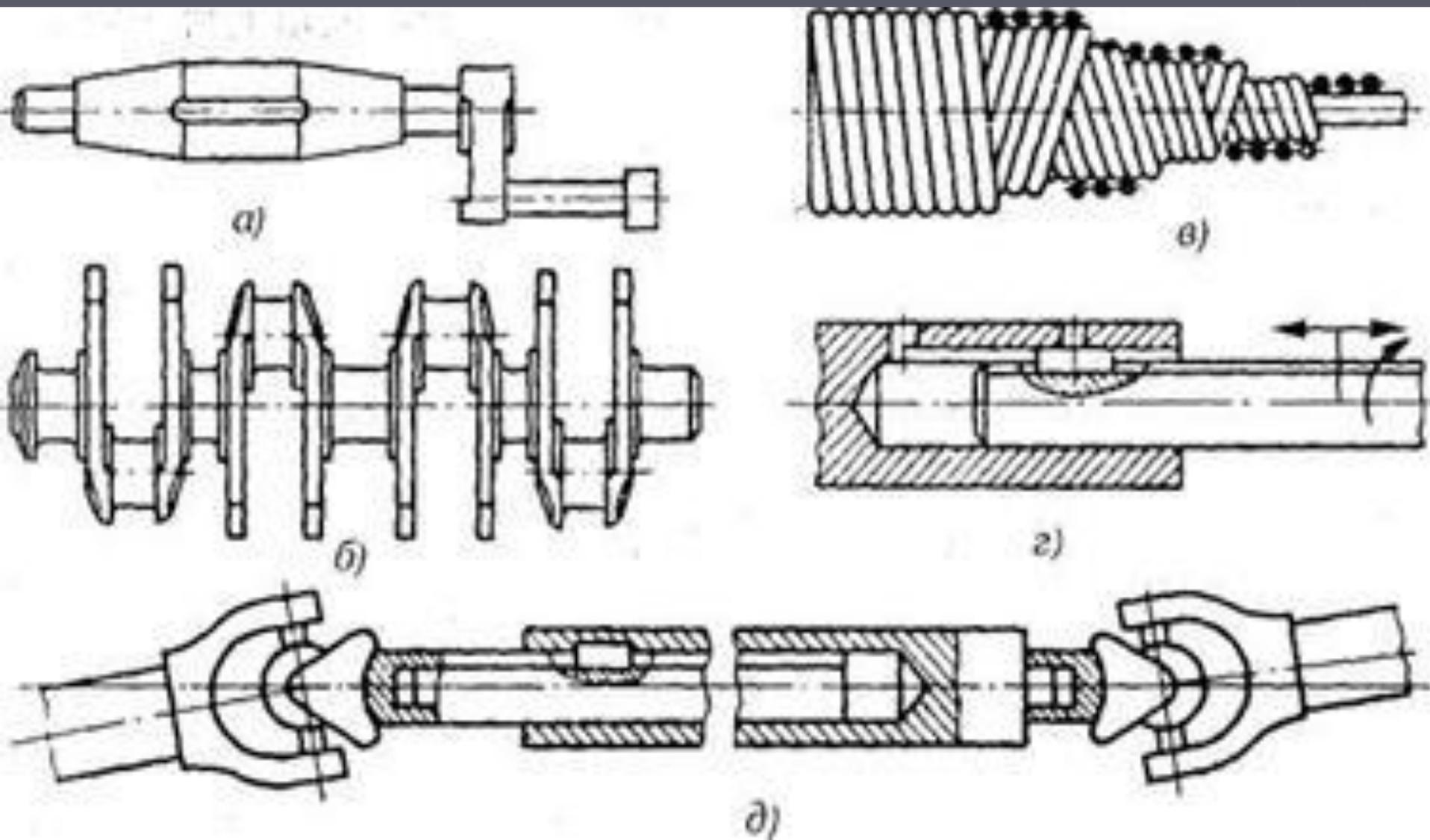
□ 2.2. трансмиссионные валы для распределения мощности одного источника к нескольким потребителям;

□ 2.3. коренные валы – валы, несущие на себе рабочие органы исполнительных механизмов (коренные валы станков, несущие на себе обрабатываемую деталь или инструмент называют шпинделями).

### 3. Прямые валы по форме исполнения и наружной поверхности –

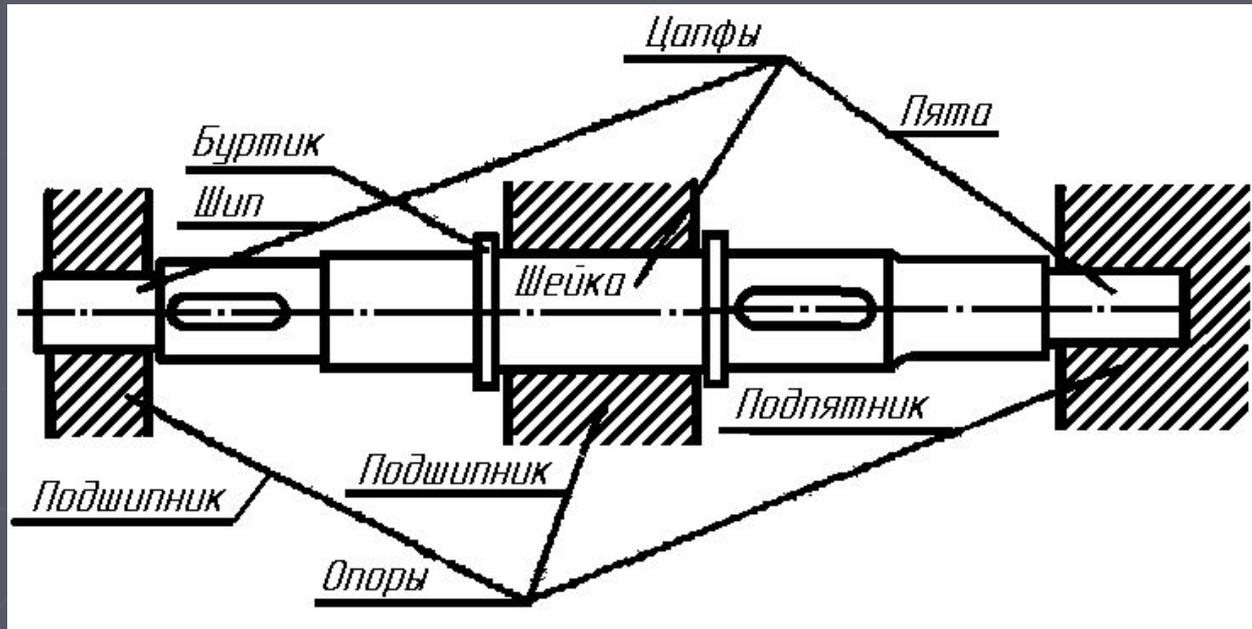
- 3.1. гладкие валы имеют одинаковый диаметр по всей длине;
- 3.2. ступенчатые валы содержат участки, отличающиеся друг от друга диаметрами;
- 3.3. полые валы снабжены осевым отверстием, простирающимся на большую часть длины вала;
- 3.4. шлицевые валы по внешней цилиндрической поверхности имеют продольные выступы – шлицы, равномерно расположенные по окружности и предназначенные для передачи моментной нагрузки от или к деталям, непосредственно участвующим в передаче вращающего момента;
- 3.5. валы, совмещённые с элементами, непосредственно участвующими в передаче вращающего момента (вал-шестерня, вал-червяк).

Рис.3.4 - Типы валов: *а* — кривошипный вал; *б* — коленчатый вал; *в* — гибкий вал; *г* — телескопический вал; *д* — карданный вал



- ▶ **Гибкие проволочные валы** применяют для передачи движения между деталями, оси вращения которых расположены так, что осуществить жёсткую связь между ними невозможно, или в тех случаях, когда в процессе работы взаиморасположение осей изменяется.
- ▶ Гибкий вал состоит из ряда последовательно навитых друг на друга слоёв стальной углеродистой или бронзовой проволоки. Первый, считая от центра слой проволоки навивается на центральную – сердечник, который может быть извлечен из вала либо оставлен внутри его. Толщина проволок обычно возрастает от центра к наружному слою. Число проволок в слое – от 4 до 12, максимальное число слоев – 8, толщина проволоки от 0,5 до 3 мм.
- ▶ **Различают три типа передач гибким валом: *силовые, приводы управления и приводы контрольных приборов.*** Во всех случаях передача состоит из следующих основных элементов: гибкого вала, наконечников вала, брони и арматуры брони.

# Конструктивные элементы валов представлены на рис. 3. 5



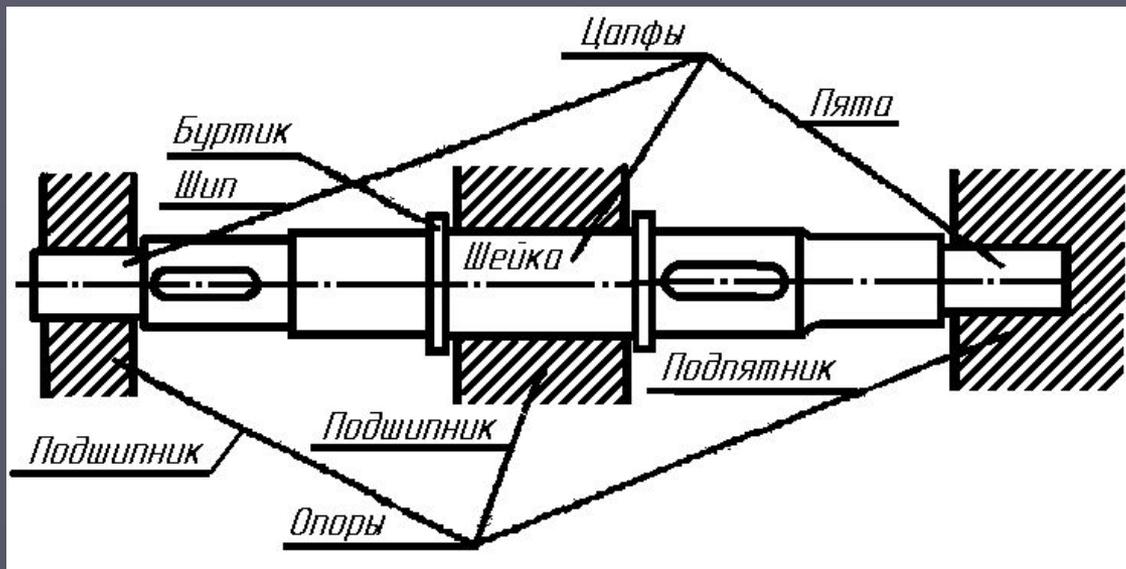
**Цапфы** – опорные части валов и осей, которые передают действующие на них нагрузки корпусным деталям.

**Шейка** – цапфа в средней части вала.

**Шип** – концевая цапфа, передающая на корпус только радиальную или радиальную и осевую нагрузки вместе.

**Пята** – концевая цапфа, передающая только осевую нагрузку.

С цапфами вала взаимодействуют элементы, обеспечивающие возможность его вращения, удерживающие вал в необходимом для нормальной работы положении и воспринимающие нагрузку со стороны вала.



**Подшипники** – элементы, воспринимающие радиальную нагрузку (или вместе с радиальной и осевую).

**Подпятники** – элементы, предназначенные для восприятия только осевой нагрузки.

**Буртик** – кольцевое утолщение вала малой протяжённости, составляющее с ним одно целое и являющееся ограничителем осевого перемещения самого вала или насаженных на него деталей.

**Заплечик** – торцовая поверхность между меньшим и большим диаметрами вала, служащая для опирания насаженных на вал деталей.

**Галтель** – переходная поверхность от цилиндрической части вала к заплечу, выполненная обычно без удаления материала с цилиндрической и торцевой поверхности (рис. 3.6. б, в).

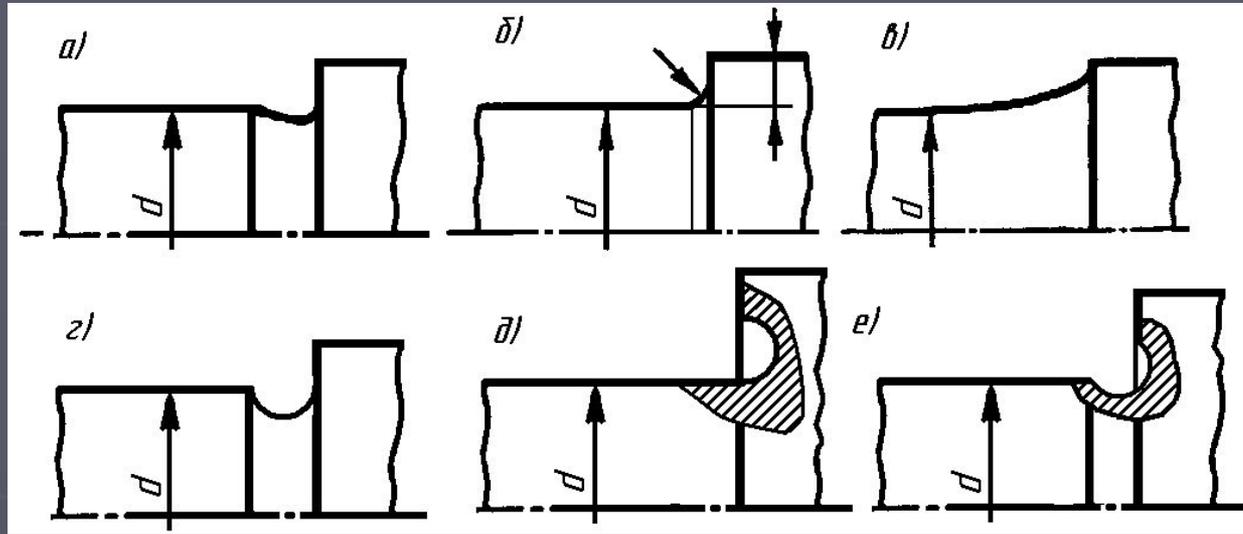


Рис. 3.6. Различные способы оформления переходной части между цилиндрической поверхностью и заплечиком.

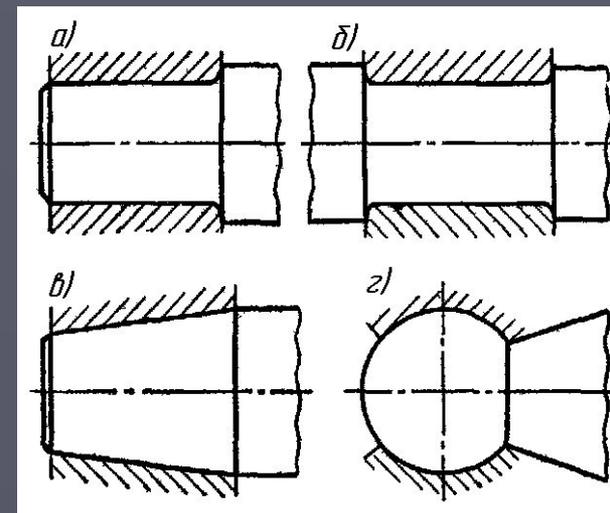
**Канавка** – небольшое углубление на цилиндрической поверхности вала (рис. 3.6. а, г, е)

**Поднутрение** – углубление малой протяжённости на торцевой поверхности заплечика вала, выполненное вдоль оси вала (рис. 3.6. д).

**Наклонная канавка** (рис. 3.6. е) совмещает достоинства цилиндрической канавки и поднутрения.

Рис. 3.8. Разновидности цапф

Цапфы валов могут иметь форму различных тел вращения (рис. 9.5): цилиндрическую, коническую или сферическую. Шейки и шипы чаще всего выполняют **в форме цилиндра** (рис. 3.8 а, б).



Выходные концы валов (рис. 3.1; 3.9) обычно имеют **цилиндрическую** или **коническую** форму и снабжаются шпоночными пазами или шлицами для передачи вращающего момента.

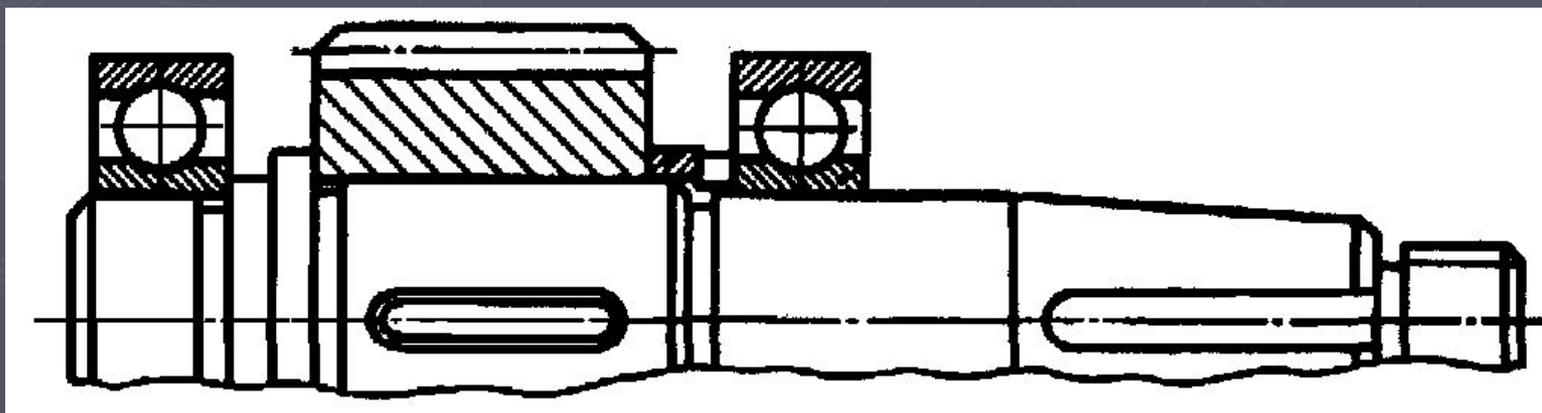


Рис. 3.9. Вал цилиндрической передачи в сборе с шестерней и подшипниками качения.

## 3.4 Критерии работоспособности и расчет валов и осей

В процессе работы валы и оси испытывают постоянные или переменные по величине и направлению нагрузки. Прочность валов и осей определяется величиной и характером напряжений, возникающих в них под действием нагрузок. Постоянные по величине и направлению нагрузки вызывают в неподвижных осях постоянные напряжения, а во вращающихся осях (и валах) — переменные.

Поломки валов и вращающихся осей в большинстве случаев носят усталостный характер. Причины поломок:

- а) неудачный выбор конструктивной формы и неправильная оценка влияния концентрации напряжений;
- б) концентрация напряжений, вызванная обстоятельствами технологического или эксплуатационного характера: надрезы, следы обработки и др.
- в) нарушение норм технической эксплуатации: неправильная регулировка затяжки подшипников, уменьшение необходимых зазоров.

Основными критериями работоспособности валов и вращающихся осей являются усталостная **прочность** и **жёсткость**.

При расчете осей и валов их **прочность** оценивают по **коэффициенту запаса усталостной прочности**, а **жёсткость** – **величиной прогиба** под действием рабочих нагрузок, **углом поворота** отдельных сечений (чаще всего опорных сечений цапф) в плоскости осевого сечения и **углом закручивания** поперечных сечений под действием крутящего момента. Основными расчётными нагрузочными факторами являются **крутящие  $T$  и изгибающие  $M$  моменты**.

Влияние на прочность вала растягивающих и сжимающих сил само по себе незначительно и обычно не учитывается.

**Критерием жесткости валов** являются условия правильной работы зубчатых передач и подшипников, а также **виброустойчивость**.

Все валы в обязательном порядке рассчитывают на **объёмную прочность**.

► **Расчёт вала** должен включать три основных этапа:

- 1) проектировочный расчёт,
- 2) формирование расчетной схемы
- 3) проверочный расчёт.

► Иногда добавляются и другие (например, расчёт на колебания - виброустойчивость)

► **Проектный расчёт** валов производят только на статическую прочность по передаваемому крутящему моменту  $T$ . При этом расчёте определяется наименьший диаметр вала, а с целью компенсации неучтённых изгибных нагрузок и других факторов, влияющих на прочность вала, принимают заниженные значения допускаемых напряжений  $[\tau]_{\text{кк}} \approx (0,025 \dots 0,030) \cdot \sigma_B$ .

$$\tau_{\text{к}} = \frac{T_{\text{кк}}}{W_n} \leq [\tau]_{\text{к}} ; \quad (3.1)$$

► где  $\tau_{\text{к}}$  – максимальные касательные напряжения, действующие во внешних волокнах опасного сечения вала;  $T_{\text{к}}$  - крутящий момент, передаваемый через это сечение;  $W_n$  – полярный момент инерции рассматриваемого сечения.

Для валов, имеющих круговое или кольцевое (для полых валов) поперечное сечение, из (3.1) получаем

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{T_K}{0,2 \cdot [\tau]_K \cdot (1 - \beta^4)}} ; \quad (3.2)$$

где  $D$  – внешний диаметр вала;  $\beta = d/D$  – относительный диаметр осевого отверстия полого вала ( $d$  – абсолютное значение диаметра этого отверстия). Для  $\beta \leq 0,5$  расчёт полого вала как сплошного даёт погрешность менее 2,5% от диаметра вала, что позволяет рассчитывать толстостенные валы как сплошные (выражение в скобках принять равным 1).

Полученный таким расчётом диаметр вала округляют до ближайшего большего значения из рядов нормальных линейных размеров по ГОСТ 6636-69.

Диаметры других ступеней вала и продольные размеры устанавливают из конструктивных соображений в процессе эскизного проектирования механизма.

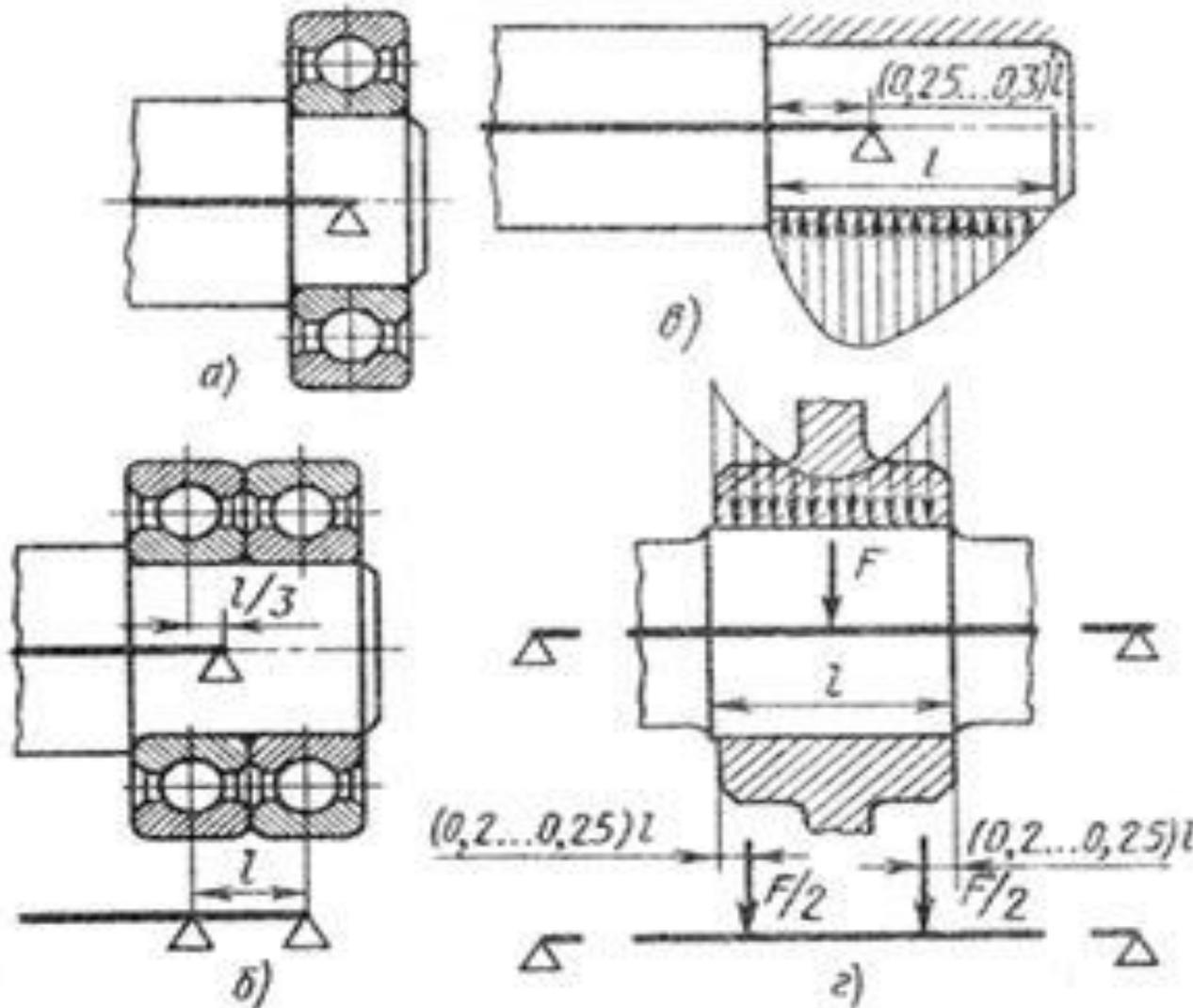
**Формирование расчётной схемы** возможно только *после полного конструктивного оформления вала* на основе проектного расчёта, эскизного проектирования, подбора подшипников и расчёта конструктивных элементов, участвующих в передаче вращающего момента.

При формировании **расчётной схемы** вал обычно представляют в виде балки, лежащей на опорах (число опор обычно равно числу подшипников), одна из которых считается закреплённой в осевом направлении.

Если вал установлен в корпусе посредством радиальных или сферических подшипников, опору считают расположенной на геометрической оси вала в точке пересечения с поперечной осью симметрии подшипника.

При использовании радиально-упорных подшипников за точку опоры принимают точку продольной геометрической оси вала, лежащую на её пересечении с нормалью к поверхности качения, проведённой через центр тел качения.

Расчетные схемы размещения опор вала:  
а) одинарный подшипник качения; б) подшипник скольжения;  
в) сдвоенный подшипник качения;  
г) распределение напряжений по шейке вала



➤ Нагрузки, которые действуют на вал со стороны установленных на них деталей, в действительности не являются сосредоточенными. Расчетные нагрузки рассматривают обычно как сосредоточенные и приложенные посередине ступицы.

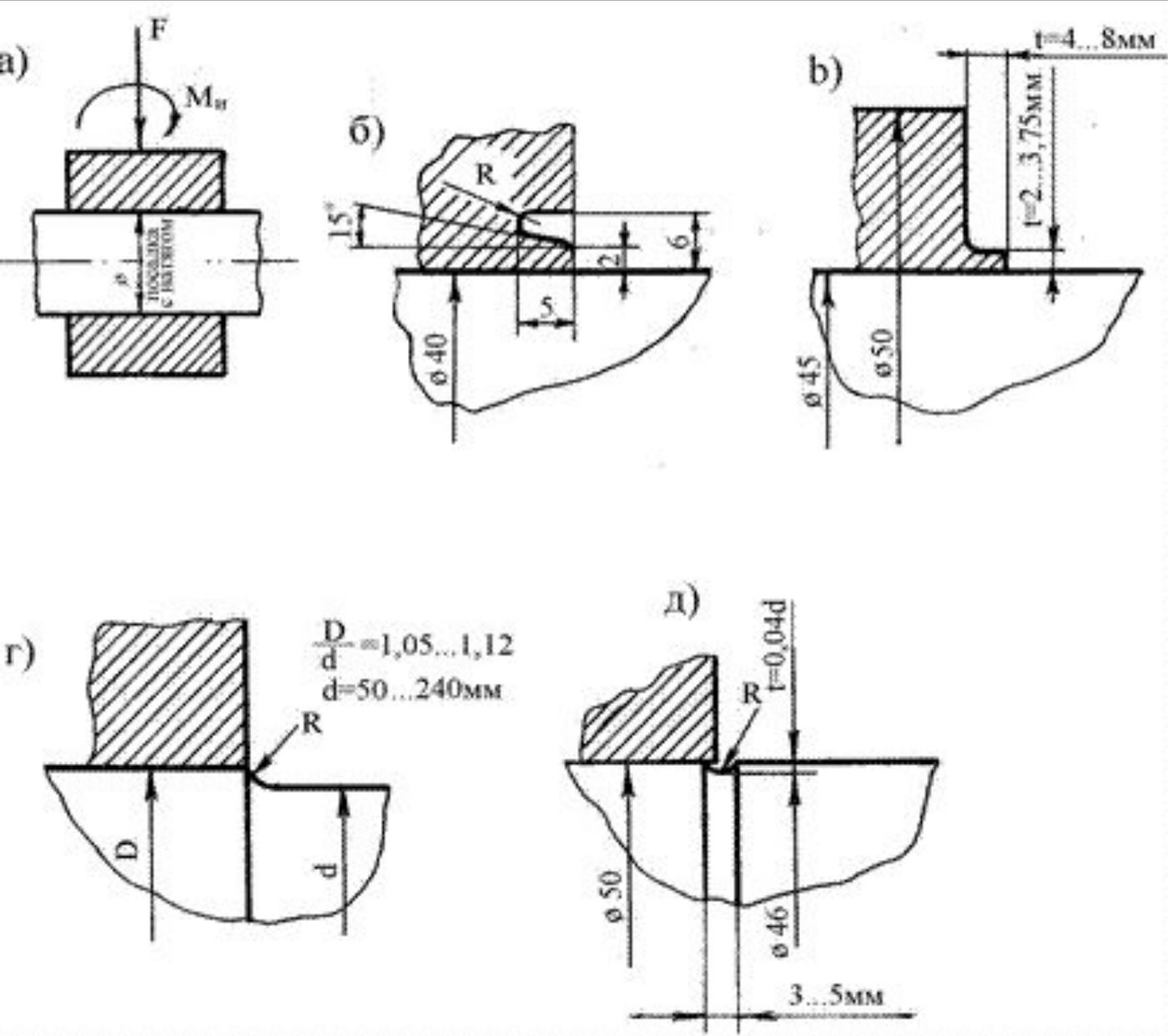
Для подшипников скольжения, а также при установке сдвоенных подшипников качения за точку опоры принимают точку, лежащую на оси вращения и расположенную на расстоянии, равном  $0,2 \dots 0,3$  длины подшипника (суммарной длины пары подшипников качения) от его внутренней кромки.

Силы, действующие на вал со стороны ступиц шкивов, шестерён, звёздочек и других элементов, считают приложенными посередине ступицы, если последняя расположена между подшипниками, и на расстоянии  $0,25 \dots 0,3$  длины ступицы со стороны её внутреннего края, при её консольной установке (то есть на конце вала). В случае напрессовки на вал зубчатых колес, колец подшипников, втулок и других сопрягаемых деталей возникает резкое снижение пределов выносливости в  $3 \dots 6$  раз. Зарождение усталостной трещины возникает у края напрессованной детали, сопровождаемое коррозией. Данное явление называют ***фреттинг-коррозией*** в научной литературе или проще ***коррозией трения***.

Технологические меры: уменьшение микронеровности сопрягаемых поверхности путем полирования и шлифования, сохранения от коррозии и поверхностные химико – термические, механические и прочие методы, как плазменные напыления, ионная имплантация, что повышает срок службы в 1,5...2 раза и более.



# Рис. 3.10 - Конструктивные методы повышения сопротивления усталости валов:



► Разгружающие выточки на торце напрессованной детали (рис. 3.10, б) или поясok (рис. 3.10, в) повышают предел выносливости в 1,2 ... 1,5 раза, утолщение под ступичной части вала (рис. 3.10, г) – в 1,3...1,5 раза. Разгружающие выточки вала (рис. 3.10 д), нанесенные путем накатки повышают предел выносливости в 1,4 раза.

# Расчетная схема

Вал нагружен силами: окружной силой  $F_t$ , радиальной силой  $F_r$ , осевой силой  $F_a$ , силой от муфты  $F_M$ . Эти силы действуют в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Изобразим их в вертикальной и горизонтальной плоскости и приведем к оси вала. После приведения сил к оси вала возникают изгибающий момент

$$m = F_r \frac{d}{2}$$

и крутящий момент

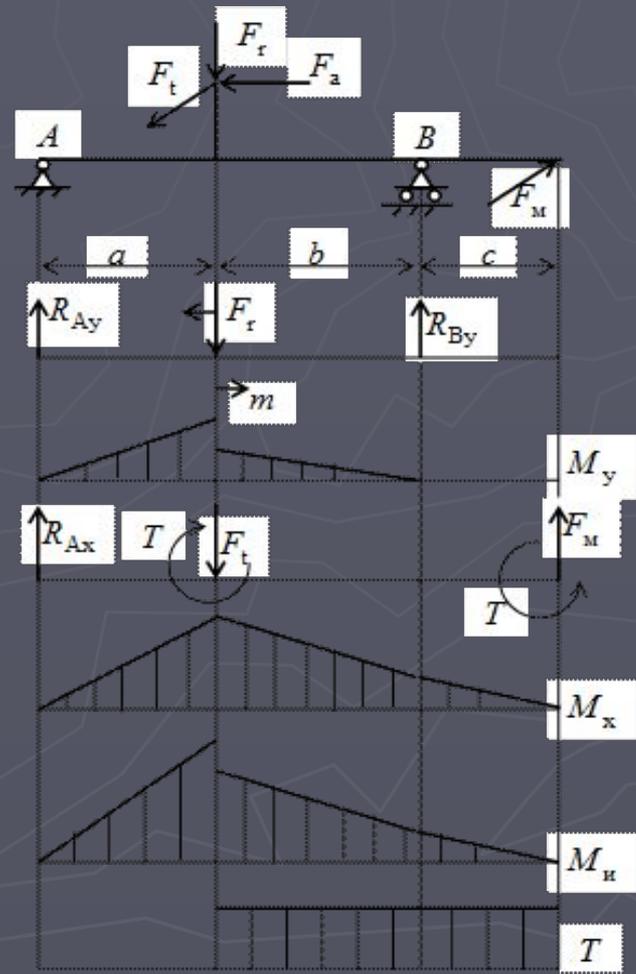
$$T = F_t \frac{d}{2}$$

Здесь  $d$  - делительный диаметр колеса.

Строим эпюры изгибающих моментов в вертикальной  $M_y$  и горизонтальной плоскости  $M_x$ , эпюру суммарных изгибающих моментов  $M$  и эпюру крутящих моментов  $T$ .

Суммарный изгибающий момент определяется по зависимости

$$M_{\Sigma} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$



- ▶ **Проверочный расчёт валов** производится после формирования расчётной схемы и уточнения всех нагрузок, как по величине, так и по направлению. Этот вид расчёта предусматривает проверку вала на статическую прочность по наибольшей возможной кратковременной нагрузке и на усталостную прочность при переменных напряжениях.
- ▶ В последнем случае вычисляется *коэффициент фактического запаса прочности* в предположительно опасных сечениях, намечаемых предварительно по эпюре моментов с учётом размеров поперечного сечения и зон концентрации напряжений.

По конструкции узла составляют расчетную схему, определяют силы, действующие на ось, строят эпюры изгибающих моментов; диаметр оси  $d$  определяют по формуле

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{и}}{0,1[\sigma]_{из}}}$$

где  $M_{и}$  — максимальный изгибающий момент;  $[\sigma]_{из}$  — допускаемое напряжение изгиба.

**Выбираем  $[\sigma]_{из}$ .** Во вращающихся осях напряжение изгиба изменяется по симметричному циклу: для них принимают

$$[\sigma]_{из} = [\sigma_{-1}]_{из} = (0,5 - 0,6) [\sigma_{ст}]_{из}$$

в неподвижных  $[\sigma]_{из} = [\sigma_{ст}]_{из}$ .

**Проверочный расчет осей на статическую прочность.**

С учетом только изгибной составляющей расчет производят по формуле

$$\sigma_{из} = \frac{M_{и}}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{M_{и}}{0,1 d^3} \leq [\sigma]_{из}$$

где  $\sigma_{из}$  — расчетное напряжение изгиба в опасном сечении оси

**На статическую прочность** валы рассчитывают по наибольшей возможной кратковременной нагрузке с учётом динамических и ударных воздействий. Эту проверку выполняют с целью предупреждения пластических деформаций и разрушений. В этом случае эквивалентное напряжение в наружном волокне вала

$$\sigma_{\text{эк}} = \sqrt{\sigma_u^2 + 3 \cdot \tau_k^2} \quad (3.3)$$

где  $\sigma_u$  – максимальное напряжение от изгиба;  $\tau_k$  – наибольшее напряжение кручения.

Поскольку  $\sigma_u = M_u / W_{u'}$ , а  $\tau_k = T_k / W_{k'}$ , где  $W_u$  и  $W_k$  момент сопротивления вала в опасном сечении изгибу и кручению, соответственно, и после подстановки всех значений в (3.3) получим

$$\sigma_{\text{эк}} = \frac{32}{\pi \cdot D^3 \cdot (1 - \beta^4)} \cdot \sqrt{M_u^2 + 0,75 T_k^2} \quad (3.5)$$

Зная эквивалентные напряжения, можно проверить запас прочности по пределу текучести :

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{эк}}} \geq [n] \quad (3.6)$$

где нормативный запас прочности  $[n]$  обычно принимают равным 1,2...1,8.

## Приближенный расчет валов на прочность

В зависимости от действия нагрузок возможны два случая приближенного расчета валов на прочность: расчет только на кручение и расчет на совместное действие кручения и изгиба

**Проверочный расчёт на сопротивление усталости** проводят по максимальной длительно действующей нагрузке без учёта кратковременных пиковых нагрузок (возникающих, например, во время пуска). Для каждого опасного сечения, установленного в соответствии с эпюрами изгибающих и крутящих моментов, определяют расчётный коэффициент запаса прочности  $S$  и сравнивают его с допускаемым  $[S]$  (обычно принимают  $[S] = 1,2 \dots 2,5$ ) по выражению

$$S = \frac{S_{\sigma} \cdot S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} \geq [S] \quad (3.7)$$

где  $S_{\sigma}$  и  $S_{\tau}$  - коэффициенты запаса прочности по нормальным и касательным напряжениям соответственно:

$$\left. \begin{aligned}
 S_{\sigma} &= \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m}; \\
 S_{\tau} &= \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a + \psi_{\tau} \cdot \tau_m};
 \end{aligned} \right\} \quad (3.8), \text{ где } \sigma_{-1} \text{ и } \tau_{-1} - \text{ пределы выносливости для} \\
 \text{материала вала при симметричном цикле изгиба и} \\
 \text{кручения; } \sigma_a \text{ и } \tau_a - \text{ амплитуды изменения напряжений} \\
 \text{изгиба и кручения; } \sigma_m \text{ и } \tau_m - \text{ средние значения за} \\
 \text{цикл тех же напряжений; } \psi_{\sigma} \text{ и } \psi_{\tau} - \text{ коэффициенты} \\
 \text{чувствительности материала вала к асимметрии} \\
 \text{цикла напряжений } (\psi_{\tau} \approx 0,5 \cdot \psi_{\sigma}; 0,05 \leq \psi_{\sigma} \leq 0,2); K_{\sigma D} \text{ и } K_{\tau D} \\
 - \text{ коэффициенты снижения пределов выносливости} \\
 \text{по изгибу и кручению, определяемые по формулам:}$$

$$\left. \begin{aligned}
 K_{\sigma D} &= (K_{\sigma} / K_d + K_F - 1) / K_v; \\
 K_{\tau D} &= (K_{\tau} / K_d + K_F - 1) / K_v;
 \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

в которых  $K_{\sigma}$  и  $K_{\tau}$  - эффективные коэффициенты концентрации напряжений для данного сечения вала в зависимости от его формы,  $K_d$  - коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения,  $K_F$  - коэффициент влияния шероховатости поверхности вала (для посадок с натягом  $K_F \approx 1$ ),  $K_v$  - коэффициент, учитывающий упрочнение поверхности (при отсутствии поверхностного упрочнённого слоя  $K_v \approx 1$ ). Перечисленные коэффициенты устанавливаются по справочным данным с учётом материала и конструкции рассчитываемого вала.

Пределы выносливости  $\sigma_{-1}$  и  $\tau_{-1}$  для улучшенных или нормализованных углеродистых и углеродистых легированных сталей с известным пределом прочности  $\sigma_B$ , при симметричном цикле изгиба и кручения можно определить по эмпирическим зависимостям

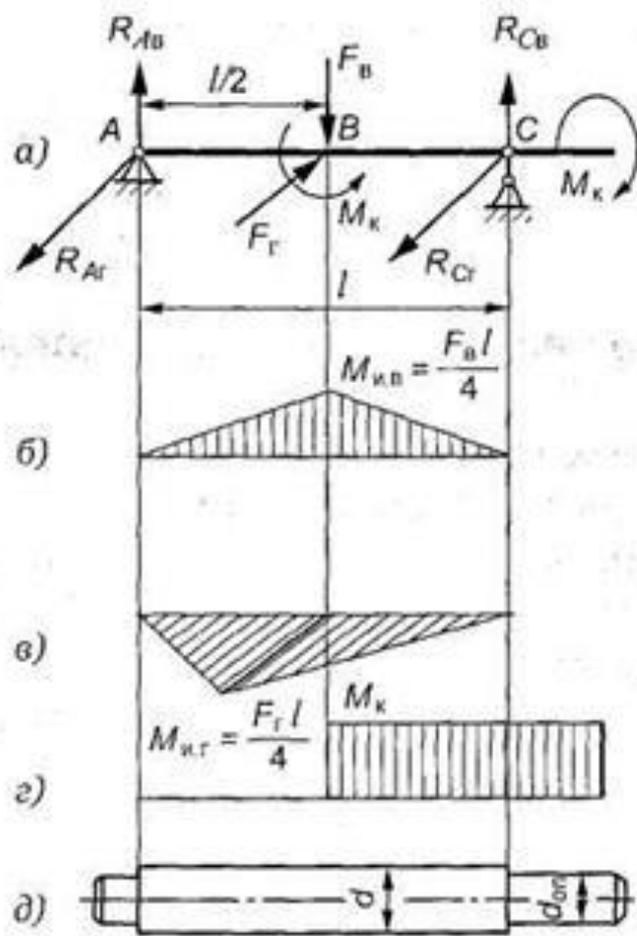
$$\left. \begin{aligned} \sigma_{-1} &= 394 \ln(\sigma_B / 318); \\ \tau_{-1} &= 214 \ln(\sigma_B / 301); \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Амплитудные и медиальные (средние) значения нормальных  $\sigma_a$ ,  $\sigma_m$  и касательных  $\tau_a$ ,  $\tau_m$  напряжений вычисляют

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= 0,5(\sigma_{max} - \sigma_{min}); & \sigma_m &= 0,5(\sigma_{max} + \sigma_{min}); \\ \tau_a &= 0,5(\tau_{max} - \tau_{min}); & \tau_m &= 0,5(\tau_{max} + \tau_{min}); \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

где  $\sigma_{max}$  и  $\sigma_{min}$ ,  $\tau_{max}$  и  $\tau_{min}$  — максимальные и минимальные значения нормальных и касательных напряжений в точках наружных волокон опасного сечения вала

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{max} &= \frac{M_{u max}}{W_u}; & \sigma_{min} &= \frac{M_{u min}}{W_u}; & \tau_{max} &= \frac{T_{k max}}{W_n}; & \tau_{min} &= \frac{T_{k min}}{W_n}. \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$



В схеме  $M_k$  — крутящий момент, возникающий в поперечных сечениях вала;  $F_B$  и  $F_T$  — силы, действующие на вал в вертикальной и в горизонтальной плоскостях.

$$M_{\text{изг}} = \frac{F_B l}{2} = \frac{(F_B l)}{2} = \frac{F_B l}{2} = \frac{F_B l}{2}$$

$$M_{\text{изг}} = \sqrt{M_{\text{изг}}^2 + M_{\text{кр}}^2} = \sqrt{\left(\frac{F_B l}{4}\right)^2 + \left(\frac{F_T l}{4}\right)^2}$$

$$\tau_{\text{изг}} = \frac{F}{\omega}; M_{\text{изг}} = \tau_{\text{изг}}; M_{\text{изг}} = \sqrt{M_{\text{изг}}^2 + M_{\text{кр}}^2}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{изг}}}{0,1[\sigma]_{\text{изг}}}}$$

Полученное значение  $d$  округляют до ближайшего большего стандартного.

Определяют диаметры под подшипниками  $d_{0n}$  (рис.11, д) и округляют до большего стандартного значения.

Типичными являются такие условия нагружения, когда напряжения от изгиба валов имеют чисто симметричный характер, то есть максимальный и минимальный изгибающие моменты в данном сечении равны по величине и противоположны по направлению.

Для таких условий  $\sigma_a = \sigma_{max}$ , а средние напряжения за цикл  $\sigma_m = 0$ .



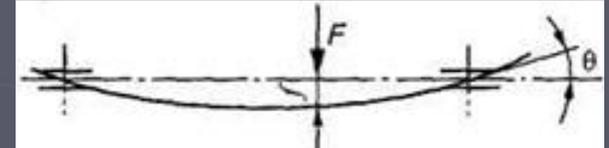
⋮



**Проверочный расчёт валов на жёсткость** чаще всего выполняется по нескольким критериям.

Наиболее часто при этом виде расчёта определяются:

- 1) **прогиб** вала в определённых сечениях (например, под зубчатым или червячным колесом);
- 2) **максимальный прогиб** вала;
- 3) **поворот отдельных сечений** вала, вызванный его изгибом (чаще всего в местах установки подшипников);
- 4) **закручивание** вала под действием рабочих моментов.



Исходя из изложенного, получаем следующие критерии жесткости вала:

прогиб под элементами зацепления –

$$y \leq [y];$$

полная стрела прогиба –

$$f \leq [f];$$

угол поворота сечения –

$$\theta \leq [\theta];$$

удельный угол закручивания вала –

$$\phi_0 \leq [\phi_0];$$

где допустимые значения прогибов и углов составляют:

$$f \leq [f] \text{ и } [\theta] \geq \theta$$

## Расчет валов и осей на изгибную жесткость.

Предельный прогиб в месте установки зубчатых колёс при модуле зацепления  $m$ : цилиндрических –  $[y] = 0,01m$ ; конических, гипоидных, глобоидных, червячных –  $[y] = 0,005m$ ; полная стрела прогиба –  $[f] = 3 \cdot 10^{-4}l$ , где  $l$  – полная длина вала; допустимый удельный угол закручивания вала –  $0,025 \leq [\phi_\rho] \leq 1,0$  градус/м в зависимости от конструкции и назначения вала. Для осей полный прогиб  $[f] \approx (2...3) \cdot 10^{-3}l$ , где  $l$  – полная длина оси.

Проверку прогиба вала в заданных сечениях наиболее удобно выполнять методом перемножения эпюр Максвелла-Мора (непосредственно выполняемое способом Симпсона или способом Верещагина), согласно которому деформация от изгиба в заданном сечении равна

$$f = \int_0^l \frac{M_1(s) \cdot M_u(s)}{EI} ds ; \quad (3.13)$$

где  $M_1(s)$  – изгибающий момент от единичной фиктивной нагрузки, приложенной в исследуемом сечении;  $M_u(s)$  – изгибающий момент от реально действующей нагрузки;  $E$  – модуль упругости материала вала;  $I$  – осевой момент инерции сечений вала;  $s$  – текущая координата сечений вдоль оси вала.

Если моменты монотонно изменяются на каждом участке по длине вала, а осевой момент инерции сечений вала  $I$  можно считать постоянным по его длине, то выражение (3.13) существенно упрощается.

В этом случае по способу Симпсона величина прогиба может быть подсчитана по следующей формуле:

$$f = \frac{1}{6EI} \sum I_i \cdot (m_{Лi} \cdot M_{Лi} + 4m_{Ci} \cdot M_{Ci} + m_{Пri} \cdot M_{Пri}) \quad ; \quad (3.14)$$

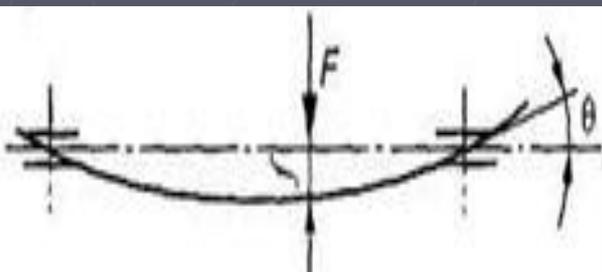
в которой  $m$  и  $M$  - ординаты однородных участков (таких, на которых нет изломов и скачков) эпюр от единичной фиктивной и реальной нагрузок, а индексы "Л", "С" и "Пр" относятся к левому концу, середине и правому концу каждого участка соответственно.

Формула Симпсона особенно удобна для определения прогибов валов при линейных эпюрах изгибающих моментов.

А по способу Верещагина при вышеназванных условиях величина прогиба в исследуемом сечении определяется следующим образом:

$$f = \frac{1}{EI} \sum_i (A \cdot h_c) \quad (3.15)$$

в которой  $A$  - площади однородных участков эпюр изгибающих моментов, а  $h_c$  - ординаты второй эпюры под центром тяжести этих площадей.



### **Расчет валов и осей на крутильную жесткость.**

Максимальный угол закручивания определяется также по формулам курса "Сопротивление материалов"

$$\varphi = \frac{\pi l}{GJ_p} \leq [\varphi]$$

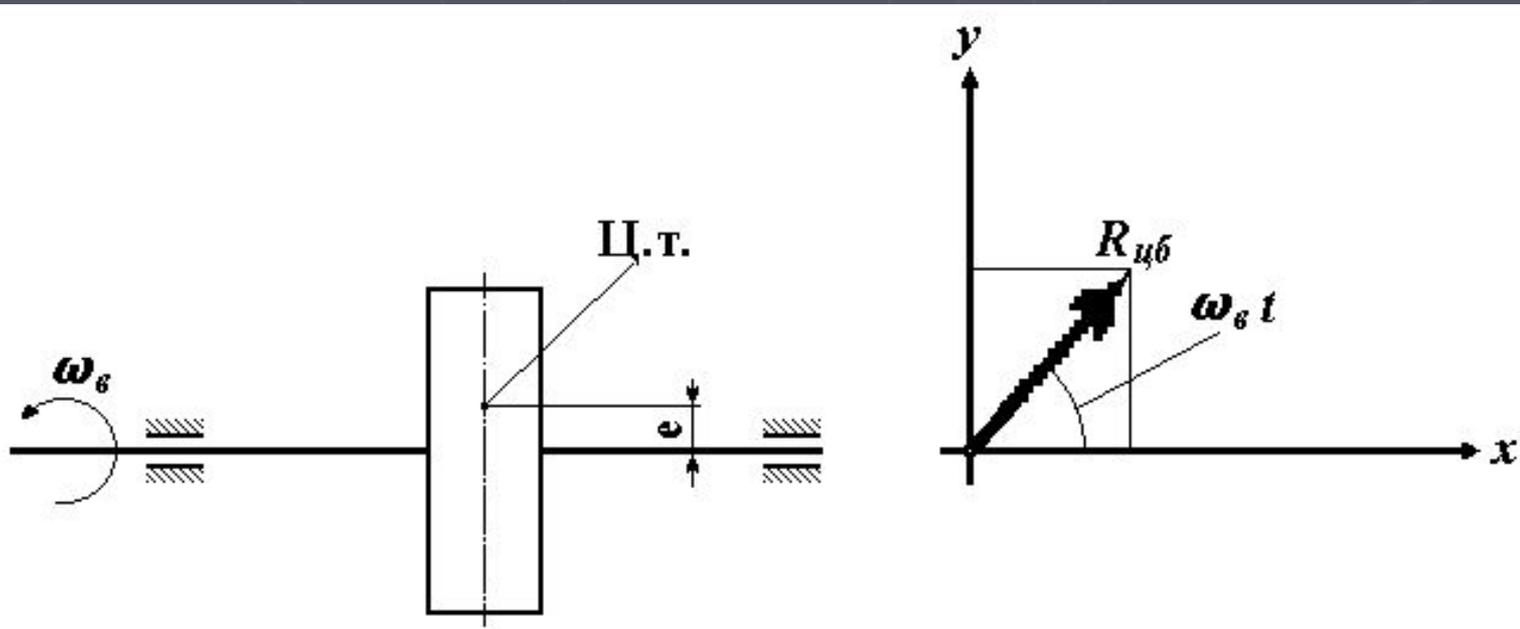
Значения допустимых углов закручивания валов колеблется в широких пределах в зависимости от требований, предъявляемых к механизму. Допускаемый угол закрутки в градусах на метр длины можно принимать равным:

$$[\varphi] = \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right)^\alpha$$

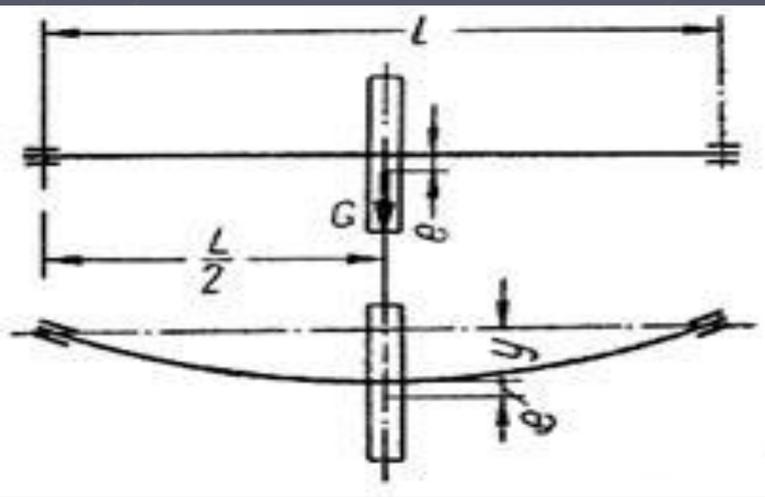
### 3.5 Расчет валов (осей) на виброустойчивость

Расчет валов на колебания. Колебания валов могут быть поперечными (изгибными) и крутильными. Поперечные вызываются наличием несбалансированных масс - маховиков, шкивов, зубчатых колес и т.п. (рис. 3.11). Крутильные колебания возникают вследствие неравномерности вращательного движения валов, связанных с инерционными деталями, механизма. Расчет осей и валов на поперечные колебания заключается в проверке условия отсутствия резонанса при установившемся режиме.

Рис. 3.11. Схема возникновения поперечной пульсирующей силы



В простейшем случае, когда вал соединен с одной вращающейся неуравновешенной массой - маховиком (массой и моментом инерции самого вала в этом случае чаще всего можно пренебречь), деформацию вала при вынужденных колебаниях можно представить следующим образом:



$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{P_a}{m \cdot (\omega_{\theta u}^2 - \omega_v^2)} \sin \omega_v t \\ \varphi &= \frac{M_a}{J \cdot (\omega_{\theta k}^2 - \omega_v^2)} \sin \omega_v t \end{aligned} \right\} (3.16)$$

Верхнее равенство относится к изгибным колебаниям, нижнее – к крутильным. В этих равенствах  $f$  и  $\phi$  – величина смещения (поперечного или углового) присоединенного маховика;  $P_a$  и  $M_a$  – возмущающий фактор (сила или момент);  $m$  и  $J$  – характеристика инерционности (масса и момент инерции маховика)  $\omega_{\theta u}$  и  $\omega_{\theta k}$  – частоты собственных изгибных и крутильных колебаний системы, соответственно;  $\omega_v$  – частота действия возмущающего фактора

При этом частота собственных колебаний равна корню квадратному из отношения жесткости к характеристике инерции:

$$\omega_{\theta u} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.17)$$
$$\omega_{\theta \kappa} = \sqrt{\frac{\kappa}{J}}$$

где  $k$  - изгибная жесткость вала (величина прогиба от действия единичной поперечной силы), а  $\kappa$  - крутильная жесткость вала (величина угла закручивания от действия единичного крутящего момента).

В знаменатель обоих выражений (3.16) входит разность между собственной частотой вала и частотой действия вынуждающего фактора. При совпадении этих двух частот величина деформации устремляется в бесконечность, что эквивалентно **разрушению**.

# Явление резонанса

Явление совпадения вынуждающей и собственной частот называется резонансом.

Если вынуждающая частота больше собственной, то, во-первых, деформация меняет знак (то есть по направлению становится противоположной вынуждающему фактору), во-вторых, с увеличением вынуждающей частоты амплитуда деформации становится все меньше.

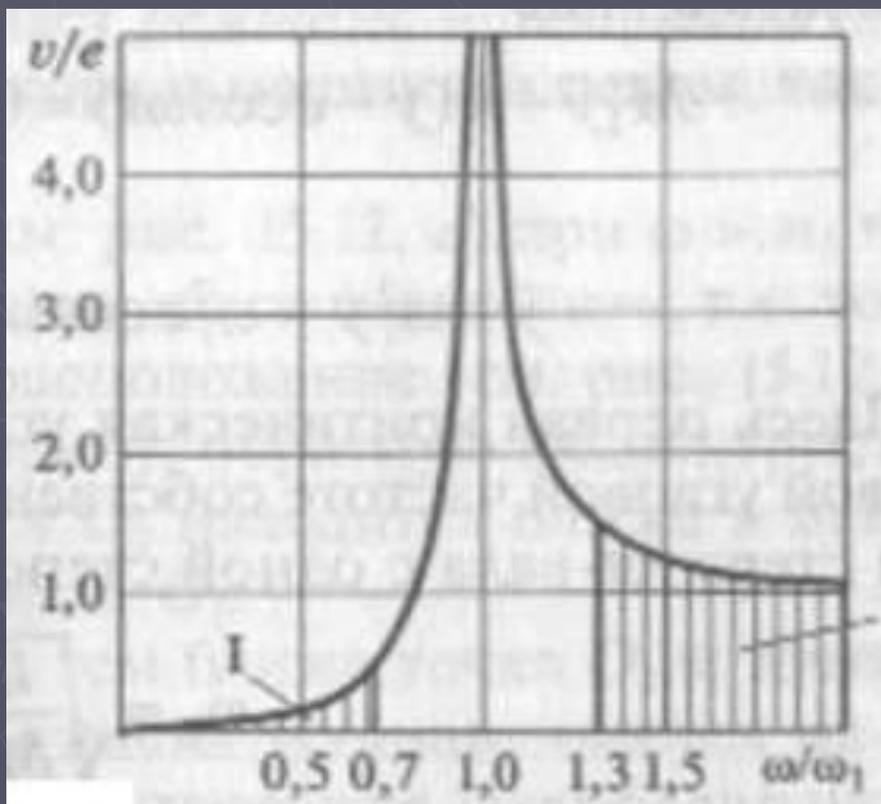
Большинство валов передач работают в зарезонансном режиме ( $\omega_e \gg \omega_0$ ), и при разгоне и торможении машины вал проходит через область резонанса. Длительная работа вала в резонансном режиме ведёт к увеличению его деформаций, а, следовательно, и напряжений в нём, способствуя тем самым быстрому его разрушению.

**Следовательно, необходимо сокращать время разгона и торможения, чтобы амплитуда колебаний вала не достигла опасной величины.**

Валы, вращающиеся со скоростью  $\omega$ , меньшей, чем первая критическая скорость  $\omega_{кр1}$  называются *жесткими*, а валы, скорость вращения которых превышает критическую, — *гибкими*.

Для надежной работы жесткого вала (область 1 на рис. 3.12, в) необходимо выполнение условия виброустойчивости вида

$$\omega \leq (0,7...0,8) \omega_{кр1} \quad (3.18)$$

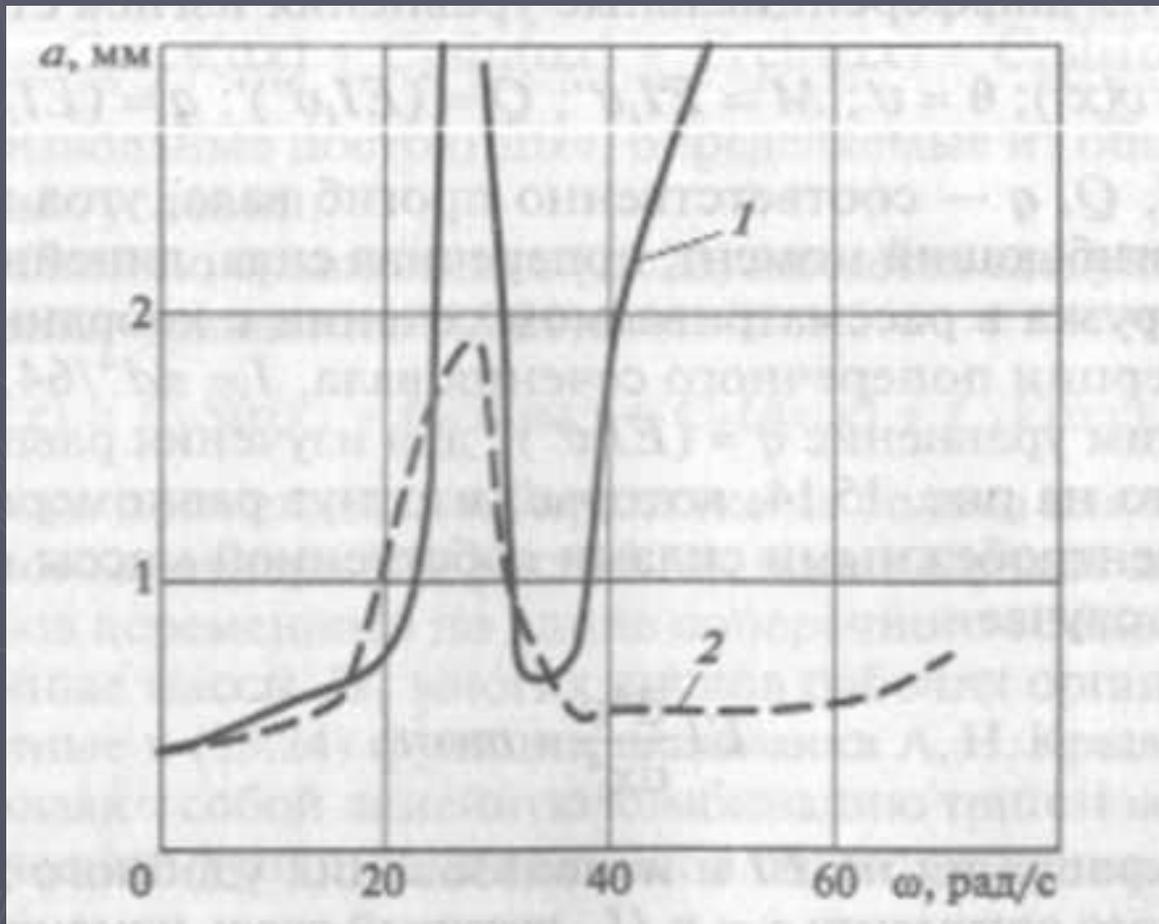


а для надежной работы гибкою вала (область II на рис. 3.12, в) необходимо выполнение другого условия виброустойчивости:

$$\omega > (1,3... 1,4) \omega_{кр1} \quad (3.19)$$

- Гибкие валы имеют следующие **преимущества**, обеспечи-вшие им широкое применение в конструкциях быстроходного технологического оборудования:
- ▶ малые диаметр и металлоемкость по сравнению с жесткими валами, что очевидно при подстановке неравенств (3.18) и (3.19) в формулу (3.16);
  - ▶ компактные подшипники и другие примыкающие к валу детали обеспечивают также малую металлоемкость агрегата;
  - ▶ незначительная сила инерции несбалансированного ротора при высокой скорости его вращения, а следовательно, и невысокие динамические нагрузки на подшипники, статор и фундамент машины.
  - ▶ **Недостатки** оборудования с гибкими валами заключаются в его кратковременных вибрациях с относительно большой амплитудой нестационарного перехода через область резонанса при пуске и выбеге ротора, а также в возможности появления за резонансом неустойчивых опасных режимов вращения в некоторых частных случаях.

Пример: Применять гибкие валы с пропеллерными правыми мешалками в аппарате без отражательных перегородок и в условиях глубокой центральной воронки (кривая 1) крайне опасно.



- Рис. 3.13. Экспериментальные резонансные кривые консольного вала реактора с различными типами правых пропеллерных мешалок аппаратов соответственно без отражательных перегородок (1) и с отражательными перегородками шириной  $0,1 D$  (2)

При сравнении двух широко применяемых расчетных схем валов, приведенных на рис. 3.14, *а* и *в*, выясняется, что наивысшей по значению первой критической скоростью  $\omega$ , обладает вертикальный шарнирно закрепленный вал.

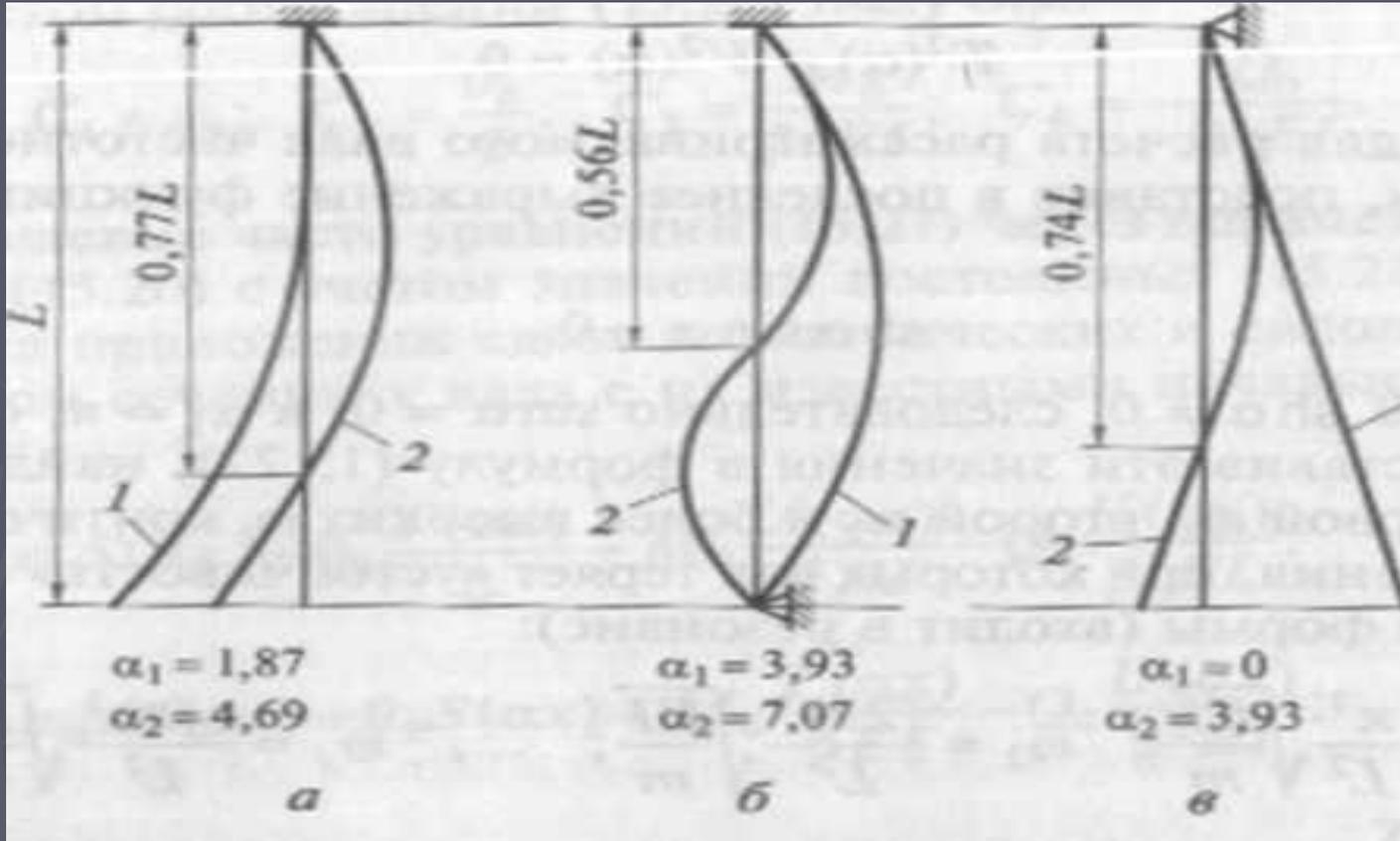
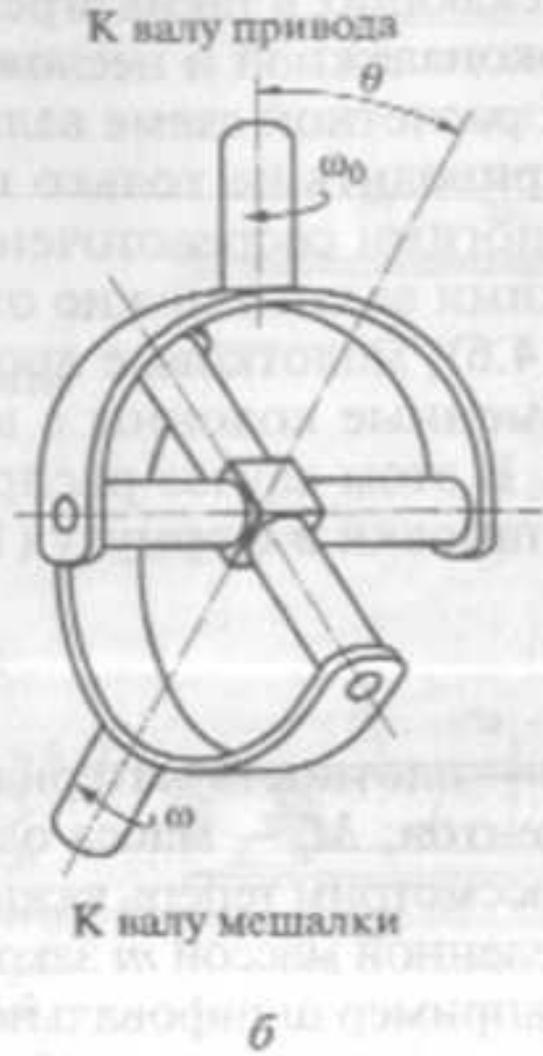
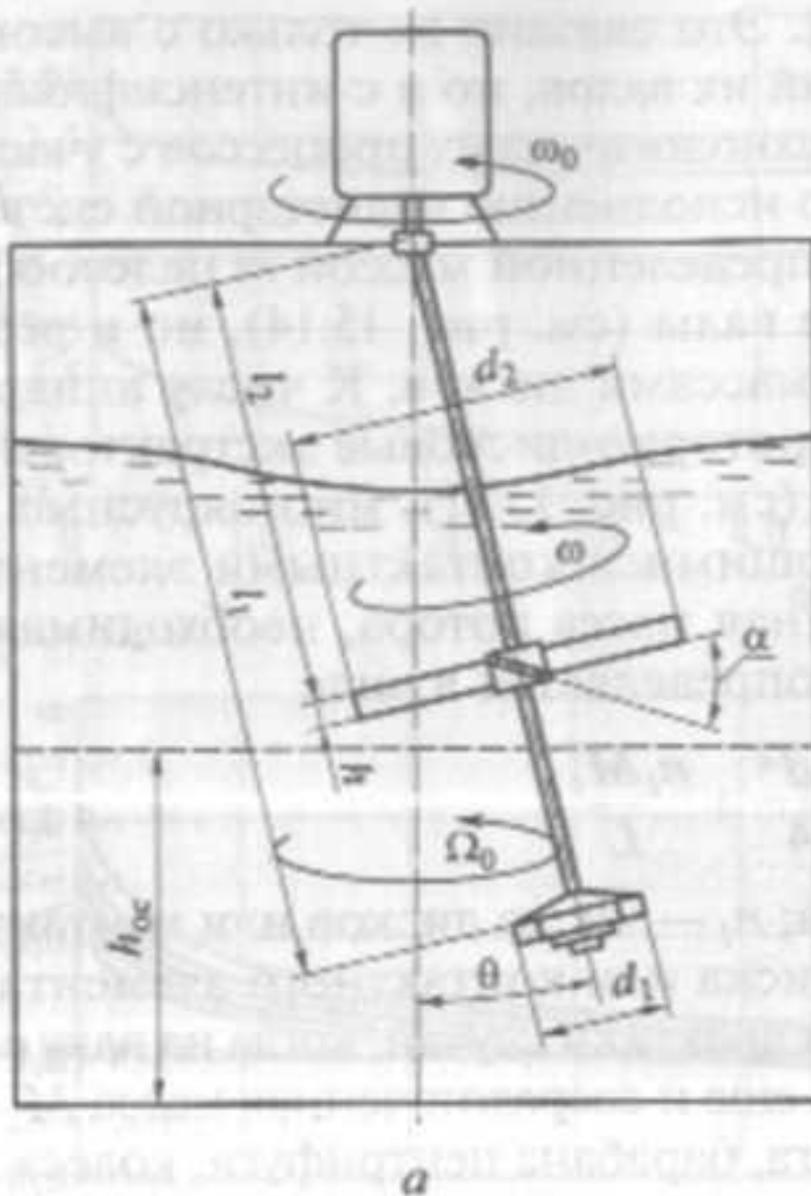


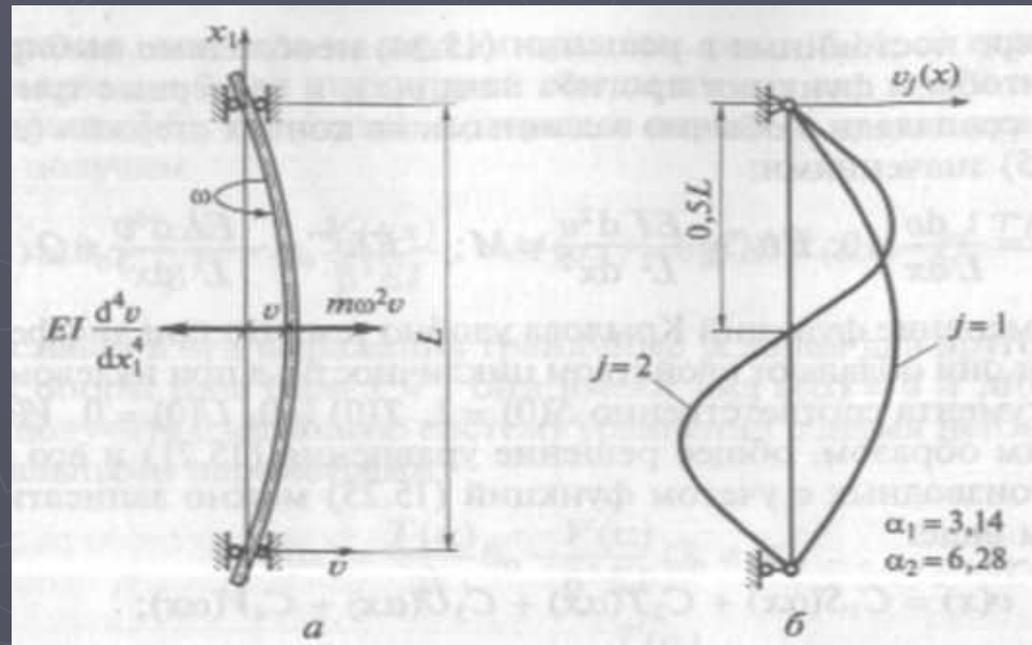
Рис. 3.14. Частотные параметры  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и формы изогнутой оси при первой (1) и второй (2) критических скоростях вращения валов консольного (*а*), однопролетного (*б*) и шарнирно закрепленного (*в*)

Рис. 3.15. Общий вид аппарата с прецессионным механическим перемешивающим устройством



Ранее нами рассматривались простейшие динамические расчетные схемы с невесомыми изгибаемыми стержнями и валами с одной сосредоточенной массой, т. е. системы с одной степенью свободы.

Для оценки влияния имеющей место в реальности собственной распределенной массы вала на значение его критических угловых скоростей  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ , необходимо рассматривать иную динамическую расчетную схему изогнутого центробежными силами вала с  $n$  степенями свободы (рис. 3.15, а) и соответственно ей новую, более точную математическую модель.



Конец лекции.  
Спасибо за внимание!

