

# 1 АППАРАТЫ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

## Вопросы, изложенные в лекции:

1.1 Конструктивные особенности и основные параметры аппаратов высокого давления

1.2 Напряжения, действующие в толстостенных цилиндрических оболочках

1.3 Проверочные и проектные расчеты на прочность толстостенной цилиндрической оболочки.

1.4 Особенности расчета многослойных цилиндров

1.5 Цилиндр под действием тепловых нагрузок.  
**Самостоятельно** (ист 1, стр. 101-105).

Учебная литература:

1. Мильченко А.И. Мильченко А.И. Прикладная механика. Часть 2. Учебное пособие. – М: Изд. Центр Академия, 2013 – 256 с.

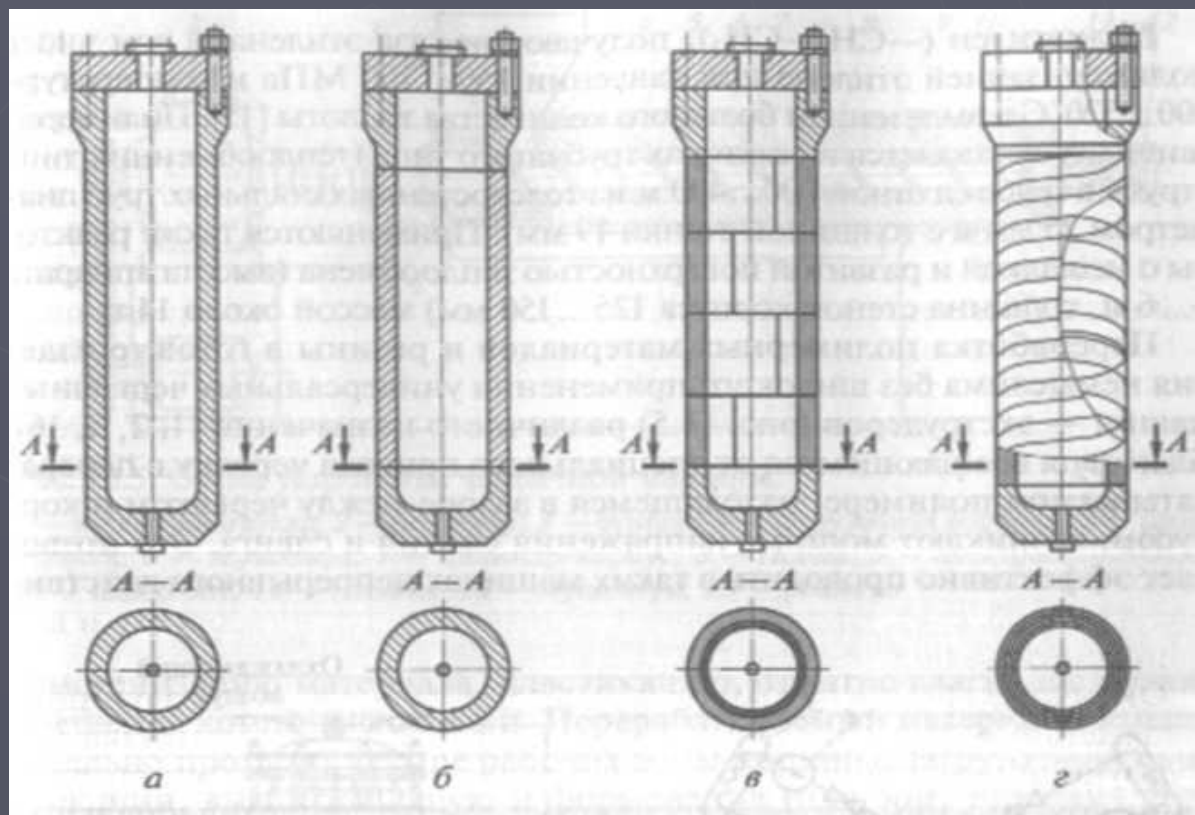
## **1.1 Конструктивные особенности и основные параметры аппаратов высокого давления**

- ▶ Корпусы АД (по стандарту — сосуды), находящиеся одновременно под воздействием давления, температуры и коррозионно-активных сред, эксплуатируются в экстремальных условиях, которые требуют тщательного учета указанных параметров как на этапе разработки технического задания на эти ответственные изделия, так и при их конструировании, изготовлении и эксплуатации.
- ▶ Чтобы правильно учесть специфику этого уникального оборудования при разработке расчетных схем его элементов, рассмотрим назначение, конструкцию и параметры особенно часто применяемых типовых аппаратов и машин.
- ▶ Толстостенным называется такой цилиндр, для которого отношение толщины стенки к внутреннему диаметру не менее  $1/20$ .
- ▶ На рис. 1.1 приведены типовые конструкции стальных корпусов АД, рекомендации по конструированию и расчету основных элементов которых содержатся в ГОСТ Р54522-2011.

Обечайки (кованные, штампованные или вальцованные), крышки и днища корпусов, приведенных на рис. 1.1, а, б, имеют однослойную стенку.

Корпус, показанный на рис. 1.1, в, сварен из многослойных рулонных обечаек. В случае обработки в аппаратах агрессивных сред корпуса футеруют коррозионно-стойкой сталью толщиной до 10 мм. Спирально-рулонный корпус, приведенный на рис. 1.1, г, включает в себя внутренний коррозионно-стойкий цилиндр, на который навивают по спирали с углом  $\alpha$  одну или несколько высокопрочных полос и сваривают между собой. Концевые приварные элементы обечайки выполняют из поковок или штамповок.

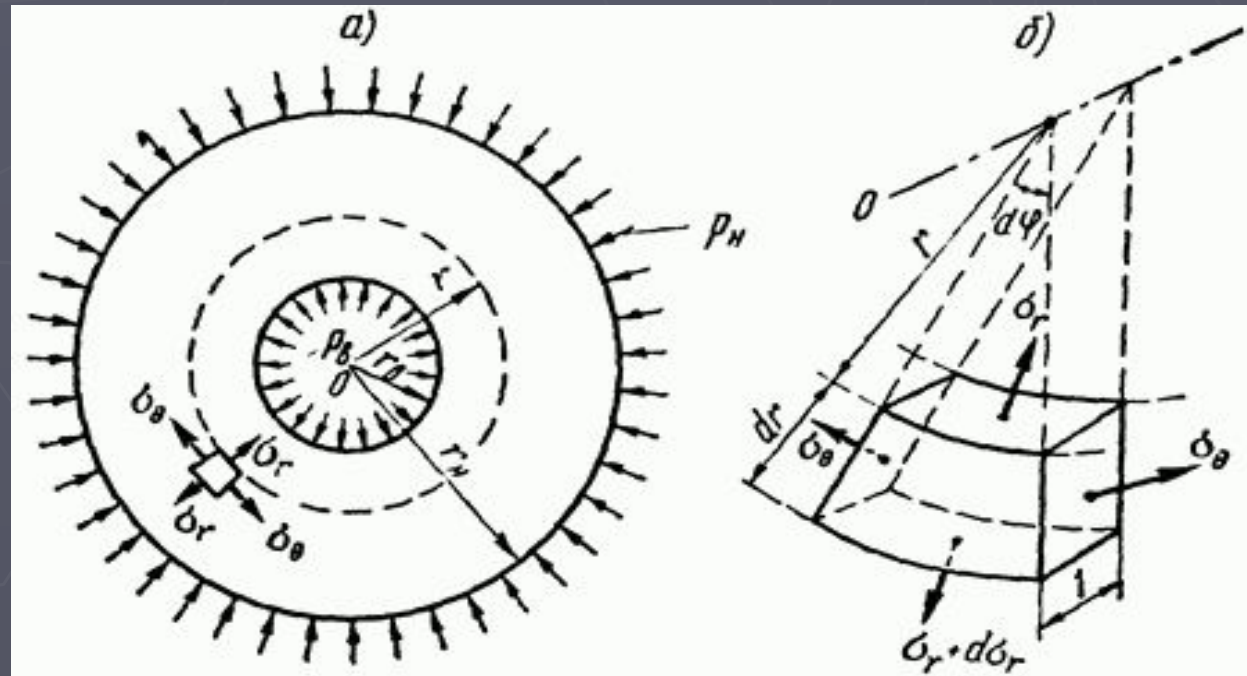
Рис. 1.1. Конструкции стальных корпусов аппаратов высокого давления: а — цельнокованый; б — ковано-сварной; в — рулонированный сварной; г — спирально-рулонный сварной



## 1.2 Напряжения, действующие в толстостенных цилиндрических оболочках

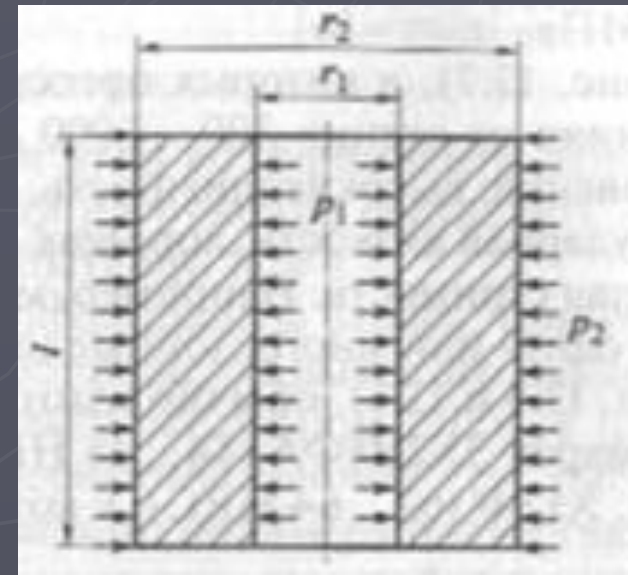
- Рассмотрим задачу о расчете толстостенного цилиндра, подвергнутого действию равномерно распределенных наружного давления  $p_H$  и внутреннего давления  $p_B$  (рис. 1.2, а). Такая нагрузка не может вызывать деформации изгиба цилиндра.

При расчете толстостенных цилиндров нормальные напряжения  $\sigma_\theta$  в сечениях плоскостями, проходящими через ось  $O$  симметрии (см. рис. 1.2, а), нельзя считать равномерно распределенными по толщине стенки, как это делается при расчете тонкостенных цилиндров.



Нормальные напряжения  $\sigma_r$ , действующие по цилиндрической поверхности с радиусом  $r$ , могут быть того же порядка и даже превышать величины напряжений  $\sigma_\theta$ , что при тонкостенных цилиндрах невозможно

- Поэтому расчет толстостенных цилиндров нельзя производить по формуле уравнения Лапласа.
- В связи с полярной симметрией цилиндра и нагрузки нормальные напряжения  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_r$  являются главными напряжениями; в площадках, по которым они действуют, касательные напряжения равны нулю.
- Третьим главным напряжением в каждой точке толстостенного цилиндра является напряжение  $\sigma_m$  (меридиональные) действующее по площадке, совпадающей с поперечным сечением цилиндра, т. е. с сечением плоскостью, перпендикулярной его оси симметрии. При выводе расчетных формул рассмотрим открытые цилиндры, т. е.
  - цилиндры, не имеющие днищ.
  - Напряжения  $\sigma_m$  в таких цилиндрах
  - равны нулю.



Точное решение, выполненное методами теории упругости, показывает, что поперечные сечения цилиндра, плоские до его нагружения, остаются плоскими и после нагружения и что, следовательно, относительная деформация  $\varepsilon_m$  в направлении оси симметрии одинакова во всех точках поперечного сечения. На основании обобщенного закона Гука при  $\varepsilon_m = \text{const} = A$

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_m}{E} - \left(\frac{\mu}{E}\right) (\sigma_r + \sigma_\theta) = A \quad (1.1)$$

при  $\sigma_m = 0$

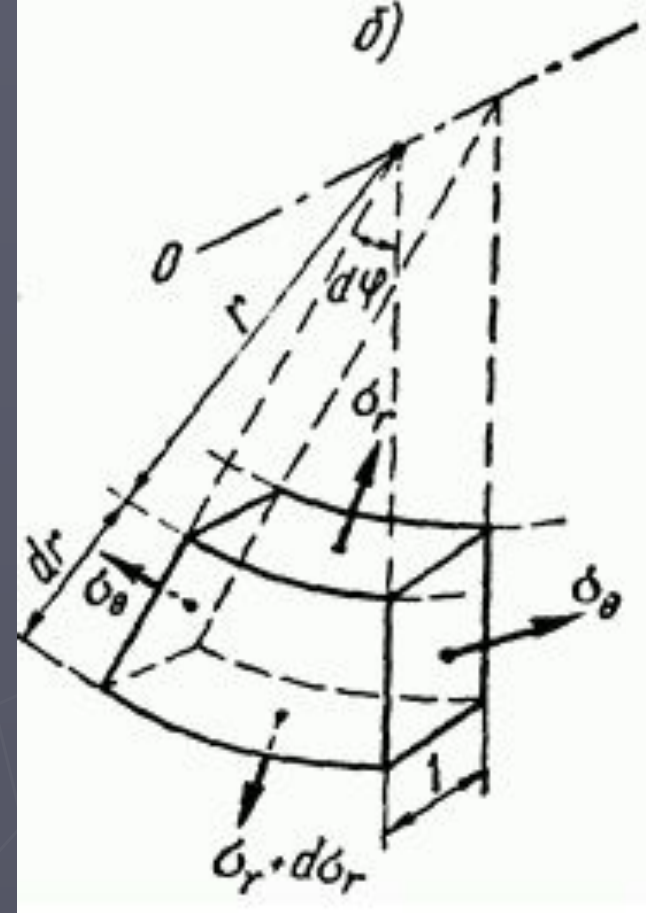
$$\varepsilon_m = -\left(\frac{\mu}{E}\right) (\sigma_r + \sigma_\theta) = A \quad (1.2)$$

откуда

$$(\sigma_r + \sigma_\theta) = -A \frac{E}{\mu} \quad (1.3)$$

Из формулы следует, что **сумма напряжений  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_r$  одинакова для всех точек цилиндра.**

На рис. 1.2, б изображен элемент, выделенный из толстостенного цилиндра двумя цилиндрическими поверхностями радиусами  $r$  и  $r=dr$ , двумя плоскостями, проходящими через ось  $O$  симметрии цилиндра и образующими друг с другом угол  $d\varphi$  и двумя поперечными сечениями, отстоящими друг от друга на расстоянии, равном единице. Все грани элемента совпадают с главными площадками.



Составим условие равновесия элемента в виде суммы проекций действующих на него сил на нормаль. Составим условие равновесия элемента в виде суммы проекций действующих на него сил на нормаль к цилиндрическим

$$\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\varphi \cdot 1 - \sigma_r r d\varphi \cdot 1 - 2\sigma_\theta dr \cdot 1 \cdot \frac{d\varphi}{2} = 2$$

- Сокращая это на  $d\phi$  и пренебрегая бесконечно малыми величинами второго порядка, находим

$$rd\sigma_r + \sigma_r dr - \sigma_\theta dr = 0$$

- Заменяем  $\sigma_\theta$  в этом уравнении на  $(-\frac{AE}{\mu} - \sigma_r)$  [см. выражение (1.3)]:

$$rd\sigma_r + 2\sigma_r dr = -\frac{AE}{\mu} dr$$

- или, учитывая, что

$$rd\sigma_r + 2\sigma_r dr = \frac{d(\sigma_r r^2)}{r}$$

- Получаем  $d(\sigma_r r^2) = -\frac{AE}{\mu} r dr$

(1.4)

- Проинтегрировав последнее уравнение, найдем

$$\sigma_r r^2 = -[AE/(2\mu)] r^2 + C,$$

- где  $C$  — постоянная интегрирования.



► Постоянные  $A$  и  $C$  определим из граничных условий на поверхностях цилиндра:

► а) на внутренней поверхности цилиндра, т. е. при  $r=r_B$  и  $\sigma_r=-p_B$ , следовательно,

$$-p_B r_B^2 = -[AE/(2\mu)] r_B^2 + C; \quad (1.5)$$

► б) на наружной поверхности цилиндра, т. е. при  $r=r_H$  и  $\sigma_r=-p_H$ , следовательно,

$$-p_H r_H^2 = -[AE/(2\mu)] r_H^2 + C. \quad (1.6)$$

► Решив совместно уравнения (1.5) и (1.6), найдем:

$$\frac{AE}{2\mu} = \frac{p_H r_H^2 - p_B r_B^2}{r_H^2 - r_B^2};$$

$$C = \frac{p_H - p_B}{r_H^2 - r_B^2} r_H^2 r_B^2.$$

- ▶ Подставим найденные выражения и  $C$  в уравнение (1.4). После преобразований

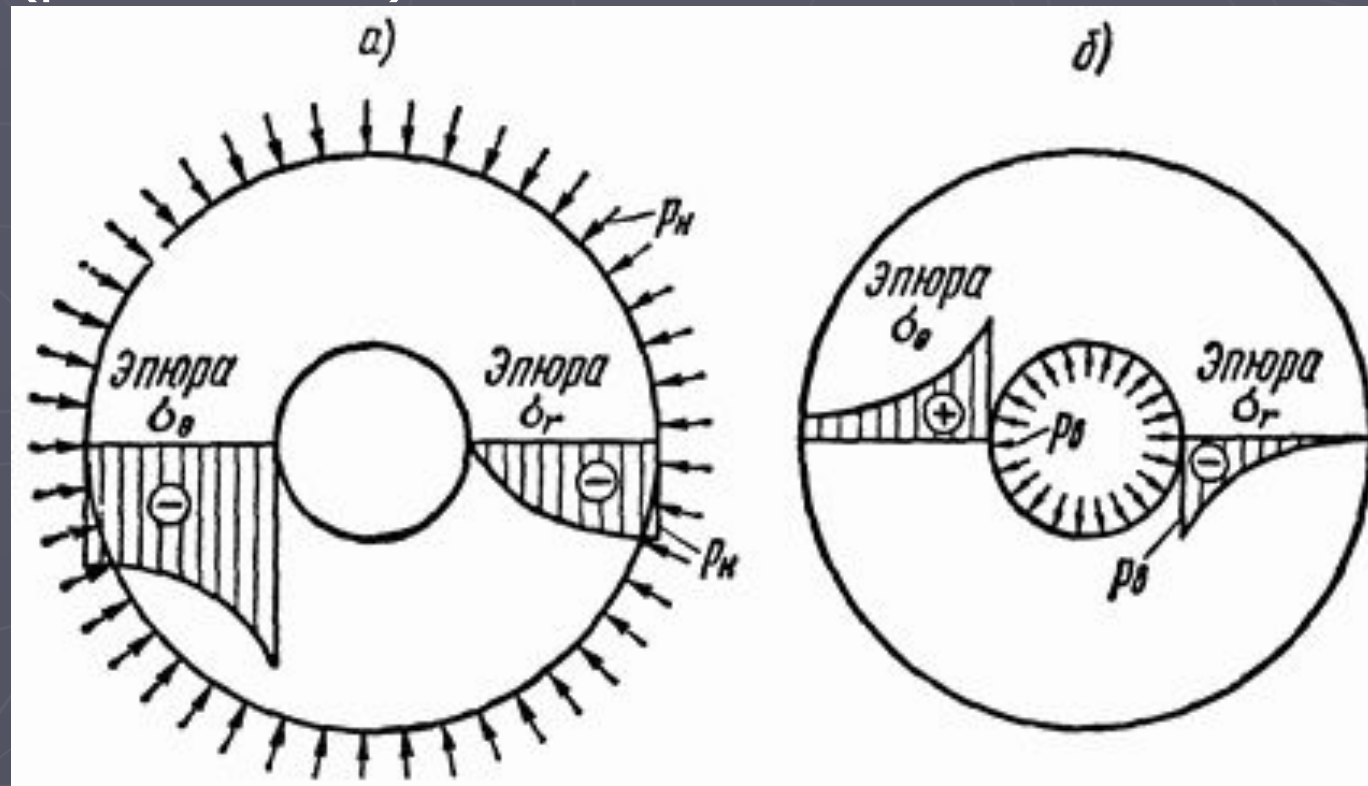
$$\sigma_r = -\frac{1}{r_H^2 - r_B^2} \left[ p_H r_H^2 \left( 1 - \frac{r_B^2}{r^2} \right) + p_B r_B^2 \left( \frac{r_H^2}{r^2} - 1 \right) \right]. \quad (1.7)$$

- ▶ После подстановки в уравнение (1.3) выражения

$$\sigma_\theta = -\frac{1}{r_H^2 - r_B^2} \left[ p_H r_H^2 \left( 1 + \frac{r_B^2}{r^2} \right) - p_B r_B^2 \left( \frac{r_H^2}{r^2} + 1 \right) \right]. \quad (1.8)$$

- ▶ Равенства (1.7) и (1.8) носят название формул Ламе.
- ▶ В этих формулах расстояние  $r$  от точки до оси цилиндра учитывается членами  $r_B^2/r^2$ ,  $r_H^2/r^2$  стоящими в круглых скобках.
- ▶ Величины выражений в круглых скобках положительны при любых значениях  $r$ .

Следовательно, при действии на цилиндр только наружного или внутреннего давления знаки напряжений  $\sigma_r$  (а также и  $\sigma_\theta$ ) во всех точках цилиндра одинаковы. В частности, при действии только наружного давления (рис. 1.3, а) напряжения  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_r$  во всех точках цилиндра отрицательны (сжатие); при действии же только внутреннего давления (рис. 1, б) напряжения  $\sigma_r$  во всех точках цилиндра отрицательны (сжатие), а  $\sigma_\theta$  — положительны (растяжение).



Выведем формулу для определения радиального перемещения  $u$  произвольной точки цилиндра (расположенной на расстоянии  $r$  от оси его симметрии). Для этого выразим через  $u$  относительную деформацию  $\varepsilon_m$  в направлении, перпендикулярном радиусу (в окружном направлении):

$$\varepsilon_m = \frac{2\pi(r + u) - 2\pi r}{2\pi r}$$

На основании обобщенного закона Гука (при  $\sigma_m = 0$ )

$$\varepsilon_m = \frac{u}{r} = \frac{\sigma_\theta - \mu\sigma_r}{E}$$

Подставив в это уравнение значения  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_r$  [из выражений (1.7) и (1.8)], найдем

$$u = \frac{1}{E(r_H^2 - r_B^2)} \left[ (1 - \mu)(p_B r_B^2 - p_H r_H^2)r + (1 + \mu)(p_B - p_H) \frac{r_B^2 r_H^2}{r} \right] \quad (1.9)$$

Положительное значение  $u$  указывает, что точка смещается по радиусу от оси симметрии цилиндра.

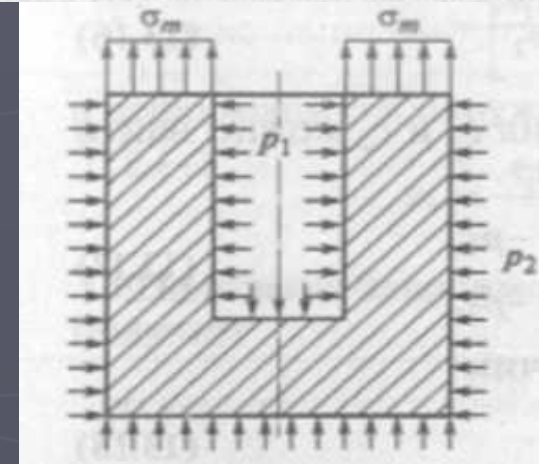
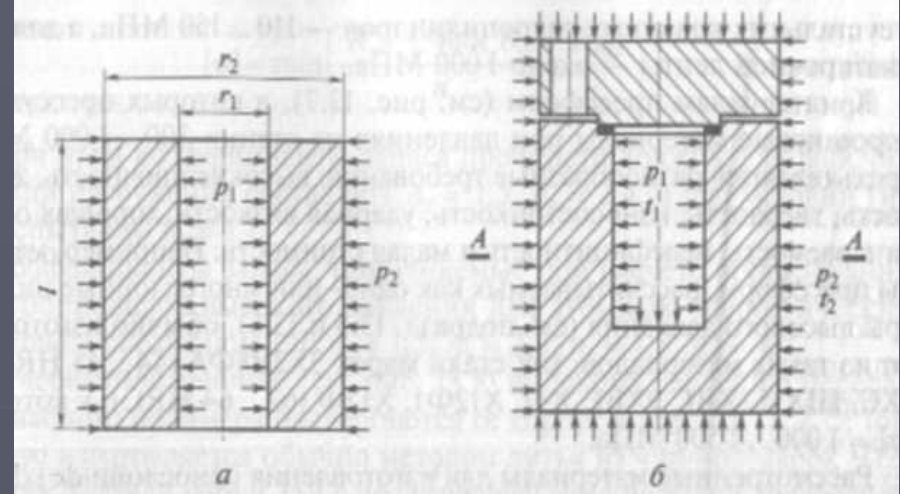
► Для того чтобы определить увеличения (в результате деформации) внутреннего радиуса цилиндра  $u_B$  и наружного радиуса  $u_H$  в формулу (1.9) вместо  $r$  надо подставить соответственно значения  $r_B$  и  $r_H$ . В результате такой подстановки получим:

$$u_B = \frac{r_B}{E} \left[ p_B \left( \frac{r_H^2 + r_B^2}{r_H^2 - r_B^2} + \mu \right) - 2p_H \frac{r_H^2}{r_H^2 - r_B^2} \right]; \quad (1.10, 1.11)$$

$$u_H = \frac{r_H}{E} \left[ 2p_B \frac{r_B^2}{r_H^2 - r_B^2} - p_H \frac{r_H^2 + r_B^2}{r_H^2 - r_B^2} - \mu \right].$$

▶ Расчетные схемы цилиндров  
 АД: *а* — со свободными  
 торцами (осевая сила  $N=Q$ ): *б*  
 — с торцами, связанными  
 днищами или крышками  
 (осевая сила  $N \neq 0$ )

▶ В закрытых крышками и  
 днищами корпусах АД  
 (см. рис. 1.7, б),  
 трубопроводах и других  
 закрытых цилиндрах имеют  
 место не только напряжения  
 $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$  в виде (1.13), но и  
 меридиональные напряжения  
 т.е. в этом случае реализуется  
**объемное напряженное  
 состояние** материала  
 толстостенного цилиндра.



При этом напряжение  $\sigma_m$  (рис. 1.8)  
 легко находится из очевидного  
 уравнения равновесия части  
 цилиндра, отсеченной плоскостью  
 А—А.

Здесь:  $p_в = p_1$ ;  $p_н = p_2$ ,  
 и радиусы соответственно

В случае закрытого цилиндра (цилиндра с днищем) формулы (1.7) и (1.8) для напряжений  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_r$  остаются без изменения, а напряжения  $\sigma_m$  в поперечных сечениях цилиндра определяются по формуле, вывод которой получен из следующих рассуждений.

Уравнения равновесия части цилиндра, отсеченной плоскостью А—А (см. рис. 1.4, б):

$$\sigma_m \pi (r_H^2 - r_B^2) = p_B \pi r_B^2 - p_H \pi r_H^2 = N$$

Или

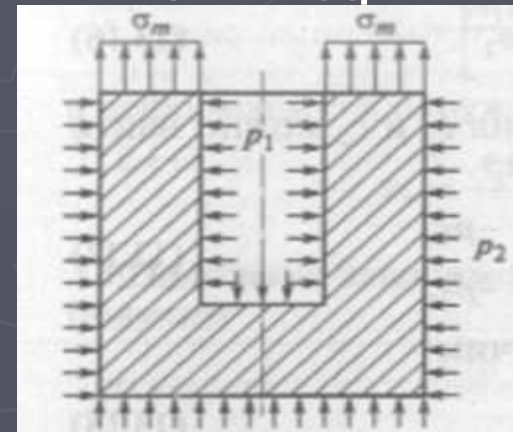
$$\sigma_m = \frac{p_B r_B^2 - p_H r_H^2}{r_H^2 - r_B^2} \quad (1.14)$$

вводя  $\beta = r_H / r_B$  — коэффициент толстостенности цилиндра:

$$\sigma_m = \frac{p_B - p_H \beta^2}{\beta^2 - 1}$$

где  $N$  — продольная внутренняя сила

в сечении А—А



- Т.к цилиндр закрытый используем полное соотношение для определения меридиональной деформации:

$$\varepsilon_m = \frac{[\sigma_m - (\mu \sigma_r + \mu \sigma_{r\theta})]}{E}$$

- Тогда получим соотношение для радиальных перемещений:

$$u = \frac{1 - 2\mu p_B r_B^2 - p_H r_H^2}{E (r_H^2 - r_B^2)} r + \frac{1 + \mu (p_B - p_H) r_B^2 r_H^2}{E (r_H^2 - r_B^2)} \frac{1}{r}$$

- Формулы для определения напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$  оказываются также полностью совпадающими с уравнениями Ламе.



### 1.3 Проверочные и проектные расчеты на прочность толстостенной цилиндрической оболочки.

Часто на практике цилиндры (см. рис. 1.8, б) нагружены или только давлением  $p_B$  или только давлением  $p_H$  при продольной силе  $N \neq 0$ . Рассмотрим сначала важный частный случай, когда цилиндр нагружен внутренним давлением  $p_B$  и продольной растягивающей силой  $N$ . В этом случае формулы (1.7), (1.8) и (1.9) упрощаются, так как  $p_H = 0$ :

$$\sigma_{\theta,r} = \frac{p_B r_B^2}{r_H^2 - r_B^2} \mp \frac{p_B r_B^2 r_H^2}{r_H^2 - r_B^2} \frac{1}{r^2} = p_B \frac{1}{\beta^2 - 1} \left( 1 \mp \frac{r_H^2}{r^2} \right); \quad (1.13)$$

$$\sigma_m = p_B \frac{1}{\beta^2 - 1} \quad (1.14)$$

$$u = \frac{1 - 2\mu}{E} \frac{p_B r_B^2}{r_H^2 - r_B^2} r + \frac{1 + \mu}{E} \frac{p_B r_B^2 r_H^2}{r_H^2 - r_B^2} \frac{1}{r} \quad (1.15)$$

Аналогично можно получить формулы для  $p_B = 0$

- Наиболее часто толстостенные цилиндры находятся под действием внутреннего давления.
- Изменения главных напряжений по радиусу элемента цилиндра показано на рис 1.9.
- Можно сделать следующие выводы:
- 1. В наиболее тяжелых условиях работают внутренние слои материала сосуда, где максимальными являются все три главных напряжения.

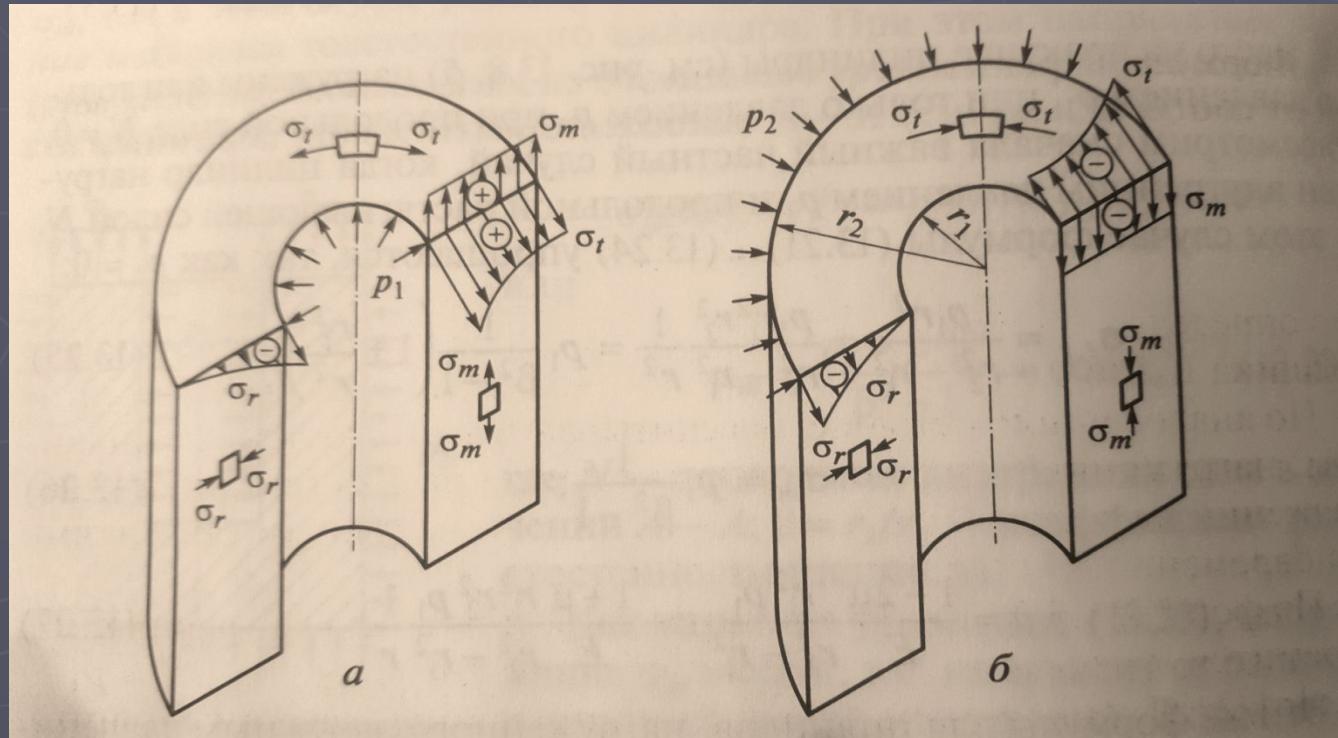
2. Значения трех напряжений на заданном радиусе  $r_e \leq r \leq r_H$  соответствуют неравенству:

$$\sigma_r \leq \sigma_m \leq \sigma_\theta.$$

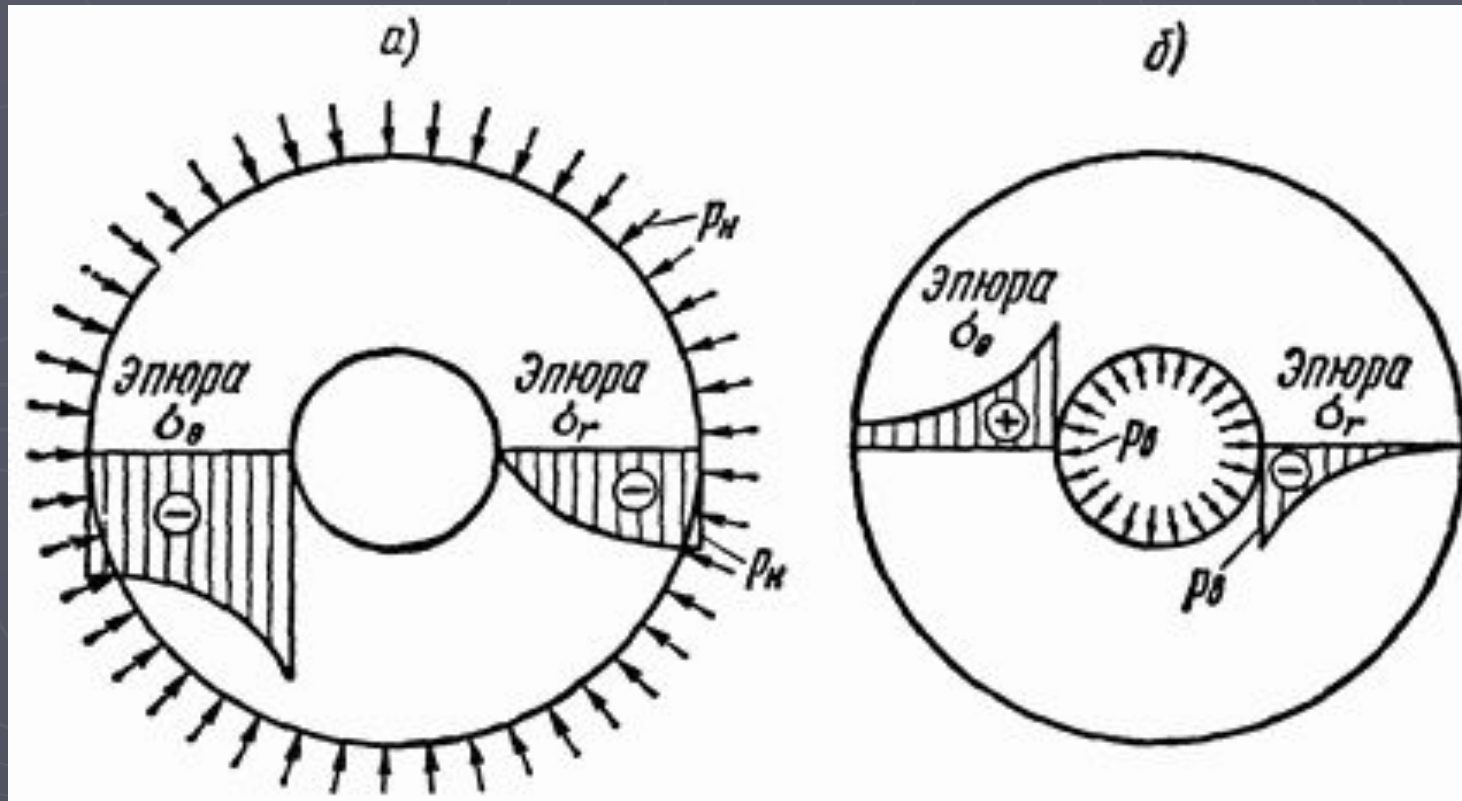
Следовательно

$$\sigma_r = \sigma_{min} = -p_e$$

$$\sigma_\theta = \sigma_{max}.$$



- Из формул (1.7) и (1.8) следует, что при действии только внутреннего давления напряжения  $\sigma_\theta$  в любых точках цилиндра положительны и по абсолютной величине больше напряжений  $\sigma_r$  (которые отрицательны).
- Наибольшей величины напряжения  $\sigma_\theta$  достигают у точек внутренней поверхности цилиндра, где они равны  $\sigma_\theta = P_B \frac{r_H^2 + r_B^2}{r_H^2 - r_B^2}$ . В остальных точках напряжения  $\sigma_\theta$  меньше этого значения (см. эпюру на рис. 1.3, б).



- Для расчета толщины стенки используем третью гипотезу прочности и формулами (1.13), (1.14) и (1.15):

$$\sigma_3^{111} = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) = p_B \frac{\beta^2 + 1}{\beta^2 - 1} - (-p_B) = p_B \frac{2\beta^2}{\beta^2 - 1} \leq \varphi[\sigma] \quad (1.16)$$

- откуда

$$\beta^{111} = \sqrt{\frac{\varphi[\sigma]}{\varphi[\sigma] - 2p_B}} \quad (1.17)$$

- Тогда для проектного расчета толщины стенки и учетом, что

- $s = r_H - r_B = r_B(\beta - 1)$  и прибавки на коррозию, получим

$$s^{111} = \frac{D}{2} \left( \sqrt{\frac{\varphi[\sigma]}{\varphi[\sigma] - 2p_B}} - 1 \right) + c \quad (1.18)$$

- По аналогичной методике рассчитываются толстостенные цилиндры, нагруженные только наружным давлением.

## 1.4 Особенности расчета многослойных цилиндров

Из сделанных ранее выводов следует, что при действии только внутреннего давления напряжения  $\sigma_{\theta}$  в любых точках цилиндра положительны и по абсолютной величине больше напряжений  $\sigma_r$  (которые отрицательны).

Наибольшей величины напряжения  $\sigma_{\theta}$  достигают у точек внутренней поверхности цилиндра, где они равны

$$\sigma_{\theta} = p_{в} \frac{r_{н}^2 + r_{в}^2}{r_{н}^2 - r_{в}^2}$$

В остальных точках напряжения  $\sigma_{\theta}$  меньше этого значения (см. эпюру на рис. 1.3, б).

Наибольшее значение  $\sigma_{\theta}$  можно уменьшить путем применения составных толстостенных цилиндров, состоящих из нескольких более тонких труб, надетых друг на друга (рис. 1.4).

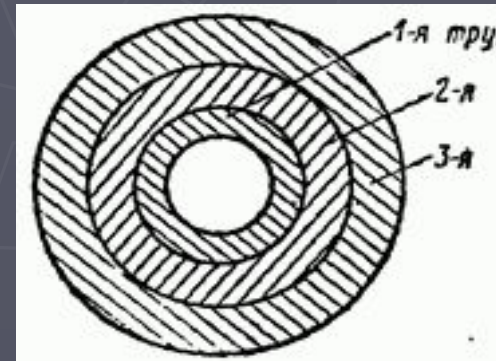
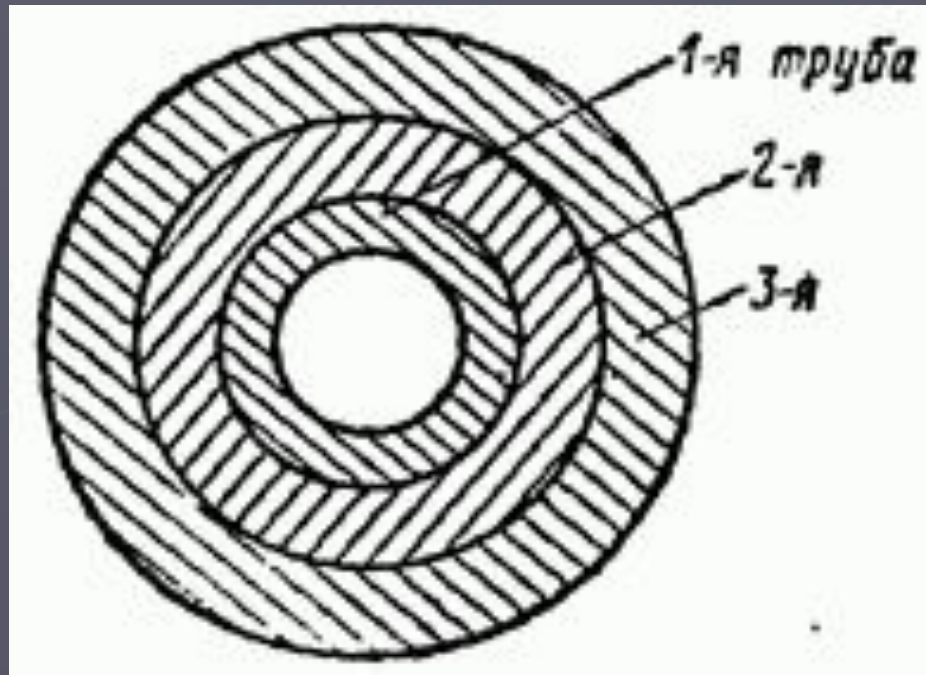


Рис. 1.4



Вторая труба (рис. 1.4) изготавливается с внутренним диаметром, несколько меньшим наружного диаметра первой (внутренней) трубы, а третья — с внутренним диаметром, меньшим наружного диаметра второй трубы, и т. д.

Разница (до сборки) между наружным диаметром внутренней трубы и внутренним диаметром надеваемой на нее трубы, принятая при их изготовлении, называется **натягом**.

► Перед надеванием второй трубы на первую ее нагревают настолько, чтобы внутренний диаметр, увеличившись от нагрева, стал несколько больше наружного диаметра первой трубы. В процессе остывания вторая труба (внутренний диаметр которой при остывании уменьшается) оказывает на первую внешнее давление и сжимает ее. Аналогично на вторую трубу насаживают третью и т. д. Такой способ насадки одной трубы на другую называют **посадкой с натягом**. В результате натяга в трубах возникают начальные напряжения. Чем больше величина натяга, тем больше начальные напряжения.

► Способ уменьшения напряжений  $\sigma_\theta$  и, следовательно, повышения прочности толстостенного цилиндра путем замены сплошного цилиндра составным предложен в середине прошлого века академиком **А. В. Гадолиным**.

В качестве примера показан составной цилиндр из трех труб со стенками одинаковой толщины, собранных с натягом (рис. 6.16, а). Цилиндр находится под действием внутреннего давления. Радиусы труб равны  $r_{1-4} = 10, 15, 20, 25$  см.

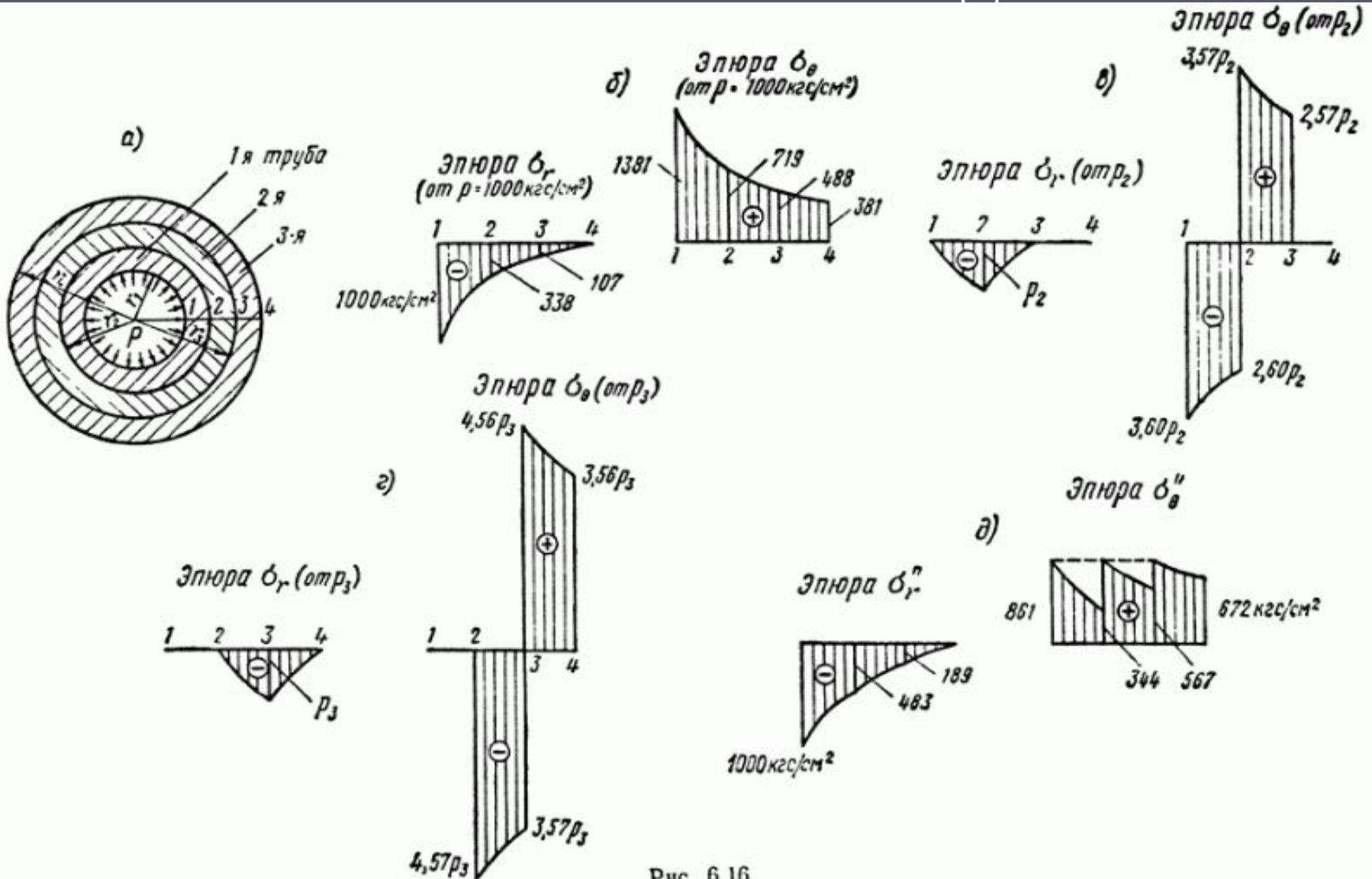
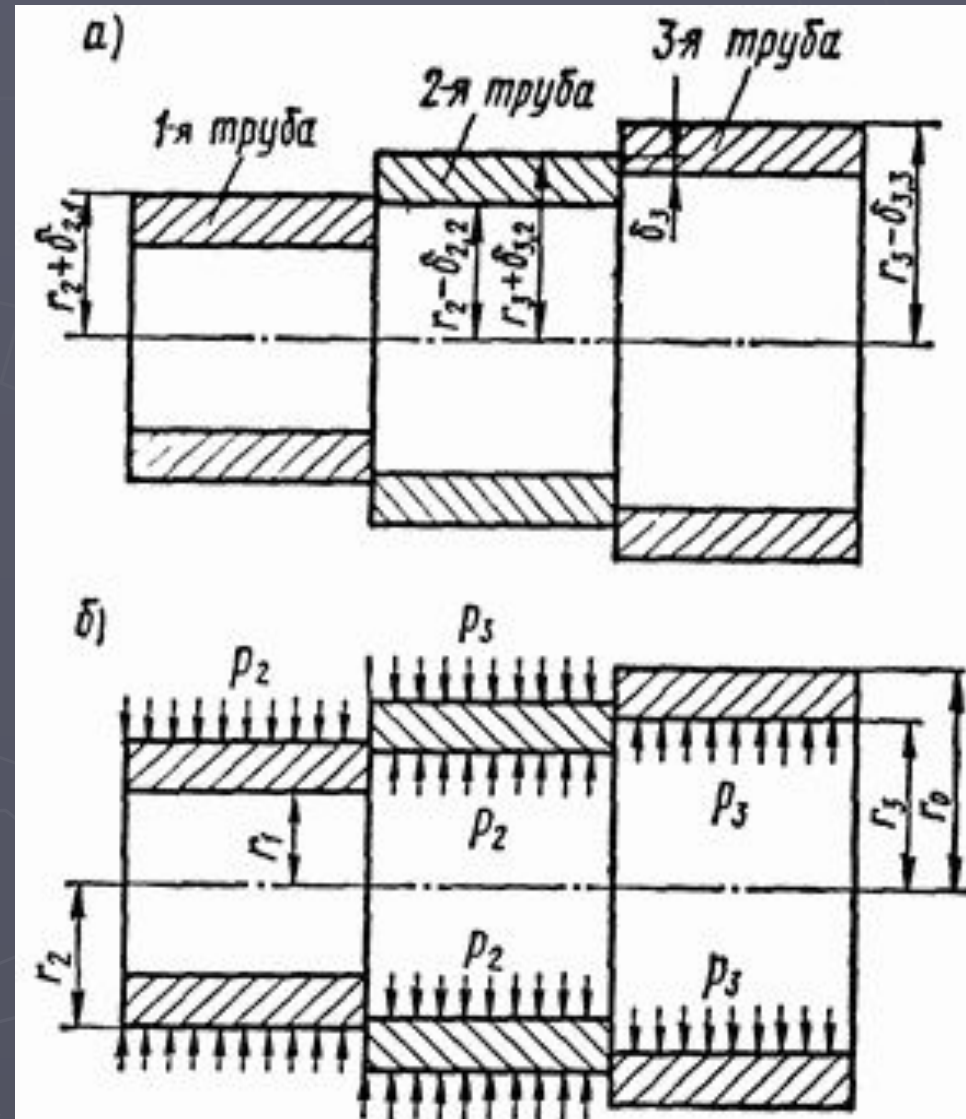


Рис. 6.16



Если к трубам до их сборки приложить давления, то в результате деформации наружный радиус первой трубы станет равен внутреннему радиусу второй, а наружный радиус второй — внутреннему радиусу третьей

Таким образом, вторая труба должна быть изготовлена с внутренним радиусом, меньшим на  $\delta$ . Если к трубам до их сборки приложить соответствующие давления то в результате деформации наружный радиус первой трубы станет равен внутреннему радиусу второй, а наружный радиус второй — внутреннему радиусу третьей.



- ▶ При выполнении этих условий в составном цилиндре после его сборки возникнут необходимые начальные напряжения, а при действии внутреннего давления полные напряжения будут равны напряжениям, показанным на рис. 6.16, д.
- ▶ Если, например, первая труба изготавливается с наружным радиусом, равным 15 см, то внутренний радиус второй трубы следует брать равным 14,9961 см; если же вторая труба изготовлена с внутренним радиусом 15 см, то наружный радиус первой трубы следует брать равным 15,0039 см и т. д.

## ▶ **1.5 Цилиндр под действием тепловых нагрузок.**

- ▶ **Самостоятельно (ист 1, стр. 101-105).**

Лекция окончена.  
Спасибо за внимание!

