

1 АППАРАТЫ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

Вопросы, изложенные в лекции:

1.1 Конструктивные особенности и основные параметры аппаратов высокого давления

1.2 Напряжения, действующие в толстостенных цилиндрических оболочках

1.3 Проверочные и проектные расчеты на прочность толстостенной цилиндрической оболочки.

1.4 Особенности расчета многослойных цилиндров

1.5 Цилиндр под действием тепловых нагрузок.
Самостоятельно (ист 1, стр. 101-105).

Учебная литература:

1. Мильченко А.И. Мильченко А.И. Прикладная механика. Часть 2. Учебное пособие. – М: Изд. Центр Академия, 2013 – 256 с.

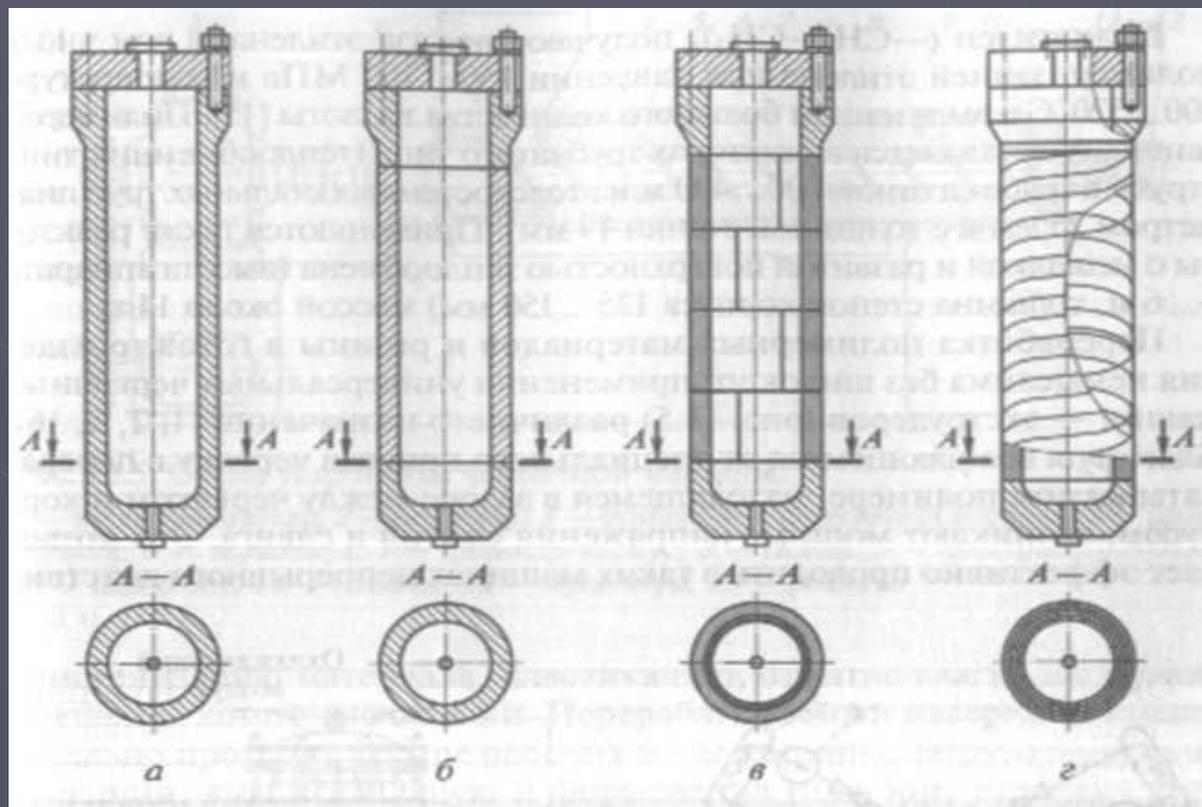
1.1 Конструктивные особенности и основные параметры аппаратов высокого давления

- ▶ Корпусы АД (по стандарту — сосуды), находящиеся одновременно под воздействием давления, температуры и коррозионно-активных сред, эксплуатируются в экстремальных условиях, которые требуют тщательного учета указанных параметров как на этапе разработки технического задания на эти ответственные изделия, так и при их конструировании, изготовлении и эксплуатации.
- ▶ Чтобы правильно учесть специфику этого уникального оборудования при разработке расчетных схем его элементов, рассмотрим назначение, конструкцию и параметры особенно часто применяемых типовых аппаратов и машин.
- ▶ Толстостенным называется такой цилиндр, для которого отношение толщины стенки к внутреннему диаметру не менее $1/20$.
- ▶ На рис. 1.1 приведены типовые конструкции стальных корпусов АД, рекомендации по конструированию и расчету основных элементов которых содержатся в ГОСТ Р54522-2011.

Обечайки (кованные, штампованные или вальцованные), крышки и днища корпусов, приведенных на рис. 1.1, а, б, имеют однослойную стенку.

Корпус, показанный на рис. 1.1, в, сварен из многослойных рулонных обечаек. В случае обработки в аппаратах агрессивных сред корпуса футеруют коррозионно-стойкой сталью толщиной до 10 мм. Спирально-рулонный корпус, приведенный на рис. 1.1, г, включает в себя внутренний коррозионно-стойкий цилиндр, на который навивают по спирали с углом α одну или несколько высокопрочных полос и сваривают между собой. Концевые приварные элементы обечайки выполняют из поковок или штамповок.

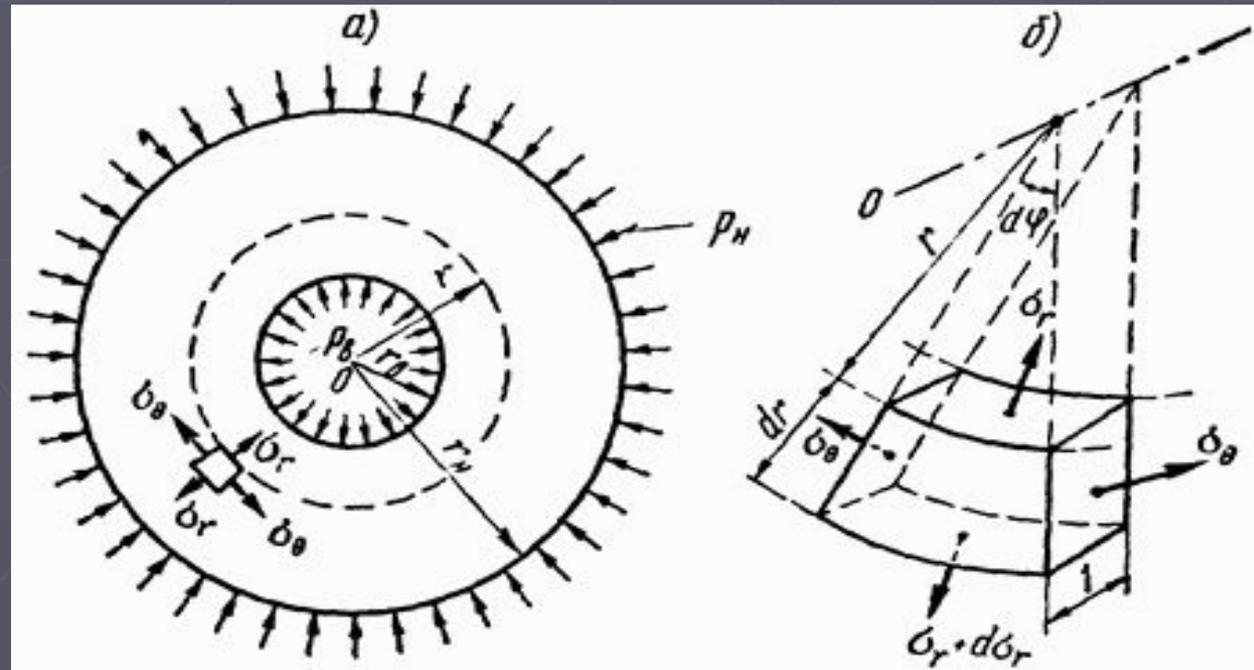
Рис. 1.1. Конструкции стальных корпусов аппаратов высокого давления: а — цельнокованый; б — ковано-сварной; в — рулонированный сварной; г — спирально-рулонный сварной



➤ 1.2 Напряжения, действующие в толстостенных цилиндрических оболочках

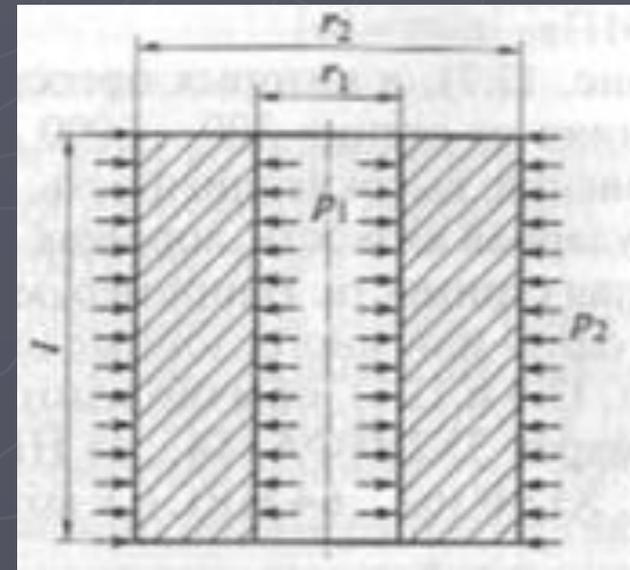
➤ Рассмотрим задачу о расчете толстостенного цилиндра, подвергнутого действию равномерно распределенных наружного давления p_H и внутреннего давления p_B (рис. 1.2, а). Такая нагрузка не может вызывать деформации изгиба цилиндра.

При расчете толстостенных цилиндров нормальные напряжения σ_θ в сечениях плоскостями, проходящими через ось O симметрии (см. рис. 1.2, а), нельзя считать равномерно распределенными по толщине стенки, как это делается при расчете тонкостенных цилиндров.



Нормальные напряжения σ_r , действующие по цилиндрической поверхности с радиусом r , могут быть того же порядка и даже превышать величины напряжений σ_θ , что при тонкостенных цилиндрах невозможно

- Поэтому расчет толстостенных цилиндров нельзя производить по формуле уравнения Лапласа.
- В связи с полярной симметрией цилиндра и нагрузки нормальные напряжения σ_θ и σ_r являются главными напряжениями; в площадках, по которым они действуют, касательные напряжения равны нулю.
- Третьим главным напряжением в каждой точке толстостенного цилиндра является напряжение σ_m (меридиональные) действующее по площадке, совпадающей с поперечным сечением цилиндра, т. е. с сечением плоскостью, перпендикулярной его оси симметрии. При выводе расчетных формул рассмотрим открытые цилиндры, т. е.
 - цилиндры, не имеющие днищ.
 - Напряжения σ_m в таких цилиндрах
 - равны нулю.



Точное решение, выполненное методами теории упругости, показывает, что поперечные сечения цилиндра, плоские до его нагружения, остаются плоскими и после нагружения и что, следовательно, относительная деформация ε_m в направлении оси симметрии одинакова во всех точках поперечного сечения. На основании обобщенного закона Гука при $\varepsilon_m = \text{const} = A$

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_m}{E} - \left(\frac{\mu}{E}\right) (\sigma_r + \sigma_\theta) = A \quad (1.1)$$

при $\sigma_m = 0$

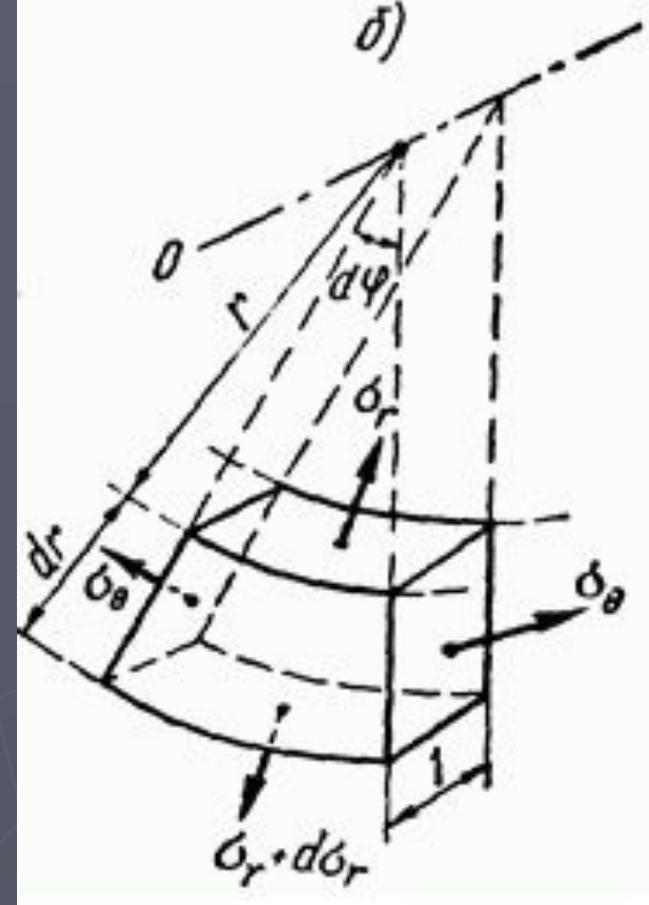
$$\varepsilon_m = -\left(\frac{\mu}{E}\right) (\sigma_r + \sigma_\theta) = A \quad (1.2)$$

откуда

$$(\sigma_r + \sigma_\theta) = -A \frac{E}{\mu} \quad (1.3)$$

Из формулы следует, что **сумма напряжений σ_θ и σ_r одинакова для всех точек цилиндра.**

На рис. 1.2, б изображен элемент, выделенный из толстостенного цилиндра двумя цилиндрическими поверхностями радиусами r и $r=dr$, двумя плоскостями, проходящими через ось O симметрии цилиндра и образующими друг с другом угол $d\varphi$ и двумя поперечными сечениями, отстоящими друг от друга на расстоянии, равном единице. Все грани элемента совпадают с главными площадками.



Составим условие равновесия элемента в виде суммы проекций действующих на него сил на нормаль. Составим условие равновесия элемента в виде суммы проекций действующих на него сил на нормаль к цилиндрическим

$$\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\varphi \cdot 1 - \sigma_r r d\varphi \cdot 1 - 2\sigma_\theta dr \cdot 1 \cdot \frac{d\varphi}{2} = 2$$

- Сокращая это на $d\phi$ и пренебрегая бесконечно малыми величинами второго порядка, находим

$$rd\sigma_r + \sigma_r dr - \sigma_\theta dr = 0$$

- Заменяем σ_θ в этом уравнении на $(-\frac{AE}{\mu} - \sigma_r)$ [см. выражение (1.3)]:

$$rd\sigma_r + 2\sigma_r dr = -\frac{AE}{\mu} dr$$

- или, учитывая, что

$$rd\sigma_r + 2\sigma_r dr = \frac{d(\sigma_r r^2)}{r}$$

- Получаем $d(\sigma_r r^2) = -\frac{AE}{\mu} r dr$

(1.4)

- Проинтегрировав последнее уравнение, найдем

$$\sigma_r r^2 = -[AE/(2\mu)] r^2 + C,$$

- где C — постоянная интегрирования.

► Постоянные A и C определим из граничных условий на поверхностях цилиндра:

► а) на внутренней поверхности цилиндра, т. е. при $r=r_B$ и $\sigma_r=-p_B$, следовательно,

$$-p_B r_B^2 = -[AE/(2\mu)] r_B^2 + C; \quad (1.5)$$

► б) на наружной поверхности цилиндра, т. е. при $r=r_H$ и $\sigma_r=-p_H$, следовательно,

$$-p_H r_H^2 = -[AE/(2\mu)] r_H^2 + C. \quad (1.6)$$

► Решив совместно уравнения (1.5) и (1.6), найдем:

$$\frac{AE}{2\mu} = \frac{p_H r_H^2 - p_B r_B^2}{r_H^2 - r_B^2};$$

$$C = \frac{p_H - p_B}{r_H^2 - r_B^2} r_H^2 r_B^2.$$

- ▶ Подставим найденные выражения и C в уравнение (1.4).
После преобразований

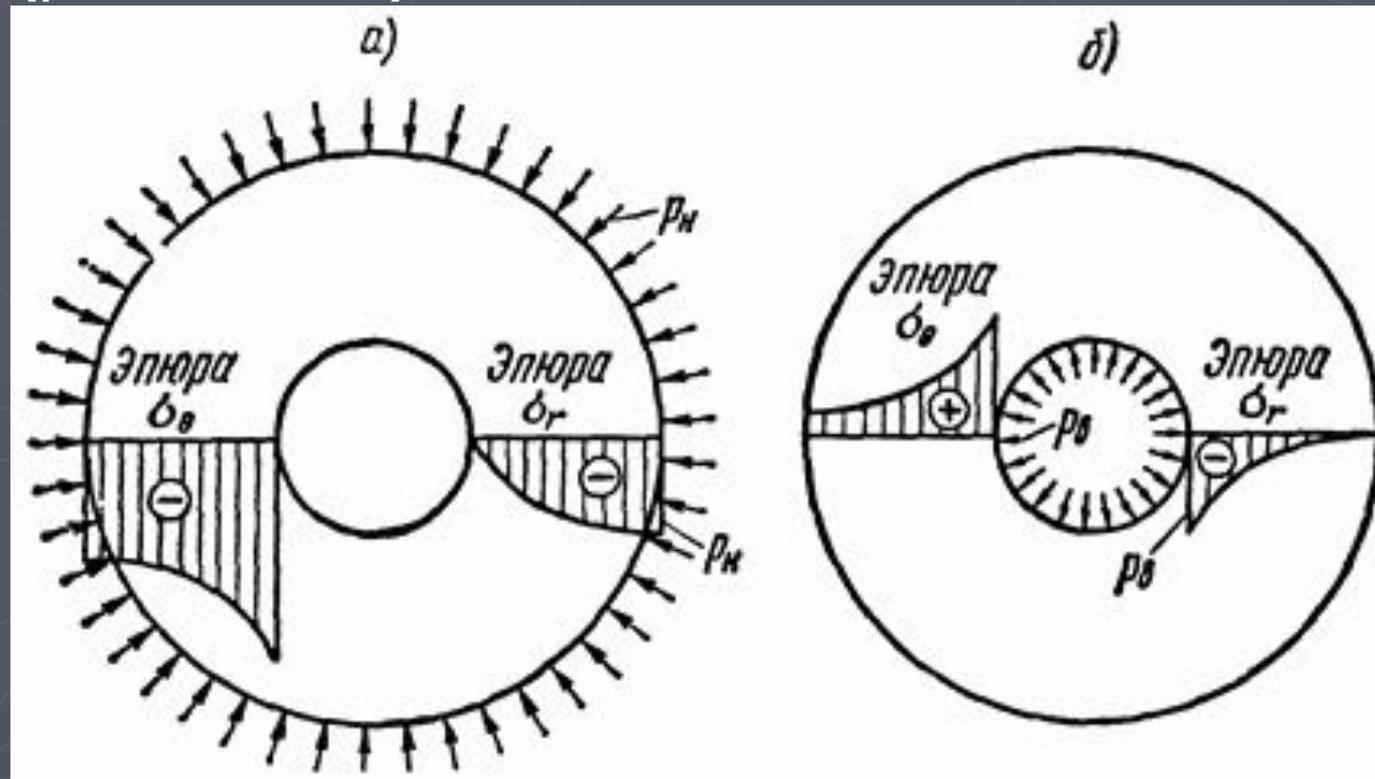
$$\sigma_r = -\frac{1}{r_H^2 - r_B^2} \left[p_H r_H^2 \left(1 - \frac{r_B^2}{r^2} \right) + p_B r_B^2 \left(\frac{r_H^2}{r^2} - 1 \right) \right]. \quad (1.7)$$

- ▶ После подстановки в уравнение (1.3) выражения

$$\sigma_\theta = -\frac{1}{r_H^2 - r_B^2} \left[p_H r_H^2 \left(1 + \frac{r_B^2}{r^2} \right) - p_B r_B^2 \left(\frac{r_H^2}{r^2} + 1 \right) \right]. \quad (1.8)$$

- ▶ Равенства (1.7) и (1.8) носят название формул Ламе.
- ▶ В этих формулах расстояние r от точки до оси цилиндра учитывается членами r_B^2/r^2 , r_H^2/r^2 стоящими в круглых скобках.
- ▶ Величины выражений в круглых скобках положительны при любых значениях r .

Следовательно, при действии на цилиндр только наружного или внутреннего давления знаки напряжений σ_r (а также и σ_θ) во всех точках цилиндра одинаковы. В частности, при действии только наружного давления (рис. 1.3, а) напряжения σ_θ и σ_r во всех точках цилиндра отрицательны (сжатие); при действии же только внутреннего давления (рис. 1, б) напряжения σ_r во всех точках цилиндра отрицательны (сжатие), а σ_θ — положительны (растяжение).



Выведем формулу для определения радиального перемещения u произвольной точки цилиндра (расположенной на расстоянии r от оси его симметрии). Для этого выразим через u относительную деформацию ε_m в направлении, перпендикулярном радиусу (в окружном направлении):

$$\varepsilon_m = \frac{2\pi(r + u) - 2\pi r}{2\pi r}$$

На основании обобщенного закона Гука (при $\sigma_m = 0$)

$$\varepsilon_m = \frac{u}{r} = \frac{\sigma_\theta - \mu\sigma_r}{E}$$

Подставив в это уравнение значения σ_θ и σ_r [из выражений (1.7) и (1.8)], найдем

$$u = \frac{1}{E(r_H^2 - r_B^2)} \left[(1 - \mu)(p_B r_B^2 - p_H r_H^2)r + (1 + \mu)(p_B - p_H) \frac{r_B^2 r_H^2}{r} \right] \quad (1.9)$$

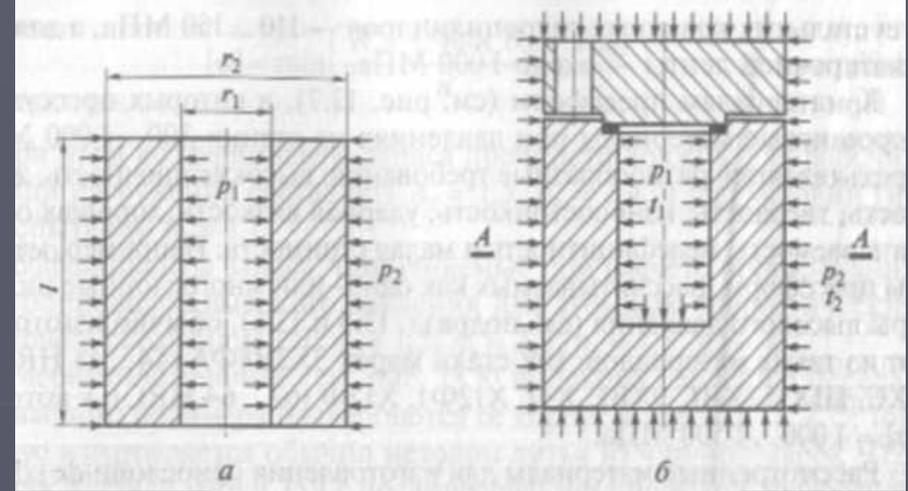
Положительное значение u указывает, что точка смещается по радиусу от оси симметрии цилиндра.

► Для того чтобы определить увеличения (в результате деформации) внутреннего радиуса цилиндра u_B и наружного радиуса u_H в формулу (1.9) вместо r надо подставить соответственно значения r_B и r_H . В результате такой подстановки получим:

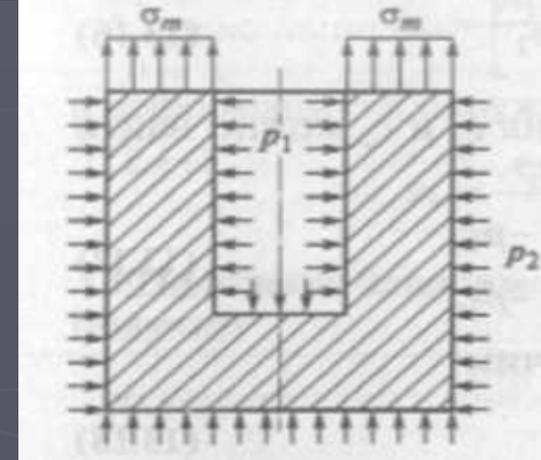
$$u_B = \frac{r_B}{E} \left[p_B \left(\frac{r_H^2 + r_B^2}{r_H^2 - r_B^2} + \mu \right) - 2p_H \frac{r_H^2}{r_H^2 - r_B^2} \right]; \quad (1.10, 1.11)$$

$$u_H = \frac{r_H}{E} \left[2p_B \frac{r_B^2}{r_H^2 - r_B^2} - p_H \frac{r_H^2 + r_B^2}{r_H^2 - r_B^2} - \mu \right].$$

Расчетные схемы цилиндров АД: а — со свободными торцами (осевая сила $N=Q$): б — с торцами, связанными днищами или крышками (осевая сила $N \neq 0$)



В закрытых крышками и днищами корпусах АД (см. рис. 1.7, б), трубопроводах и других закрытых цилиндрах имеют место не только напряжения σ_r и σ_θ в виде (1.13), но и меридиональные напряжения т.е. в этом случае реализуется **объемное напряженное состояние** материала толстостенного цилиндра.



При этом напряжение σ_m (рис. 1.8) легко находится из очевидного уравнения равновесия части цилиндра, отсеченной плоскостью А—А.

Здесь: $p_в = p_1$; $p_н = p_2$, и радиусы соответственно

В случае закрытого цилиндра (цилиндра с днищем) формулы (1.7) и (1.8) для напряжений σ_θ и σ_r остаются без изменения, а напряжения σ_m в поперечных сечениях цилиндра определяются по формуле, вывод которой получен из следующих рассуждений.

Уравнения равновесия части цилиндра, отсеченной плоскостью А—А (см. рис. 1.4, б):

$$\sigma_m \pi (r_H^2 - r_B^2) = p_B \pi r_B^2 - p_H \pi r_H^2 = N$$

Или

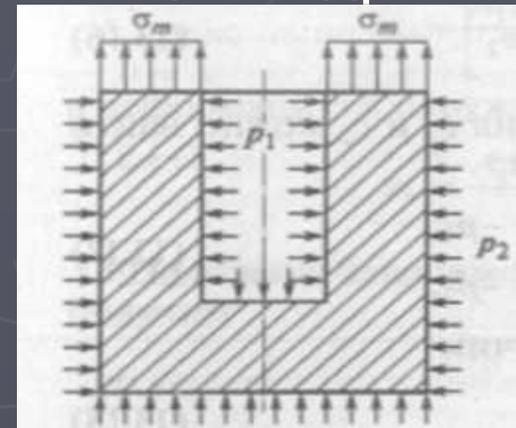
$$\sigma_m = \frac{p_B r_B^2 - p_H r_H^2}{r_H^2 - r_B^2} \quad (1.14)$$

вводя $\beta = r_H / r_B$ — коэффициент толстостенности цилиндра:

$$\sigma_m = \frac{p_B - p_H \beta^2}{\beta^2 - 1}$$

где N — продольная внутренняя сила

в сечении А—А



- Т.к цилиндр закрытый используем полное соотношение для определения меридиональной деформации:

$$\varepsilon_m = \frac{[\sigma_m - (\mu \sigma_r + \mu \sigma_{r\theta})]}{E}$$

- Тогда получим соотношение для радиальных перемещений:

$$u = \frac{1 - 2\mu p_B r_B^2 - p_H r_H^2}{E (r_H^2 - r_B^2)} r + \frac{1 + \mu (p_B - p_H) r_B^2 r_H^2}{E (r_H^2 - r_B^2)} \frac{1}{r}$$

- Формулы для определения напряжений σ_r и σ_θ оказываются также полностью совпадающими с уравнениями Ламе.

1.3 Проверочные и проектные расчеты на прочность толстостенной цилиндрической оболочки.

Часто на практике цилиндры (см. рис. 1.8, б) нагружены или только давлением p_B или только давлением p_H при продольной силе $N \neq 0$. Рассмотрим сначала важный частный случай, когда цилиндр нагружен внутренним давлением p_B и продольной растягивающей силой N . В этом случае формулы (1.7), (1.8) и (1.9) упрощаются, так как $p_H = 0$:

$$\sigma_{\theta,r} = \frac{p_B r_B^2}{r_H^2 - r_B^2} \mp \frac{p_B r_B^2 r_H^2}{r_H^2 - r_B^2} \frac{1}{r^2} = p_B \frac{1}{\beta^2 - 1} \left(1 \mp \frac{r_H^2}{r^2} \right); \quad (1.13)$$

$$\sigma_m = p_B \frac{1}{\beta^2 - 1} \quad (1.14)$$

$$u = \frac{1 - 2\mu}{E} \frac{p_B r_B^2}{r_H^2 - r_B^2} r + \frac{1 + \mu}{E} \frac{p_B r_B^2 r_H^2}{r_H^2 - r_B^2} \frac{1}{r} \quad (1.15)$$

Аналогично можно получить формулы для $p_B = 0$

- Наиболее часто толстостенные цилиндры находятся под действием внутреннего давления.
- Изменения главных напряжений по радиусу элемента цилиндра показано на рис 1.9.
- Можно сделать следующие выводы:
- 1. В наиболее тяжелых условиях работают внутренние слои материала сосуда, где максимальными являются все три главных напряжения.

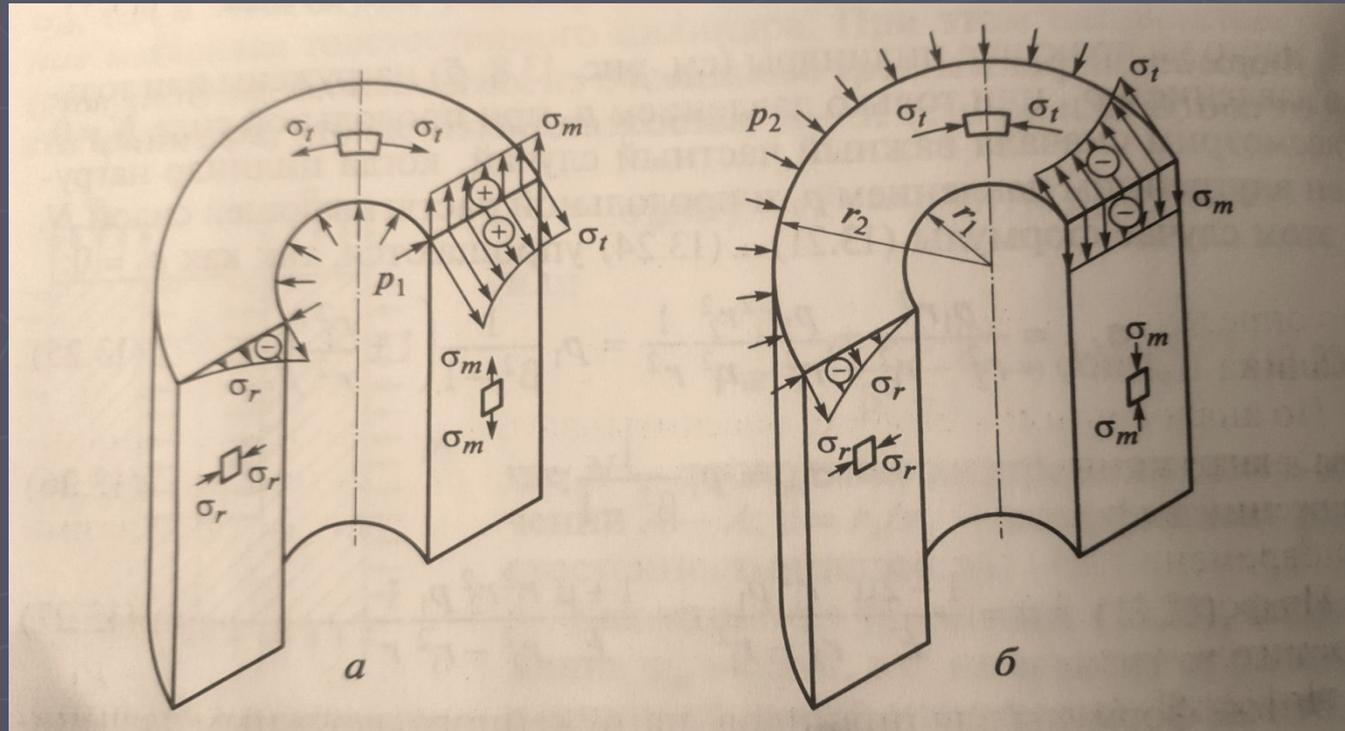
2. Значения трех напряжений на заданном радиусе $r_e \leq r \leq r_H$ соответствуют неравенству:

$$\sigma_r \leq \sigma_m \leq \sigma_\theta.$$

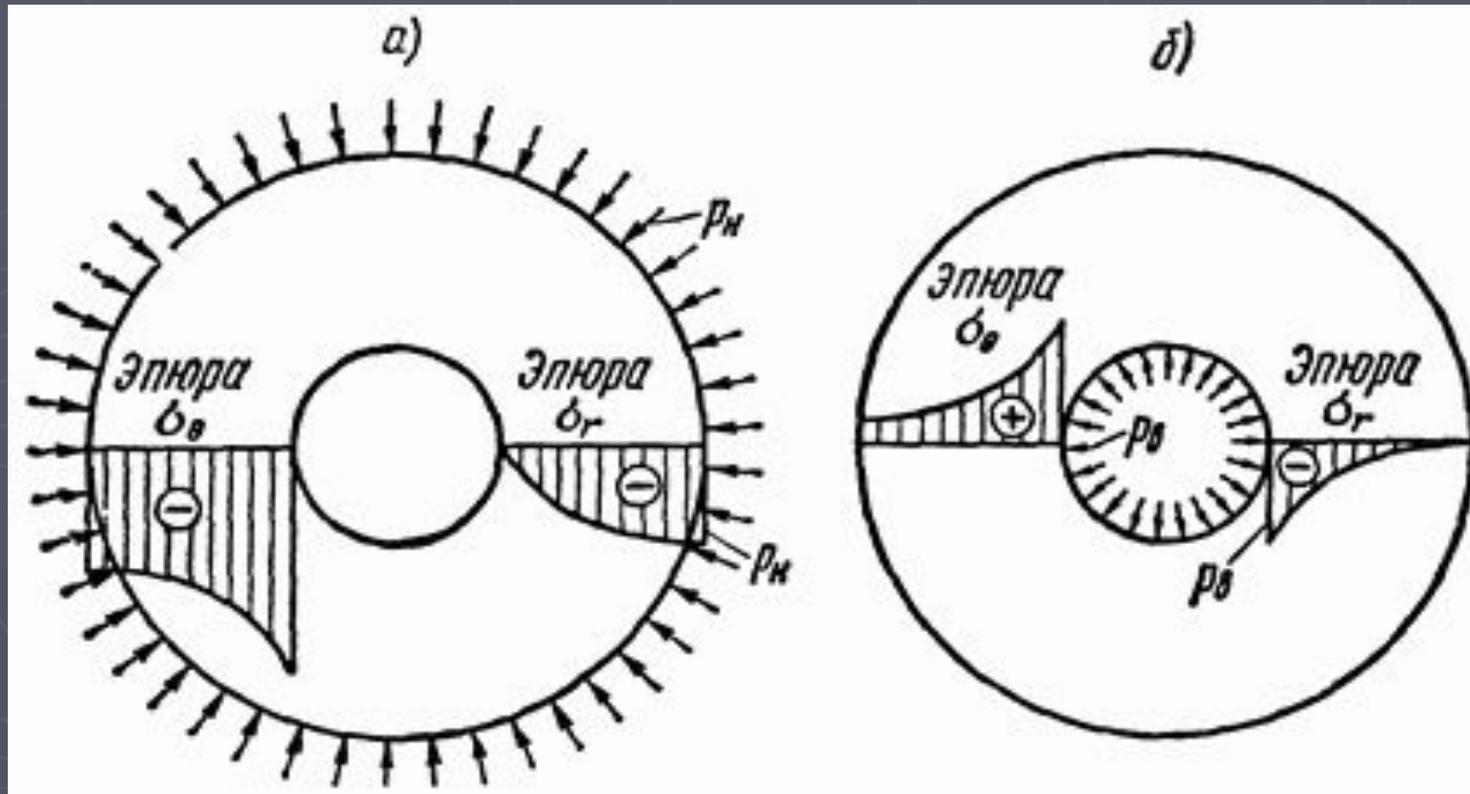
Следовательно

$$\sigma_r = \sigma_{min} = -p_e$$

$$\sigma_\theta = \sigma_{max}.$$



- Из формул (1.7) и (1.8) следует, что при действии только внутреннего давления напряжения σ_θ в любых точках цилиндра положительны и по абсолютной величине больше напряжений σ_r (которые отрицательны).
- Наибольшей величины напряжения σ_θ достигают у точек внутренней поверхности цилиндра, где они равны $\sigma_\theta = P_B \frac{r_H^2 + r_B^2}{r_H^2 - r_B^2}$. В остальных точках напряжения σ_θ меньше этого значения (см. эпюру на рис. 1.3, б).



- Для расчета толщины стенки используем третью гипотезу прочности и формулами (1.13), (1.14) и (1.15):

$$\sigma_3^{111} = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) = p_B \frac{\beta^2 + 1}{\beta^2 - 1} - (-p_B) = p_B \frac{2\beta^2}{\beta^2 - 1} \leq \varphi[\sigma] \quad (1.16)$$

- откуда

$$\beta^{111} = \sqrt{\frac{\varphi[\sigma]}{\varphi[\sigma] - 2p_B}} \quad (1.17)$$

- Тогда для проектного расчета толщины стенки и учетом, что

- $s = r_H - r_B = r_B(\beta - 1)$ и прибавки на коррозию, получим

$$s^{111} = \frac{D}{2} \left(\sqrt{\frac{\varphi[\sigma]}{\varphi[\sigma] - 2p_B} - 1} \right) + c \quad (1.18)$$

- По аналогичной методике рассчитываются толстостенные цилиндры, нагруженные только наружным давлением.

1.4 Особенности расчета многослойных цилиндров

Из сделанных ранее выводов следует, что при действии только внутреннего давления напряжения σ_{θ} в любых точках цилиндра положительны и по абсолютной величине больше напряжений σ_r (которые отрицательны).

Наибольшей величины напряжения σ_{θ} достигают у точек внутренней поверхности цилиндра, где они равны

$$\sigma_{\theta} = p_{в} \frac{r_{н}^2 + r_{в}^2}{r_{н}^2 - r_{в}^2}$$

В остальных точках напряжения σ_{θ} меньше этого значения (см. эпюру на рис. 1.3, б).

Наибольшее значение σ_{θ} можно уменьшить путем применения составных толстостенных цилиндров, состоящих из нескольких более тонких труб, надетых друг на друга (рис. 1.4).

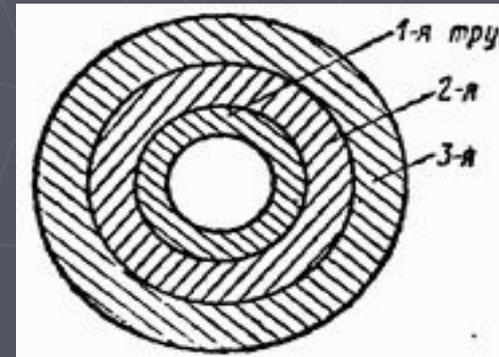
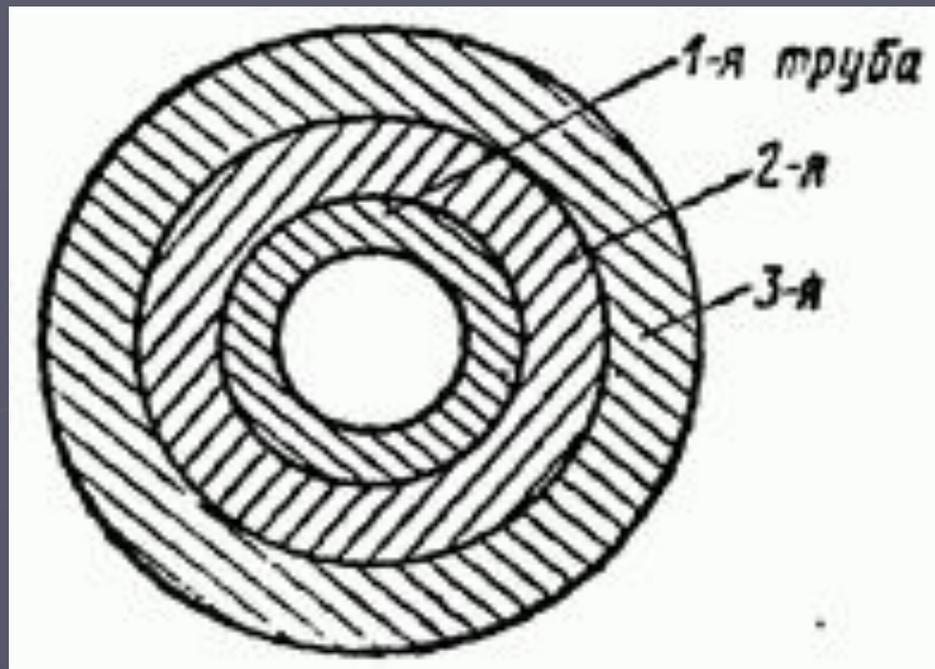


Рис. 1.4



Вторая труба (рис. 1.4) изготавливается с внутренним диаметром, несколько меньшим наружного диаметра первой (внутренней) трубы, а третья — с внутренним диаметром, меньшим наружного диаметра второй трубы, и т. д.

Разница (до сборки) между наружным диаметром внутренней трубы и внутренним диаметром надеваемой на нее трубы, принятая при их изготовлении, называется **натягом**.

► Перед надеванием второй трубы на первую ее нагревают настолько, чтобы внутренний диаметр, увеличившись от нагрева, стал несколько больше наружного диаметра первой трубы. В процессе остывания вторая труба (внутренний диаметр которой при остывании уменьшается) оказывает на первую внешнее давление и сжимает ее. Аналогично на вторую трубу насаживают третью и т. д. Такой способ насадки одной трубы на другую называют **посадкой с натягом**. В результате натяга в трубах возникают начальные напряжения. Чем больше величина натяга, тем больше начальные напряжения.

► Способ уменьшения напряжений σ_{θ} и, следовательно, повышения прочности толстостенного цилиндра путем замены сплошного цилиндра составным предложен в середине прошлого века академиком **А. В. Гадолиным**.

В качестве примера показан составной цилиндр из трех труб со стенками одинаковой толщины, собранных с натягом (рис. 6.16, а). Цилиндр находится под действием внутреннего давления. Радиусы труб равны $r_{1-4} = 10, 15, 20, 25$ см.

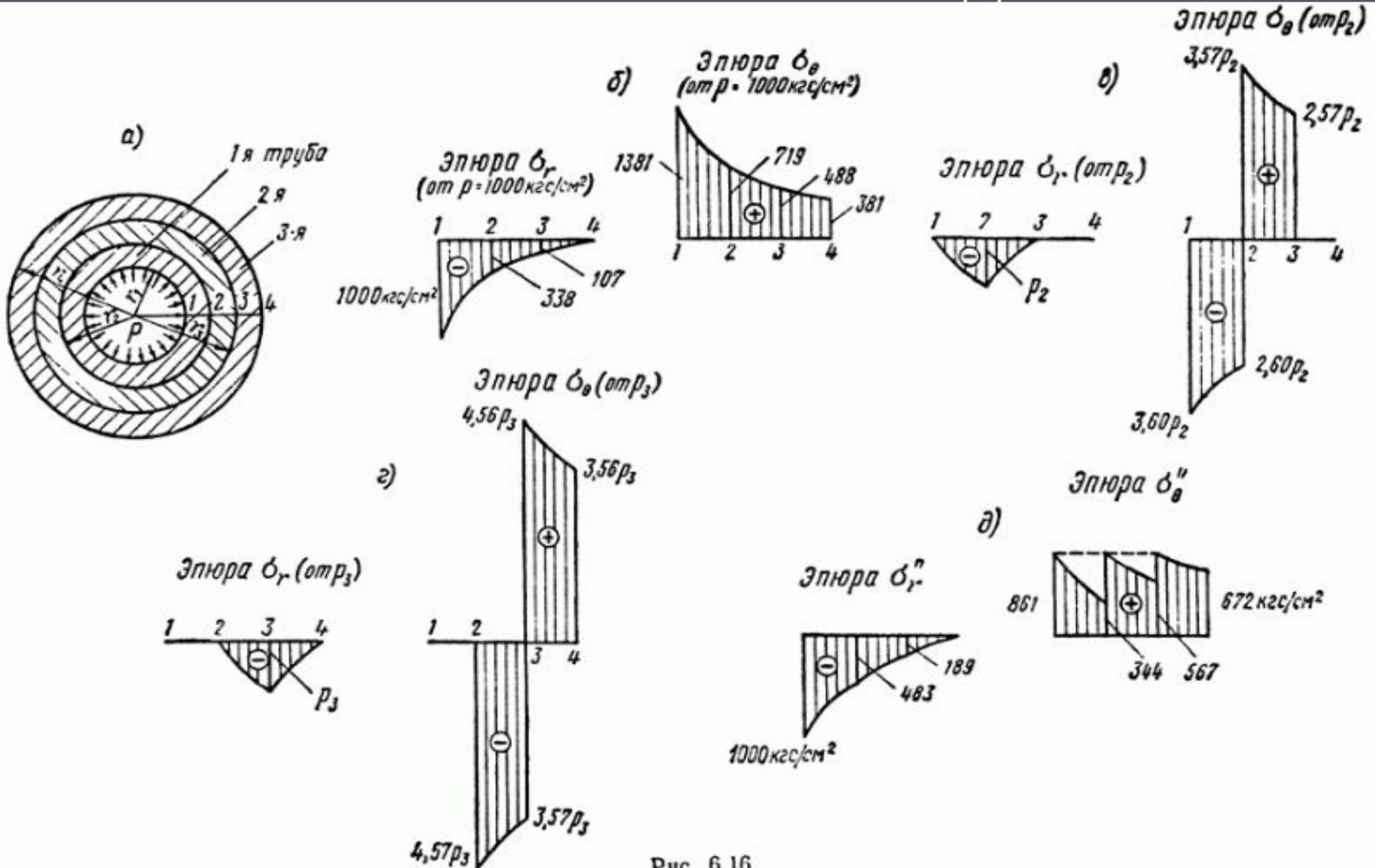
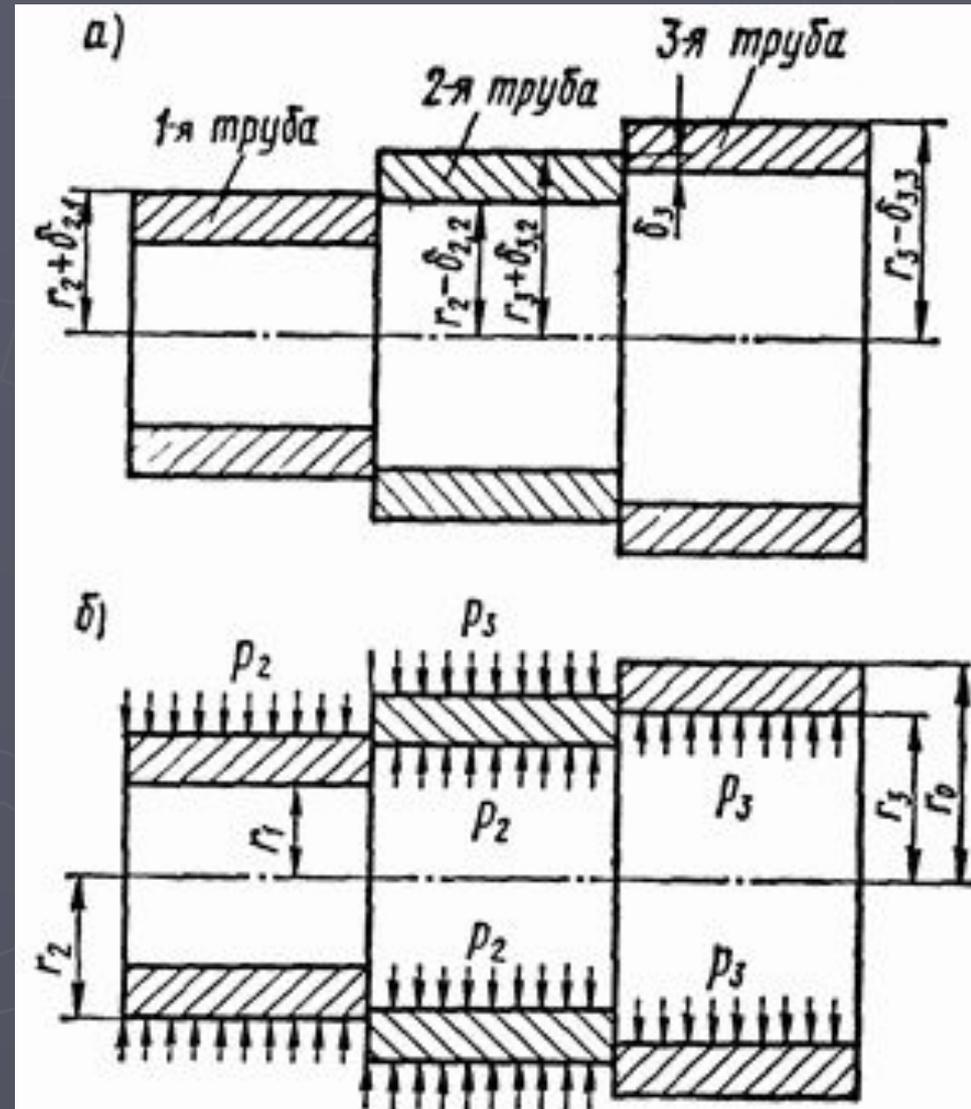


Рис. 6.16

Если к трубам до их сборки приложить давления, то в результате деформации наружный радиус первой трубы станет равен внутреннему радиусу второй, а наружный радиус второй — внутреннему радиусу третьей

Таким образом, вторая труба должна быть изготовлена с внутренним радиусом, меньшим на δ . Если к трубам до их сборки приложить соответствующие давления то в результате деформации наружный радиус первой трубы станет равен внутреннему радиусу второй, а наружный радиус второй — внутреннему радиусу третьей.



- ▶ При выполнении этих условий в составном цилиндре после его сборки возникнут необходимые начальные напряжения, а при действии внутреннего давления полные напряжения будут равны напряжениям, показанным на рис. 6.16, д.
- ▶ Если, например, первая труба изготавливается с наружным радиусом, равным 15 см, то внутренний радиус второй трубы следует брать равным 14,9961 см; если же вторая труба изготовлена с внутренним радиусом 15 см, то наружный радиус первой трубы следует брать равным 15,0039 см и т. д.

▶ **1.5 Цилиндр под действием тепловых нагрузок.**

- ▶ **Самостоятельно (ист 1, стр. 101-105).**

Лекция окончена.
Спасибо за внимание!

