

*Тема доклада:*

***Принцип Дирихле***



- Так. Если я что-нибудь в чём-нибудь понимаю, то дыра – это нора...

- Ага.

- А нора – это кролик...

- Ага.

- А кролик – это подходящая компания.

# Биография

**Дирихле Петер Август Лежён (1805-1859)**

— немецкий математик,  
иностранный член-корреспондент  
Петербургской Академии наук (1837),  
член многих других академий.  
Основные заслуги П. Дирихле в  
области математики:

- установил, что в арифметической прогрессии  $an = a1 + dn$ , где  $n = 1, 2 \dots$  с целыми взаимно простыми  $a1$  и  $d$  содержится бесконечно много простых чисел;
- исследовал понятие условной сходимости ряда, установил признак сходимости ряда;
- ввёл функциональные ряды особого вида;
- ввёл (вместе с Н. И. Лобачевским) определение функции через соответствие и т. д.



# Цель:

- Познакомить учащихся с новыми математическими методами решения задач, которые не рассматриваются в школьном курсе
- Научить решать олимпиадные задачи с помощью принципа Дирихле;
- Показать его применение для решения разнообразных задач

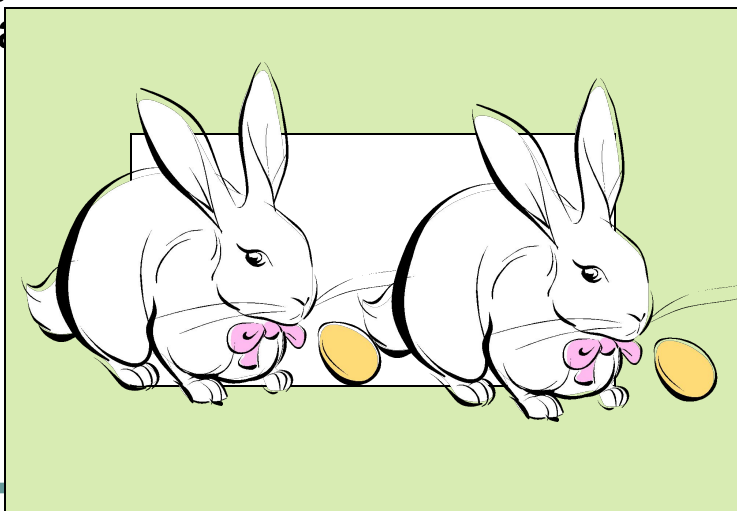
# Задачи проекта:

- Научить решать задачи, связанные с числовыми множествами;
- Научить решать задачи, связанные с делимостью чисел;
- Научить решать некоторые геометрические задачи;
- Показать методику решения простейших задачи по теории вероятности.

# Формулировки принципа Дирихле

Принцип Дирихле - утверждение, устанавливающее связь между объектами («кроликами» Принцип Дирихле - утверждение, устанавливающее связь между объектами («кроликами») и контейнерами («клетками») при выполнении определённых условий.

1. Если в  $n$  клетках сидит  $m$  зайцев, причём  $m > n$ , то хотя бы в одной клетке сидят, по крайней мере два зайца
2. Пусть в  $n$  клетках сидят  $m$  зайцев, причём  $n > m$ . Тогда на



на клетка

3. Если  $m$  зайцев сидят в  $n$  клетках, то найдётся клетка, в которой сидят не меньше, чем  $m/n$  зайцев, и найдётся клетка, в которой сидят не больше, чем  $m/n$  зайцев
4. Если  $m$  зайцев съели  $n$  килограммов травы, то какой-то заяц съел не менее  $n/m$  килограммов травы и какой-то заяц съел не больше  $n/m$  килограммов травы
5. Если в  $n$  клетках сидят  $m$  зайцев и  $m$  больше или равно, то в какой-то из клеток сидят по крайней мере  $k+1$  заяц

# Задача 1

В классе 30 человек. В диктанте Витя Медведев сделал 13 ошибок, а остальные – меньше. Докажите что по крайней мере три ученика сделали ошибок поровну.



## Задача 3 ( обобщенный принцип)

В магазин привезли 25 ящиков с яблоками трех сортов, причем в каждом ящике лежат яблоки одного сорта. Можно ли найти 9 ящиков с яблоками одного сорта?

## Задача 4

Верно ли, что из шести любых целых чисел найдутся два числа, разность которых делится на 5?

## Задача 5

На шахматной доске размером  $8 \times 8$  Вася расставил 14 фигур. Докажите, что найдется квадрат размером  $2 \times 2$ , в котором не будет фигур.

## Задача 6

В мешке лежат 10 белых и 10 черных шаров. Они тщательно перемешаны и не различимы на ощупь. Какое наименьшее количество шаров нужно вынуть из мешка вслепую, чтобы среди них наверняка оказались два шара 1) одного цвета, 2) разного цвета, 3) белого цвета?



## Задача 7

В лесу растет миллион елок.  
Известно, что на каждой елке не более 600000 иголок. Докажите, что в лесу найдутся две елки с одинаковым числом иголок.

## Задача 8

В классе 37 учеников. Докажите, что среди них найдутся 4 ученика, отмечающие день рождения в одном месяце.

## Задача 9

Дано 12 целых чисел. Докажите, что из них можно выбрать два, разность которых делится на 11.

## Задача 10

В ковре размером  $4 \times 4$  метра моль проела 15 дырок. Докажите, что из него можно вырезать коврик размером  $1 \times 1$  метр, не содержащий внутри дырок.



# Задача 11

В мешке лежат 100 белых и 100 черных шариков. Они тщательно перемешаны и не различимы на ощупь. Какое наименьшее количество шаров нужно вынуть из мешка вслепую, чтобы среди них наверняка оказались два шара 1) одного цвета, 2) разного цвета, 3) белого цвета?

## Вывод:

Принцип Дирихле помогает нам при решении некоторых задач. Следовательно мы можем утверждать, что принцип Дирихле облегчает решение задач.