

**Методическая разработка раздела
образовательной программы по
математике**

«Уравнения и неравенства»

11 класс

**выполнена учителем математики
МОУ СОШ №22 Нижегородского района г.Нижнего Новгорода
Лапкиной О.А.**

Пояснительная записка

- «Первое условие, которое надлежит выполнять в математике,- это быть точным, второе- быть ясным и, насколько можно, простым.» Л.Карно
- Материал, связанный с уравнениям и неравенствами, составляет значительную часть школьного курса математики. Есть много уравнений и неравенств, которые считаются для школьников задачами повышенной трудности. Для решения таких задач применяют не традиционные приемы, а методы, которые не совсем привычны учащимся.
- В частности, функциональные представления служат основой привлечения графической наглядности к решению и исследованию уравнений и неравенств. Изученные свойства функций и методы их исследования должны найти применение в школе при поиске рациональных идей решения уравнений и неравенств.

Овладение математическими знаниями, владение научной терминологией, эффективное ее использование

Интеллектуальное развитие учащихся, формирование логических навыков, выделение главного, сравнения, анализа, синтеза, обобщения, абстрагирования, систематизации

Цели раздела

Успешное применение полученных знаний при сдаче ЕГЭ и продолжении образования

Усвоение аппарата уравнений и неравенств как основного средства математического моделирования прикладных задач

Обобщение изучения функций как важнейшего математического объекта средствами алгебры и математического анализа, раскрытие политехнического и прикладного значения общих методов математики, связанных с исследованием функций

Систематизация по методам решений всех типов уравнений и неравенств

Задачи раздела

Тема

«Функционально-графические методы решения комбинированных уравнений»

выбрана, т.к.

- **для уравнений и неравенств характерна направленность на установление связей с остальным содержанием курса математики**
- **линия уравнений и неравенств тесно связана с функциональной линией**
- **умение применять необходимые свойства функций при решении уравнений и неравенств позволит учащимся решать их на сознательной основе, использовать различные способы решения, выбирая самый рациональный**
- **учащиеся готовы к ее восприятию, класс выше среднего уровня подготовки, заинтересованы в результате деятельности, нацелены на продолжение образования**

Ожидаемые результаты

- **Знание учащимися методов решения уравнений и неравенств с использованием свойств входящих в них функций**
- **Умение самостоятельно добывать информацию и осознанно ее использовать при выполнении заданий**
- **Приобретение опыта в нахождении правильного и рационального пути решения уравнений и неравенств**
- **Практика работы в группе: умение распределять обязанности, учитывать мнение каждого члена группы, адекватно оценивать работу товарищей**
- **Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности при подготовке к ЕГЭ**

Способы организации учебной деятельности

- **Лекции**
- **Творческие исследования**
- **Использование ИКТ**
- **Практикумы**
- **Тренажеры**
- **Разработка проектов**



Поурочное планирование

§	Тема	Кол-во часов
26	Равносильность уравнений	4
27	Общие методы решения уравнений	4
28	Равносильность неравенств	4
29	Уравнения и неравенства с модулями	5
	Контрольная работа №7	2
30	Иррациональные уравнения и неравенства	5
31	Уравнения и неравенства с двумя переменными	4
32	Доказательство неравенств	5
33	Системы уравнений	6
	Контрольная работа №8	2
34	Задачи с параметрами	7

Урок в 11 классе

«Функционально-графические методы решения комбинированных уравнений»

Тип урока- урок комплексного применения знаний и способов действий.

Оборудование- проектор, экран, презентация для сопровождения урока.

Учебно-методическое обеспечение- Алгебра и начала анализа 11 класс. В 2 ч. Учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень)/А. Г.Мордкович, П.В. Семенов.-4-е изд., доп.- М.:Мнемозина,2007.

Метод решения хорош, если с самого начала мы можем предвидеть – и в последствии подтвердить это, - что, следуя этому методу, мы достигнем цели.

Г. Лейбниц

Цели урока:

Образовательные- обобщить и закрепить навыки применения свойств функций при решении уравнений, систематизировать знания учащихся по теме «Уравнения», создать содержательные и организационные условия для применения учащимися комплекса знаний и способов действий при решении нестандартных уравнений.

Развивающие- развивать логическое мышление, навыки исследовательской деятельности (планирование своей работы, выдвижение гипотез, анализ и обобщение полученных результатов), интерес и инициативу учащихся, повышать их математическую культуру; в процессе повторения ученики должны перейти от одного уровня математической деятельности к следующему, более высокому, сделав для себя открытия в этой теме.

Воспитательные- развивать у учащихся трудолюбие, упорство в достижении поставленной цели, способствовать развитию творческой деятельности учащихся, потребности к самообразованию, помогать учащимся осуществлять самооценку своего труда.

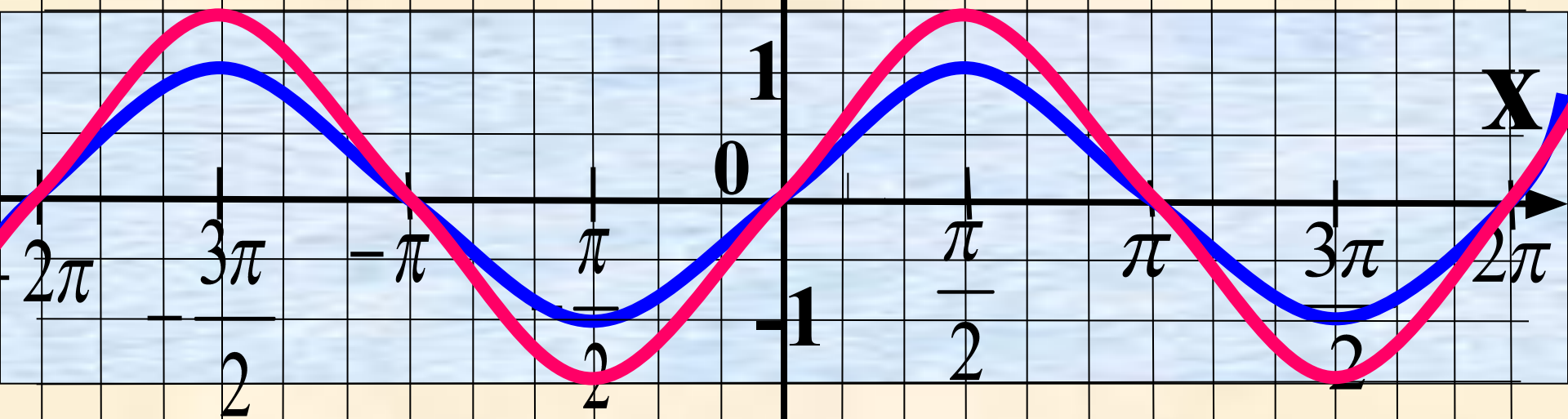
Ход урока

№	Структурные элементы	Время	Деятельность учащихся
1	Организационный момент.	1 мин.	Обсуждение
2	Проверка опорных моментов домашнего задания и постановка проблемы: -акцентирование теории по теме, -применение теории на практике, -выдвигаемая гипотеза.	3 мин 5 мин. 1 мин.	Отвечают устно, проводят обсуждение ответов, самооценка. Выдвигают свои идеи по дальнейшему ходу действий
3	Первичный анализ наблюдений.	5 мин.	Предлагают способы решения уравнения, анализируют ход решения и методы решения.
4	Исследование новых видов уравнений. Проверка усвоения изученных методов(самостоятельная работа)	12мин. 15мин.	Учащиеся работают самостоятельно, при необходимости получают консультацию учителя, проверяя свои действия с помощью слайдов. Результаты проверочной работы выводятся на экран. Самооценка.
5	Подведение итогов.	2мин.	Заполняют таблицы, подводят итог урока.
6	Домашнее задание.	1 мин.	Записывают домашнее задание.

Найдите множество значений функции

$$y = 1,5 \sin x - 1$$

$$y \equiv 1,5 \sin x - 1$$



Ответ: $E(y): [-2,5 ; 0,5]$.

Найдите наибольшее целое значение функции

$$y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4$$

Метод оценки

$$> 0 \quad / \cdot (-1)$$


$$-\left(\frac{1}{2}\right)^x < 0 \quad / + 4$$

$$-\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4 < 4$$

$$y < 4$$

Ответ: $y=3$.

Общие методы решения уравнений



```
graph TD; A[Общие методы решения уравнений] --> B[Аналитические]; A --> C[Функционально-графические]; B --> D[Метод введения новой переменной]; B --> E[Метод разложения на множители]; B --> F[Переход к равносильным уравнениям]; C --> G[По свойствам]; C --> H[По графику];
```

Аналитические

Функционально-графические

Переход к равносильным уравнениям

По свойствам

Метод разложения на множители

По графику

Метод введения новой переменной

Функционально – графические методы

```
graph TD; A[Функционально – графические методы] --> B[Построение графиков функций левой и правой частей уравнения (решением являются абсциссы точек (точки) пересечения графиков)]; A --> C[Использование свойств функций левой и правой частей уравнения (монотонность, четность, нечетность)]; A --> D[Использование ограниченности функций левой и правой частей уравнения (метод оценки)];
```

Построение графиков функций левой и правой частей уравнения (решением являются абсциссы точек (точки) пересечения графиков)

Использование свойств функций левой и правой частей уравнения (монотонность, четность, нечетность)

Использование ограниченности функций левой и правой частей уравнения (метод оценки)

$$0,3^x =$$

**Графический способ
решения уравнений**

$$y = 0,3^x$$

$$y = \sqrt{x} + 1$$

O

$$x = 0$$

x

y

Оценка левой и правой частей уравнения

$$\log_2(2x-x^2+15) = x^2-2x+5$$

$$1) 2x-x^2+15 = -((x^2-2x+1)-1-15) = -(x-1)^2+16 \leq 16$$

Если $0 < 2x-x^2+15 \leq 16$, то $\log_2(2x-x^2+15) \leq 4$

$$2) x^2-2x+5 = (x^2-2x+1)-1+5 = (x-1)^2+4 \geq 4$$

Данное уравнение равносильно системе

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_2(2x-x^2+15) = 4 \\ x^2-2x+5 = 4 \\ x^2-2x+5 = 4 \\ x^2-2x+1 = 0 \\ x = 1 \end{array} \right.$$

$$\text{При } x=1 \quad \log_2(2x-x^2+15) = \log_2(2-1+15) = 4$$

Ответ: $x=1$.

Решение уравнений с использованием монотонности функций

$$x + \log_2(2^x - 31) = 5$$

Функция $y = \log_2 t$ - возрастающая,
функция $y = 5 - t$ - убывающая.

Если графики этих функций пересекаются, то
только в одной точке.

Поэтому данное уравнение может иметь только один
корень.

Подбором находим $x = 5$.

Ответ: $x = 5$.

Установите соответствие между уравнениями и способами их решения

$$2^{|x|} = \cos x$$

$$\lg(x^2 - 6x + 18) = 1 + \sin 3x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + 1 = x^2 + 2$$

$$3^x + 4^x = 5^x$$

$$x + \log_2(2^x - 31) = 5$$

$$\sqrt{x^2 - 2x + 2} + \log_3 \sqrt{x^2 - 2x + 10} = 2$$

$$\log_2(x^2 + 1) = 2^{-\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$|3x + 4y - 26| + |4x - y - 3| = 0$$



Предложите метод решения следующего уравнения

$$x \log_3^2 x - (2x+3) \log_3 x + 6 = 0$$

Замена: $\log_3 x = a$

$$xa^2 - (2x+3)a + 6 = 0$$

$$D = (2x+3)^2 - 24x = 4x^2 + 12x + 9 - 24x = 4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2$$

$$a = \frac{2x+3 \pm (2x-3)}{2x}$$

$$a = 2 \quad 2x \quad a = 3/x$$

$$\log_3 x = 2 \quad \log_3 x = 3/x$$

$$x = 9$$

$y = \log_3 x$ - возрастающая,

$y = 3/x$ - убывающая, корень уравнения

может быть только один. Подбором $x = 3$.

Ответ: $x = 9$, $x = 3$.

Решите уравнения:

$$9^x + (x-13)3^x - 9x + 36 = 0$$

$$\log^2_4 x + (x-4)\log_4 x + x - 5 = 0$$

$$x^2 - 2x \cos y + 1 = 0$$

Проверка

$$9^x + (x-13)3^x - 9x + 36 = 0$$

$$D = (x-13)^2 - 4(36-9x)$$

$$D = (x+5)^2$$

$$3^x = 4 - x \quad 3^x = 9$$

$$x = 1 \quad x = 2$$

Ответ: $x=1$, $x=2$.

$$\log^2_4 x + (x-4)\log_4 x + x - 5 = 0$$

$$D = (x-4)^2 - 4(x-5)$$

$$D = (x-6)^2$$

$$\log_4 x = 5 - x \quad \log_4 x = -1$$

$$x = 4 \quad x = 1/4$$

Ответ: $x=1/4$, $x=4$.

$$x^2 - 2x \cos y + 1 = 0$$

$$D/4 = \cos^2 y - 1$$

$$\text{Т.к. } D \geq 0, \cos^2 y \geq 1,$$

$$\text{значит, } \cos^2 y = 1$$

$$\cos y = 1$$

$$\cos y = -1$$

$$y = 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$x = -1$$

Ответ: $(1; 2\pi m)$, $(-1; \pi + 2\pi k)$,

$m \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Самостоятельная работа



1 вариант

1) $3^{-|x|} = \frac{1}{2}\sin x + 1$

2) $x^2 - 5\pi x + 25\pi^2/4 = \sin x - 1$

3) $3^x + 5^x = 2^{3x}$

4) $9^{-x} - (x+4)3^{-x} + 3x + 3 = 0$

2 вариант

1) $\sin x + 1 = |x - \pi/2| + 2$

2) $2^x + 5^x = 7^x$

3) $\log_3(|x| + 9) = 2\cos x$

4) $25^x + (x-31)5^x - 25x + 150 = 0$

Проверь себя:

1 вариант

1) $x = 0$ (оценка)

2) $x = 5\pi/2$ (графически)

3) $x = 1$ (монотонность)

4) $x = -1, x = 0$. (замена, монотонность)

2 вариант

1) $x = \pi/2$ (графически)

2) $x = 1$ (монотонность)

3) $x = 0$ (оценка)

4) $x = 1, x = 2$ (замена, монотонность)

Этап урока	Принимал активное участие – 2	Участвовал в работе – 1	Не принимал участия – 0
Устная работа			
Актуализация знаний и повторение			
Исследование новых методов			
Решение задач			

Домашнее задание:

Закончить составление мини-задачника и решебника по общим методам решения уравнений.

	Знаю	Умею	Необходимо уточнить (любой знак)
1. Аналитические методы решения уравнений	+/-	+/-	
2. Решение уравнения с помощью графиков	+/-	+/-	
3. Функционально-графические методы	+/-		
4. Свойства функций	+/-		
5. Решение уравнений с использованием монотонности		+/-	
6. Решение уравнений методом оценки		+/-	

Подведем итоги

Список используемой литературы

1. Алгебра и начала анализа 11 класс. В 2 ч. Учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень)/А.Г.Мордкович, П.В. Семенов.-4-е изд., доп.-М.:Мнемозина,2007.
2. Тематические тесты для подготовки к ЕГЭ /Ф.Ф. Лысенко,2009 г.- Легион, Ростов-на-Дону.
3. Сеть творческих учителей (www.it-n.ru)
4. Программы.Математика.5-6 классы.Алгебра.7-9 классы. Алгебра и начала математического анализа.10-11 классы / И.И.Зубарева,А.Г.Мордкович.-2-е изд., испр. и доп.-М.:Мнемозина,2009.