Теория вероятностей и комбинаторные правила решения задач

Эпиграф урока:

«Путь размышлений - самый благородный, путь подражания –самый легкий, путь опыта – самый горький».

Конфуций

Классическое определение вероятности

Стохастическим называют опыт, если заранее нельзя предугадать его результаты. Результаты (исходы) такого опыта называются *событиями*.

Пример: выбрасывается игральный кубик (опыт);
выпадает двойка (событие).

Событие, которое обязательно произойдет в результате испытания, называется *достоверным*, а которое не может произойти, - *невозможным*.

Пример: В мешке лежат три картофелины.

Опыт – изъятие овоща из мешка.

Достоверное событие – изъятие картофелины.

Невозможное событие – изъятие кабачка.

Классическое определение вероятности

Равновозможными называют события, если в результате опыта ни одно из них не имеет большую возможность появления, чем другие.

Примеры: 1) Опыт - выбрасывается монета. Выпадение орла и выпадение решки – равновозможные события.

2) В урне лежат три шара. Два белых и синий.

Опыт – извлечение шара.

События – извлекли синий шар и извлекли белый шар - неравновозможны.

Появление белого шара имеет больше шансов..

Классическое определение вероятности

Несовместимыми (несовместными) называют события, если наступление одного из них исключает наступление других.

Пример: 1) В результате одного выбрасывания выпадает орел (событие А) или решка (событие В).
События А и В - несовместны.

2) В результате двух выбрасываний выпадает орел (событие А) или решка (событие В).
События А и В - совместны.
Выпадение орла в первый раз
не исключает выпадение решки во
второй

Классическое определение вероятности

Полной группой событий называется множество всех событий рассматриваемого опыта, одно из которых обязательно произойдет, а любые два других несовместны.

События образующие полную группу называют *элементарными.*

Пример: 1) Опыт – один раз выбрасывается монета.

Элементарные события: выпадение орла и выпадение решки образуют полную группу.

Классическое определение вероятности

Вероятностью случайного события А называется отношение числа элементарных событий, которые благоприятствуют этому событию, к общему числу всех элементарных событий, входящих в данную группу.

$$P(A) = m/n$$

Для конечных множеств событий при нахождении m и n широко используют правила комбинаторики.

Задача №1: Сколько двузначных чисел можно составить, используя цифры 7; 8; 9 (цифры могут повторяться)?

В данном случае легко перебрать все комбинации.

77	88	99
78	87	97
79	89	98

9 вариантов

Задача №2: Сколько пятизначных чисел можно составить, используя цифры 7; 8; 9 (цифры могут повторяться)?

Как видим, в этой задаче перебор довольно затруднителен. Решим задачу иначе.

На первом месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На втором месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На третьем месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

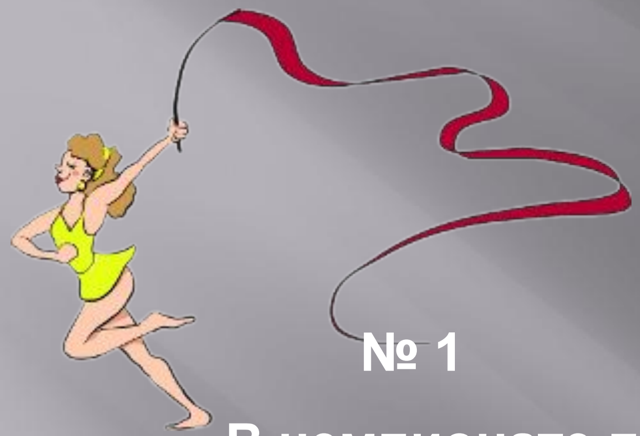
На четвертом месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На пятом месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$

Комбинаторное правило умножения

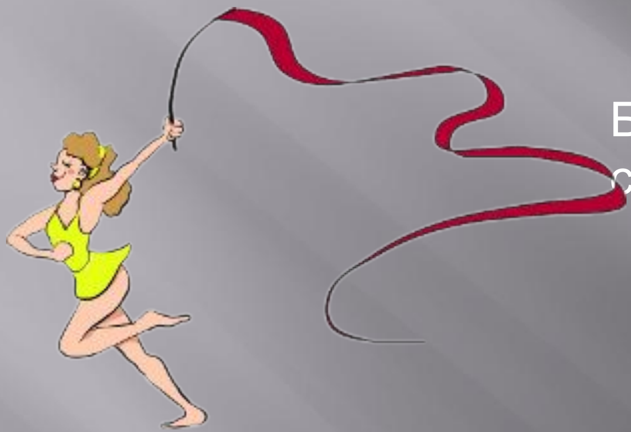
Задачи открытого банка



№ 1

В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 20 из США, 16 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

№ 1
В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 20 из США, 16 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.



Благоприятное событие А: первой выступает спортсменка из Канады

К-во всех событий группы: n=?

К-во благоприятных событий: m=?

Соответствует количеству всех гимнасток. n=50

Соответствует количеству гимнасток из Канады.
m=50-(20+16)=14

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{14}{50}=\boxed{0{,}28}$$

№ 2
В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 10 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

№ 2

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 10 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Благоприятное событие А: выбранный насос не подтекает.

К-во всех событий группы: n=?

Соответствует количеству всех насосов. n=1000

К-во благоприятных событий: m=?

Соответствует количеству исправных насосов
m=1000-10=990

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{990}{1000}=\boxed{0{,}99}$$

№ 3
Фабрика выпускает сумки.
В среднем на 190 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

№ 3

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 190 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Благоприятное событие А: купленная сумка оказалась качественной.

К-во всех событий группы: n=?

Соответствует количеству всех сумок.
n=190+8=198

К-во благоприятных событий: m=?

Соответствует количеству качественных сумок.
m=190

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{190}{198}=0{,}959\ldots\approx\boxed{0{,}96}$$

Вероятность и правило произведения

Два события называются ***независимыми***, если появление одного из них не влияет на вероятность появления другого.

Правило произведения (теорема об умножении вероятностей)

Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

Теорема о сложении вероятностей

Вероятность появления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

№ 4

В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 5 рублей.

Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман.

Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат в разных карманах.

Вероятность и правило произведения

№ 4

В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 5 рублей.

Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман.

Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат в

разных карманах.

Решение:

Всего 6 монет. Возможны варианты перекладывания:

1 карман	2 карман
5 1 1	5 1 1
1 5 1	1 5 1
1 1 5	1 1 5

$P_1 = 2/6 * 4/5 * 3/4 = 1/5$

«**5**» «**1**» «**1**»

$P_2 = 4/6 * 2/5 * 3/4 = 1/5$

«**1**» «**5**» «**1**»

$P_3 = 4/6 * 3/5 * 2/4 = 1/5$

«**1**» «**1**» «**5**»

$P = P_1 + P_2 + P_3 = 3/5 =$ **0,6**

№ 5
В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

№ 5
В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

Опыт: выпадают три игральные кости.

Благоприятное событие А: в сумме выпало 7 очков.

К-во благоприятных событий m=?

115	214	313
124	223	322
133	232	331
142	241	
151		
	412	51
	421	1

15

К-во всех событий группы n=?

1-я кость - 6 вариантов
2-я кость - 6 вариантов
3-я кость - 6 вариантов

$6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{15}{216} \approx \boxed{0{,}07}$$

*

№ 6
В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

№ 6
В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

Условие можно трактовать так: какова вероятность того, что все четыре раза выпадет решка?

К-во всех событий группы n=?

1-й раз - 2 варианта
2-й раз - 2 варианта
3-й раз - 2 варианта
4-й раз - 2 варианта

$$2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=16$$

К-во благоприятных событий m=?

m=1

Четыре раза выпала решка.

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{1}{16}=\boxed{0{,}0625}$$

Самостоятельная работа

1 ВАРИАНТ

- **1.** В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до десятых.
- **2.** В среднем из 150 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

2 ВАРИАНТ

- 1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых
- 2.В среднем из 1300 садовых насосов, поступивших в продажу, 13 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответы

1 ВАРИАНТ

- 1. 0.2
- 0.98

2 ВАРИАНТ

- 1. 0.14
- 2. 0.99

Домашнее задание

1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлить до сотых.

2. Составить и решить 3 задачи по данной теме.