

Вычислите производные
функций

$$y = (2x + 5)^5$$

$$y = x^5 + 3x^4 - 2x - 5$$

$$y = 4x^3$$

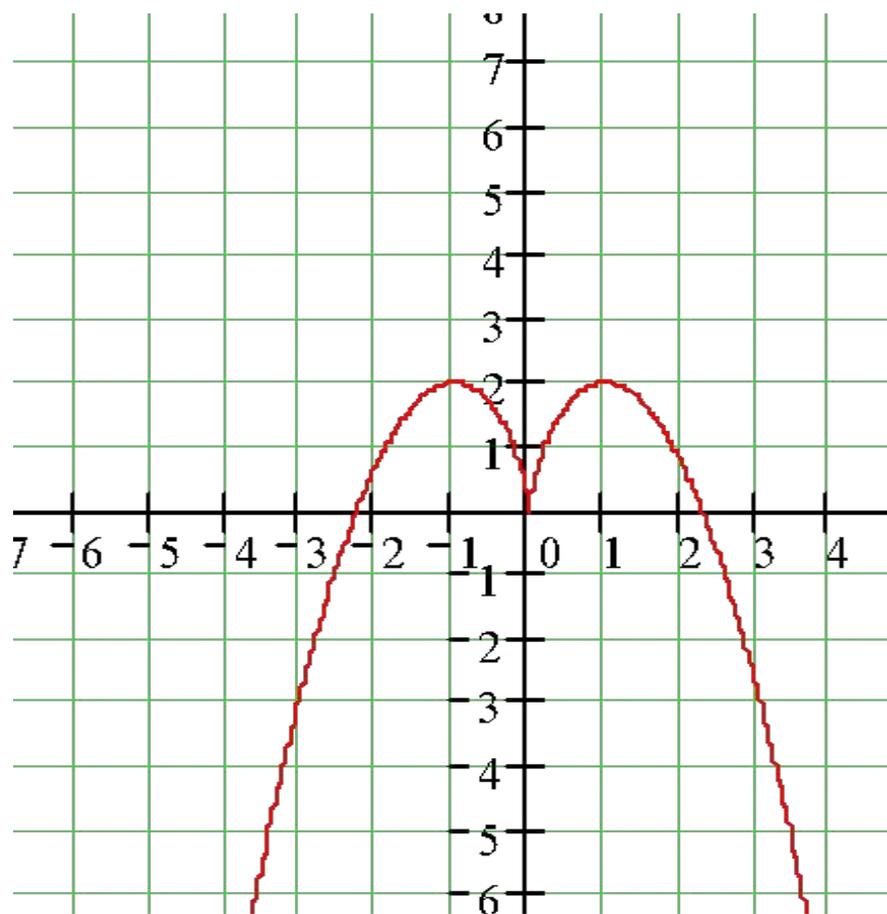
$$y = \frac{x^4}{4}$$

$$y = 3\sqrt{x}$$

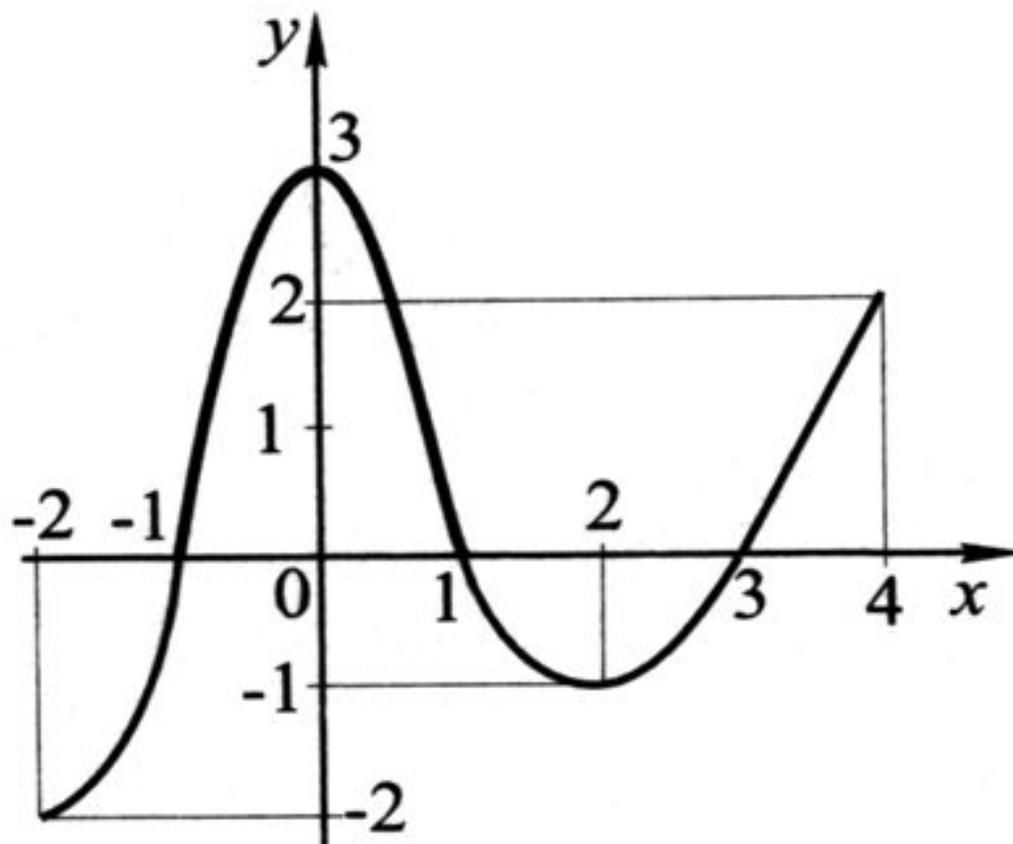
$$y = \frac{2}{x}$$

$$y = \sqrt{3 - 2x}$$

Какие точки называются стационарными?
Какие критическими?



Используя график функции, найдите интервалы монотонности функции и точки экстремума, укажите наибольшее и наименьшее значения функции.



Назовите по данным таблицы промежутки возрастания и убывания функции, а так же точки максимума и точки минимума

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 0)$	0	$(0; 2)$	2	$(2; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		-1		0		-3	

min

max

min

Сформулируйте признак максимума.
Сформулируйте признак минимума.

Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке

Нет ни одной области математики, как бы абстрактна она ни была, которая когда-нибудь не окажется применимой к явлениям действительного мира.

Н.И. Лобачевский

Функция $y=f(x)$ задана на $[a;b]$ и имеет производную во всех точках этого отрезка.

Необходимо найти её наибольшее и наименьшее значение на $[a;b]$.

Основные теоретические положения

1) Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем и своего наибольшего и своего наименьшего значения.

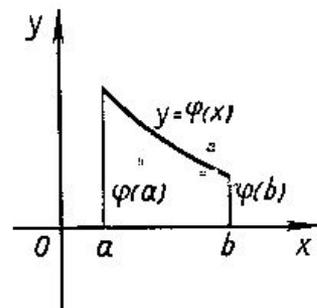
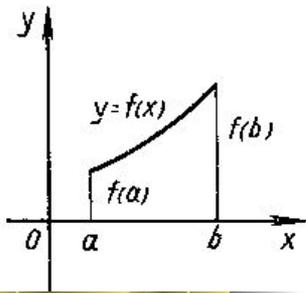
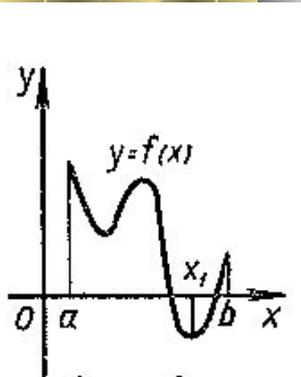
2) Наименьшего и наибольшего значений непрерывная функция может достигать, как на концах отрезка, так и внутри него.

3) Если наибольшее (или наименьшее) значение достигается внутри отрезка, то только в стационарной или критической точке.

4) Если функция $y=f(x)$ не имеет на отрезке $[a;b]$ критических и стационарных точек, тогда

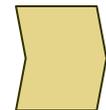
а) если $f'(x) > 0$ на $(a; b) \Rightarrow f(x)$ – возрастает на $[a;b]$, поэтому наибольшее значение на отрезке функция принимает в точке b (правом конце промежутка), а наименьшее в точке a (левом конце промежутка).

б) если $f'(x) < 0$ на $(a; b) \Rightarrow f(x)$ – убывает на $[a;b]$, поэтому наибольшее значение на отрезке функция принимает в точке a (левом конце промежутка), а наименьшее в точке b (правом конце промежутка).



***Умение решать задачи –
практическое искусство,
подобное плаванию, или
катанию на лыжах, или игре на
фортепьяно: научиться этому
можно, лишь подражая
избранным образцам и
постоянно тренируясь...***

Д. Пойя



Алгоритм

1. Найти $D(f)$, содержится ли $[a;b]$ в $D(f)$
2. Определить непрерывность и дифференцируемость функции на $D(f)$
3. Найти производную $f'(x)$
4. Найти стационарные и критические точки функции.
5. Выбрать те , которые лежат внутри отрезка $[a;b]$
6. Вычислить значения функции $y=f(x)$, в точках, отобранных на пятом шаге и на концах отрезка
7. Выбрать среди этих значений наименьшее (это будет $y_{\text{наим}}$) и наибольшее (это $y_{\text{наиб}}$)

1. Функция $y=f(x)$, непрерывна на отрезке $[a;b]$ и имеет на нем критические точки: **-2 и 1;** стационарные точки: **-4; 0; 5.** Выбрать из них те, которые принадлежат промежутку.

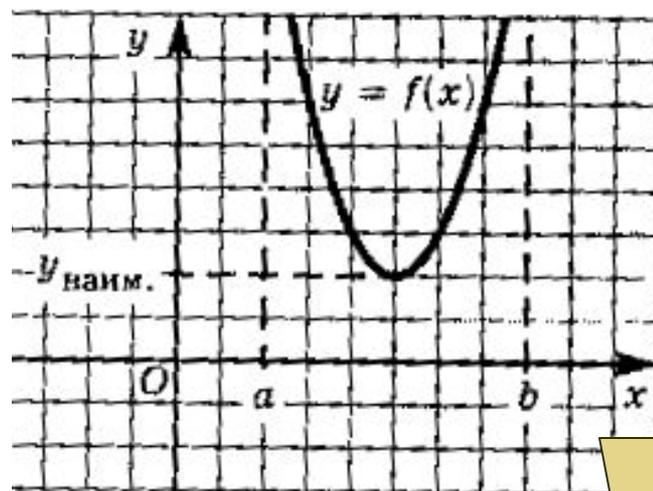
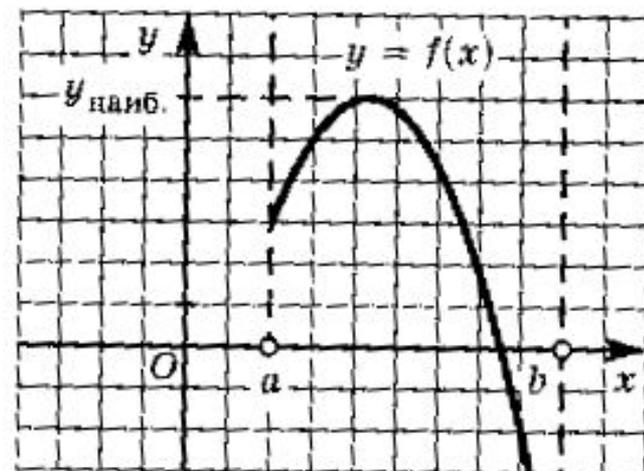
а) [10;12] б) [-7; 3]

в) (-3;6) г) (0;5)



Теорема: Если функция $y=f(x)$ непрерывна на промежутке X и имеет внутри него единственную стационарную или критическую точку $x=x_0$, тогда:

- а) если $x=x_0$ – точка максимума, то $y_{\text{наиб}}=f(x_0)$;
- б) если $x=x_0$ – точка минимума, то $y_{\text{наим}}=f(x_0)$.



ИТОГИ

- **Чем занимались сегодня на уроке?**
- **Каков алгоритм решения задач на наибольшее и наименьшее значения функции?**
- **Какие частные случаи могут возникнуть при решении задач?**

Домашнее задание

Алгоритм, конспект

1 группа

№№ 941 (а,б)

935 (а,б)

2 группа

* Пример 2, с.201 –
его особенности,
план решения

947(а,б), 943 (а,б),

945 (а)