ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ. ЦЕНТР ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИЛ

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ. СТАТИКА

ЛЕКЦИЯ 6

УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ

Произвольная плоская система сил

$$\sum F_{kx} = 0$$

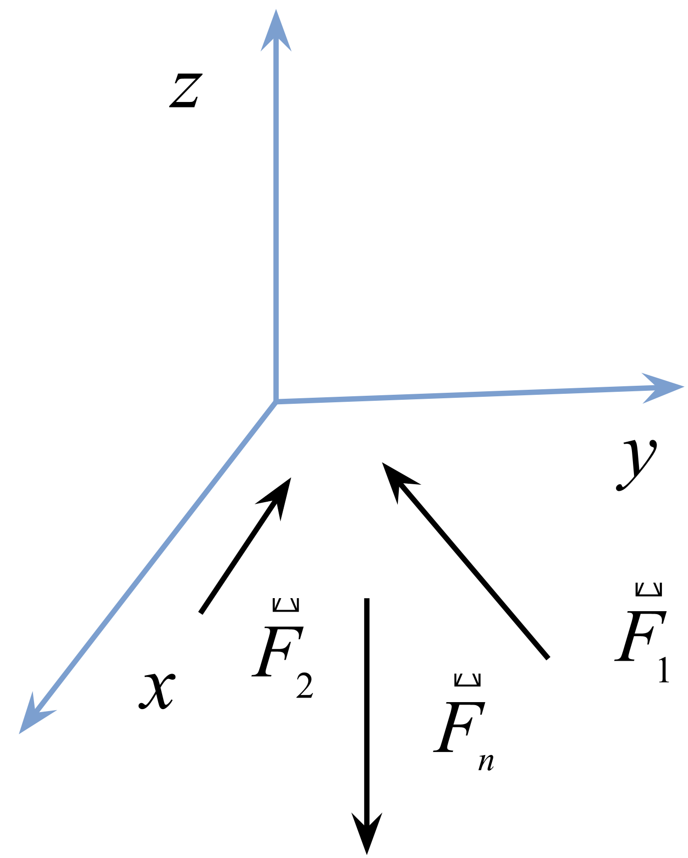
$$\sum F_{ky} = 0$$

$$\cancel{\sum F_{kz} = 0}$$

$$\cancel{\sum M_x(\vec{F}_k) = 0}$$

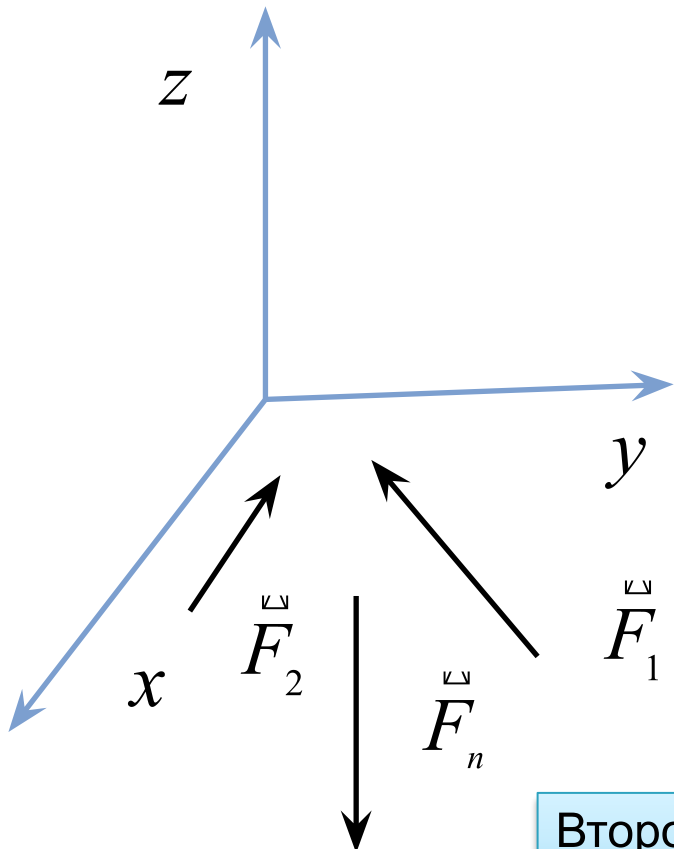
$$\cancel{\sum M_y(\vec{F}_k) = 0}$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = 0$$



$$\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$$

ПРОИЗВОЛЬНАЯ ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ



$$\vec{R} = \sum \vec{F}_k \qquad \vec{M}_O = \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k)$$

$$\vec{R} \in (xy) \qquad \vec{M}_O \perp (xy)$$

$$\vec{M}_O \cdot \vec{R} = 0$$

Второй статический инвариант плоской системы сил всегда равен нулю

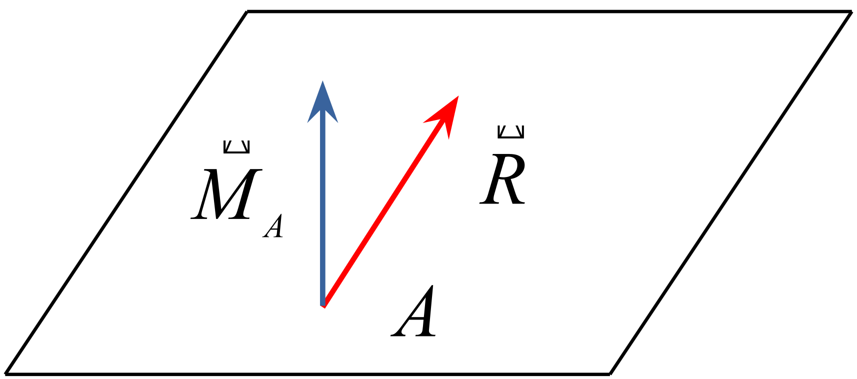
Такая система сил не приводится к динамическому винту

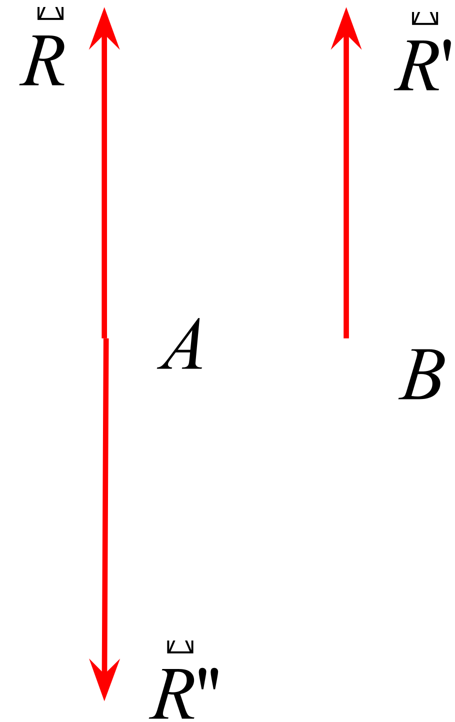
ТЕОРЕМА О РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ

Если главный вектор плоской системы сил не равен нулю, то эта система приводится к равнодействующей

Доказательство

Пусть главный момент относительно точки *A* тоже отличен от нуля





$$(\vec{R}, \vec{M}_A) \sim (\vec{R}, \vec{R}', \vec{R}'') \sim \vec{R}'$$

Что будет, если главный момент относительно точки *A* равен нулю?

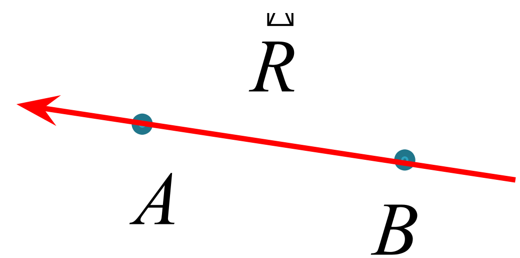
ФОРМЫ УРАВНЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ ПлСС

1.
$$\sum F_{kx} = 0$$
$$\sum F_{ky} = 0$$
$$\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$$

2.
$$\sum F_{kx} = 0$$
$$\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$$
$$\sum M_B(\vec{F}_k) = 0$$
$$AB \not\perp x$$

3.
$$\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$$
$$\sum M_B(\vec{F}_k) = 0$$
$$\sum M_C(\vec{F}_k) = 0$$

A, B, C не лежат на одной прямой



?

СИСТЕМА ДВУХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИЛ

1. $M_D(F_1)+M_D(F_2)=0$

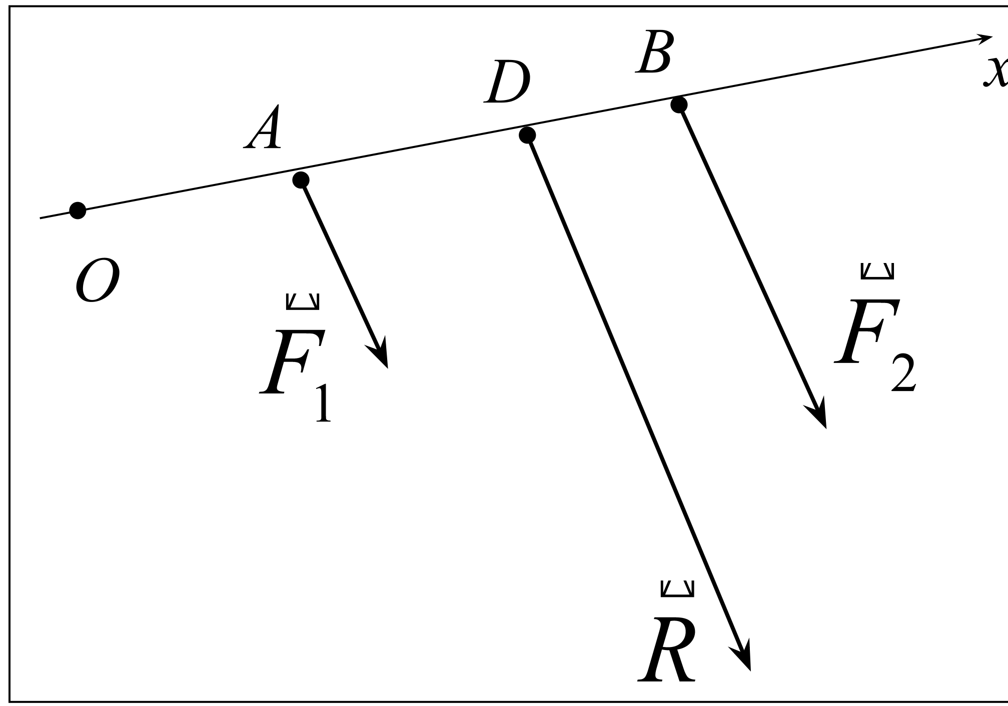
2. Пусть прямая AB является осью координат.
Найдем координату точки приложения равнодействуюшей

$$AD=x_R-x_1$$

$$BD=x_2-x_R$$

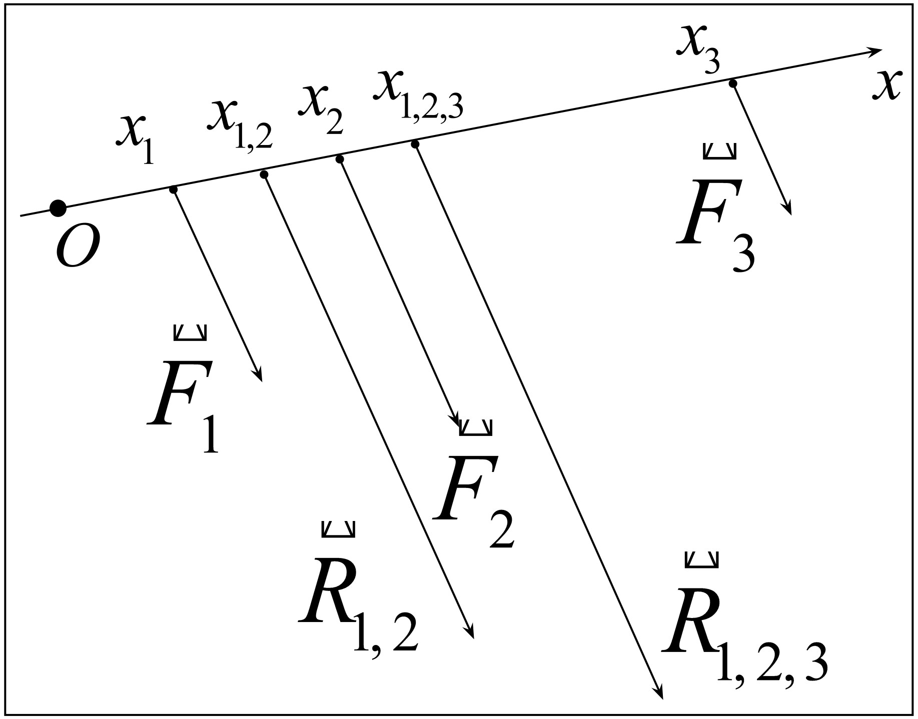
$$\frac{F_1}{BD}=\frac{F_2}{AD} \Rightarrow \frac{F_1}{x_2-x_\mathrm{R}}=\frac{F_2}{x_\mathrm{R}-x_1}$$

$$x_\mathrm{R}=\frac{F_1x_1+F_2x_2}{F_1+F_2}=\frac{F_1x_1+F_2x_2}{R}$$



Координата не изменится при повороте исходных сил на одинаковый угол

СИСТЕМА ТРЕХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИЛ



$$x_R = \frac{R_{1,2}x_{1,2} + F_3 x_3}{R_{1,2} + F_3}$$

$$x_R = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3}{R}$$

ЦЕНТР ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИЛ

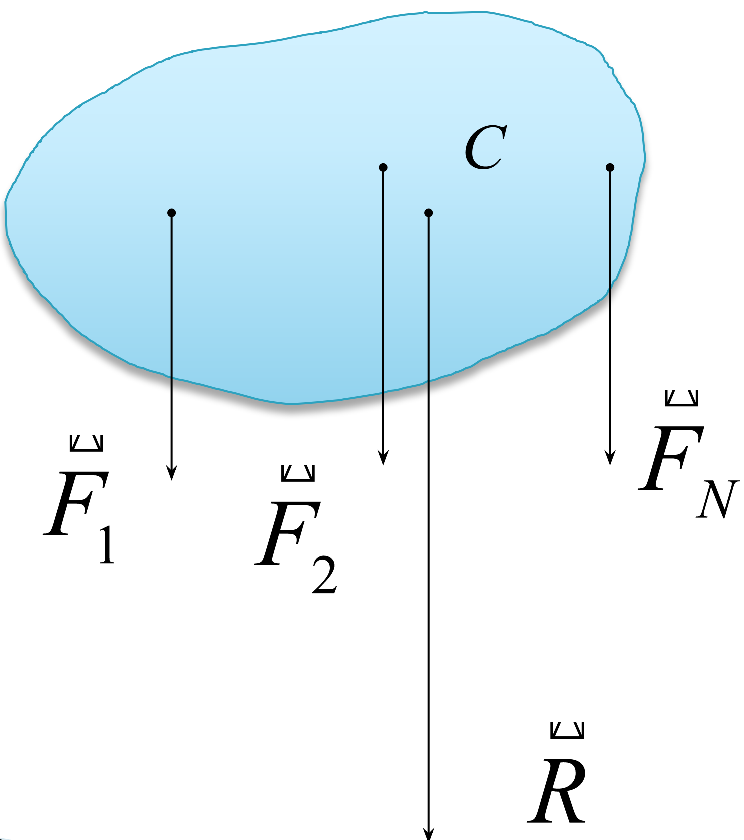
Центр параллельных сил – точка приложения равнодействующей системы параллельных сонаправленных сил

$$x_C = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + \ldots + F_N x_N}{F_1 + F_2 + \ldots + F_N} = \frac{\sum F_k x_k}{R}$$

Изменение ориентации системы сил – изменение направления сил на одинаковый угол при неизменных точках приложения

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

<u>Центр тяжести тела</u> – точка приложения равнодействующей системы сил тяжести, действующих на тело при произвольной ориентации тела



$$\vec{F}_k = m_k \vec{g}$$

$$x_C = \frac{\sum F_k x_k}{R} = \frac{\sum m_k g x_k}{Mg} = \frac{\sum m_k x_k}{M}$$

Если тело не удается представить в виде конечного набора точек

$$x_C = \frac{1}{M} \int\limits_M x\,dm$$

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

$$x_C = \frac{1}{M}\int_M x\,dm = \frac{1}{M}\int_V x\rho_V(x,y,z)\,dV = \frac{1}{M}\iiint_V x\rho_V(x,y,z)\,dx\,dy\,dz$$

Для однородного тела

$$x_C = \frac{\rho_V}{M}\iiint_V x\,dx\,dy\,dz = \frac{1}{V}\iiint_V x\,dx\,dy\,dz$$

Для однородного плоского тела

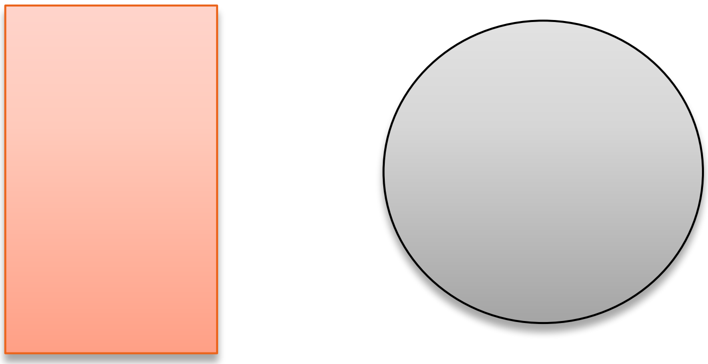
$$x_C = \frac{1}{S}\iint_S x\,dx\,dy$$

Для одномерного тела

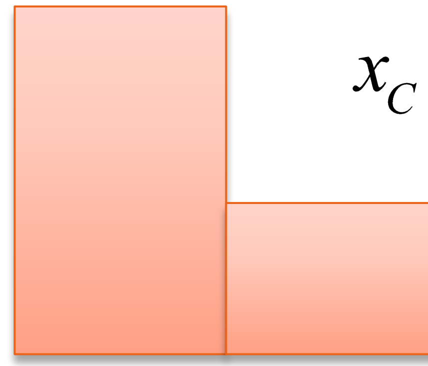
$$x_C = \frac{1}{L}\int_L x\,dl$$

МЕДОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ

1. Метод симметрии: если тело имеет оси симметрии, то центр тяжести лежит на пересечении этих осей

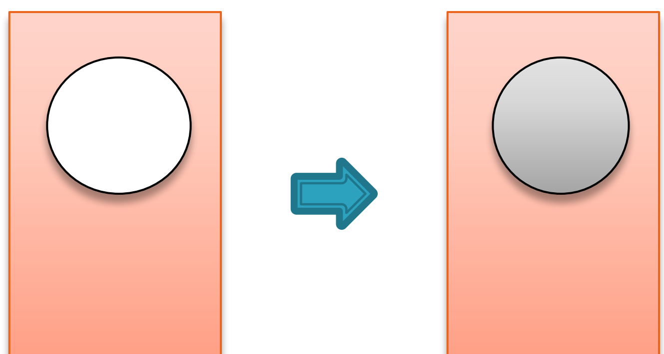


2. Метод разбиения



$$x_C = \frac{\sum m_k x_k}{M}$$

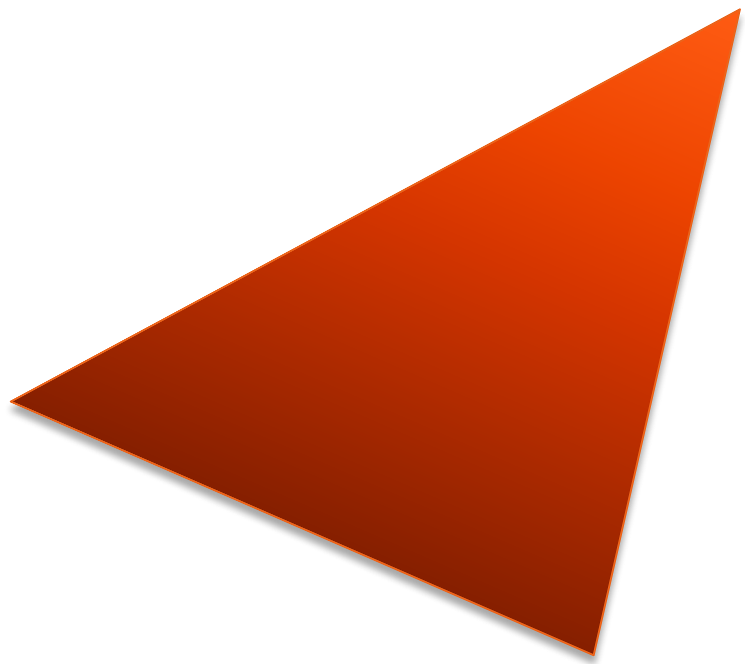
3. Метод отрицательных масс



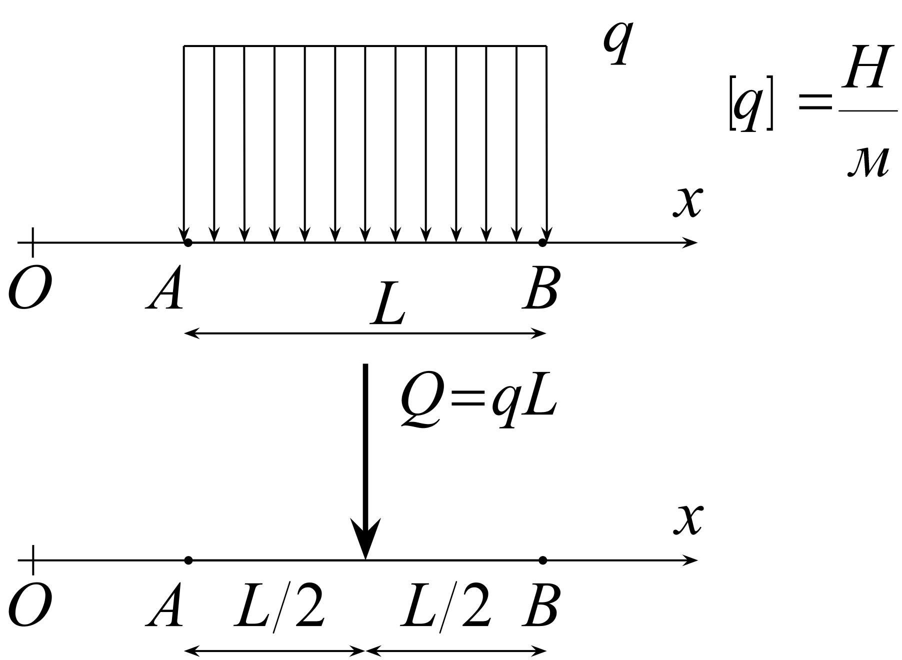
$$x_C = \frac{\sum m_k x_k}{M}$$

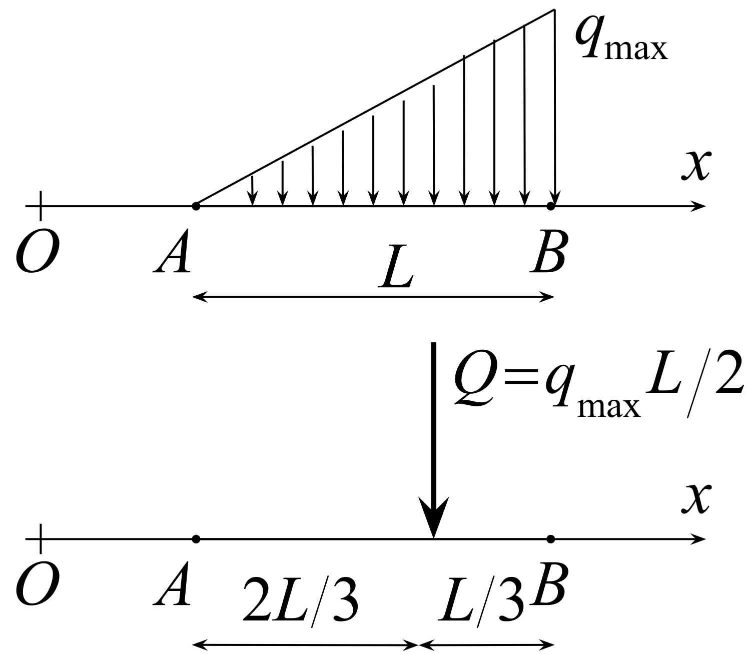
МЕДОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ

Почему центр тяжести произвольного треугольника находится в точке пересечении медиан?

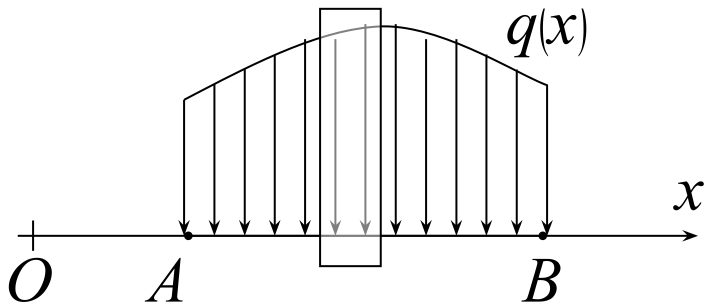


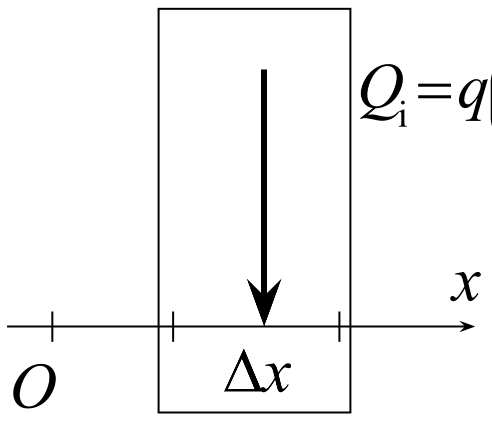
РАСПРЕДЕЛЕННАЯ НАГРУЗКА





РАСПРЕДЕЛЕННАЯ НАГРУЗКА





$$Q_i = q(x_i)\Delta x$$

$$Q = \int_{x_A}^{x_B} q(x)\,dx$$

$$x_c = \int_{x_A}^{x_B} x q(x)\,dx \Big/ Q$$