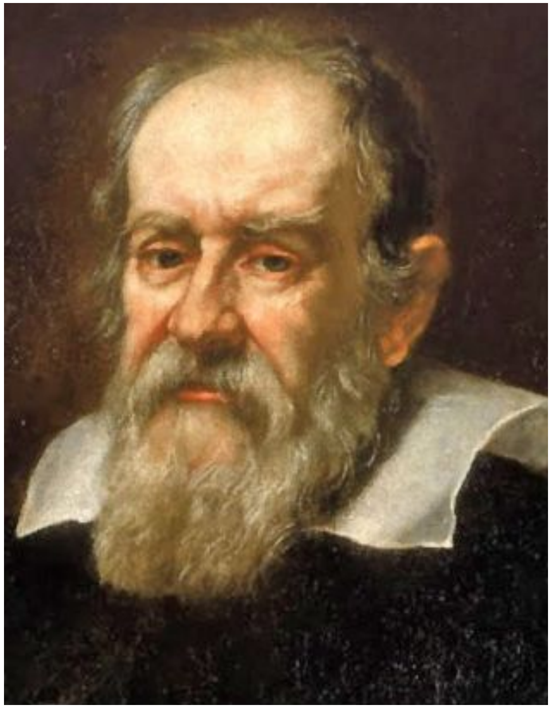
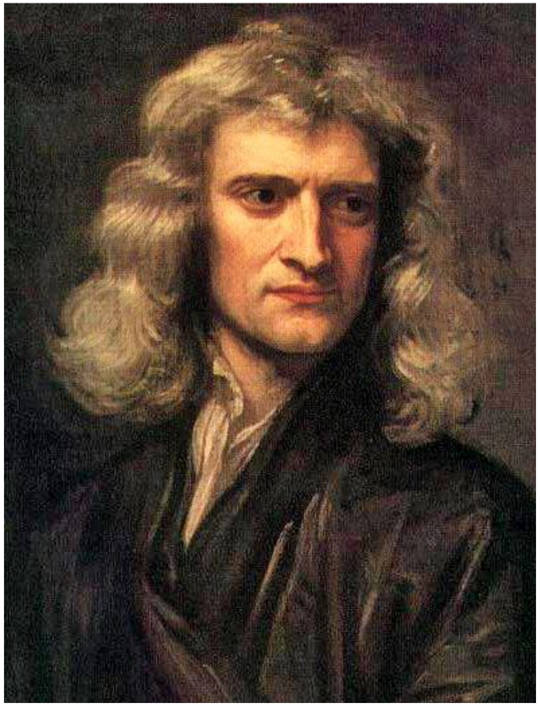
Теоретическая механика

Лекция №1

Введение



Галилео Галилей
(15.02.1564-08.01.1642)



Исаак Ньютон
(15.12.1642-20.03.1727)

Теоретическая механика является наукой, в которой изучаются механические взаимодействия тел.

Основные понятия и определения:

1. Механическое движение.
2. Механическое взаимодействие.
3. Материальная точка (МТ).
4. Механическая система (МС).
5. Абсолютно твердое тело (АТТ).

Теоретическая механика делится на 3 основных раздела: *кинематика, статика и динамика*.

Кинематика

Кинематика изучает движения тел без учета причин, вызвавших это движение.

Основные темы:

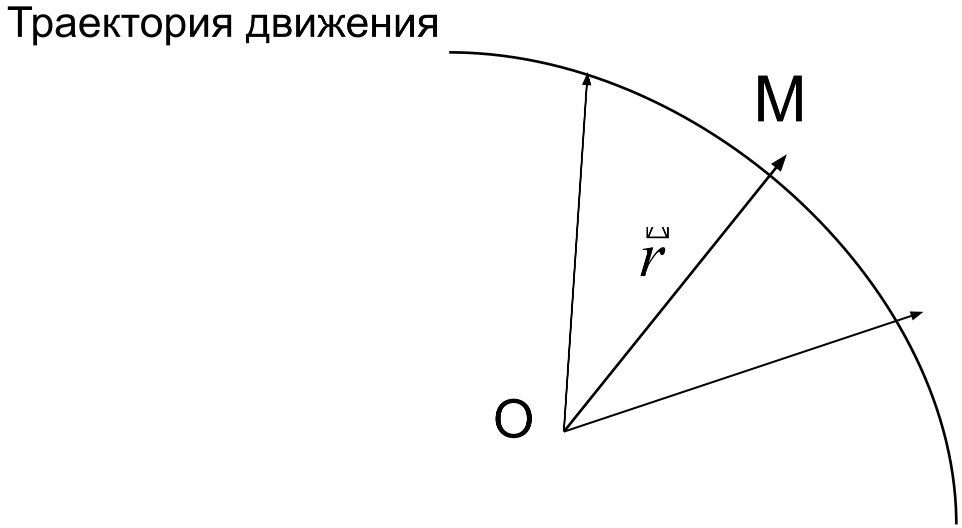
1. Кинематика МТ.
2. Кинематика твердого тела.

Кинематика материальной точки. Способы задания движения точки

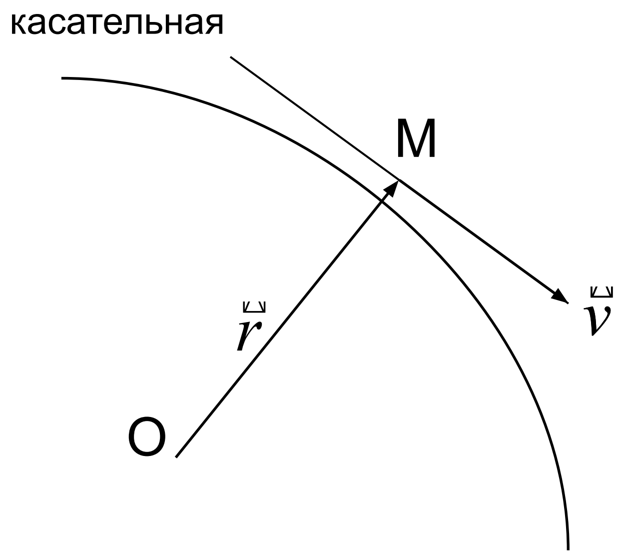
1. <u>Векторный способ задания движения точки</u>.

Пусть задан вектор $\vec{OM}$ - движения точки М.

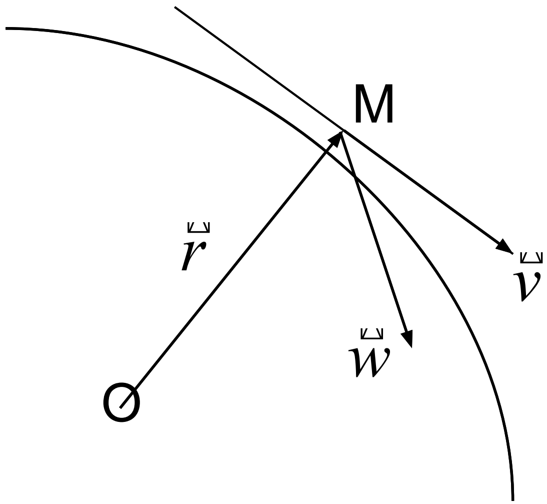
$\vec{OM} = \vec{r}(t)$ - радиус-вектор т.М.



Скоростью точки называется вектор, равный первой производной от радиуса-вектора по времени: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$



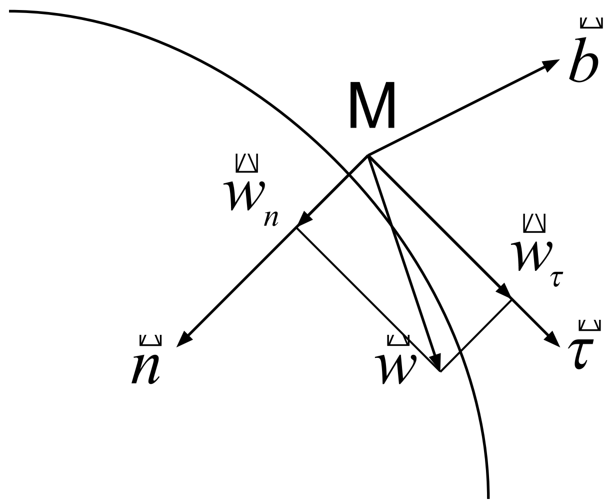
Ускорением точки называют вектор, равный скорости изменения скорости: $\vec{w} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$



Введем правую тройку векторов (естественную ось координат), начало которых лежит в т.М.

Тогда ускорение: $\vec{w} = \vec{w}_\tau + \vec{w}_n + \vec{w}_b$,

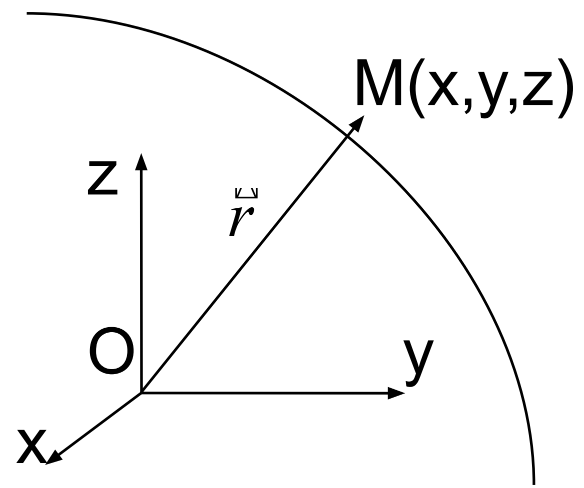
где $\vec{w}_b = 0$



Итак, окончательно, полное ускорение: $\vec{w} = \vec{w}_\tau + \vec{w}_n$

2. <u>Координатный способ задания движения точки</u>.

Свяжем с точкой О декартову прямоугольную систему координат Oxyz.



Тогда радиус-вектор можно представить в виде:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

Скорость:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (v_x, v_y, v_z)$$

Где $\begin{cases} v_x = \dot{x}, \\ v_y = \dot{y}, \\ v_z = \dot{z}. \end{cases}$ - проекции вектора скорости на оси координат.

Длина вектора скорости: $|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

Полное ускорение:

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (w_x, w_y, w_z)$$

Где $\begin{cases} w_x = \dot{v}_x = \ddot{x}, \\ w_y = \dot{v}_y = \ddot{y}, \\ w_z = \dot{v}_z = \ddot{z}. \end{cases}$ - проекции вектора ускорения на оси координат.

Длина вектора полного ускорения:

$$|\vec{w}| = w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2}$$

Касательное ускорение:

$$w_\tau = \frac{w_x v_x + w_y v_y + w_z v_z}{v}$$

Нормальное ускорение:

$w_n = \dfrac{v^2}{\rho}$, где ρ - радиус кривизны траектории

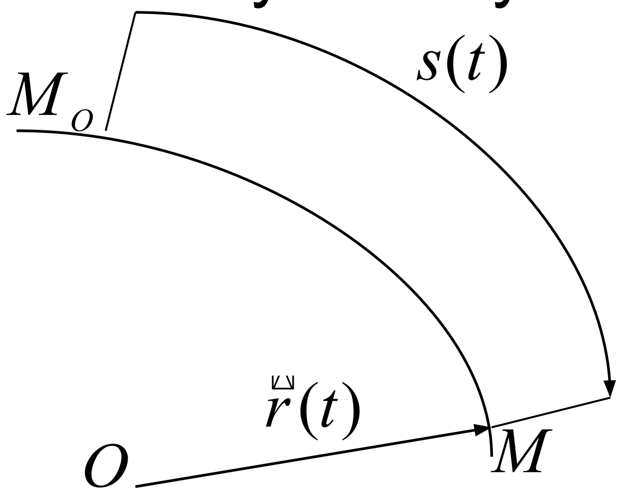
движения.

Полное ускорение:

$$\left|\vec{w}\right| = w = \sqrt{w_\tau^2 + w_n^2}$$

3. Естественный способ задания движения точки

$s = s(t) = M_0 M$ - дуговая координата (длина дуги, связывающая начальную точку с исследуемой)



Скорость:

$$v = \frac{ds}{dt}$$ - алгебраическое значение скорости

(длина вектора)

Ускорение:

$$w_\tau = \frac{d^2 s}{dt^2} = \ddot{s} = \dot{v}$$ - касательное ускорение

$$w_n = \frac{v^2}{\rho}$$ - нормальное ускорение

Частные случаи:

1. Движение точки называется равномерным, если $v = const$ и $w_\tau = 0$. Тогда $s = v \cdot t$.
2. Движение точки называется равнопеременным, если $w_\tau = const$.

Тогда
$$v = v_0 + w_\tau t$$
$$s = s_0 + v_0 t + w_\tau \frac{t^2}{2}$$
$$w_\tau = \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$$ - формула Галлея.

Кинематика твердого тела

<u>Теорема о проекциях скоростей 2 точек твердого тела.</u>

Проекция скоростей двух точек твердого тела на прямую, соединяющую эти две точки равны, т. е. $np_l \vec{v}_A = np_l \vec{v}_B$

Или $v_A \cos\alpha = v_B \cos\beta$

1. Поступательное движение твердого тела

Определение. Движение твердого тела, при котором любая прямая жестко связанная с этим телом, движется параллельно самой себе, называется поступательным.

Теорема: При поступательном движении твердого тела траектории, скорость и ускорение двух точек совпадают.

Вывод:

2. Вращательное движение твердого тела.

2.1. <u>Основные понятия и определения.</u>

<u>Определение</u>. Движение твердого тела, при котором 2 точки, жестко связанные с этим телом, остаются неподвижными, называется вращательным.

<u>Определение</u>. Прямая, с заданным положительным направлением, называется осью вращения.

За положительное направление оси вращения принято считать направление, с конца которого вращение видно против часовой стрелки.

Положительное направление оси вращения при помощи правила правой руки.

Характеристикой вращательного движения является угол поворота: $\varphi = \varphi(t)$ - функция, зависящая от времени и как минимум дважды дифференцируемая.

Если задано количество оборотов N, то $\varphi = 2\pi \cdot N$

Размерность: $[\varphi] = [рад]$

2.2. Угловая скорость и ускорение.

Определение. Алгебраическим значением угловой скорости называют величину, равную $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$

Вектором угловой скорости называют скользящий вектор, лежащий на оси вращения, положительное направление которого определяется также как и направление оси вращения.

Размерность: $[\omega] = \left[\dfrac{рад}{с} = \dfrac{1}{с} = с^{-1}\right]$

Определение. Алгебраическим значением углового ускорения называют величину, равную $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt}$

Вектором углового ускорения называют скользящий вектор, лежащий на оси вращения, положительное направление которого определяется также как и направление оси вращения.

Размерность: $[\varepsilon] = \left[\dfrac{рад}{c^2} = \dfrac{1}{c^2} = c^{-2}\right]$

Частные случаи:

1. ВД считается равномерным, если $\omega = const$ и $\varepsilon = 0$

Тогда $\varphi = \omega \cdot t$

2. ВД считается равнопеременным, если $\varepsilon = const$.

Тогда

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \varepsilon \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon}$$