ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА.

ПОНЯТИЕ О МЕХАНИЧЕСКОМ КПД. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА

- Определение КПД последовательно и параллельно соединенных элементов.

- Уравнение движения механизма.

- Графоаналитический метод решения уравнения движения механизма.

Уравнение движения механизма

Уравнение движения механизма можно записать как уравнение изменения кинетической энергии:

$$A_{дв} - A_c = \sum \frac{m_i \cdot v_i^2}{2} - \sum \frac{m_i \cdot v_{i0}^2}{2} \quad , \qquad (1)$$

где: A_c – работа сил сопротивлений $A_c = A_{пс} + A_{вс}$;

m_i - масса звена ;

v_i - скорость центра масс звена в конце рассматриваемого промежутка времени;

v_{i0} - скорость центра масс звена в начале рассматриваемого промежутка времени.

Если все силы, моменты сил и массы привести к выбранной точке приведения, то ур-е 1 можно записать так:

$$A_{F\partial} - A_{Fc} = \frac{m_{np} \cdot v_A^2}{2} - \frac{m_{np0} \cdot v_{A0}^2}{2} \quad ,$$

где: $A_{F\partial}$; A_{Fc} – работы приведенных движущей силы и силы сопротивления:

m_{np0}; m_{np} – приведенная масса в начальном и конечном положениях механизма;

v_{A0}; v_A – скорость точки приведения A в начале и конце рассматриваемого промежутка времени.

Если силы и массы привести к звену приведения, то это звено будет иметь приведенный момент инерции *Jпр* и будет нагружено приведенными движущим моментом $M_{д}^{пр}$ и моментом сопротивления $M_{c}^{пр}$. Уравнение 1 тогда будет выглядеть так:

$$A_{Mд} - A_{Mc} = \frac{J_{пр} \cdot \omega_1^2}{2} - \frac{J_{пр0} \cdot \omega_{10}^2}{2} \quad ,$$

где: $A_{Mд}$; A_{Mc} – работы приведенных моментов на рассматриваемом перемещении:

$J_{пр0}$; $J_{пр}$ – приведенные моменты инерции в начальном и конечном положениях механизма;

ω_{10}; ω_{1} – угловые скорости звена приведения в начале и конце рассматриваемого промежутка времени.

Часто $M_{д}^{пр}$ и $M_{c}^{пр}$ задаются в виде графиков, поэтому распространен графоаналитический метод решения уравнения движения.

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА

При работе машины из-за неравенства работ движущих сил и сил сопротивления и изменения положения звеньев происходит изменение кинетической энергии и скорости (ω_1) ведущего звена. Решив уравнение движения можно определить ω_1 в любом положении механизма.

Величина колебаний угловой скорости ω_1 оценивается коэффициентом неравномерности вращения:

$$\delta = (\omega_{max} - \omega_{min}) / \omega_{ср},$$

Применяют два варианта решения уравнения движения:

а) для двигателей предполагается, что движущий момент $M_д$ переменный и зависит от положения механизма, а момент сопротивления $M_с$ - постоянный;

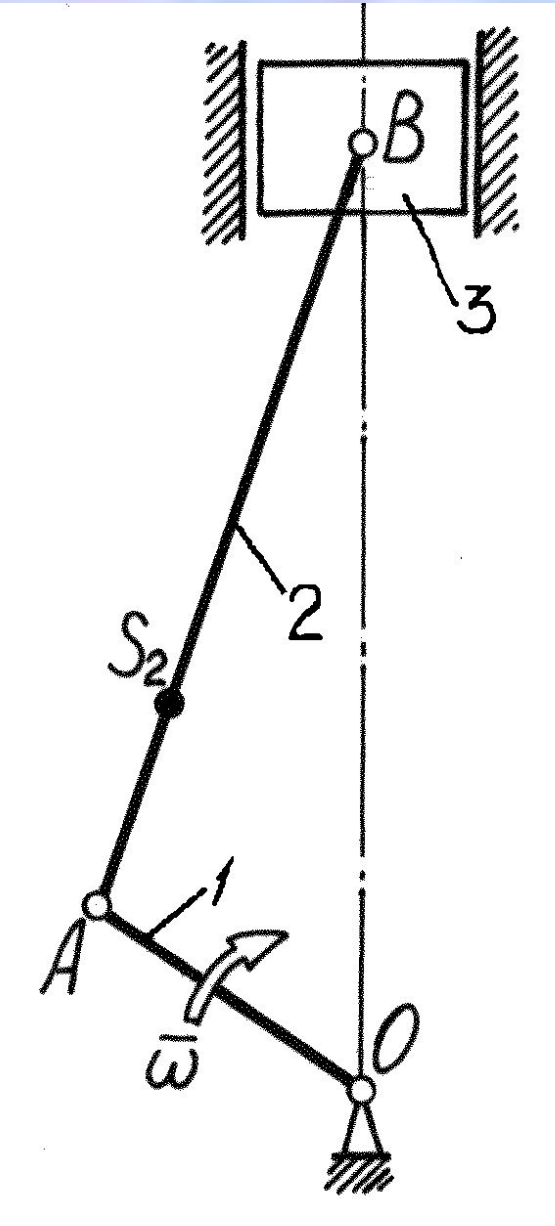
б) для технологических машин (прессы, компрессоры, пилы и т. д.) предполагается, что $M_с$ - переменный, а $M_д$ - постоянный.

При решении вместо исследования комплекса сил, действующих на машину, рассматривают действие приведенных моментов на звено приведения с переменным приведенным моментом инерции $J_{пр}$.

Пример решения уравнения движения

Требуется: для одноцилиндрового двигателя найти *ω1* кривошипа в любом положении механизма.

Если известны массы, моменты инерции и длины звеньев, то при известной *ω1* можно провести кинематический и силовой анализ механизма.



Решение:

1. Для всех положений механизма в течение одного цикла (два оборота кривошипа) аналитически определить приведенный момент движущих сил $M_{Д+G}^{пр}$, приведя к точке *A* кривошипа моменты сил тяжести звеньев и сил давления газа в цилиндре двигателя по формуле:

$$M^{пр}_{Д+G} = \frac{F_{ДВ} \cdot v_B \cdot \cos\left(\angle \overline{F}_{ДВ}; \overline{v}_B\right)}{\omega} + \frac{G_2 \cdot v_{S2} \cdot \cos\left(\angle \overline{G}_2; \overline{v}_{S2}\right)}{\omega} +$$

$$+ \frac{G_3 \cdot v_B \cdot \cos\left(\angle \overline{G}_3; \overline{v}_B\right)}{\omega},$$

где: $F_{ДВ}$ – сила давления газов в цилиндре B;

G_2; G_3 - силы тяжести звеньев 2 и 3;

v_B; v_{S2} - скорости точек приложения сил;

$\left(\angle \overline{F}_{ДВ}; \overline{v}_B\right)$; $\left(\angle \overline{G}_2; \overline{v}_{S2}\right)$; $\left(\angle \overline{G}_3; \overline{v}_B\right)$- острые углы между векторами сил и векторами скоростей точек их приложения

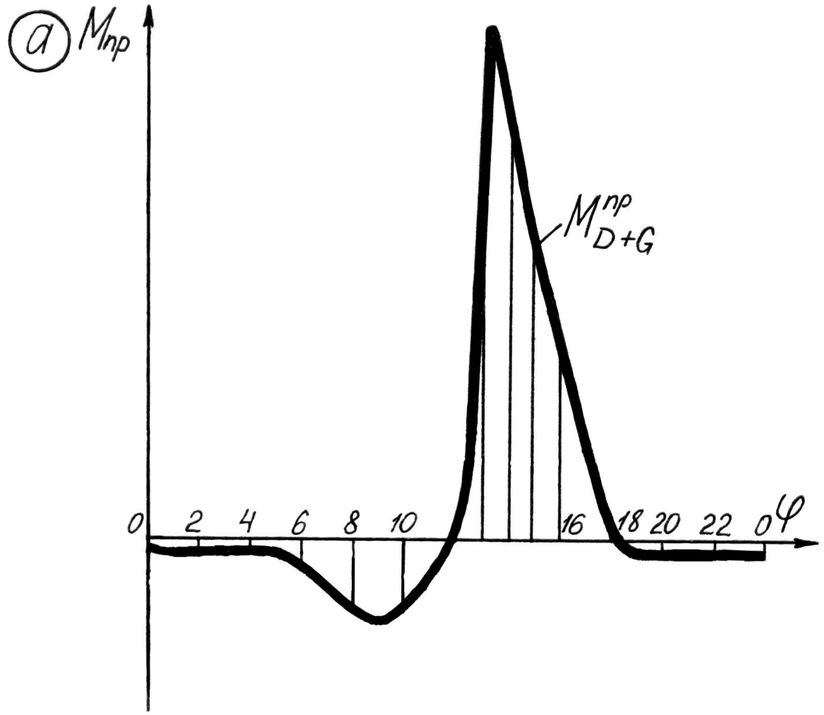
2. По рассчитанным $M^{пр}_{Д+G}$ построить график $M^{пр}_{Д+G} = f(\varphi)$. График строят в масштабах μ_M = [Н · м/ мм] и μ_φ = [рад/ мм].

3. Методом графического интегрирования графика $M^{пр}_{Д+G} = f(\varphi)$ строят график его работы $A_{Д+G} = f(\varphi)$. Масштабы μ_φ у диаграмм моментов и работ одинаковы. Получившийся масштабный коэффициент μ_A оси работ:

$$\mu_A = \mu_\varphi \cdot \mu_M \cdot H = \ [Дж/мм],$$

где: H – полюсное расстояние при интегрировании.

4. При установившемся движении работы движущих сил и сил сопротивлений равны ($A_{Д+G} = A_C$), а значит начальная и конечная точки графиков этих работ будут совпадать. Поскольку момент сил сопротивлений M_C считается постоянным, то график его работы $A_C = f(\varphi)$ представляет прямую линию.



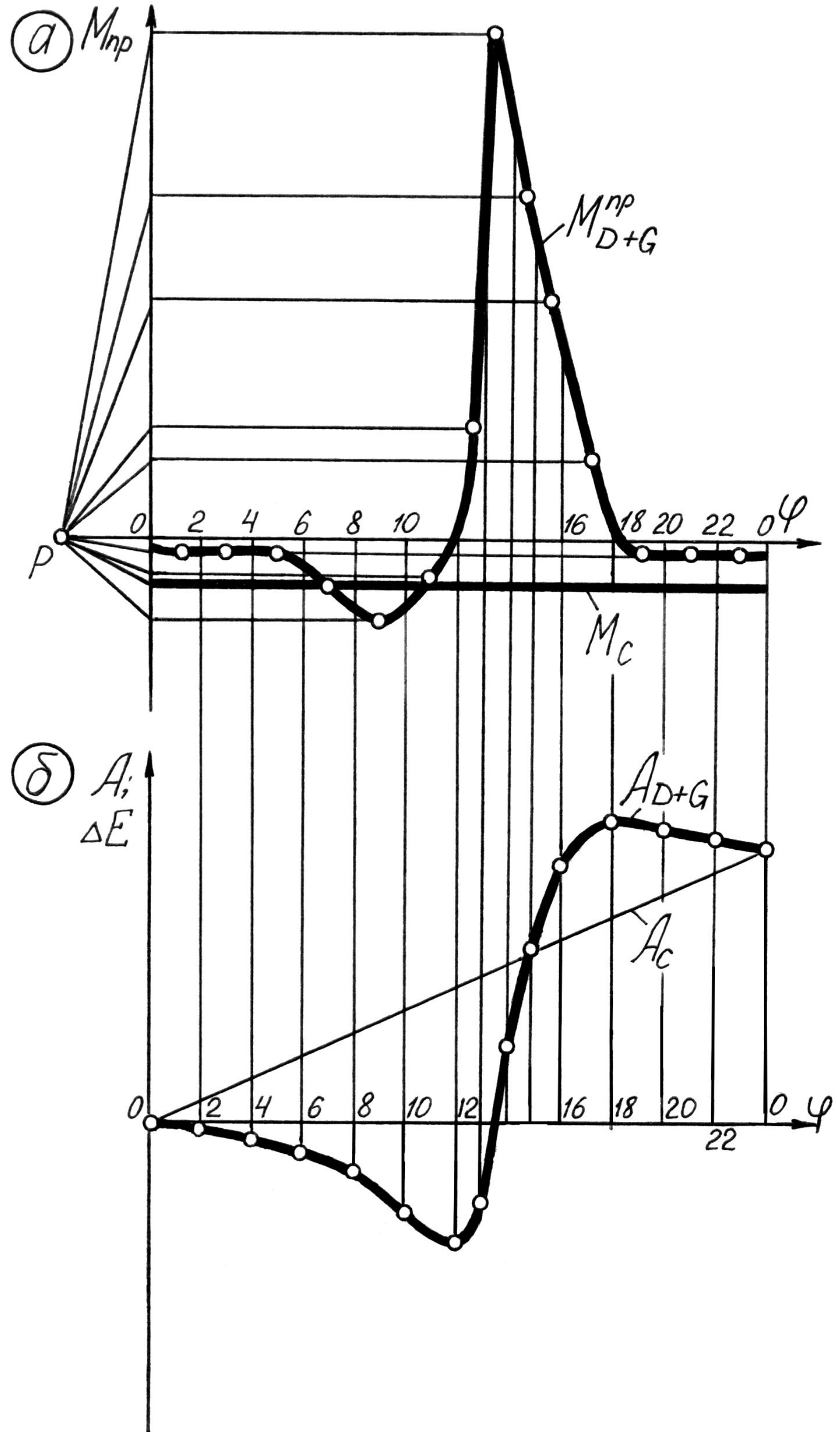
a
M_{np}
M^{np}_{D+G}
0
2
4
6
8
10
16
18
20
22
0
φ

Исходя из этого надо соединить начальную и конечную точки графика $A_{Д+G} = f(\varphi)$ прямой линией. Прямую отразить зеркально от оси ϕ в область отрицательных значений. Прямая - это график работ сил сопротивлений $A_c = f(\varphi)$.

5. Графически продифференцировав диаграмму $A_c = f(\varphi)$, построить график приведенного момента сил сопротивлений $M_c = f(\varphi)$.

6. Вычитая из ординат диаграммы $A_{Д+G} = f(\varphi)$ ординаты диаграммы $A_c = f(\varphi)$ отложить разницу на тех же ординатах, получив диаграмму изменения кинетической энергии $\Delta E = f(\varphi)$.

Масштабный коэффициент $\mu_E = \mu_A$.



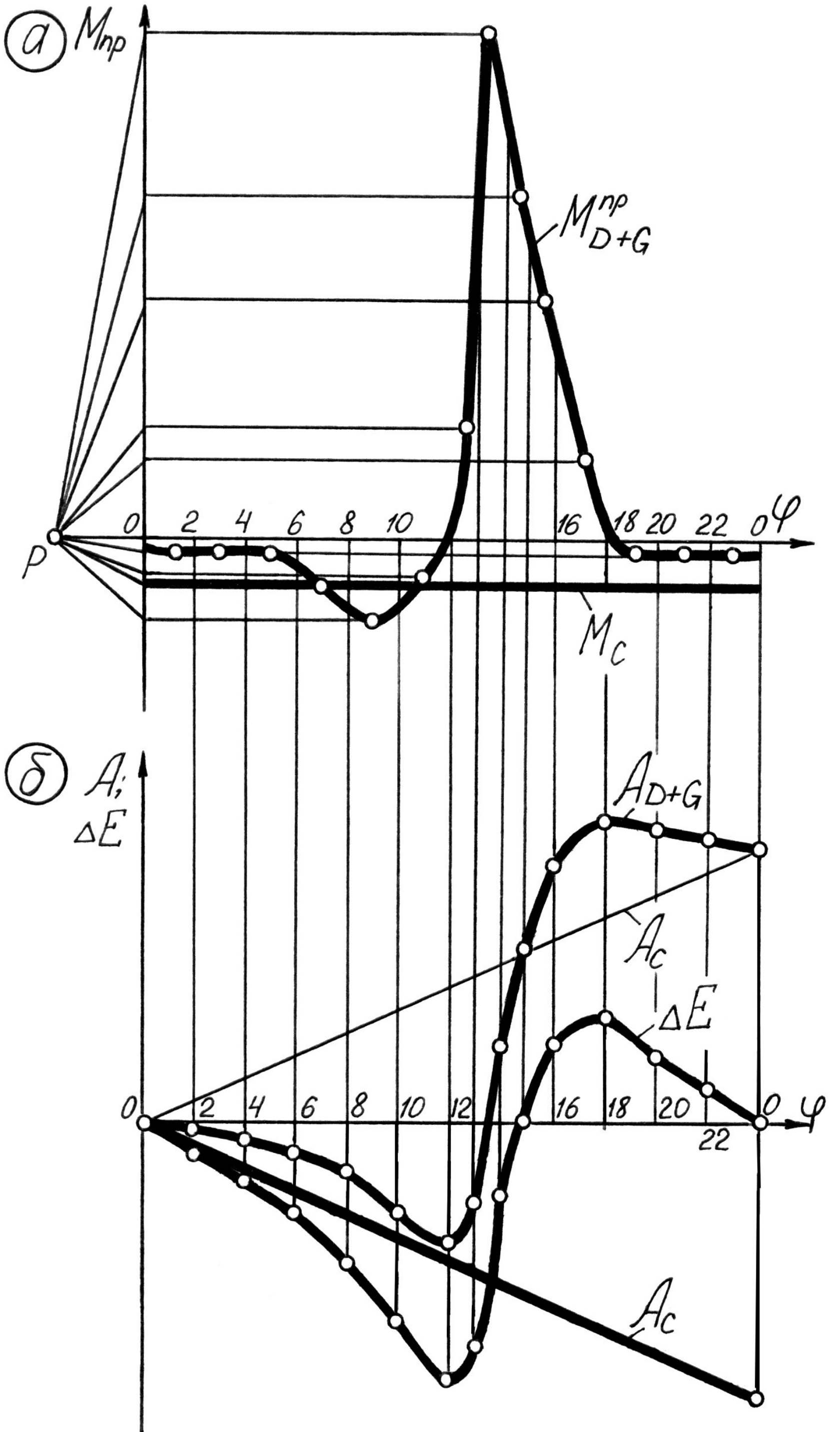
a
$M_{пр}$
$M^{пр}_{D+G}$
0 2 4 6 8 10 16 18 20 22 0 φ
P
M_C
б
A;
ΔE
A_{D+G}
A_C
0 2 4 6 8 10 12 16 18 20 0 φ
22

7. Для разных положений механизма в течение одного цикла вычислить приведенный момент инерции $J_{пр}$ механизма и построить график $J_{пр} = f(\varphi)$ в масштабах μ_J и μ_φ.

$$J_{пр} = J_1 + m_2\left(\frac{v_{S2}}{\omega_1}\right)^2 + J_2\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + m_3\left(\frac{v_B}{\omega_1}\right)^2 .$$

8. Методом исключения переменной φ из диаграмм $\Delta E = f(\varphi)$ и $J_{пр} = f(\varphi)$ построить диаграмму энергомасс $\Delta E = f(J_{пр})$ (диаграмму Виттенбауэра).

9. Через точку k графика $\Delta E = f(J_{пр})$, соответствующую какому либо интересующему положению механизма провести прямую в начало координат.



а
$M_{пр}$
$M^{пр}_{D+G}$
0 2 4 6 8 10 16 18 20 22 0 φ
P
M_c
б
A;
ΔE
A_{D+G}
A_c
ΔE
0 2 4 6 8 10 12 16 18 20 0 φ
22
A_c

10 Изменение кинетической энергии ΔE_k и приведенный момент инерции J_{npk} в положении механизма k можно определить, умножив длины отрезков ka и $0a$ соответственно на масштабные коэффициенты μ_E и μ_J.

$$\Delta E_k = ka \cdot \mu_E \ ; \quad J_{npk} = 0a \cdot \mu_J \ .$$

Отношение длин отрезков:

$$tg\psi_k = \frac{ka}{0a} = \frac{\Delta E_k \cdot \mu_J}{J_{npk} \cdot \mu_E}$$

. отсюда:

$$tg\psi_k \frac{\mu_E}{\mu_J} = \frac{\Delta E_k}{J_{npk}}$$

Известно, что кинетическая энергия вращающегося звена определяется по формуле $E_к = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$, отсюда $\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot E_к}{J}}$, тогда угловая скорость звена приведения в положении механизма k:

$$\omega_k = \sqrt{\frac{2 \cdot \mu_E}{\mu_J} tg\psi_k} \ . \qquad (1)$$

По формуле 1 находят ω_k для различных положений механизма. ω_k зависит от угла поворота ϕ, а не от времени, поэтому является аналогом угловой скорости.

Определив действительную угловую скорость определяют нормальное $a^n = \omega^2 \cdot l_{AB}$ и тангенциальное $a^\tau = \varepsilon \cdot l_{AB}$ ускорения точки приведения, что и является решением уравнения движения механизма

Зная a^n и a^τ и зная длины звеньев, можно найти скорости и ускорения всех точек механизма.