



Задача № 1

Для стального статически неопределимого бруса переменного поперечного сечения требуется:

- раскрыть статическую неопределимость;
- построить эпюру продольных сил;
- построить эпюры нормальных напряжений, приняв $A = 2 \text{ см}^2$
- построить эпюры нормальных перемещений;
- проверить прочность бруса при заданном n_T .

Решение:

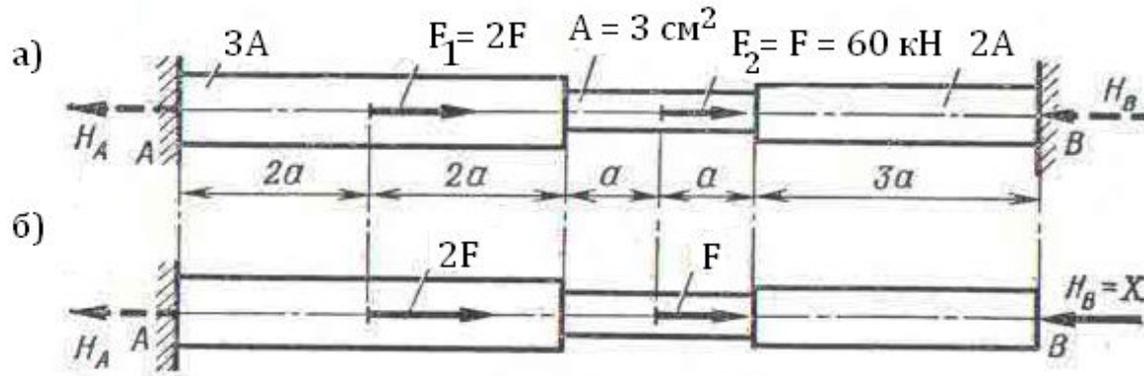


Рис. 1

В заделках бруса возникают реакции, направленные вдоль его оси. Имеем систему сил, направленных по одной прямой, для которой статика дает одно уравнение равновесия:

$$\sum X = 0; -H_A + F_1 + F_2 - H_B = 0 \quad (1)$$

Неизвестных реактивных сил две, следовательно, система один раз статически неопределима.

Для составления уравнения перемещений отбросим одну из заделок, например правую, и заменим ее действие на брус соответствующей реактивной силой H_B (рис. 1, б). Получим статически определимый брус, нагруженный, кроме заданных сил F_1 и F_2 , неизвестной реактивной силой $H_B = X$.

Этот статически определимый брус нагружен так же, как заданный статически неопределимый, т.е. эквивалентен ему. Эквивалентность этих двух брусьев позволяет утверждать, что второй брус деформируется так же, как первый, т.е. перемещение λ_B сечения B равно нулю, так как фактически (в заданном брус) оно жестко заделано:

$$\lambda_B = 0.$$

Применив принцип независимости действия сил, перепишем это уравнение в виде:

$$\lambda_B = \lambda_{BF1} + \lambda_{BF2} + \lambda_{BX} = 0 \quad (2)$$

т.е. перемещение от совместного действия всех сил равно алгебраической сумме перемещений от действия каждой силы в отдельности.

В обозначениях перемещений первая буква индекса указывает, о перемещении какого сечения идет речь; вторая – причину, вызывающую это перемещение (сила F_1 и т.д.).

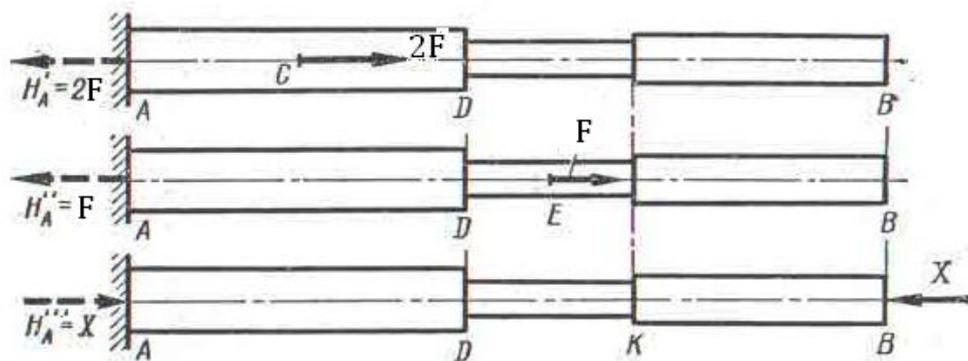


Рис.2

На рис. 2 показаны схемы нагружения бруса каждой из сил в отдельности, там же показаны

соответствующие реакции левой заделки. Пользуясь этими схемами, определяем перемещения:

$$\lambda_{BF_1} = \frac{2 \cdot F \cdot 2a}{E \cdot 3A}$$

равно удлинению участка AC .

$$\lambda_{BF_2} = \frac{F \cdot 4a}{E \cdot 3A} + \frac{F \cdot a}{E \cdot A}$$

равно сумме удлинений участков AD и DE .
 равно сумме укорочений участков AD , DK , KB .

$$\lambda_{BX} = - \left(\frac{X \cdot 4a}{E \cdot 3A} + \frac{X \cdot 2a}{E \cdot A} + \frac{X \cdot 3a}{E \cdot 2A} \right)$$

Подставляя значения λ_{BF1} ; λ_{BF2} и λ_{BX} в уравнение (2), имеем:

$$\frac{2F \cdot 2a}{E \cdot 3A} + \frac{F \cdot 4a}{E \cdot 3A} + \frac{F \cdot a}{E \cdot A} - \left(\frac{X \cdot 4a}{E \cdot 3A} + \frac{X \cdot 2a}{E \cdot A} + \frac{X \cdot 3a}{E \cdot 2A} \right) = 0$$

откуда

$$X = \frac{22}{29} F$$

Статическая неопределимость раскрыта – имеем статически определимый брус, заделанный одним концом, нагруженный известными силами F_1 , F_2 и $X = \frac{22F}{29}$

(рис. 3, а). Эпюры продольных сил и нормальных напряжений строят обычным путем, как для любого статически определимого бруса.

$$H_A = F_1 + F_2 - H_B = 2F + F - 22/29F = 65/29F$$

Определение продольных сил на каждом участке:

$$AC: N_A = 65/29F$$

$$CE: 65/29F - 2F = 7/29F$$

$$EB: X = 65/29F - 2F - F = -22/29F$$

Определение напряжения:

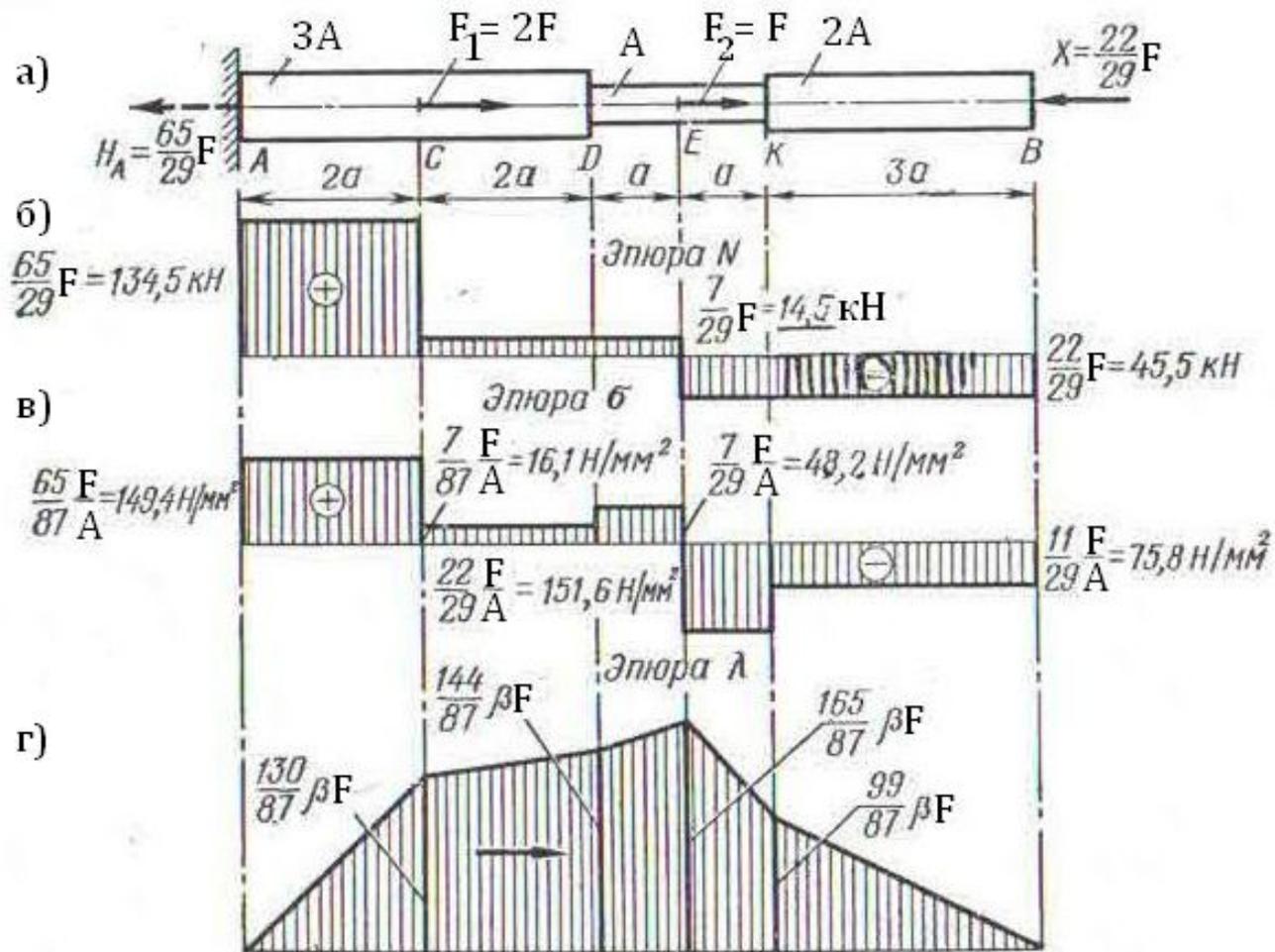
$$\sigma_{AC} = \frac{65}{29} \frac{F}{3A}, \text{МПа}$$

$$\sigma_{CD} = \frac{7}{29} \frac{F}{3A}, \text{МПа}$$

$$\sigma_{DE} = \frac{7}{29} \frac{F}{A}, \text{МПа}$$

$$\sigma_{EK} = \frac{22}{29} \frac{F}{A}, \text{МПа}$$

$$\sigma_{KB} = \frac{22}{29} \frac{F}{2A}, \text{МПа}$$



Наибольшие по абсолютной величине напряжения возникают в поперечных сечениях участка EK – это опасные сечения.

Эпюра перемещений дана на рис. 3, г; для сокращения записей введено обозначение $\beta = \frac{a}{E \cdot A}$

Построение эпюры начинаем от левого заземленного конца бруса:

$$\lambda_A = 0;$$

$$\lambda_C = \Delta l_{AC} = \frac{(65/29) \cdot F \cdot 2a}{E \cdot 3A} = \frac{130}{87} \beta F;$$

$$\lambda_D = \lambda_C + \Delta l_{CD} = \frac{130}{87} \beta F + \frac{(7/29) F \cdot 2a}{E \cdot 3A} = \frac{144}{87} \beta F.$$

и т.д.

На правом конце бруса, в сечении В, ордината эпюры λ равна нулю, так как в заданном бруссе это сечение жестко закреплено, именно из этого условия определена величина X .

Проверка прочности:

$$n_T = \sigma_T / \sigma_{\max} = 260 / 151.6 = 1.72 > [n_T] = 1,6$$