

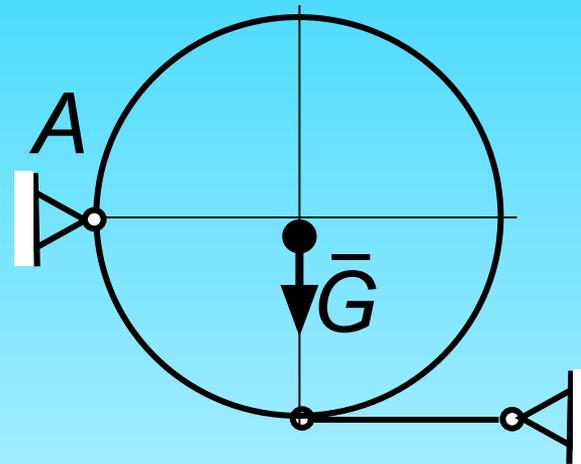
ТЕОРЕМА О ТРЕХ СИЛАХ

Если твердое тело находится в равновесии под действием трех непараллельных сил, лежащих в одной плоскости, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке.

ТЕОРЕМА О ТРЕХ СИЛАХ

Вес диска

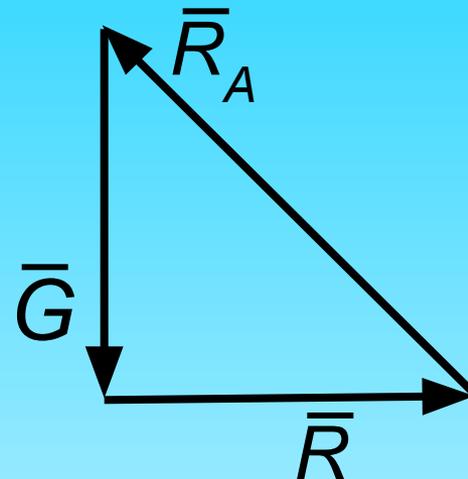
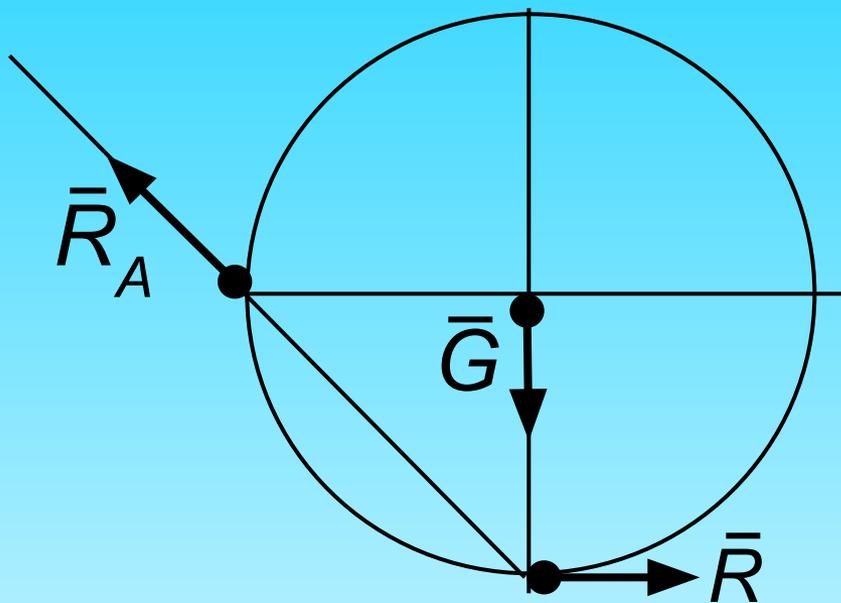
$$G = 250\sqrt{2} \text{ Н};$$



реакция шарнира $R_A = \dots \text{ Н}$.

ТЕОРЕМА О ТРЕХ СИЛАХ

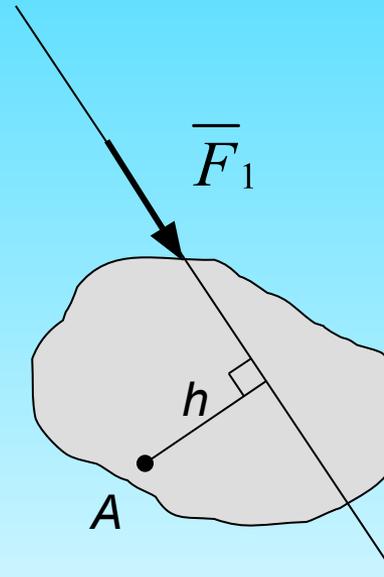
Решение:



$$R_A = G\sqrt{2} = 250 \cdot 2 = 500H$$

МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧКИ

Плечом силы относительно какой-либо точки (центра) называется кратчайшее расстояние от указанной точки до линии действия силы.

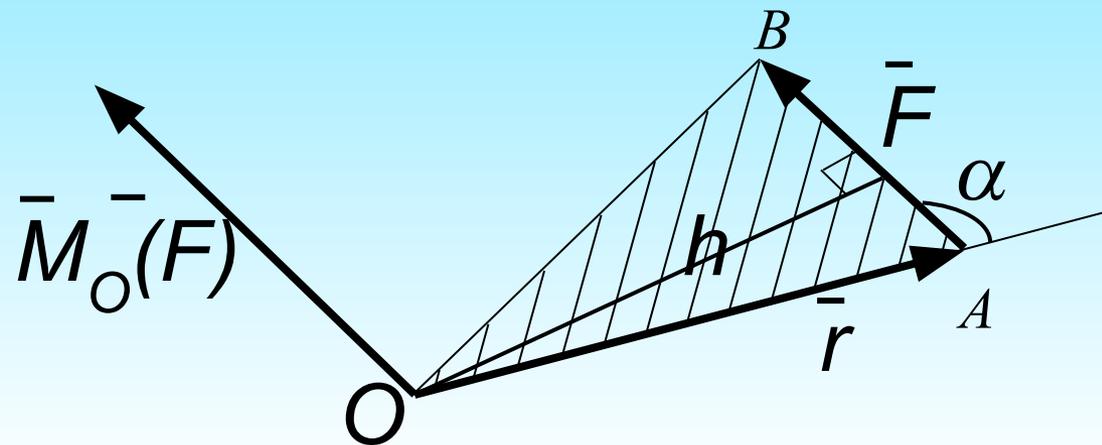


МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧКИ

Момент силы относительно центра это вектор, численно равный произведению модуля силы на плечо и направленный перпендикулярно плоскости, проходящей через выбранную точку и вектор силы, в ту сторону, откуда “вращение” силы вокруг точки направлено против хода часовой стрелки.

$$\bar{M}_0(\bar{F}) = \bar{r} \times \bar{F}$$

$$M_0 = F \cdot r \cdot \sin \alpha = F \cdot h$$



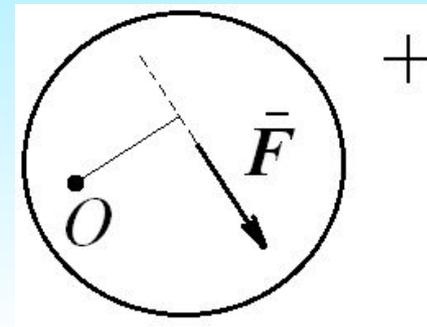
МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧКИ

Алгебраический момент силы

Алгебраический момент силы F относительно центра O равен взятому с соответствующим знаком произведению модуля силы на ее плечо

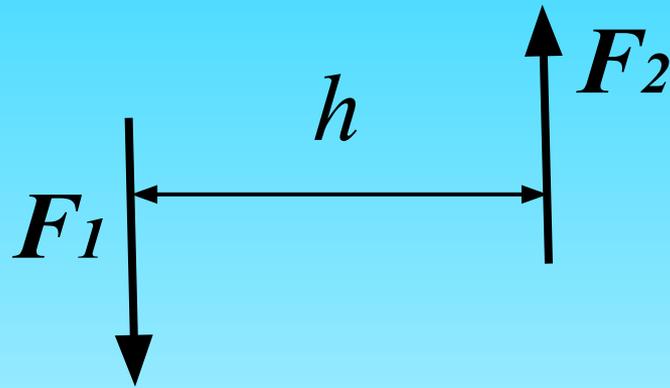
$$M_o(\bar{F}) = \pm Fh$$

Правило знаков: момент считается положительным, когда сила стремится повернуть тело вокруг центра O по ходу часовой стрелки



ПАРА СИЛ

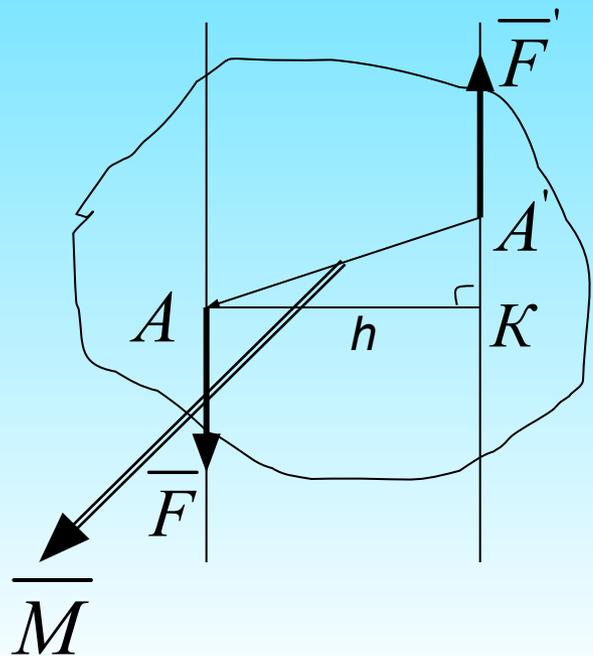
Пара сил - совокупность двух параллельных, равных по модулю, противоположно направленных сил.



Плечо пары - это кратчайшее расстояние между линиями действия сил, составляющих пару.

ПАРА СИЛ

Момент пары сил - это вектор, численно равный произведению модуля силы на плечо пары; направлен перпендикулярно плоскости, в которой лежит пара, в ту сторону, откуда поворот пары виден происходящим против хода часовой стрелки.



$$\vec{M}(\vec{F}, \vec{F}') = \vec{A'A} \times \vec{F}$$

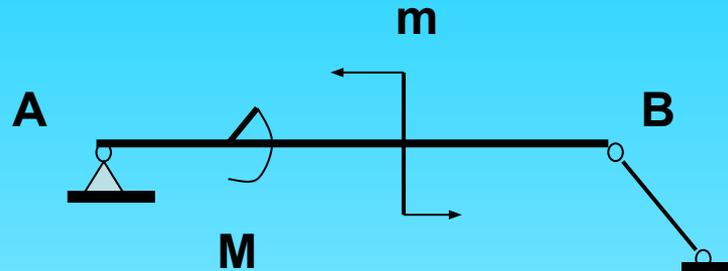
Оказалось, что момент пары не зависит от выбора центра O .

Алгебраический момент пары равен:

$$M = \pm F \cdot h$$

ПАРА СИЛ

На плоскости пара сил изображается

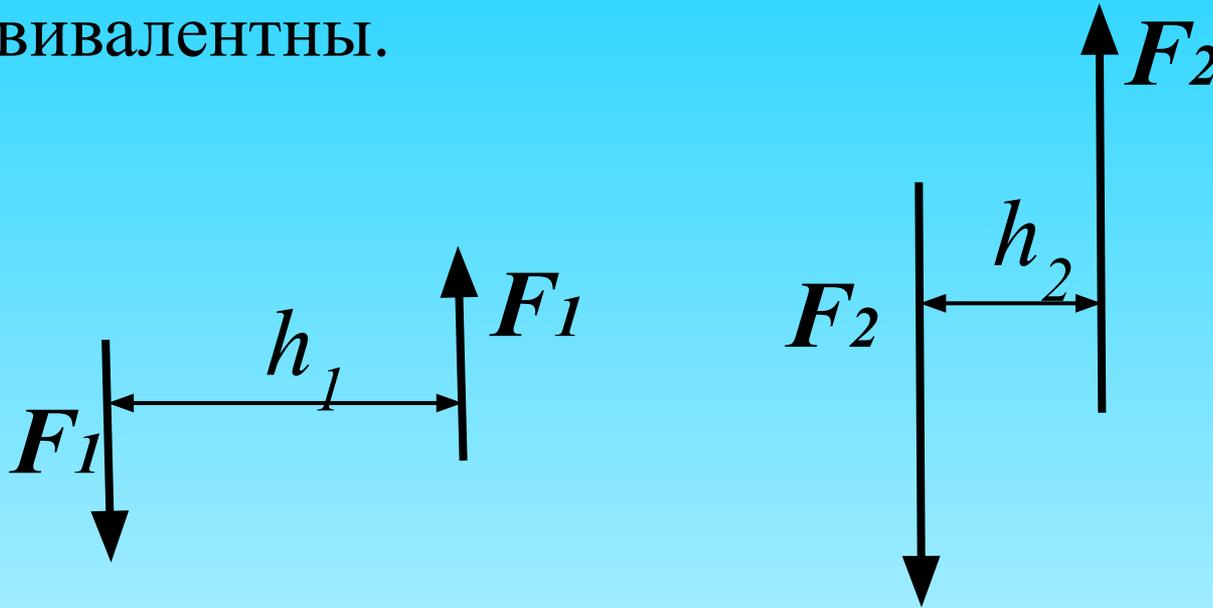


Свойства пар

1. Момент пары – свободный вектор, т.е. пару можно переносить в плоскости ее действия и в параллельную плоскость.

ПАРА СИЛ

2. Две пары сил с одинаковыми моментами эквивалентны.

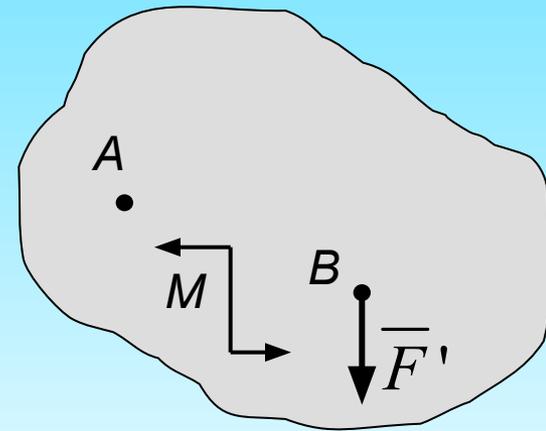
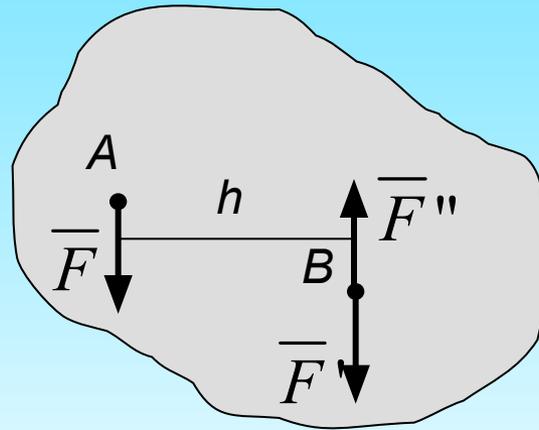
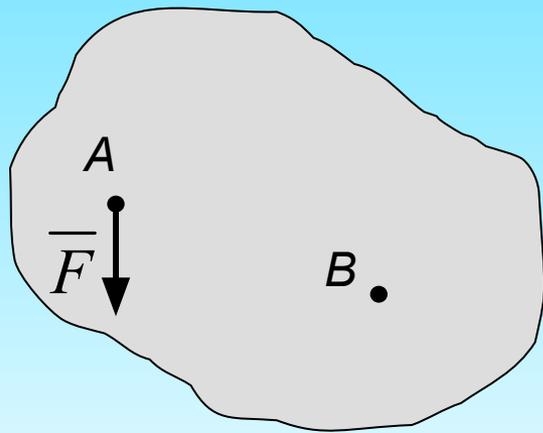


3. Если на тело действует несколько пар, то их совокупность эквивалентна одной паре с моментом, равным сумме моментов этих пар.

$$M = \sum M_K$$

ТЕОРЕМА О ПАРАЛЛЕЛЬНОМ ПЕРЕНОСЕ СИЛЫ

Силу, приложенную к какой-либо точке твердого тела, можно переносить параллельно самой себе в другую точку, добавляя при этом пару сил с моментом, равным моменту данной силы относительно точки, куда сила переносится.



$$M = F \cdot h$$

ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА СТАТИКИ

Главным вектором системы сил называется геометрическая сумма всех сил системы

$$\bar{R} = \sum \bar{F}_K$$

Главным моментом системы сил относительно центра O называется геометрическая сумма моментов всех сил относительно этого центра

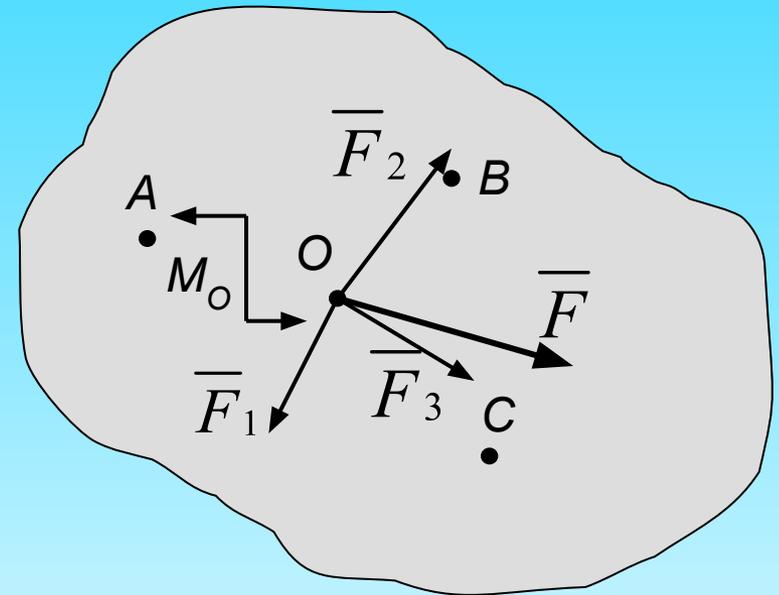
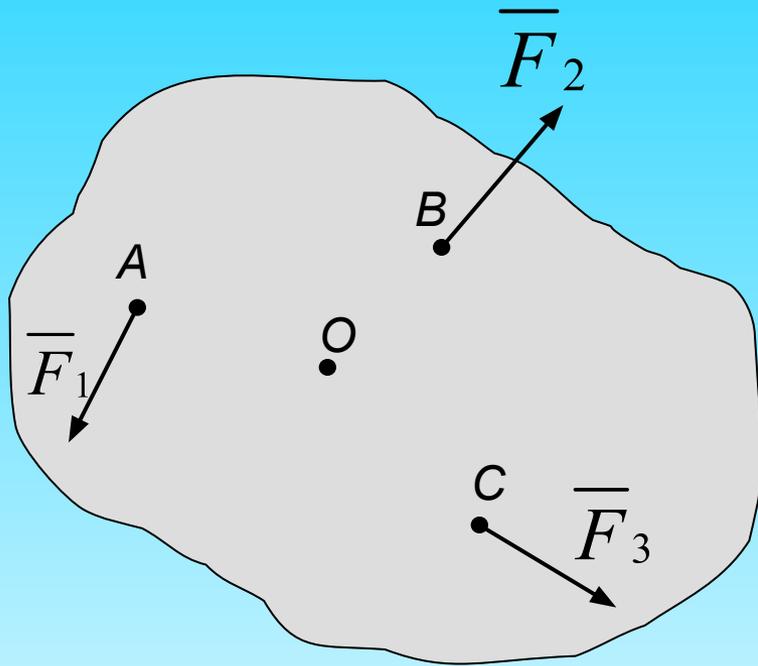
$$\bar{M}_O = \sum \bar{M}_O(\bar{F}_K)$$

ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА СТАТИКИ

Теорема Пуансо

Всякую пространственную систему сил можно заменить эквивалентной системой, состоящей из силы, приложенной в выбранном центре и равной главному вектору, и пары сил, момент которой равен главному моменту всех сил относительно выбранного центра.

ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА СТАТИКИ



$$\{\overline{F}_1, \overline{F}_2, \dots, \overline{F}_n\} \sim \{\overline{F}; \overline{M}_O\} \quad , \text{ где}$$

$$\overline{F} = \sum \overline{F}_k \quad ; \quad \overline{M}_O = \sum \overline{m}_O(\overline{F}_k) \quad k = (\overline{1}, n)$$

УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМЫ СИЛ

Для равновесия любой системы сил необходимо и достаточно, чтобы главный вектор этой системы сил и ее главный момент относительно любого центра были равны нулю

$$\sum \bar{F}_k = 0, \quad \sum \bar{M}_O(\bar{F}_k) = 0.$$

РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Плоской называется система сил, как угодно расположенных в одной плоскости.

Первая (основная) форма уравнений равновесия:

$$\begin{aligned} 1. \quad & \sum F_{kx} = 0, \\ 2. \quad & \sum F_{ky} = 0, \\ 3. \quad & \sum M_O(\bar{F}_k) = 0. \end{aligned}$$

Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил на две координатные оси и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно произвольной точки равнялись нулю.

РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Вторая форма:

$$\sum M_A(\bar{F}_k) = 0,$$

$$\sum M_B(\bar{F}_k) = 0,$$

$$\sum M_C(\bar{F}_k) = 0,$$

Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех сил относительно любых трех точек, не лежащих на одной прямой, были равны нулю.

РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Третья форма:

$$\sum M_A(\bar{F}_k) = 0,$$

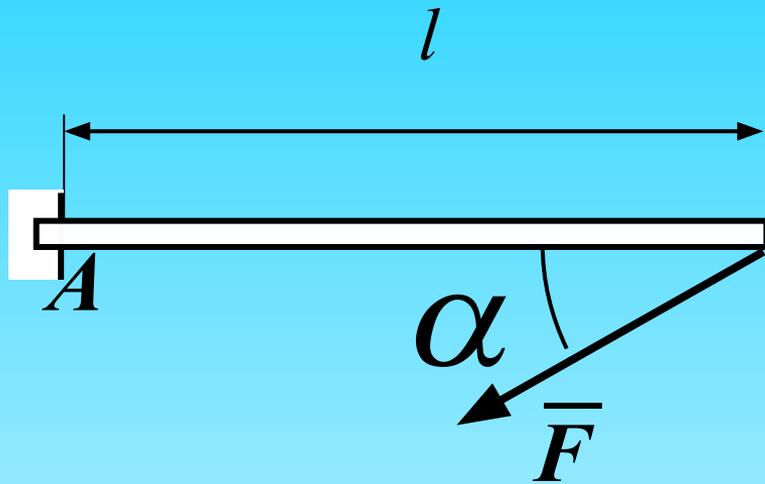
$$\sum M_B(\bar{F}_k) = 0,$$

$$\sum F_{kx} = 0.$$

Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех сил относительно любых двух точек A и B и сумма проекций сил на ось Ox , не перпендикулярную прямой AB , были равны нулю.

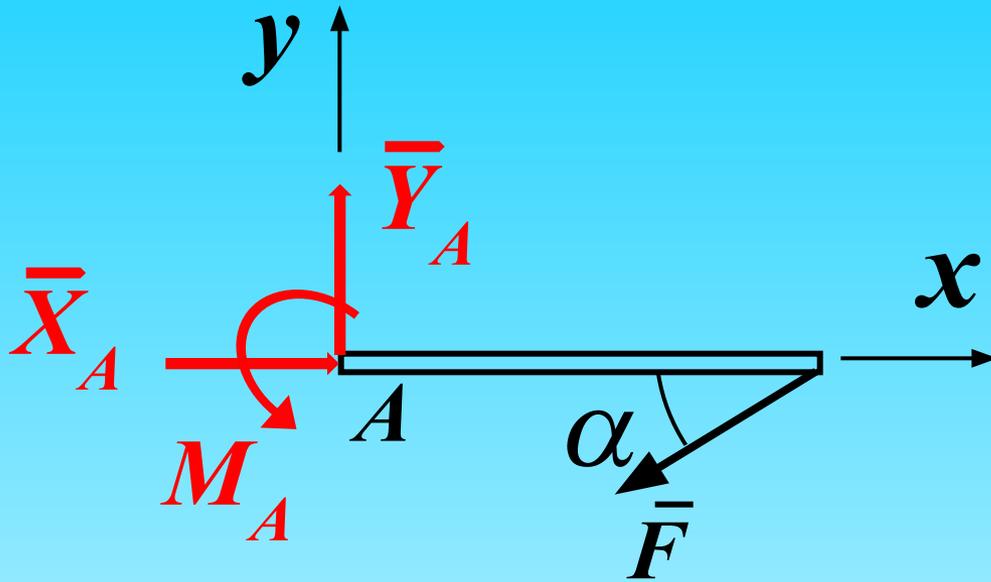
РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Пример 1



Определить реакции связи.

РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ



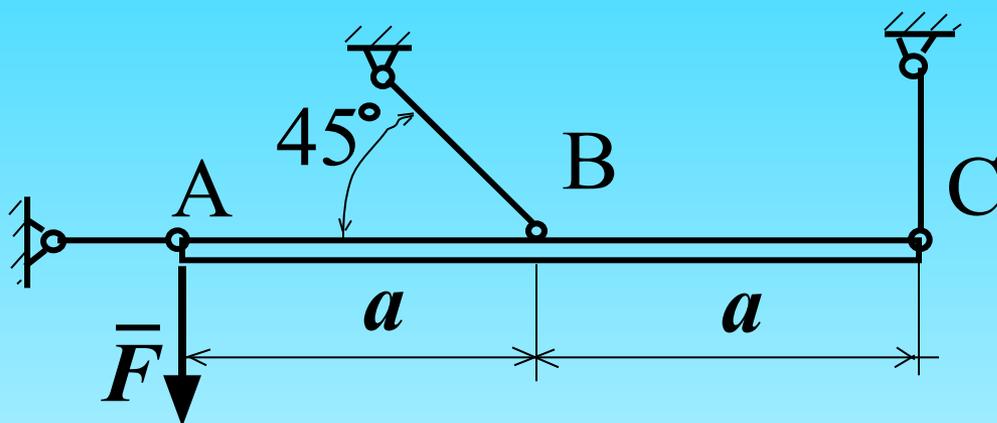
$$X_A - F \cdot \cos \alpha = 0, \quad \rightarrow \quad X_A = F \cdot \cos \alpha.$$

$$Y_A - F \cdot \sin \alpha = 0, \quad \rightarrow \quad Y_A = F \cdot \sin \alpha.$$

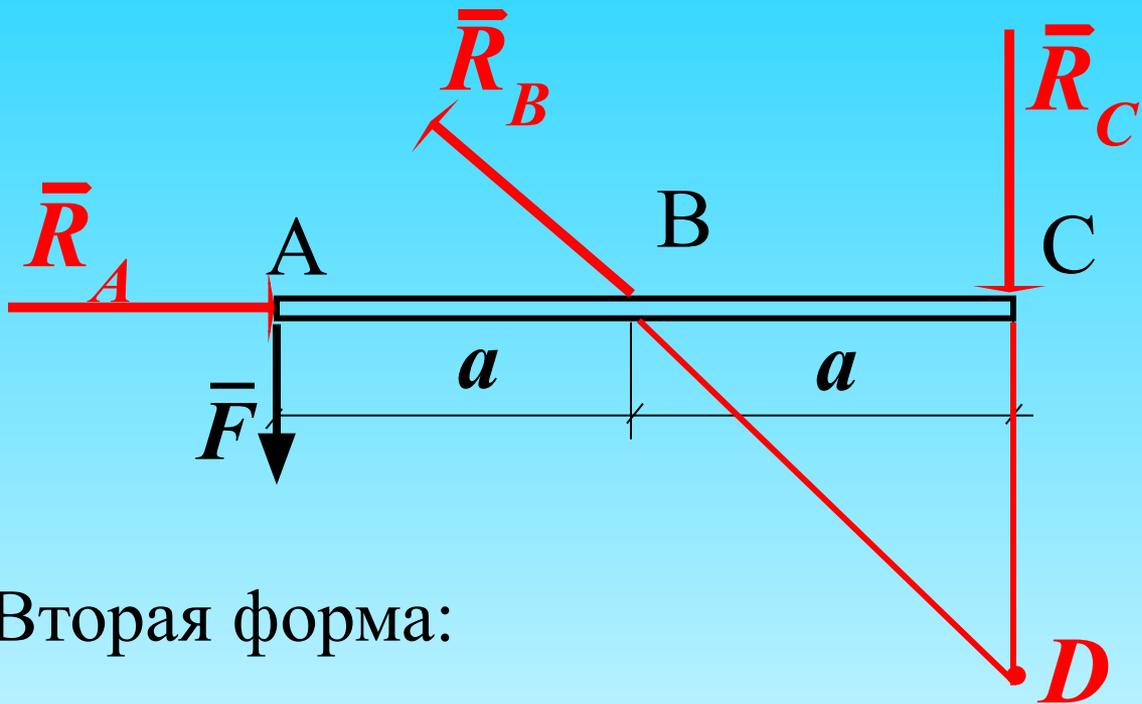
$$M_A - F \cdot \sin \alpha \cdot l = 0 \quad \rightarrow \quad M_A = F \cdot l \cdot \sin \alpha.$$

РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Пример 2



РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ



Вторая форма:

$$\sum M_B(\bar{F}_k) = 0, \quad \sum M_C(\bar{F}_k) = 0, \quad \sum M_D(\bar{F}_k) = 0.$$

РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

$$F \cdot a - R_C \cdot a = 0, \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_C = F.}$$

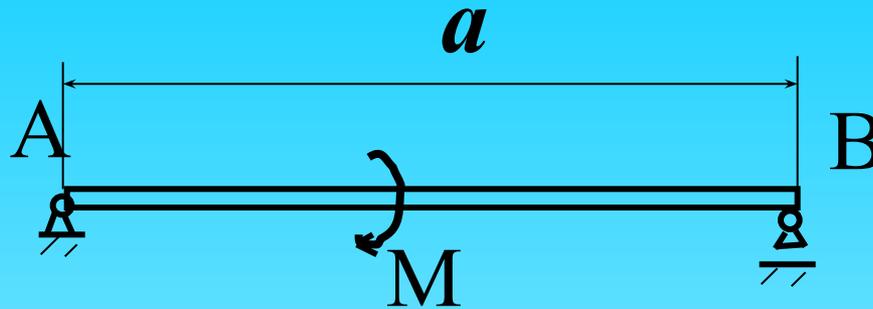
$$F \cdot 2a - R_B \cdot a \cdot \sin 45^\circ = 0, \quad \Rightarrow$$

$$R_B = 2F / \sin 45^\circ; \quad \boxed{R_B = 2\sqrt{2} \cdot F.}$$

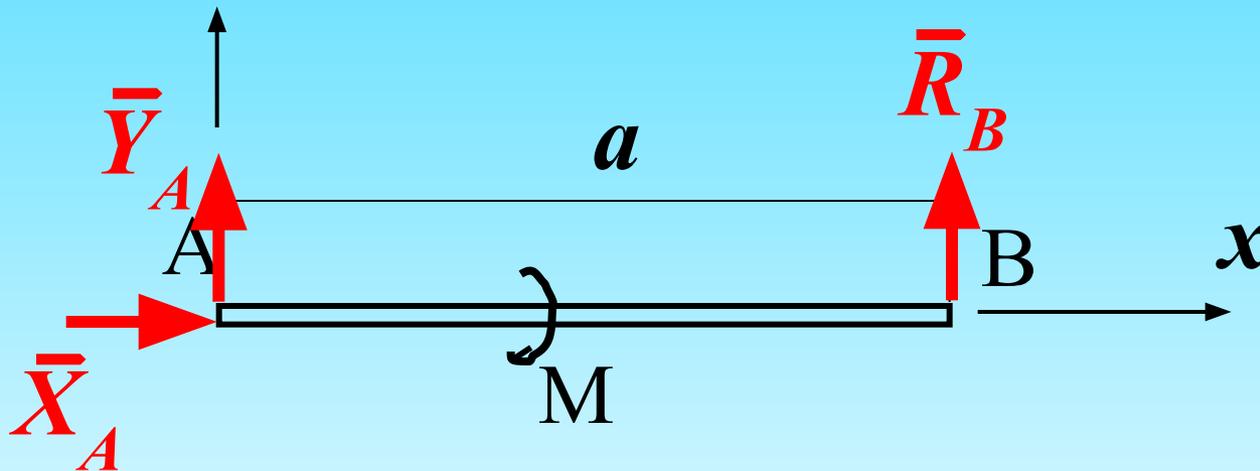
$$F \cdot 2a - R_A \cdot a = 0, \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_A = 2F.}$$

РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Пример 3



Определить реакции связей:



Третья форма:

$$\sum M_A(\bar{F}_k) = 0, \quad \sum M_B(\bar{F}_k) = 0, \quad \sum F_{kx} = 0.$$

РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

$$R_B \cdot a - M = 0, \quad \Rightarrow \quad R_B = \frac{M}{a}.$$

$$-Y_A \cdot a - M = 0, \quad \Rightarrow \quad Y_A = -\frac{M}{a}.$$

$$X_A = 0.$$