

Прикладная механика

Лектор:
доцент кафедры
«Техническая механика»

**Коротаева
Татьяна Петровна**

Лекция № 1

Литература:

- *Стёпин П.А.* **Сопротивление материалов:** Учебное издание. – М: Изд-во «Высшая школа», 1988 – 366 с.
- *Феодосьев В.И.* **Сопротивление материалов:** Учебное издание. – М: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 591 с
- *Обищенко Л.Н., Певнев В.Г., Лазько Н.В.* **«Механика»,** раздел «Сопротивление материалов», методическое пособие. – РГУ, 2008г.

ВВЕДЕНИЕ

Сопротивление материалов - это раздел механики, в котором рассматриваются твердые деформируемые тела.

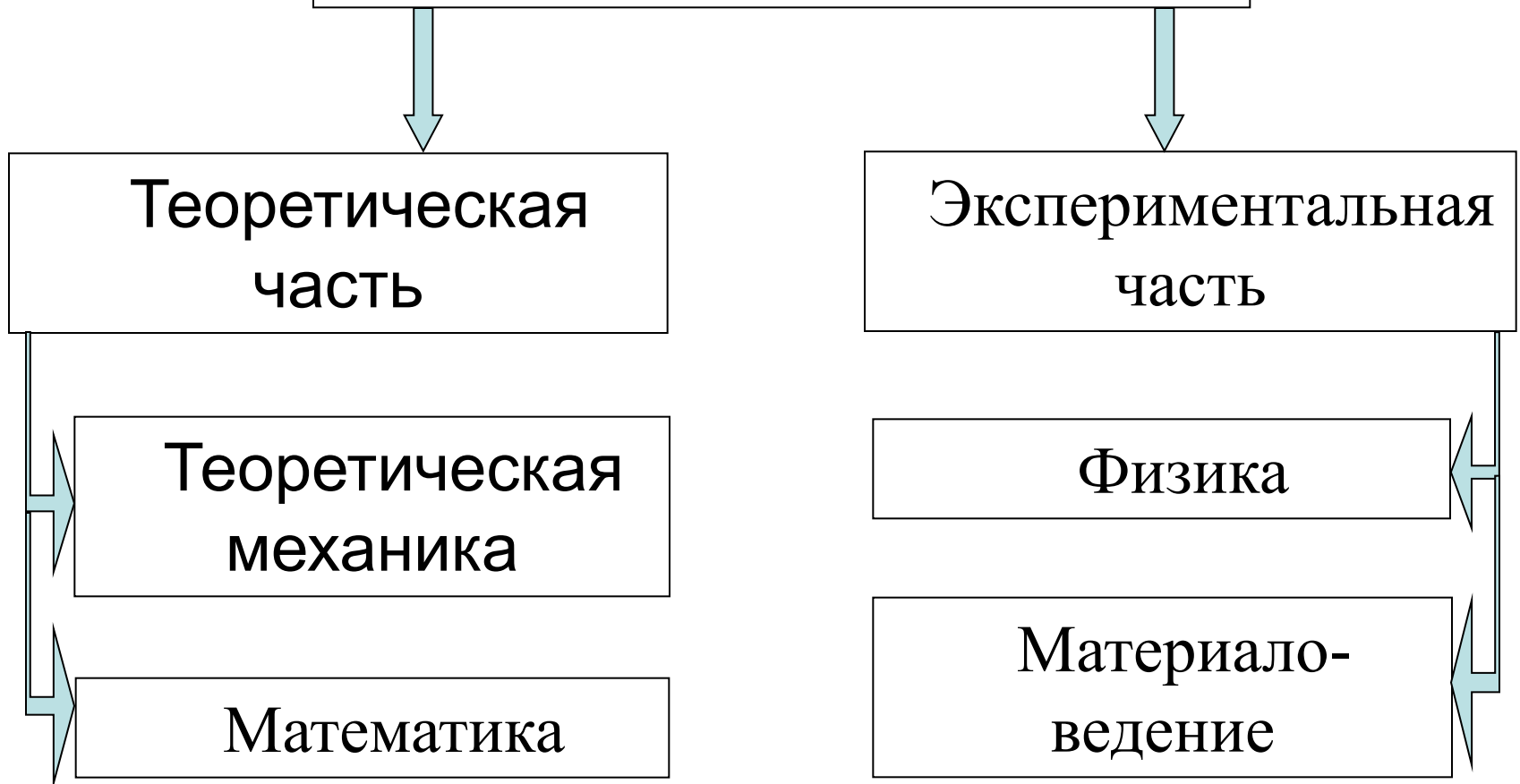
Основной задачей **СМ** является разработка **инженерных** методов расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость.

Прочность - называется способность деталей или элементов конструкции сопротивляться воздействию внешних сил, не разрушаясь.

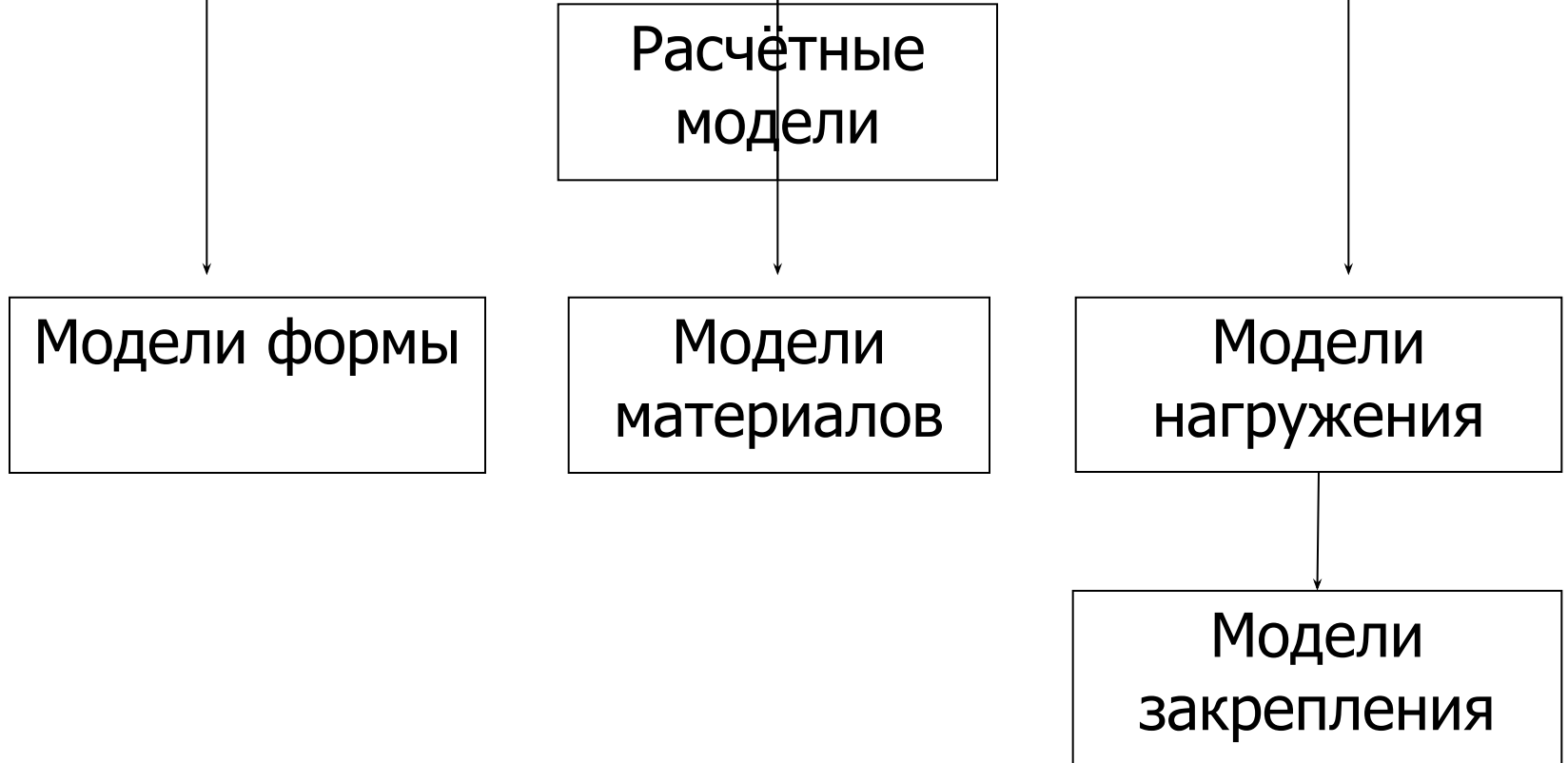
Жесткость - способность деталей и элементов конструкции сопротивляться образованию деформации, т.е. изменению первоначальных размеров и формы.

Устойчивость - способность конструкции сохранять первоначальную форму равновесия под нагрузкой.

Сопротивление материалов



В сопротивлении материалов расчёт любого реального материального объекта начинается с выбора **расчётной модели** или **расчётной схемы**.



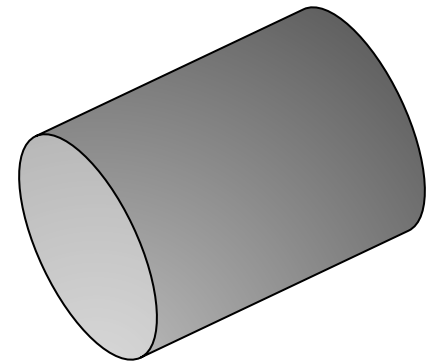
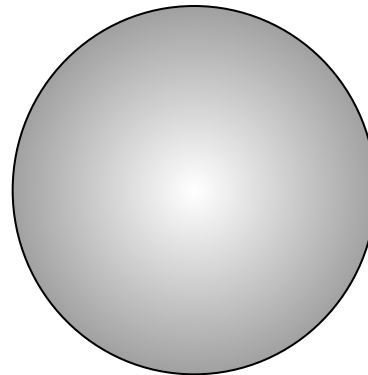
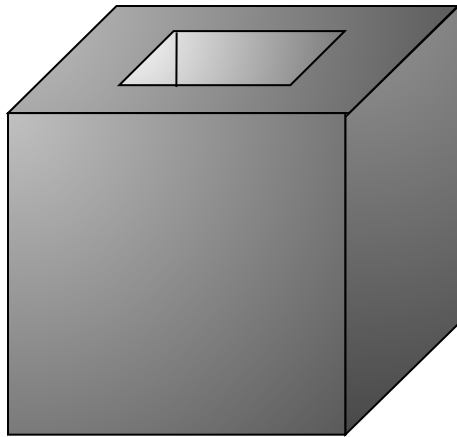
Реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей, называется *расчетной схемой*.

Расчетная схема реального объекта, в свою очередь, состоит из отдельных типовых элементов (*простые формы*).

При расчётах производится схематизация формы реального объекта по геометрическим признакам.

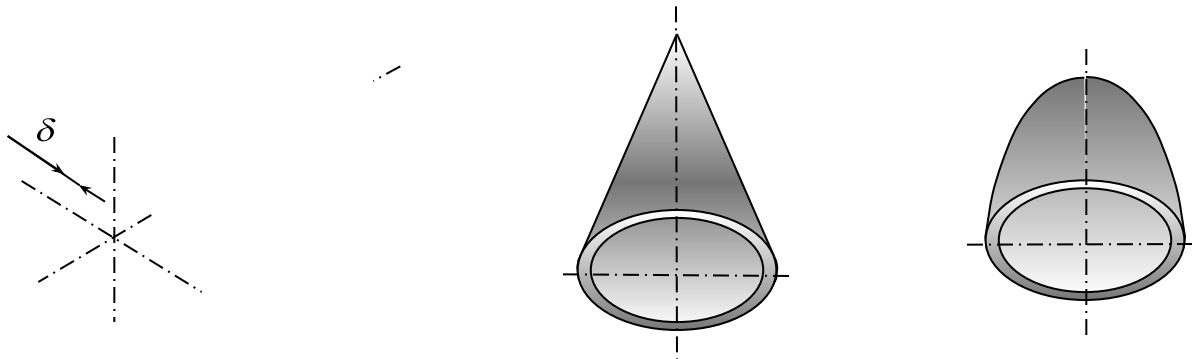
Модели формы

*Первая группа элементов – тела с размерами одного порядка, называемые **массивом**.*



Массивом является, например, массивный фундамент зданий, шарик или ролик в подшипнике качения.

Оболочкой называется геометрическое тело, длина и ширина которого значительно больше его толщины.



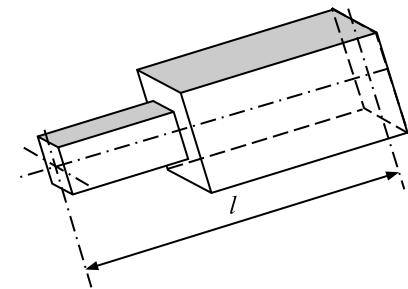
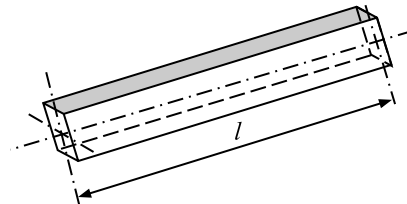
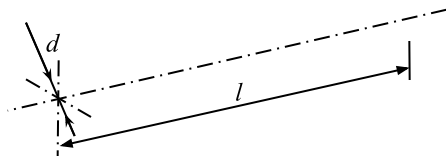
Примеры: резервуары для хранения нефтепродуктов и газа, трубопроводы, купола зданий, корпуса машин, самолетов, судов.

Пластиной называется оболочка с плоской поверхностью



Примеры: плоские днища и крышки резервуаров, перекрытия инженерных сооружений, диски турбомашин.

Четвертая группа элементов – это элементы, у которых длина существенно превосходит размеры поперечного сечения. Такой элемент называется **стержнем**, а когда речь идет об элементах конструкции – **брусом** или **балкой**.



Стержнем называется геометрическое тело, два размера которого намного меньше его третьего размера.

Стержни бывают прямолинейные, криволинейные, с постоянным сечением, с переменным сечением; с комбинированным сечением.

Примеры стержней: оси, валы, крюки, пружины, звенья цепей и т.д.

Допущения и гипотезы в сопротивлении материалов

1. Допущения о свойствах материалов: (модели материалов)

материал считается:

- сплошным;
- однородным;
- изотропным;
- идеально-упругим.

- **Сплошность** – понятие, предполагающее, что материал полностью заполняет занимаемый объем и распределен в нем без пустот и разрывов.
- **Однородность** – свойства материала во всех точках тела одинаковы.
- **Изотропность** - свойства материала во всех направлениях одинаковы.

Пример: сталь изотропна, дерево анизотропно.

- **Идеальная упругость** – свойство полностью восстанавливать форму и размеры после устранения причин, вызвавших эти изменения.

2. Допущения о деформациях:

- **Упругие** (**обратимые**) деформации – исчезают после устранения причин, их вызвавших (например, после снятия нагрузки);
- **Пластические** (**необратимые**) деформации – остаются после устранения причин, их вызвавших (например, после снятия нагрузки).

В сопротивлении материалов приняты следующие **гипотезы**:

- **Гипотеза об отсутствии первоначальных внутренних усилий.** (*До приложения внешних сил – нагрузки - внутренние усилия в телах отсутствуют*)
- **Гипотеза независимости действия сил.** (*Результат действия системы сил равен сумме результатов действия этих же сил, приложенных в любой последовательности*).

- **Гипотеза плоских сечений** (гипотеза Бернулли) – сечения, перпендикулярные оси стержня и плоские до деформации, остаются плоскими и перпендикулярными оси после деформации.
- **Принцип Сен-Венана** – напряженное состояние тела на достаточном удалении от области действия локальных нагрузок очень мало зависит от способа их приложения.

Классификация сил и нагрузок.

- ***Внешние силы*** –это результат действия на тело других тел или внешней среды;
- ***Внутренние силы*** – это усилия, возникающие между всеми соседними частицами внутри тела, под воздействием нагрузки (внешних сил).

Внешние силы разделяются на **поверхностные** и **объёмные**.

Объёмные (**массовые**) *силы* приложены к каждой частице объёма (массы) материала.

Поверхностные силы – это силы, *распределенные* *определённым* образом по поверхности тела.

Силы, системы сил.

Сила-это количественная мера механического взаимодействия твердых тел.


Действие силы определяется тремя элементами:

- *Числовым значением (модулем).*
- *Точкой приложения.*
- *Направлением.*


Сила-это векторная величина.

Вектор изображается отрезком, на конце которого ставится стрелка. 

Вектор обозначается буквой с чёрточкой наверху. 

Величина вектора обозначается той же буквой только без черточки. 

Модуль, или величина силы, является количественной характеристикой меры взаимодействия тел и измеряется в ньютонах (**Н**). (*Примером силы может служить сила тяжести*)

Линией действия силы называют прямую, проведённую по направлению силы неограниченно в обе стороны. 

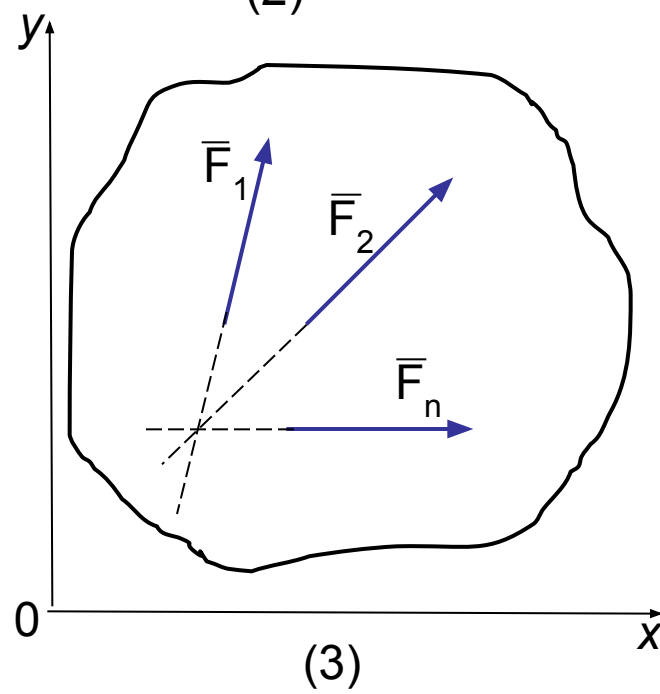
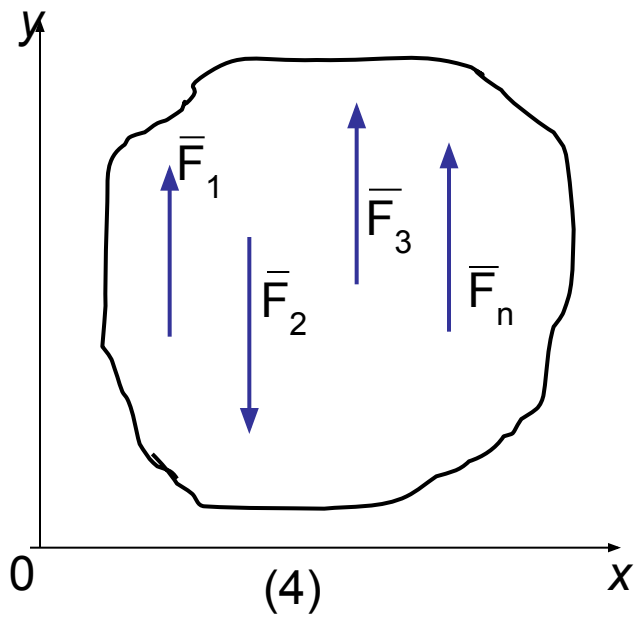
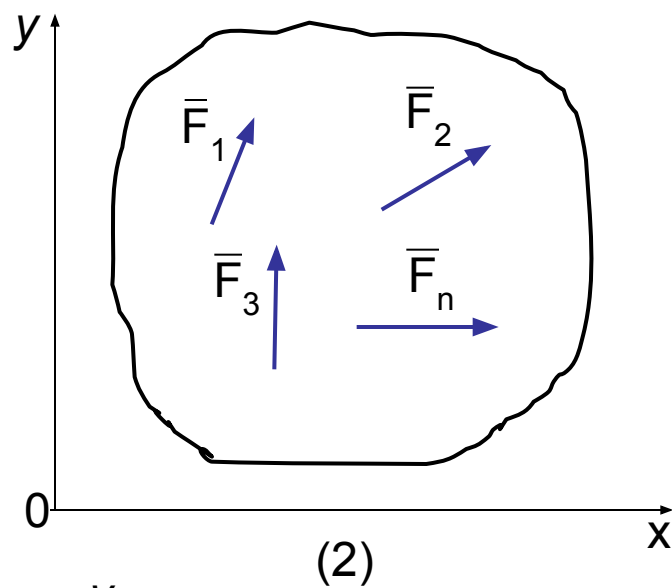
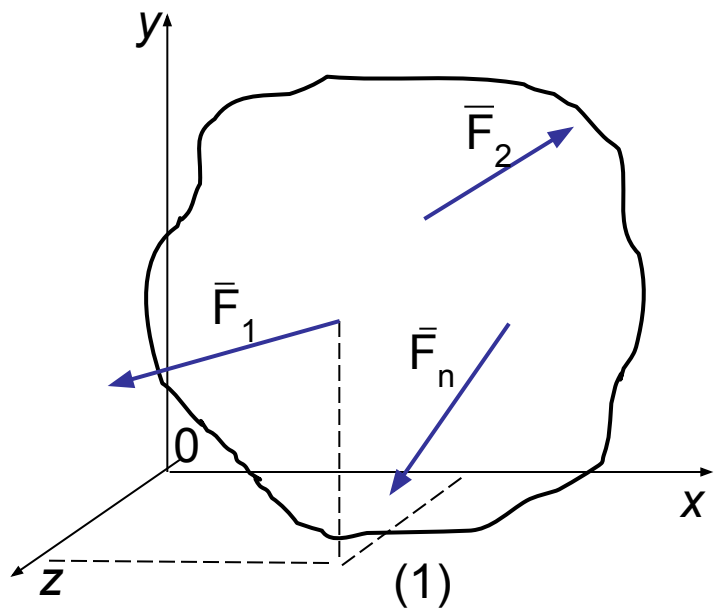
Системой сил называется совокупность нескольких сил, приложенных к телу.

(1). *Пространственная система* – линии действия сил лежат в разных плоскостях.

(2). *Плоская система* – линии действия сил лежат в одной плоскости.

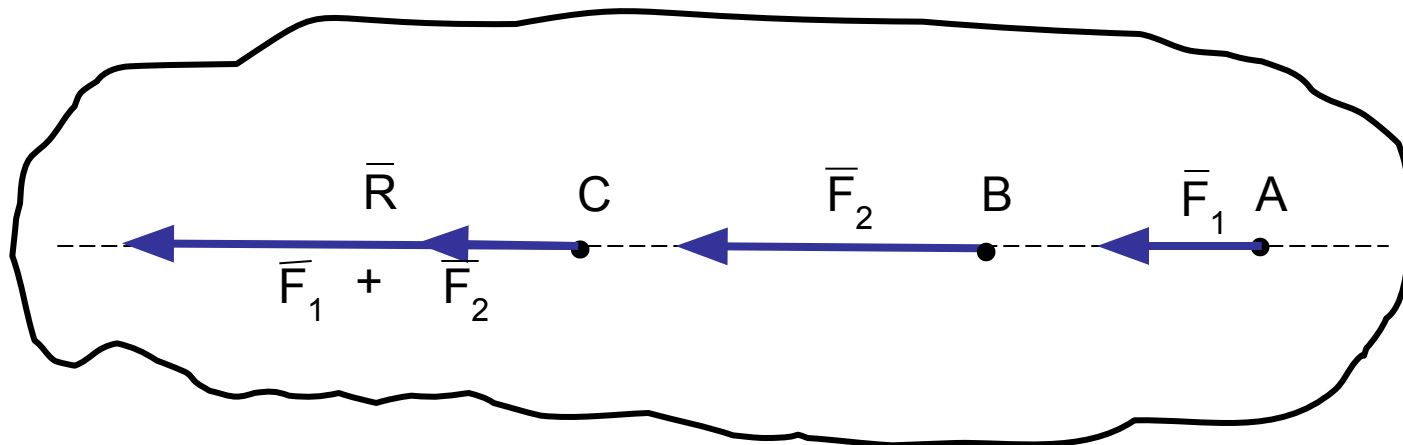
(3). *Система сходящихся сил* – линии действия сил пересекаются в одной точке.

(4). *Система параллельных сил* – линии действия сил параллельны.



Эквивалентные системы сил это такие системы, которые порознь оказывают одинаковое действие на тело.

Равнодействующей силой называют **одну** силу эквивалентную данной системе сил.

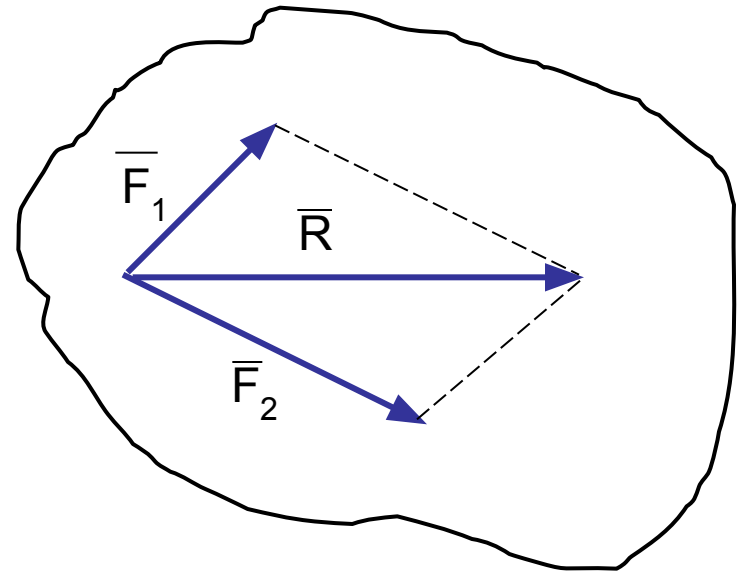
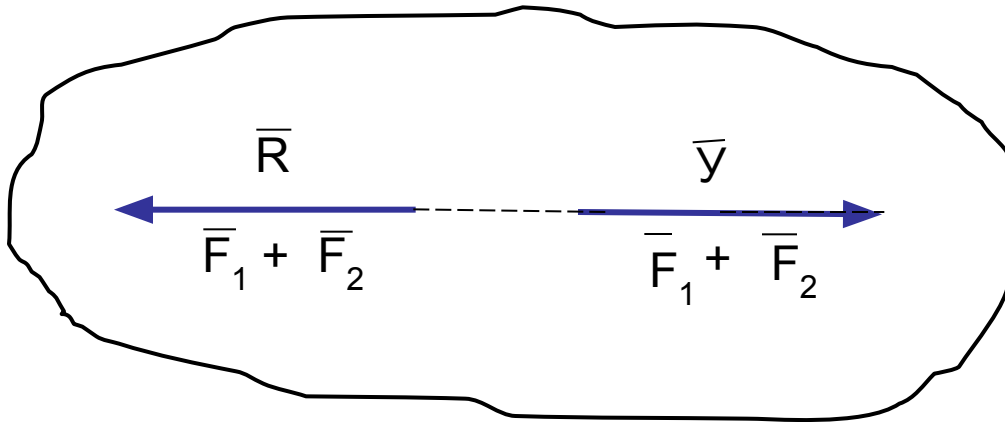


Равнодействующая двух сходящихся сил, приложенных к одной точке, изображается по величине и направлению диагональю параллелограмма, построенного на этих силах и приложена к этой же точке.

Всякую силу, действующую на твёрдое тело, можно перенести вдоль линии её действия в любую точку тела, не нарушив при этом его равновесия.

Силы, приложенные к телу, Можно складывать, определяя равнодействующую, и раскладывать на составляющие.

Уравновешивающая сила (\bar{Y}) – это сила численно равная *равнодействующей*; но направлена по той же прямой в противоположную сторону.



Пара сил и моменты сил.

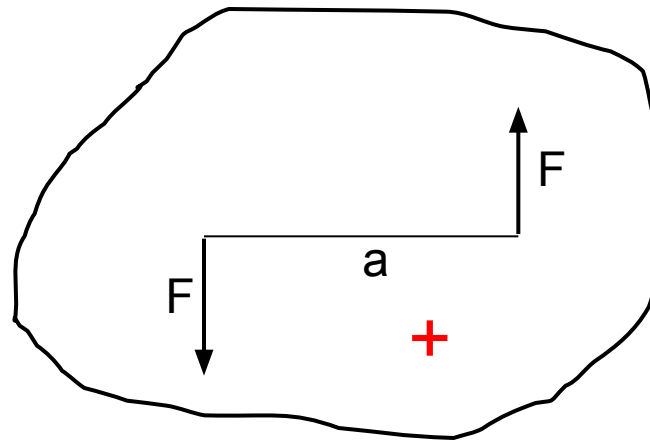
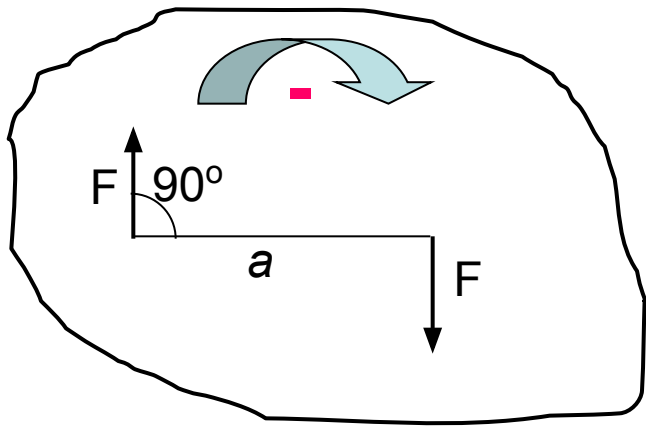
Система двух равных и параллельных сил, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой, называется **парой сил** или просто **парой**.

Сумма сил пары равна нулю, т.е. пара сил не имеет равнодействующей.

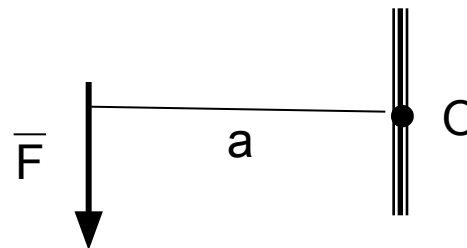
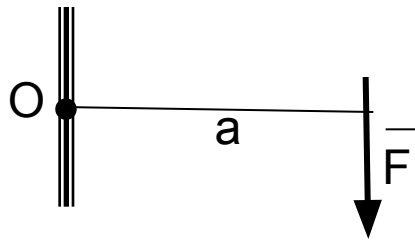
Пара сил стремится вращать тело по часовой стрелке (-), либо против (+).

Количественно действие пары определяется **моментом пары**, равным произведению силы на кратчайшее расстояние между линиями действия этих сил. Размерность момента – **Н.м**

Следствие: *Момент пары равен произведению силы на плечо.*



Моментом силы относительно точки называется произведение силы на длину перпендикуляра, опущенного из точки на линию действия силы.



$$M = F \cdot a$$

Классификация внешних сил

Внешние силы (нагрузка) подразделяются на распределенные и сосредоточенные.

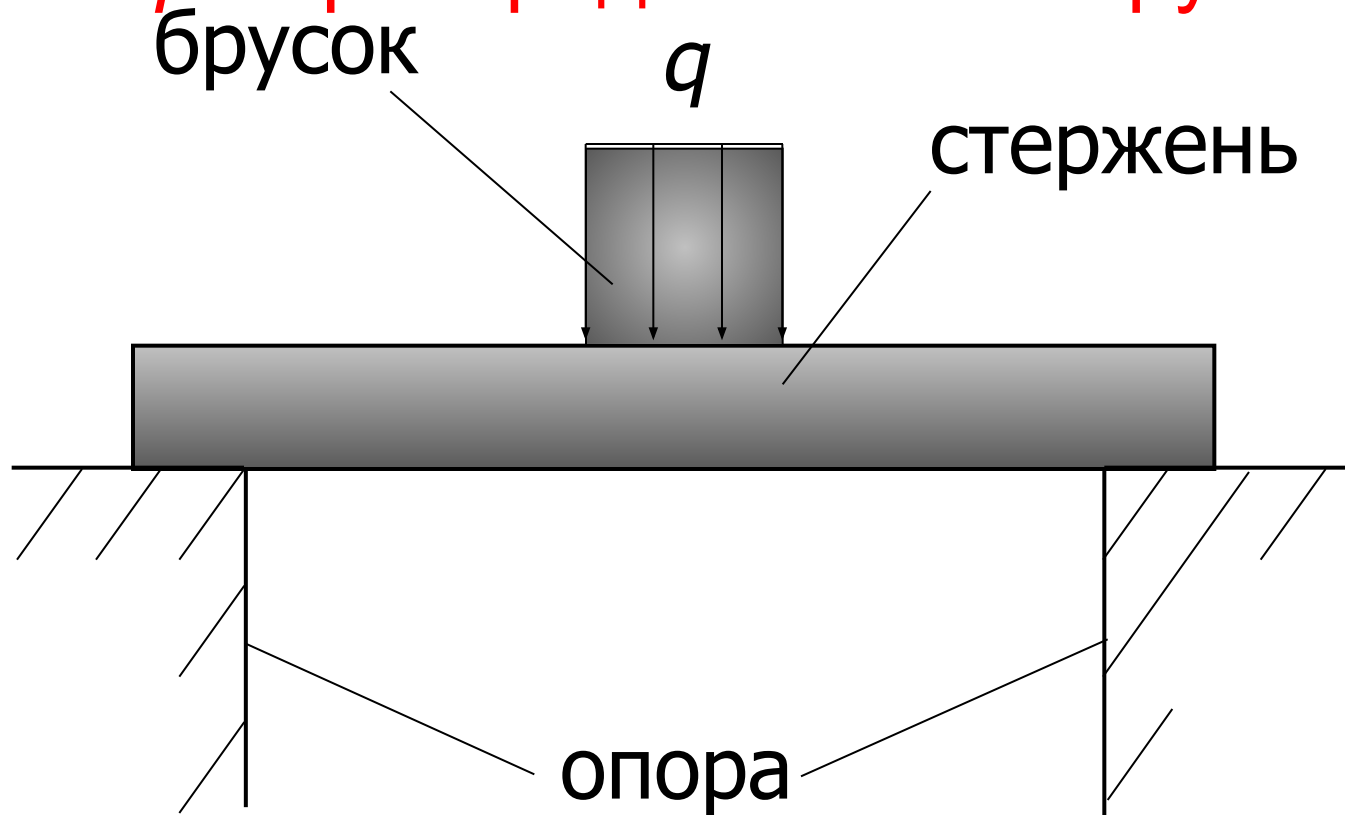
Распределенной нагрузкой называется нагрузка, приложенная к значительным участкам поверхности тела.

Распределенная нагрузка подразделяется на равномерно и произвольно распределенную по длине либо по некоторой площади поверхности тела

Размерность интенсивности нагрузки, распределенной по длине поверхности тела

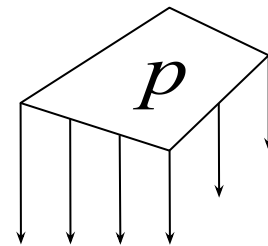
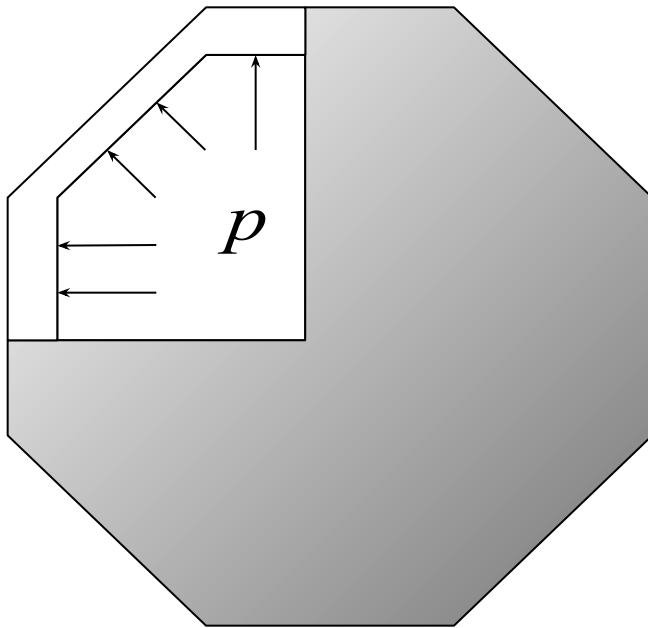
$$[q] = \text{Н/м}$$

Равномерно распределенная нагрузка.



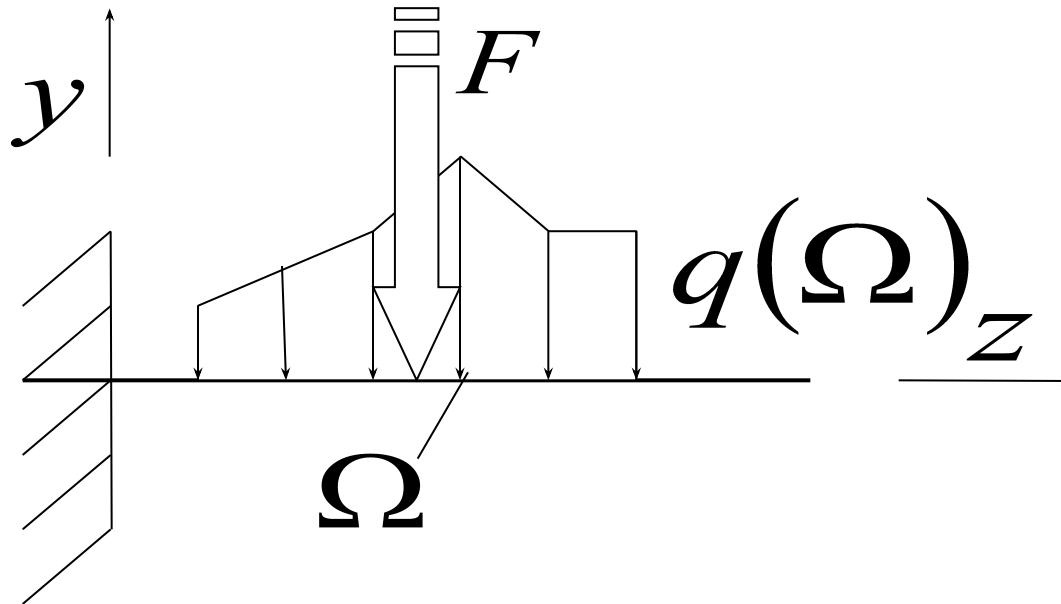
Нагрузка равномерно распределена по длине тела, размерность - Н/м

Примером действия равномерно распределённой нагрузки по площади поверхности тела является давление жидкости или газа на поверхность элемента.



Нагрузка распределена по некоторой площади поверхности тела, размерность – $\text{H}/\text{м}^2$

Произвольно распределенная нагрузка.

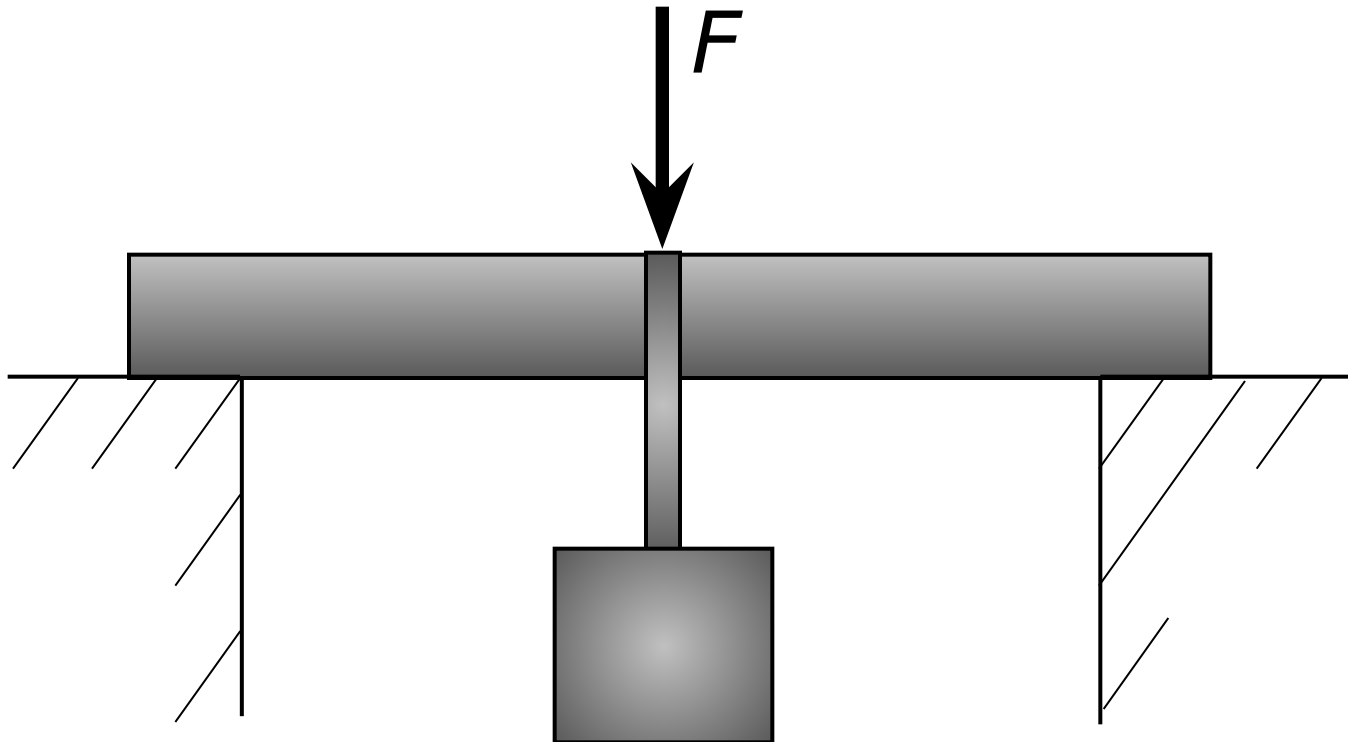


Ω - площадь фигуры, ограничивающей действие распределённой нагрузки.

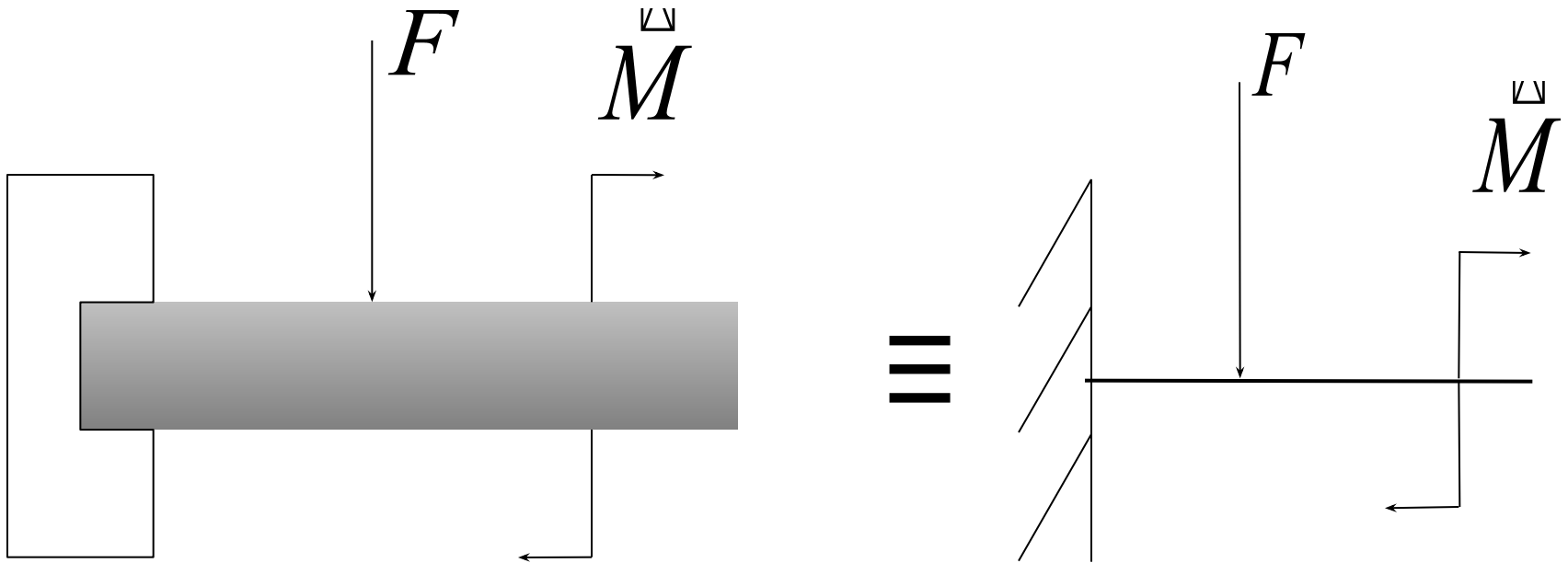
$$F = \int_{\Omega} q(\Omega) d\Omega$$

Сосредоточенной силой называется нагрузка, действующая на небольших участках поверхности тела.

$$[F] = \text{Н}$$

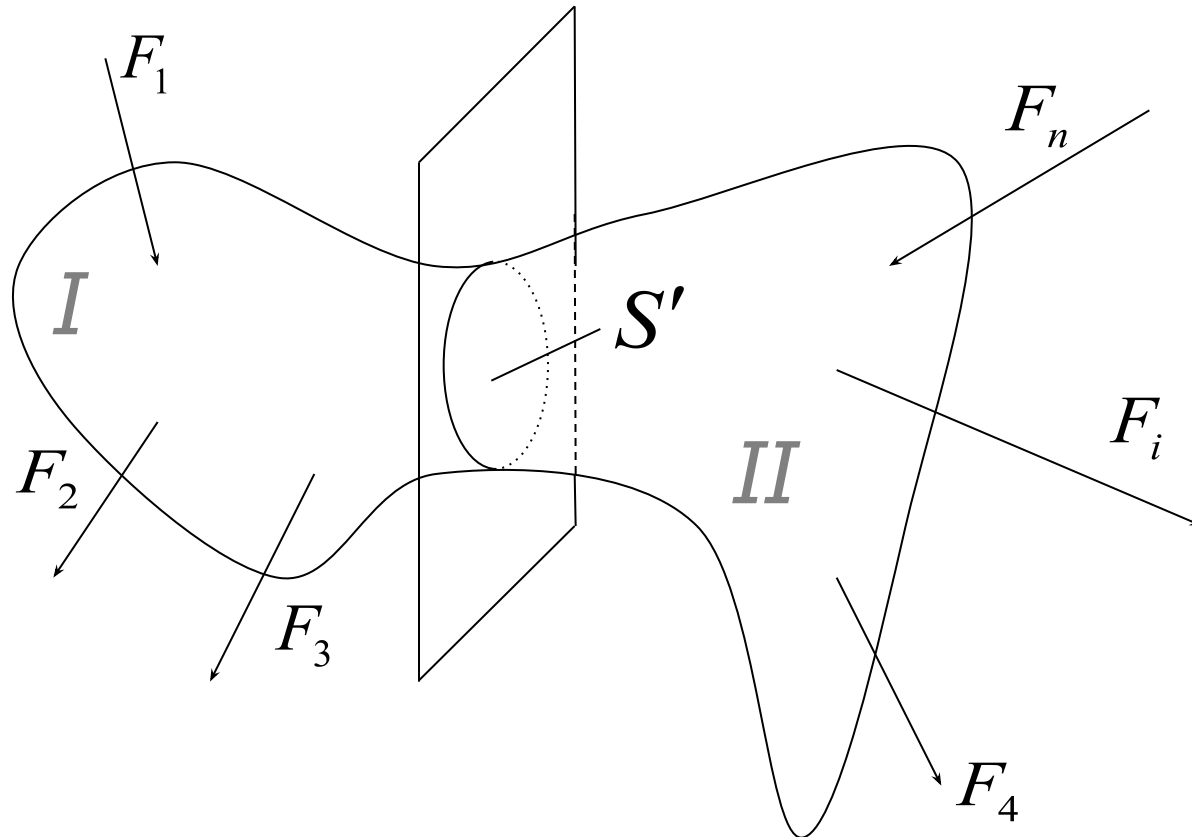


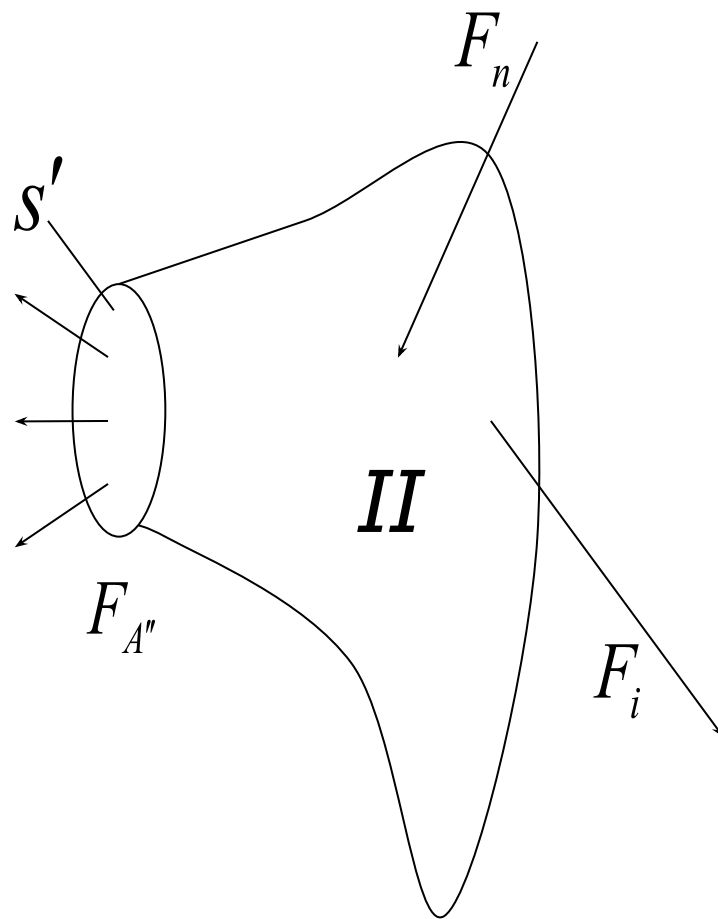
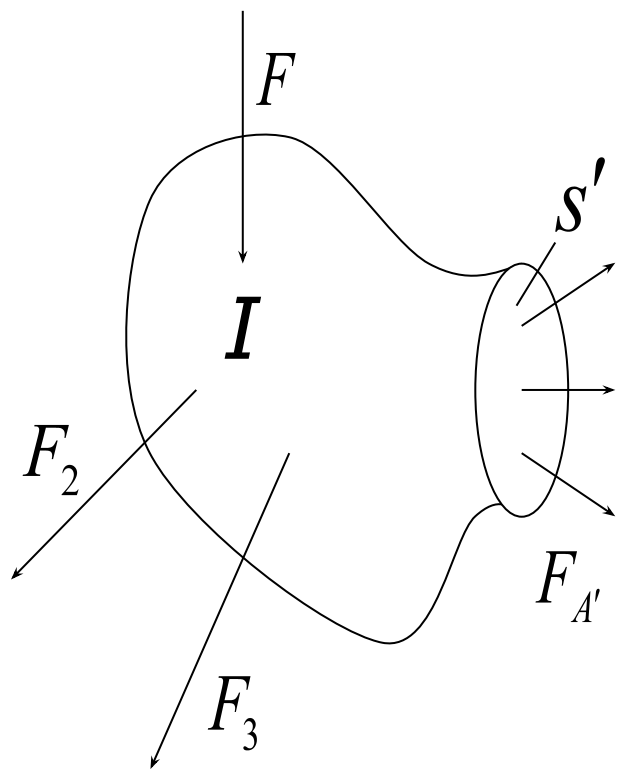
Для стержней сосредоточенными нагрузками являются *силы* и *пары сил* – *моменты*. Размерность момента
 $[M] = \text{Н} \cdot \text{м}$

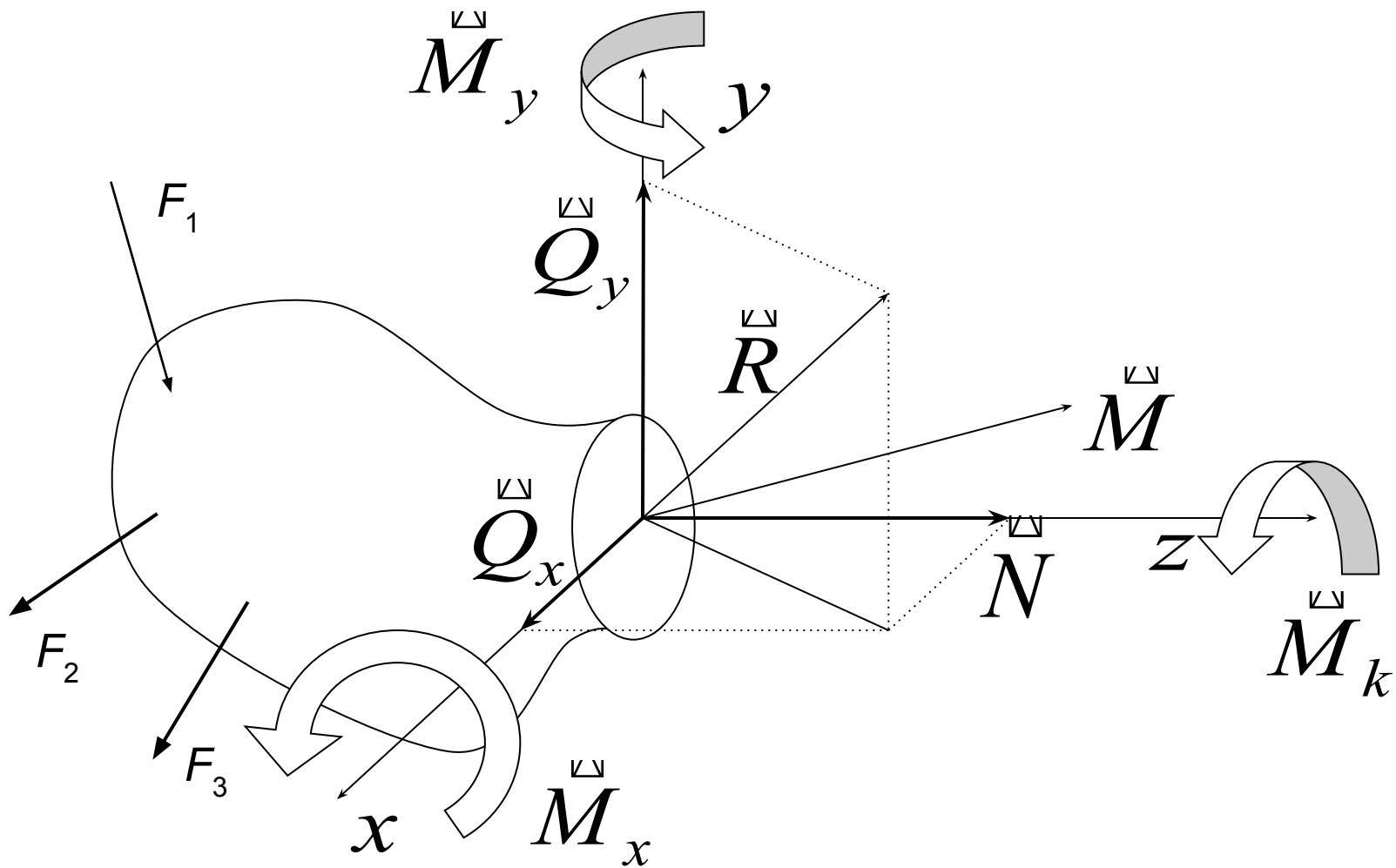


Определение внутренних силовых факторов.

Метод сечений







Назовем силу, параллельную оси z ,
нормальной или ***продольной*** силой ***N*** .

Параллельные осям x и y – ***поперечными***
силами ***Q_x*** и ***Q_y*** , соответственно.

Момент силы, действующий относительно
оси z , называется
крутящим моментом M_k или ***T*** .

Моменты сил, действующие относительно
осей x и y –
изгибающими моментами M_x и ***M_y*** .

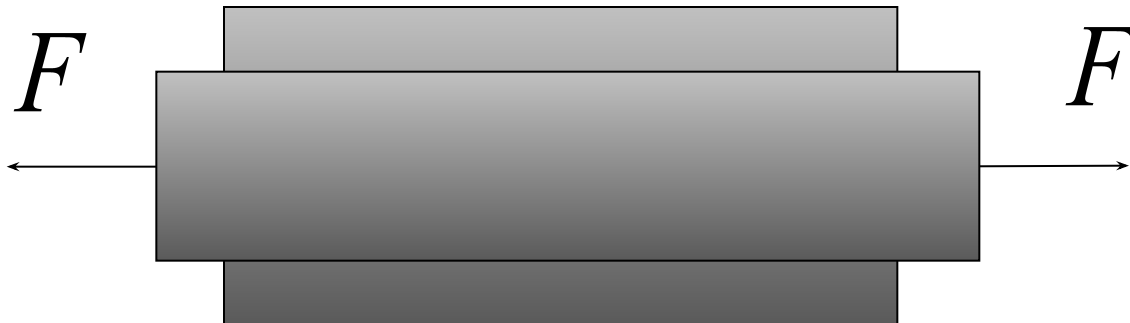
Перечисленные силы и моменты называются **внутренними силовыми факторами**. Для определения внутренних силовых факторов можно составить **уравнения равновесия** для левой и правой частей:

$$N = \sum_{i=1}^n F_{iz}; \quad Q_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}; \quad Q_y = \sum_{i=1}^n F_{iy};$$
$$M_z = \sum_{i=1}^n m_{0z}(F_i); \quad M_x = \sum_{i=1}^n m_{0x}(F_i); \quad M_y = \sum_{i=1}^n m_{0y}(F_i).$$

Частные случаи нагружения бруса

Простое растяжение

Если из шести силовых факторов в поперечном сечении действует только продольная сила N , а все остальные пять силовых факторов равны нулю, то такой вид нагружения называется *растяжением* или *сжатием*

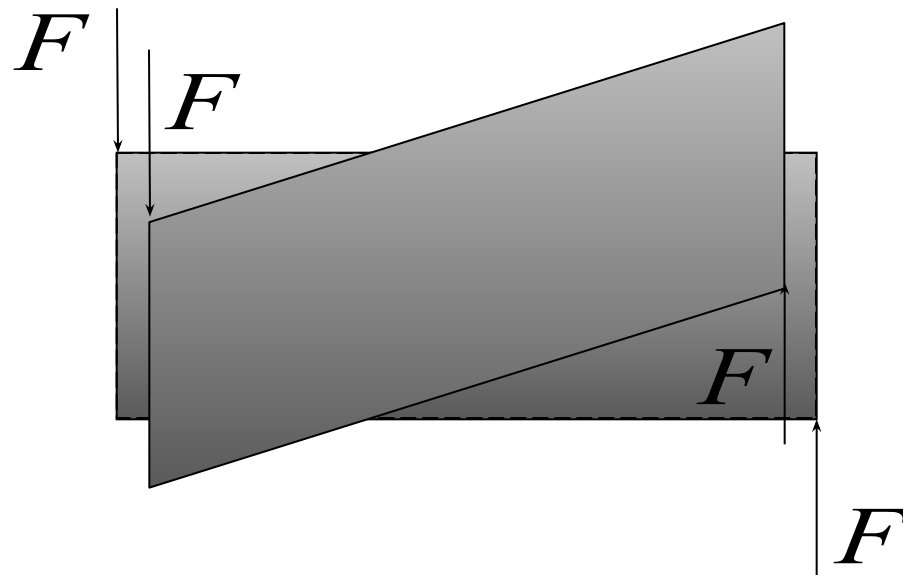


Если внешняя сила F действует **от сечения**, то она вызывает растяжение (увеличение длины бруса) и сила N в сечении считается **положительной** ($N > 0$ – *растяжение*).

Если внешняя сила F действует **к сечению**, то она вызывает сжатие (уменьшение длины бруса) и сила N в сечении считается **отрицательной** ($N < 0$ – *сжатие*).

Брусья, в основном работающие на растяжение-сжатие, называются **стержнями**.

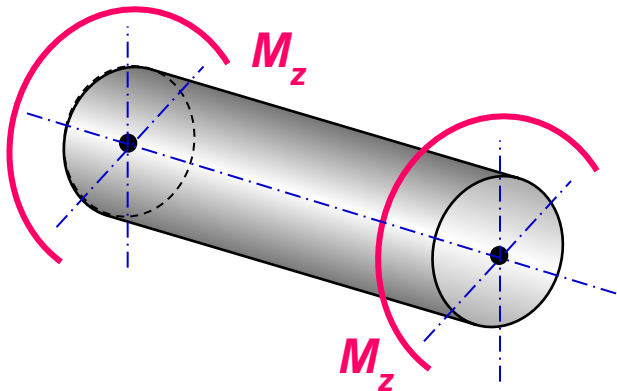
Если из шести силовых факторов в проведённом сечении действует только поперечная сила Q_x или Q_y , а все остальные пять силовых факторов равны нулю, то такой вид нагружения называется **сдвигом**



Кручение

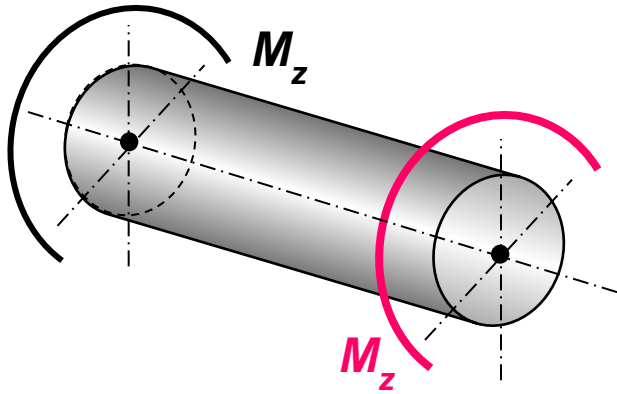
Кручением называется такой вид нагружения бруса, при котором в его поперечном сечении возникает только один внутренний силовой фактор, отличный от нуля, **крутящий момент** M_z или $M_{кр}$.

Примером детали, работающей на кручение, является вал.

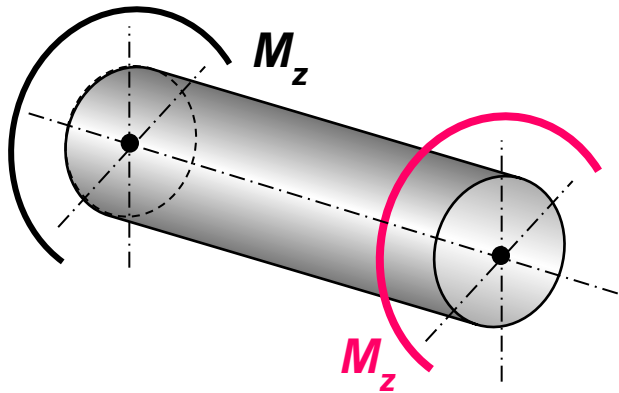


При действии разнонаправленных крутящих моментов одинаковой величины в противоположных торцах вала, он будет закручиваться, сечения вала будут поворачиваться относительно друг друга, а длина вала будет оставаться неизменной.

Правило знаков



Положительным считается крутящий момент, направленный **против часовой стрелки**, если смотреть на сечение со стороны внешней нормали.

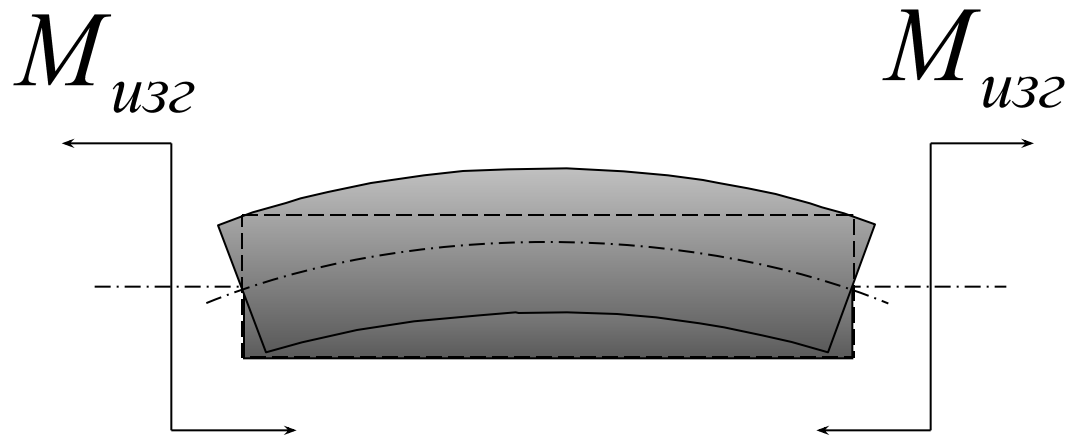


Отрицательным считается крутящий момент, направленный **по часовой стрелке**, если смотреть на сечение со стороны внешней нормали.

Правило знаков для крутящего момента **условно** (в отличие от правил знаков для растяжения-сжатия), т.к. материал бруса одинаково ведет себя при кручении в разных направлениях.

Изгиб

Если из шести силовых факторов в проведённом сечении действует только изгибающий момент M_x или M_y , а все остальные пять силовых факторов равны нулю, то такой вид нагружения называется *чистым изгибом*



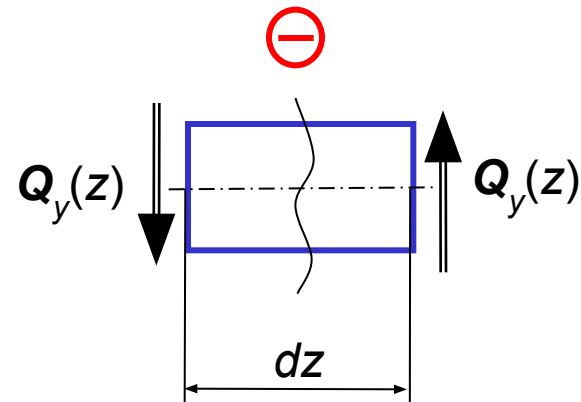
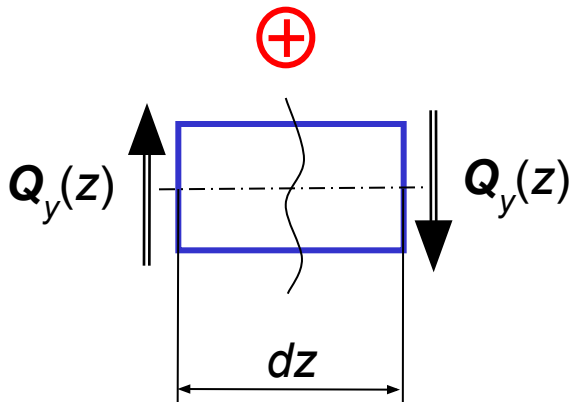
Если из шести силовых факторов в проведённом сечении действует только изгибающий момент M_x и поперечная сила Q_y или M_y и Q_x , а все остальные четыре силовых фактора равны нулю, то такой вид нагружения называется *поперечным изгибом*.

В остальных случаях нагружение называется *сложным нагружением* или *сложным сопротивлением*.

Правила знаков

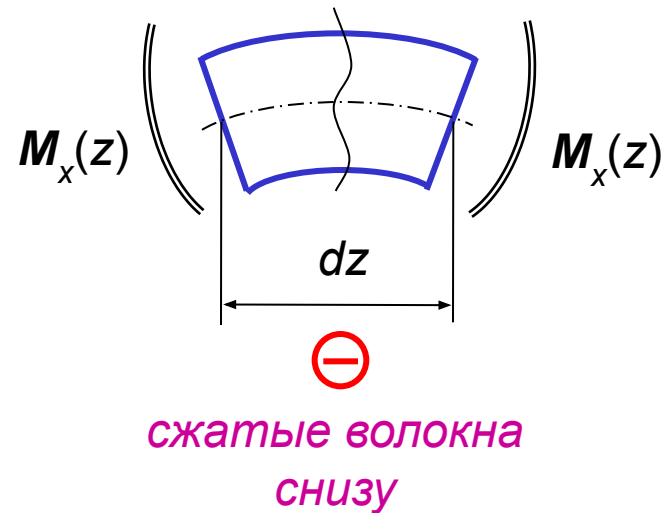
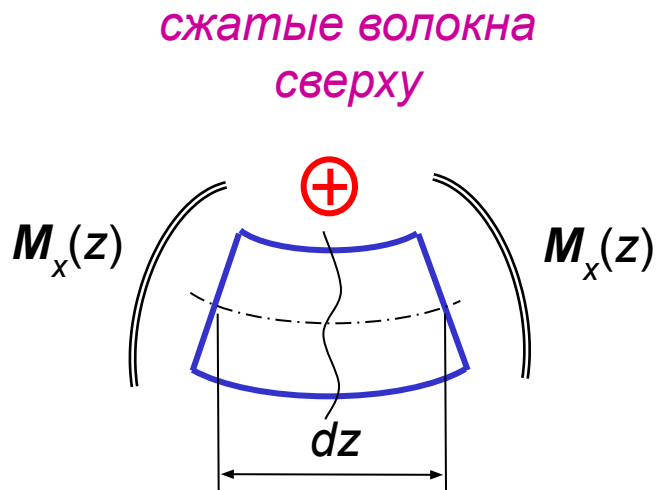
Поперечная сила

Поперечная сила $Q_y(z)$ считается **положительной**, если она стремится повернуть элемент бруса dz по часовой стрелке; и **отрицательной** – против часовой стрелки.



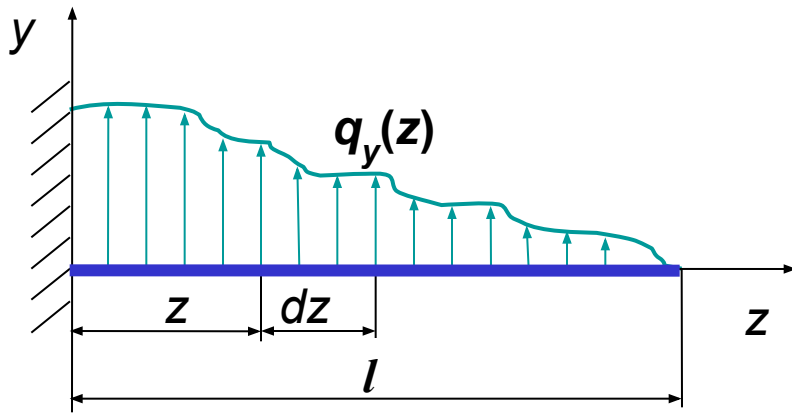
Изгибающий момент

Изгибающий момент $M_x(z)$ считается **положительным**, если он стремится изогнуть элемент бруса dz выпуклостью вниз, при этом сжатые волокна расположены сверху; и **отрицательным** – выпуклостью вверх, при сжатых волокнах снизу.



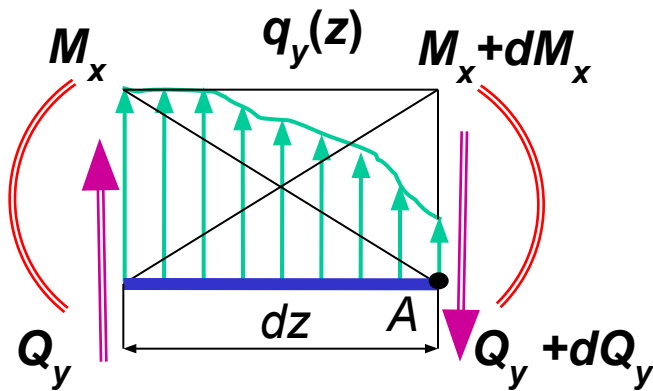
Эпюра изгибающего момента всегда строится на сжатом волокне.

Дифференциальные зависимости при изгибе



Рассмотрим консольную балку с неравномерно распределенной поперечной нагрузкой $q_y(z)$.

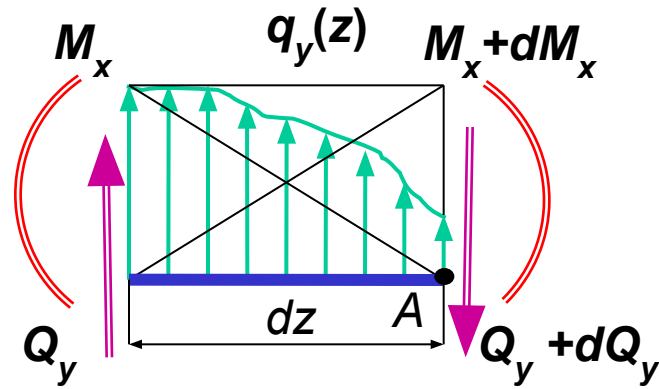
На расстоянии z от заделки выделим элементарный участок dz .



Мысленно отбросим левую и правую части балки от элемента dz и заменим их действие внутренними силовыми факторами.

Пусть поперечные силы и изгибающие моменты на левом и правом торцах элемента бруса положительны.

Составим основные уравнения равновесия элемента бруса относительно точки **A**:



$$\sum F_{Ay} = 0: \quad Q_y + qdz - (Q_y + dQ_y) = 0, \quad \frac{dQ_y(z)}{dz} = q(z)$$

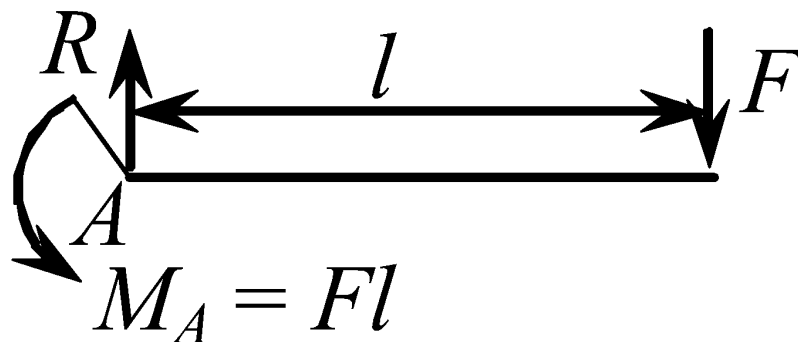
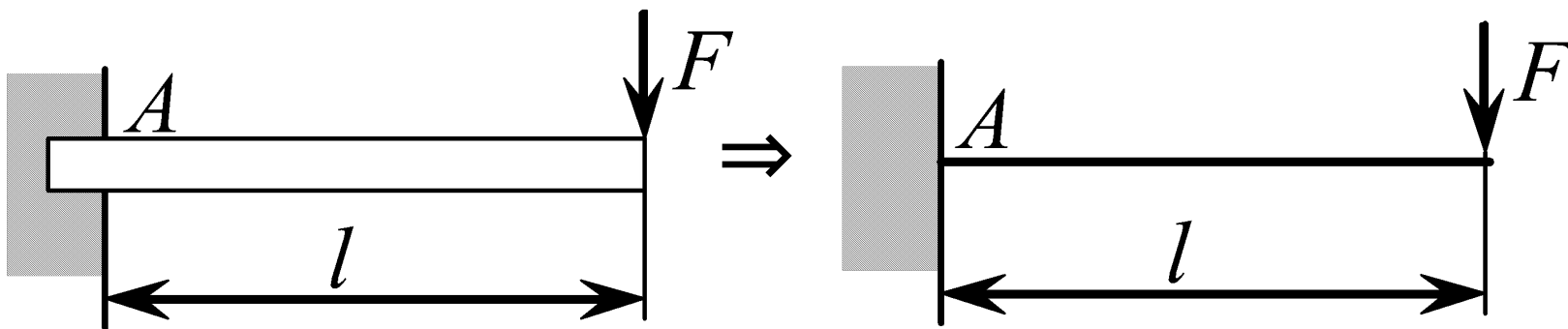
$$\sum M_{Ax} = 0:$$

$$-Q_y dz - M_x - q_y(z) dz \frac{dz}{2} + (M_x + dM_x) = 0, \quad \boxed{\frac{dM_x(z)}{dz} = Q_y(z)}$$

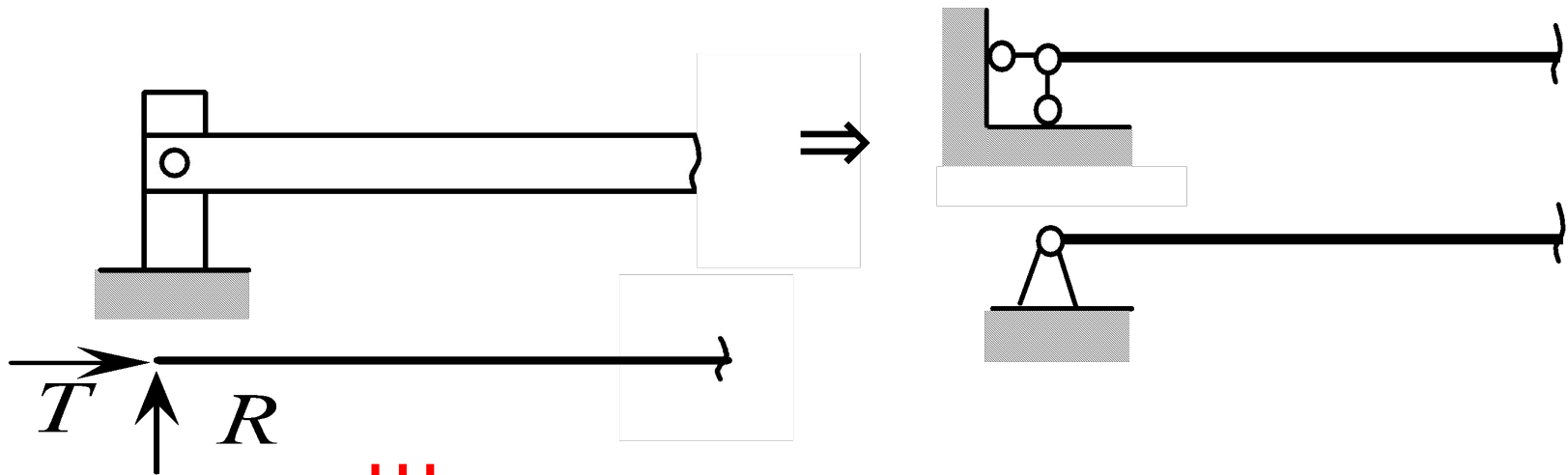
*Полная производная от изгибающего момента по **z** равна поперечной силе;*

Основные способы закрепления балок и их реакции

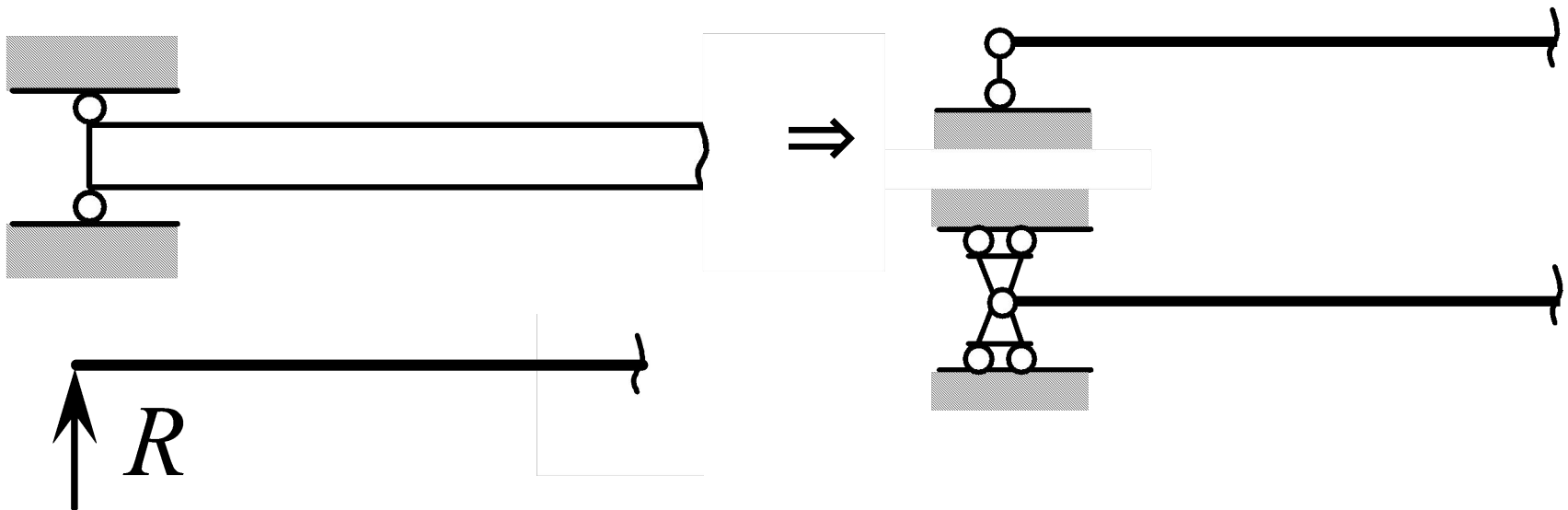
Жесткая заделка или Консольное закрепление



Шарнирно – неподвижная опора.



Шарнирно – подвижная опора.



Определение опорных реакций.

Для плоской системы можно составить три уравнения равновесия:

$$1. \sum_{i=1}^n F_y = 0 \quad 2. \sum_{i=1}^n F_x = 0 \quad 3. \sum_{i=1}^n M_B = 0$$

Правила знаков:

Силы, направленные вверх, считаются положительными (+),

вниз – отрицательными (-)

Моменты сил, направленные по часовой стрелке, считаются

отрицательными (-), против – положительными (+)